

Willem Schaafsma

Instituut voor Wiskunde en Informatica
Rijksuniversiteit Groningen
Postbus 800, 9700 AV Groningen

Boekbespreking Heeft L.E.J. Brouwer ons nog iets te zeggen

Mosterd na de maaltijd

Begin dit jaar is de nederlandstalige biografie van Brouwer van Dirk van Dalen verscheen. Tegelijk verscheen een heruitgave van Brouwers proefschrift over de grondslagen van de wiskunde, aangevuld door Van Dalen met veel biografisch materiaal. In de pers is hier ruime aandacht aan besteed. Willem Schaafsma, hoogleraar statistiek in Groningen, gaat hier in op Brouwers opvatting over de plaats van de natuurwetenschap in de wereld.

Kort nadat de redactie mij had gevraagd de twee Nederlandstalige boeken van Dirk van Dalen over L.E.J. Brouwer [3–4] te recenseren, verscheen op 9 november 2001 een bespreking van deze boeken in de NRC. Deze bespreking door Dirk van Delft eindigt als volgt: “Wat is de balans van dit tumultueuze leven? Brouwer stelde weinig prijs op promovendi en brak met zijn opvolger Heyting. Staat zijn topologische werk nog fier overeind, de vraag naar de invloed van het intuïtionisme is moeilijker te beantwoorden. Iedereen kent het, niemand snapt het — ziedaar het probleem. Grondslagenonderzoek is lastig en het clubje intuïtionisten is dapper maar klein. Tot hen behoort Dirk van Dalen en zijn betrokkenheid en compassie met L.E.J. Brouwer, bij wie leven en werk ineenvloeien heeft een schitterende biografie opgeleverd.” En dus ook, gezien dit

slotbetoog, een schitterende recensie. Valt er voor mij nog iets toe te voegen aan al die prachtige maar ook in velerlei opzicht beschamende verhalen? Ik wil het hebben over de vraag wat Brouwer ons nog steeds te zeggen heeft en over de door Van Delft gestelde vraag naar de invloed van het intuïtionisme.

Evenals in mijn openingsvoordracht *Waarheid, Werkelijkheid, Waarschijnlijkheid* op het Nederlands Mathematisch Congres in Wageningen (1997) zal ik beklemtonen dat Brouwers opvatting van natuurwetenschap strikt empiristisch was. In dat verband wil ik ook iets zeggen over Van Dantzig en, natuurlijk, over de mathematische statistiek.

Wat heeft Brouwer ons nog te zeggen?

Ik richt mij tot personen die, zoals ik, willen nadenken over de vraag wat wetenschap is en hoe die ontstaat door redeneren, observeren, de verbeelding te laten spreken, communiceren. Daarbij komt vanzelf de vraag naar voren hoe we wetenschappelijke kennis dienen te beheren en te beheersen. Vermelde personen, wij dus, hebben als in de persoonlijkheidsleer van Heymans behoefte aan extreme voorbeelden. Dus aan personen, zoals Brouwer, met uitgesproken standpunten ten aanzien van de vier vermelde ingrediënten. (Ik ga voorbij aan andere facetten van Brouwers persoonlijkheid omdat die voor mijn ver-

haal van minder belang zijn.) Als wiskundige was Brouwer een solipsistische rationalist (en idealist). Op 17-jarige leeftijd schreef hij zijn ‘solipsistisch manifest’: “Het enige ware voor mij is mijn eigen ikheid van het ogenblik, omgeven door een schat van voorstellingen, waaraan de ikheid gelooft, en die haar doen leven. Een vraag, of die voorstellingen ‘waar’ zijn, heeft geen zin: voor mijn ikheid bestaan alleen de voorstellingen en die zijn als zodanig reëel; van een tweede, onafhankelijk van mijn ikheid, daaraan beantwoorde realiteit is geen sprake.” Wat moeten wij hier mee? Er zit iets tautologisch in, een waarheid als een koe. Natuurlijk houd ik op dit moment dát voor waar waaraan ik op dit moment geloof. Maar er zit ook iets moois in, namelijk die “schat van voorstellingen die de ikheid omgeven”, en iets misleidends, namelijk daar waar het gaat om de toevoeging “waaraan de ikheid gelooft en die haar (die ikheid) doen leven”. Daar zit iets beperkends in, iets engs. Bij een strikte definitie van geloven is

“maar ze wisten dat de vooruitgang van het weten nooit de omvang van het onbekende zou verminderen.”

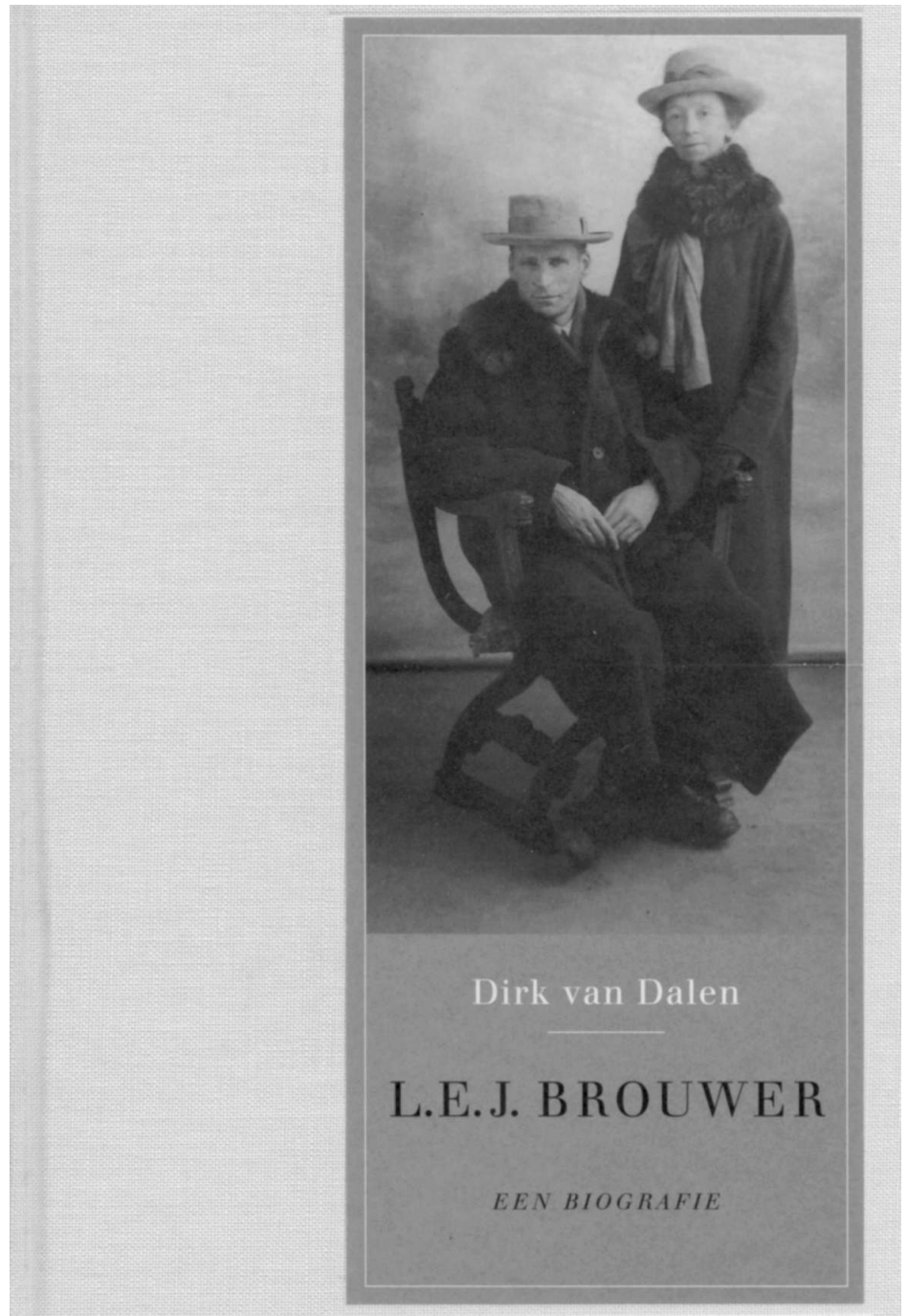
Geert Mak,

uit: *Hoe God verdween uit Jorwerd*

de schat van voorstellingen uiterst beperkt en worden vermoedens, allerlei verbeeldingen en verdichtels buitengesloten. Het zijn juist deze ongewisse voorstellingen die de ikheid tot leven brengen. Zo kwam Brouwers ikheid helemaal tot leven met betrekking tot het principe van het uitgesloten derde waaraan hij niet wou geloven. Brouwers geloofsbelijdenis mag een nuttig uitgangspunt zijn bij het structureren van denkprocessen binnen de (zuivere) wiskunde, de informatica en bij spelen zoals schaken, zodra het gaat om verbeeldingen en verdichtels omtrent de ware werkelijkheid, de wereld waarin wij leven, dan heeft ieder voor zich een schat van voorstellingen (verbeeldingen of verhalen) waarin min of meer wordt geloofd en met welke 'wetenschap' men bezig is.

Observatie

Brouwers opvatting van natuurwetenschap was strikt empiristisch. Omdat hij vooral dacht aan de gewone natuurkunde en ik iets breders op het oog heb, ontleen ik een onderscheid tussen Natuur en Milieu aan het eerdergenoemde boek van Geert Mak. Hierbij wordt de natuur gezien als goddelijk en goed; men accepteert de vrijheid ervan en de chaos. Maar met het milieu is het anders. Dit doorvorsen wij met alle rationaliteit van ons menselijke verstand met het doel er allerlei beheerstechnieken op toe te passen. Ik denk hierbij aan Van Dantzig's succesvolle poging om de zeedijken van Nederland met een halve meter te verhogen vanwege de statistische onzekerheden bij de berekening van een en ander. Ik denk hierbij natuurlijk ook aan het eerste hoofdstuk "De droeve wereld" van Brouwers *Leven, kunst en mystiek*, dat als volgt begint: "Nederland ontstond en werd in stand gehouden door het afslibsel der rivieren; er vormde zich een evenwicht van duinen, deltagetijden en afwatering, een evenwicht, waarin mee waren opgenomen tijdelijke overstromingen van gedeelten der delta. En in dat land kon leven en voortleven een krachtig mensengeslacht. Intussen, men was niet tevreden, men bouwde dijken langs de rivieren, om de overstromingen te regelen of te belletten, verlegde de beddingen naar willekeur ter verbetering van de afwatering of scheepvaartverbinding, en hakte intussen de bossen om. Wat wonder, dat hiermee het subtiele evenwicht van Nederland werd ondermijnd, de Zuiderzee werd uitgevreten, en de duinen langzaam doch onverbiddelijk werden weggeslagen? En dat tegenwoordig steeds zwaarder werk nodig is, om het land te behoeden voor gehele ondergang? En doet het niet eigenaar-



dig aan te aanschouwen, hoe in die zelf op de hals gehaalde arbeid niet slechts wordt berust, maar er zelfs een verheven cachet op wordt gedrukt van een in naam van God of Onverbiddelijkheid opgelegde taak?"

Het mag dan zo zijn dat Brouwer negatief dacht over het doorvorsen van het milieu met het doel er beheerstechnieken op toe te passen, hij had wel een empiristische opvatting van natuurwetenschap. Hij schreef bijvoorbeeld: "De mens heeft een vermogen dat al zijn wisselwerkingen met de natuur begeleidt, het vermogen namelijk tot objectivering der wereld, het zien

in de wereld en volgreeksen, het zien in van herhalingen de wereld van causale systemen in de tijd." Medische statistici, econometristen en andere statistici herkennen hierin iets van het wezen van het werk dat zij doen.

Verbeelding en communicatie

Theoretische denkprocessen hebben innovaties nodig om niet te verzanden. Die vernieuwingen kunnen worden voortgebracht doordat een uitdaging wordt geformuleerd in de vorm van een wiskundige problematiek, een spelsituatie of van empirische gegevens. Naast zulke invloeden van buiten kan men

Dirk van Dalen

L.E.J. Brouwer

en de grondslagen van de wiskunde



ook denken aan een brainwave. Om te kunnen worden ingebouwd in het denkproces moeten deze invloeden in de vorm van een gedachtespinsel worden gegoten, een verbeelding als het meetkunde betreft, een verdichtsel als het een verhaal betreft. Men moet zich openstellen voor zulke intuïties. Brouwer verheerlijkte zulke invloeden door het intuïtionisme te stellen boven het formalisme. Hij wou dus als het ware de verbeelding aan de macht. In de wiskundige praktijk is het natuurlijk zo dat intuïties weinig invloed hebben als zij niet op een of ander manier worden geoperationaliseerd en worden ingebed in de formalismen

die de denkprocessen begeleiden. Brouwers preoccupatie met de voorstellingen die zijn ikheid omgaven en die door zijn ikheid voor waar werden gehouden, maakte dat hij zich niet gemakkelijk openstelde voor inzichten van anderen. Om bij Brouwer een gevoelige snaar te treffen moest men niet minder 'edel' zijn dan hijzelf. Met Adama van Scheltema en met Van Eeden wilde hij wel van gedachten wisselen maar met anderen had hij moeilijkheden. Hiermee zitten wij middenin de problematiek hoe een individu zijn weten moet beheren. Voor een wiskundige is het niet ongebruikelijk om zich af te sluiten voor de in-

zichten van anderen, tenzij, natuurlijk, deze inzichten van belang zijn voor het denkproces waar men mee bezig is.

De invloed van het intuïtionisme

Brouwer heeft ons dus nog steeds iets te zeggen vanwege zijn uitgesproken standpunten ten aanzien van de vier gememoreerde ingrediënten van een discussie. Wij richten onze aandacht nu op de vraag naar de invloed van het intuïtionisme. Hierbij onderscheid ik twee ontwikkelingslijnen, de eerste heel dicht bij de wiskunde en de tweede enerzijds behept met door toeval en onzekerheid ontstane ongewisheid en anderzijds voorzien van additionele informatie in de vorm van statistisch waarnemingsmateriaal.

De eerste lijn loopt van Brouwers hevige aanvallen op misbruik van het principe van het uitgesloten derde, via Heytings axiomatische opbouw van de intuïtionistische logica en Van Dalen, naar Barendregts λ -calculus. Het gaat hierbij om een verregaande formalisering en precisering van logica's met als doel elke mogelijkheid tot verwarring uit te sluiten zodat de computer weet waarom het gaat. In deze lijn heeft men weinig of niets te maken met ethische principes. Barendregt heeft dit eens ergens verwoord door te schrijven dat 'goed' is dat wat ons dichterbij brengt bij de wiskundige Waarheid en Schoonheid. Het doel bij deze eerste lijn is dus primair het grondslagenonderzoek voor de wiskunde, niet dat van de mathematische statistiek die bij de tweede lijn centraal zal staan. Ik besluit deze eerste lijn nu door von Mises aan het woord te laten [6]: "None of the three forms of the foundation of mathematics, the intuitionist, the formalistic, or the logicistic, is capable of completely rationalizing the relation between tautological systems and (extramathematical) experiences, which is its very purpose, i.e., to make this relation a part of the mathematical system itself."

De tweede lijn loopt van Brouwers empiristische opvatting van natuurwetenschap via Van Dantzig naar de mathematische statistiek. Het primaire doel is hier het bevorderen van het weten omtrent de wereld waarin wij leven door er waarnemingen aan te doen en door deze te bewerken tot zinvolle uitspraken omtrent aspecten van die wereld. Het primaire doel is dus anders dan dat waar von Mises het over had. Bij de uitwerking laten wij ons echter graag door de min of meer gemeenschappelijk gedachte ratio leiden.

Brouwer bewees slechts lippendienst aan zijn empiristische wetenschapsopvatting. Hij gebruikte, bijvoorbeeld, zijn geloof in de ge-

kromdheid van de ruimte waarin wij leven om kritiek uit te oefenen op Kants bewering dat synthetische oordelen a priori, zoals het Euclidisch zijn van de ruimte waarin wij leven, zowel aangeboren als onfeilbaar zijn. Terwijl Brouwer de Waarheid in zichzelf zocht ontstond bij Van Dantzig de overtuiging dat de wiskunde zich uit haar isolement moest bevrijden door buiten zichzelf te treden en als het ware de boer op te gaan. Hij bekeerde zich tot de mathematische statistiek en had al in 1940 een scherp oog voor de grondslagen hiervan. Enerzijds kun je die benaderen vanuit de waarschijnlijkheidstheoretische idealisaties die je hebt in de vorm van theorieën van Kolmogorov en Reichenbach, anderzijds zou je die empiristisch willen benaderen door het Bericht door de Natuur gegeven als uitgangspunt te nemen. Met die empiristische aanpak had Van Dantzig het in 1940 al even moeilijk als wij het er thans ook nog mee hebben. Hij verwoordde een en ander in zijn voordracht [5] op het gezamenlijke symposium van het Wiskundig Genootschap en de Natuurkundige Vereeniging in Delft. Van Dantzig had veel gevoel voor de geest van zijn tijd. Nadat de oorlog voorbij was sprak hij vol vuur over de crisis der zekerheden die was ontstaan en die hij veel breder zag dan Brouwers gedoe over de formele logica of die hij ontwaarde in de niet-dogmatische aanpak van de statistiek door Neyman, Wald en anderen. Van Dantzig had een voorgevoel van de verhalen die later aan de postmodernisten zouden worden toegeschreven. In het volgende wil ik proberen een visie te schetsen door naar voren te halen dat grote statistici zoals K. Pearson, R.A. Fisher, H. Cramér en vele anderen hebben gesteld dat het primaire doel van de statistiek is predictie, het doen van uitspraken over de concrete werkelijkheid die eens zullen kunnen worden geverifieerd of gefalsificeerd, althans in principe.

Wiskunde, wetenschap, samenleving

Terwijl het vanuit de wiskunde gezien aantrekkelijk is om zich te beperken tot zo abstract mogelijke theoretische aspecten van de wereld waarin wij leven, zo is het vanuit de samenleving gezien alleen maar nuttig als

concrete uitspraken worden gedaan over voor de praktijk relevante aspecten van die wereld, bijvoorbeeld een patiënt, de inflatie in Nederland volgend jaar bij bepaalde maatregelen, enzovoorts. Het deelnemen aan de wetenschappelijke discussie over zulke concrete onderwerpen, dat is de grootste uitdaging voor de wetenschap en voor de statistiek in het bijzonder. Als mathematisch-statisticus zal ik mij moeten beperken tot de mathematische structurering van het statistische deel van zo'n discussie. Hoewel dit deel een heel erg gezond uitgangspunt heeft, namelijk berichten aan de ware werkelijkheid ontleend, is het toch ook zo dat onze bijdrage tot de discussie slechts beperkt kan zijn omdat empirische gegevens ruimte laten voor onzekerheid. Van ons mag worden verwacht dat wij die onzekerheid op een verantwoorde wijze inschatten en tot uitdrukking brengen. Om deze taak uit te voeren gaan wij echter nogal rücksichtslos te werk door de statistische problematiek uit het verband van de hele discussie te lichten, om deze vervolgens te mathematiseren en, aldus, te verabsoluteren.

Dit is niet de plaats voor een systematische behandeling van een en ander. Ik wil mij beperken tot commentaar van een longarts ten aanzien van de beperktheid van onze eventuele bijdrage tot de discussie over een individueel geval en tot een mogelijke aanpassing aan de werkelijkheid van Brouwers "schat van voorstellingen waarin de ikheid gelooft en die die ikheid doen leven".

Allereerst die longarts. Geconfronteerd met allerlei Groningse pogingen om de statistische onzekerheden in de kansen van individuele patiënten te schatten omdat die in een groepsbespreking van belang zijn (men moet zich niet zekerder of onzekerder voordoen dan men eigenlijk hoort te zijn) zei die longarts dat in de groepsbesprekingen waar hij aan deelnam de wetenschap ten aanzien van de patiënt slechts een ondergeschikte rol speelde. Men wist alles wel zo'n beetje maar het ging dan primair om wie doet dit en wie doet dat, hoe verdelen wij de verantwoordelijkheden. Zo is het natuurlijk ook, en zo moet het ook.

Terug naar Brouwer

Brouwers beschrijving van de voor hem ware kennis als "de schat van voorstellingen die de ikheid omgeven en waarin de ikheid gelooft" is eenzijdig in die zin dat twijfel wordt uitgesloten. Binnen de zuivere wiskunde kan men misschien wel iets met zo'n omschrijving maar erbuiten is ongewisheid in het spel en houdt men niets over als men absolute zekerheden wil. Men zal enige vaagheid moeten tolereren. Maar wat gaat het goed als men Brouwers definitie in postmodernistische zin herformuleert door de kennis van een ikheid te omschrijven als "de schat van voorstellingen (verbeeldingen en verhalen, de postmodernisten hebben het over 'teksten') die de ikheid omgeven en waarvan de ikheid weet heeft en geloof aan hecht". Beperken wij ons tot een concreet object van wetenschap, bijvoorbeeld een patiënt, dan zullen de participanten in de discussie hun kennis omtrent dit object moeten inbrengen in de algemene discussie. Bij die algemene discussie wordt het object van onderzoek wel benoemd maar er treedt toch een soort vervreemding op waarbij de patiënt als 'een geval' wordt beschouwd. Bij het inbrengen van de kennis van de individuele participanten treden allerlei vertekeningen op. Niettemin ontstaat zo iets als een gemeenschappelijke kennis ten aanzien van het object van onderzoek, een schat van elkaar aanvullende en tegensprekende teksten, de ene geloofwaardiger dan de andere, sommige wellicht zelfs opzettelijk misleidend. In het geval van een patiënt is er een gemeenschappelijk doel dat min of meer dicteert hoe in hoofdlijnen moet worden gedacht: het belang van die patiënt. In andere gevallen is zo'n gemeenschappelijk doel niet aanwezig en wordt de discussie heel erg moeizaam. Men heeft dan een soort communistisch manifest nodig. Brouwers solipsistisch manifest schiet hopeloos tekort maar wat is het aantrekkelijk voor diegenen, zoals ik, die een sterke drang voelen tot zelfinkeer. ←

Dankbetuiging

Commentaar van Dr. H.J. Buurema en van Jaap Top leidde tot aanzienlijke verbeteringen.

Referenties

- Adama van Scheltema, C.S. en Brouwer, L.E.J., *Droeve snaar, vriend van mij* — Brieven. Amsterdam: Arbeiderspers, 1984.
- Brouwer, L.E.J., *Wiskunde, Waarheid, Werkelijkheid*. Groningen: Noordhoff, 1919.
- Dalen, D. van, L.E.J. Brouwer 1881–1966, een biografie. Amsterdam: Bert Bakker, 2001.
- Dalen, D. van, L.E.J. Brouwer en de grondslagen van de wiskunde. Utrecht: Epsilon, 2001.
- Dantzig, D. van, *Mathematische en empiristische grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening*. Ned. T. Natuurk. **8**, nr. 1 en 2, 1941.
- Mises, R. von, *Mathematical Postulates and Human Understanding*. In: J.R. Newman (ed.), *The world of Mathematics*. Redmond, WA: Tempus books of Microsoft press, 1988.
- Peursen, C.A. van, *Na het postmodernisme: van metafysica tot filosofisch surrealisme*. Kampen: Angora Kok, 1994.