

Boekbesprekingen

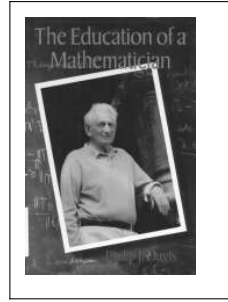
| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn op onze webpagina te vinden.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG
 Instituut voor wiskunde en informatica
 Postbus 800, 9700 AV Groningen
 Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>
 E-mail: revwg@math.rug.nl



P.J. Davis

The education of a mathematician

Natick: A K Peters, 2000

368 p., prijs \$ 29.95

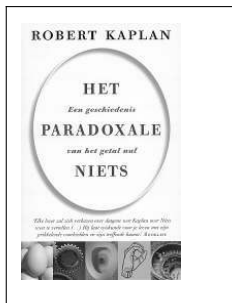
ISBN 1-56881-116-0

The author is a well-known mathematician, particularly through his work in numerical analysis and approximation theory as well as through his work as a philosopher and historian in the field of mathematics. This book is not a mathematics book but rather a collection of essays, often of an anecdotic nature, covering quite a number of subjects, but concentrating on the role of mathematics in society and the other way around. But it is also an autobiography. For instance, he relates how already at school he had a vivid interest in mathematics and how he was struck by the beauty and rigor of geometry, but also how his belief in the infallibility of geometry was put to the test by the well-known 'proof' that every triangle is isosceles.

In his early years as a student he was a great fan of Whitehead and Russel's *Principia Mathematica* and it is rather hilarious to read how he was turned off from formalism: although he knew a great deal about it from a course by Quine, his fiancée, who in her own words "hadn't a clue as to what was going on", by just using some common sense got higher marks than he. Nevertheless, the quest for absolute knowledge has never left him, and he relates with great satisfaction his being invited by the Imperial College, London, in 1998 to give the first Whitehead Memorial Lecture. We also read about many important mathematicians whom he has met and has worked with in his student years at Harvard and in his professional life, and who have thereby contributed to his education as a mathematician (the title of the book). In 1950 he got his Ph.D, but much to his dismay, there were then no university positions available. He finally landed in the National Bureau of Standards, where he could do research, for example, leading to a contribution to the standard work of Abramowitz and Stegun, but where he had no opportunity to pursue his essayistic ambitions.

The situation changed dramatically in a few years time in the aftermath of the launching of Sputnik 1. There were now jobs galore and, as he notes as an aside, the universities now came to him instead of he to them. He chose for Brown University, an important place for applied mathematics, and that is where he stayed. They offered him the opportunity to do both research and writing, although they did not expect a great deal of the latter. However, 30 years later one may well say that they have been proved wrong, to the satisfaction of all parties concerned. A rather unusual feature of the book is that in a sense it is dedicated to Thomas J. Jefferson (1743–1826), third president of the US, the reason being that he was not only a politician but also a philosopher who knew a good bit of mathematics and science, and who clearly saw the importance of these disciplines for society. The author wishes to update Jefferson's Ghost on the current state of mathematics, and so on several occasions he addresses the Ghost, using this as a vehicle to impart to the reader his views on the role of mathematics in today's civilization.

A. van der Sluis

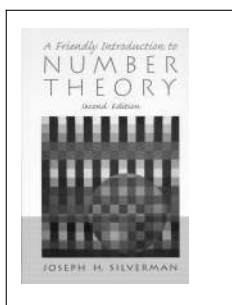


R. Kaplan
Het paradoxale niets
 Amsterdam: Bert Bakker, 2000
 255 p., prijs €16,56
 ISBN 90-351-2140-6

Het boek draagt als subtitel "Een geschiedenis van het getal nul". Het oorspronkelijk in het Engels geschreven werk is vertaald door Aat van Uijen. Mijn belangrijkste bezwaar tegen dit boek is de schrijfstijl. En ik weet niet of dat de auteur danwel de vertaler is aan te rekenen. Een idee over de gebruikte stijlform krijgt men uit de volgende twee voorbeelden. "Om de verschuiving van het achtergrondparadigma bij te kunnen houden, begon men de wisselwerking tussen getallen te zien als manifestatie van deze axioma's, die van ver het weefsel van ons begrip strakgespannen houden als een trampoline." (p.97) "Al hun terreinopnamen van gebieden, die waren gemaakt van oneindig veel onzichtbare lijnen en vormen die achterbleven nadat hun afmetingen waren verwijderd, zijn telegrammen uit het binnenland, bedoeld om de wereld te doen opschrikken." (p.181)

Wanneer men zich door deze stijlbloempjes heenslaat, leest men een interessante verhandeling over invoering en gebruik van het getal nul. Deze reis door de geschiedenis start bij de Soemeriërs en eindigt met Gödel en von Neumann. Wij zien een kuiltje in het tafelblad van de rekentafel geleidelijk transformeren tot een cirkeltje in cijferrijen, fundamentele problemen zoals delen door nul en nul oneindig dicht benaderen opkomen en al dan niet bevredigend opgelost worden. Gelukkig vraagt de auteur weinig wiskundige kennis van de lezer.

J.H. Jongejan



Joseph H. Silverman
A friendly introduction to number theory (2e editie; 1e editie 1997)
 Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001
 386 p., prijs \$70.50
 ISBN 0-13-030954-0

Dit boek is de ideale inleiding in de getaltheorie. Ook wie niet meer wiskundige achtergrond heeft dan middelbare school algebra kan dit boek zonder meer lezen, analyse is niet eens nodig. De eerste hoofdstukken behandelen traditionele onderwerpen uit de getaltheorie, zoals bijvoorbeeld Pythagoreïsche drietallen, priemgetallen, modulair rekenen en de Pell-vergelijking. Latere hoofdstukken schenken ook aandacht aan meer moderne onderwerpen, met name RSA-cryptografie en modulariteitseigenschappen van elliptische krommen. Het boek is geschreven in een constante levendige en enthousiasmerende stijl. Daarbij staat één thema steeds op de voorgrond: in de getaltheorie gaat het om het verzamelen van gegevens over natuurlijke getallen, het herkennen van patronen in die gegevens, en het geven van bewijzen dat die patronen algemeen zijn. (Het boek maakt overigens het waardevol-

le onderscheid tussen *proofs* en *verifications*.) Een voorbeeld: maak een lijst van alle oneven priemgetallen onder de 100 en kijk welke te schrijven zijn als som van twee kwadraten en welke niet. Wat is het patroon dat hierin te herkennen valt? Welnu, de priemgetallen die te schrijven zijn als som van twee kwadraten blijken precies alle priemgetallen te zijn die 1 zijn modulo 4. Is dit patroon algemeen? De schrijver laat stapje voor stapje zien dat het antwoord "ja" is. Hij volgt hierbij Fermats klassieke bewijs via 'descent'. De schrijver moedigt de lezer voortdurend aan om ook zelf op zoek te gaan naar data, naar patronen en naar bewijzen. De vele opgaven in het boek zijn hierbij een waardevol aanknopingspunt. Als er al een minpunt is aan dit boek, dan is dat wellicht de mijns inziens onterechte omissie van een bewijs van de kwadratische reciprociteitswet. Het boek telt al ruim 380 pagina's, soms met lange bewijzen. Er is bijvoorbeeld een compleet bewijs van het bestaan van unieke factorisatie in de gehele van Gauss. Dus een paar pagina's meer voor een bewijs van de kwadratische reciprociteitswet hadden er best bijgekund.

R. de Jong



M. Waldschmidt
Diophantine approximation on linear algebraic groups
 (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften; 326)
 Berlin: Springer-Verlag, 2000
 633 p., prijs \$ 94,-
 ISBN 3-540-66785-7

De auteur van het hier besproken boek is één van de actiefste onderzoekers op het gebied van de transcendent getallen en mag wel als de grondlegger van de Franse transcendentieschool worden beschouwd. In het boek behandelt hij onder meer de stellingen van Baker over lineaire vormen in logaritmen van algebraïsche getallen en generalisaties daarvan. Het boek bestaat uit vijftien hoofdstukken en een uitgebreide bibliografie. Twee van de hoofdstukken, waarin de benodigde algebraïsche meetkunde wordt behandeld, zijn geschreven door D. Roy.

Als toelichting op de inhoud van Waldschmidt's boek maken we enkele historische opmerkingen. In 1873 bewees Ch. Hermite dat e transcendent is. In 1882 bewees F. Lindemann dat voor elk algebraïsch getal $\alpha \neq 0$ het getal e^α transcendent is. In het bijzonder impliceert dit dat π transcendent is. In de jaren 1930 bewezen de Rus A.O. Gel'fond en de Duitser Th. Schneider onafhankelijk van elkaar en met verschillende methoden dat α^β transcendent is wanneer α, β algebraïsche getallen zijn met $\alpha \neq 0, 1$ en β irrationaal. In 1966 bewees A. Baker de volgende generalisatie van de resultaten van Hermite, Lindemann, Gel'fond en Schneider: neem aan dat $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_0, \dots, \beta_n$ algebraïsche getallen zijn zodat $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ multiplicatief onafhankelijk zijn en β_0, \dots, β_n niet alle gelijk aan 0; dan is $e^{\beta_0} \alpha_1^{\beta_1} \dots \alpha_n^{\beta_n}$ transcendent. Een gevolg hiervan, in feite equivalent hieraan, is dat onder de bovengenoemde aannamen voor de getallen α_i en β_i de lineaire vorm $\Lambda := \beta_0 + \beta_1 \log \alpha_1 + \dots + \beta_n \log \alpha_n$ ongelijk is aan 0. Het jaar daarop bewees Baker een kwantitatieve versie, waarin hij een expliciete ondergrens voor $|\Lambda|$ geeft in termen van de getallen α_i en β_i . Deze resultaten zijn later op allerlei manieren verscherpt en gegeneraliseerd. Het werk van Baker was een grote

doorbraak en leidde bijvoorbeeld tot een oplossing voor het klas-sengetal 1-probleem van Gauss (Baker en Stark) en tot effectieve oplossingsmethoden voor allerlei klassen van Diophantische vergelijkingen (Baker en anderen).

Waldschmidt beperkt zich in zijn boek tot standaard logaritmen en gaat niet in op p -adische, elliptische of abelse logaritmen. In de eerste tien hoofdstukken geeft Waldschmidt een historische inleiding, behandelt de benodigde technische hulpmiddelen, en geeft bewijzen van de bovengenoemde stellingen van Hermite-Lindemann, Gel'fond-Schneider en Baker. Waldschmidt volgt daarbij niet de bewijsmethode van Baker, maar een andere, rond 1990 door M. Laurent gesuggereerde methode gebaseerd op zogenaamde interpolatiedeterminanten.

In de hoofdstukken elf tot en met vijftien staat de van Waldschmidt zelf afkomstige Stelling van de Lineaire Ondergroep (Linear Subgroup Theorem) centraal. Ruw gezegd geeft deze stelling een expliciete ondergrens voor de rang van een matrix waarin zowel algebraïsche getallen als logaritmen van algebraïsche getallen voorkomen. De stelling van de lineaire ondergroep impliceert onder meer het transcendentieresultaat van Baker ($\Lambda \neq 0$) en een aantal andere bekende transcendentieresultaten. Waldschmidt geeft ook nog een uitermate gecompliceerde kwantitatieve versie van de stelling van de lineaire ondergroep en leidt daaruit allerlei kwantitatieve transcendentieresultaten af.

Waldschmidt heeft zich met zijn boek niet alleen tot de transcendentie-experts willen richten maar ook tot relatieve buitenstaanders die zich het onderwerp eigen willen maken. Het boek vereist geen specialistische voorkennis, ook niet voor wat betreft de behandelde algebraïsche meetkunde, en elk hoofdstuk is voorzien van een groot aantal opgaven. De eerste zeven hoofdstukken zijn voor niet-specialisten het meest interessant. Daarin wordt uitgebreid ingegaan op de historische ontwikkelingen en krijgt de lezer een goede indruk van de bewijstechnieken die in het boek worden gebruikt. Vanaf hoofdstuk acht wordt het boek steeds technischer. De laatste hoofdstukken bevatten allerlei resultaten die weliswaar voor specialisten erg interessant zijn maar voor niet-specialisten toch moeilijk op waarde zijn te schatten.

Naar mijn mening is het hier besproken boek een belangrijke toevoeging aan de transcendentie-literatuur. Ik vond de inhoud erg de moeite waard. Er is vrijwel geen overlapping van dit boek met andere literatuur over transcendente getallen. Het boek is geen standaardwerk omdat het maar een beperkt gebied van de transcendentietheorie bestrijkt, maar het geeft toch een goede indruk van het soort onderzoek dat in de transcendentietheorie gaande is.

J.H. Evertse

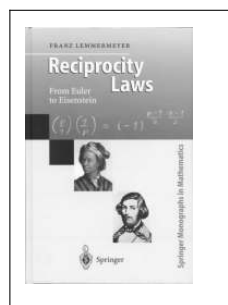
puter Science gaat. ANTS' vierde aflevering beslaat in boekvorm een veertigtal nogal diverse bijdragen over de algoritmische kant van getaltheoretische vraagstukken. De diversiteit van de bijdragen komt tot uitdrukking in zowel de onderwerpen, die lopen van het tellen van punten op hyperelliptische krommen tot het tellen van Goldbach-partities, als de moeilijkheidsgraad, die varieert van Hecke-operatoren en modulaire symbolen tot het berekenen van grootste gemene delers in $\mathbb{Z}[i]$.

Zoals te verwachten valt, komen bekende problemen aan bod als roosterreductie en het berekenen van de discrete logaritme voor eindige lichamen en elliptische krommen. In de behandeling van deze problemen wordt er met name gevarieerd op bekende algoritmen, zodat computationele aspecten als efficiëntie worden geperfectioneerd, zonder dat er wezenlijk nieuwe ideeën worden geïntroduceerd. Hierdoor zal, naar ik vermoed, de aandacht voor deze artikelen beperkt blijven tot ingewijden.

Wel wat nieuwer lijkt de aandacht te zijn voor het efficiënt rekenen met de groepswet op de K -rationale punten van de Jacobiaan van een hyperelliptische kromme. Dit in het kader van het implementeerbaar maken van de toepassingen van hyperelliptische krommen in de cryptologie. Deze interesse lijkt een logisch gevolg van de belangstelling voor elliptische krommen die al veel langer bestaat.

Ik zal geen opsomming geven van de onderwerpen die in deze bundel de revue passeren, alhoewel zo'n opsomming een aardige indruk geeft van wat er op dit moment op het gebied van de algoritmische getaltheorie gebeurt. Toch zal de bundel niet als kaleidoscopische introductie op dit gebied gaan fungeren, omdat de meeste bijdragen direct overgaan tot hun eigenlijke, ietwat specialistische onderwerp, zonder dat ze dit eerst inbedden in een algemenere context. Dit boek zal alleen dienst kunnen doen als naslagwerk, waarschijnlijk geheel in lijn met de doelstelling van de samenstellers.

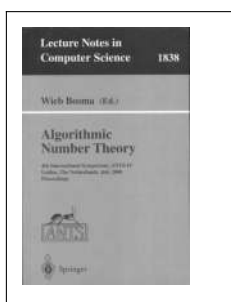
G.J. van der Heiden



F. Lemmermeyer
Reciprocity laws
(Springer Monographs in Mathematics)
 Londen: Springer-Verlag, 2000
 487 p., prijs \$79.95
 ISBN 3-540-66957-4

Eine ungerade Primzahl ist ein Quadrat modulo einer anderen ungeraden Primzahl, genau dann wenn dies mit vertauschten Rollen wahr ist, ausser wenn beide Primzahlen kongruent zu 3 modulo 4 sind, in welchem Falle das Gegenteil gilt. Für diese, in etwas anderer Form, zuerst von Euler formulierte Aussage über 'quadratische Reste' fand Gauss als Erster gleich acht verschiedene Beweise, weshalb sie heute auch unter dem Namen 'Gauss'sches Reziprozitätsgesetz' bekannt ist.

Ähnliche Gesetze lassen sich für höhere Potenzreste ganzer algebraischer Zahlen aufstellen, wobei dann die entsprechenden Einheitswurzeln vorhanden sein müssen. So waren Eisenstein bereits ein kubisches, quartisches und sextisches Reziprozitätsgesetz im dritten beziehungsweise vierten Kreisteilungskörper bekannt. Auch wenn sich diese klassischen Resultate für den heu-



W. Bosma (ed.)
Algorithmic number theory
(Lecture notes in computer science; 1838)
 Berlin: Springer-Verlag, 2000
 615 p., prijs \$ 91,-
 ISBN 3-540-67695-3

De mier die op de voorkant prijkt toont in één oogopslag waarover bundel nummer 1838 uit Springers serie *Lecture Notes in Com-*

tigen Zahlentheoretiker allesamt unter der Klassenkörpertheorie subsumieren, so ist ihre Aufarbeitung sowohl, weil sie sehr explizit sind, als auch aus historischen Gesichtspunkten interessant und sinnvoll. In dieser Hinsicht schliesst das vorliegende Buch sicherlich eine bisher vorhandene Lücke. Sein Untertitel *From Euler to Eisenstein* deutet an, dass allein elementare (d.h. algebraische Zahlen betreffende) Reziprozitätsgesetze behandelt werden. Die weitere Entwicklung von der Einführung der Ideale(n Zahlen) durch Kummer bis zur Klassenkörpertheorie nach Takagi und Artin will der Autor einem zweiten Band vorbehalten.

Vier der acht Gauss'schen Beweise werden in den ersten drei Kapiteln durchgeführt. Zu ihrem Verständnis werden Kongruenzhalbsysteme, die Genustheorie quadratischer Zahlkörper, Kreisteilungskörper und quadratische Gauss-Summen besprochen. Als Anwendung beweist der Autor den Lucas-Lehmer-Test für Mersenne'sche Primzahlen. Schliesslich wird noch der Zusammenhang zu Hilberts quadratischer Reziprozität in den rationalen Zahlen hergestellt.

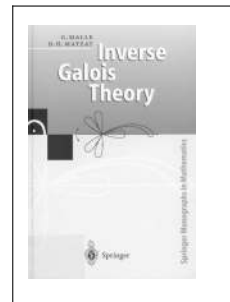
Danach werden das allgemeine Kummersche Potenzrestsymbol in einem algebraischen Zahlkörper sowie die höheren Gauss- und Jacobi-Summen eingeführt. Ihre Primidealzerlegung liefert dann jeweils den entscheidenden Schritt im Beweis der quartischen, kubischen, sextischen, oktischen und ℓ -ten (Eisensteinischen) Reziprozitätsgesetze, die im wesentlichen den Rest des Buches füllen. Eisensteins analytische Beweise führen den Leser zudem über Lemniskate und elliptische Funktionen bis hin zur Theorie der komplexen Multiplikation. Einen Ausflug in die arithmetische Geometrie erlaubt sich der Autor dann noch im zehnten Kapitel ausgehend von Gauss' letztem Tagebucheintrag. Hier werden die Reziprozitätsgesetze mit zyklotomischen Zahlen, dem Primzahlsatz und den Weil-Vermutungen in Zusammenhang gebracht.

Der gesamte Text, vor allem das erste Kapitel, ist angereichert mit historischen Hintergrundinformationen und Zitaten. Eine Fülle von Übungsaufgaben sollen den Leser zum Mitdenken und Mitrechnen anregen. Auffällig ist die ausführliche Literaturliste, die insgesamt mehr als 1600 Referenzen umfasst. Dem nur vierseitigen Stichwortverzeichnis steht eine sechsstufige Chronologie von Beweisen des quadratischen Reziprozitätsgesetzes und ein 16-seitiger Autorenindex gegenüber.

Trotz der vom Autor jeweils gegebenen Einführungen scheinen mir Grundkenntnisse in algebraischer Zahlentheorie zum Verständnis des Buches erforderlich zu sein. Die Darbietung des Stoffes habe ich beim Lesen als recht unübersichtlich empfunden. So manches Mal musste ich innehalten, um eine Notation oder Definition aufzusuchen, die dann entweder überhaupt nicht oder zum Beispiel in unverständlicher Form zwischen den historischen Anmerkungen eines früheren Kapitels zu finden war. Der Text weist stellenweise so viele Druckfehler und unklare Begrifflichkeiten auf, dass sein mathematischer Sinngehalt (mit bedingt durch den sehr impliziten Stil des Autors) zuweilen nur noch mit äusserster Mühe zu erschliessen ist. Es wäre zu hoffen, dass dieser Nachteil in einer zweiten Auflage behoben wird.

Nach allem ist mir nicht ganz deutlich, an welche Leserschaft sich das Buch eigentlich richtet. Zwar enthält es einige thematische Anregungen, die man in eine Vorlesung einfließen lassen könnte, doch ist es wohl weniger als Lehrbuch denn als historisches Nachschlagewerk oder vielleicht als Schmökerlektüre für den Liebhaber geeignet. Zumindest der Rezensent hat es ja nun

gelesen und dabei — auch wenn ihm das nicht immer leicht gemacht wurde — einige interessante Dinge dazugelernt. R. Auer



G. Malle and B. H. Matzat
Inverse Galois theory

(Springer monographs in mathematics)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

436 p., prijs €48,95

ISBN 3-540-62890-8

Galois theory describes properties of a field extension: adjoining all (simple) zeros of a polynomial to a base field K , we obtain an extension $L \supset K$, and subgroups of the automorphism group of that extension — the Galois group — are precisely the intermediate fields. This is one of the essential tools in algebra, but also in various other domains, such as number theory and algebraic geometry.

The inverse problem of Galois theory asks whether for a given base field K and a given group G there is an extension such that $\text{Gal}(L/K) \cong G$. Already Emmy Noether considered this problem. Many efforts, by Hilbert, Emmy Noether and many other mathematicians, have been devoted to this problem, and several special cases have been solved. But basically the problem is unsolved: *it is not known whether for any number field K and any finite group G the inverse problem has an affirmative solution.*

This book is devoted to this problem, describing several cases which have been solved, and discussing several methods and techniques which can be applied for a possible solution. Let me discuss first whether this is an interesting problem. As we see so often in mathematics, a good question, a difficult problem challenges us to find new ways, to develop new ideas; this intriguing problem turns out to have exactly this effect. And the book under review is a good example of such a development.

Let us mention some of the ideas described in this book. Hilbert developed the theory of specialization of coefficients of a polynomial in such a way that the polynomial remains irreducible, the famous *Hilbert irreducibility theorem* from 1892. Emmy Noether in 1918 asked whether a field of invariants under the action of a group of a purely transcendental extension (of the field of rational numbers) is a again purely transcendental, the *Emmy Noether problem*. In this form the problem has a negative answer, but it took us more than 50 years before this was observed: Swan in 1969, with more general results by H. W. Lenstra in 1974, and Saltman in 1984. We see that the inverse Galois problem cannot be solved completely in the way suggested by Emmy Noether. However it gave rise to a large number of partial results, beautiful attempts and much more: The notion of *rigidity* gives the bridge between a geometric approach (existence of coverings of the projective line) and algebra, thus solving an impressive number of cases of the inverse Galois problem. These are recorded in the first half of this book, the first three chapters. Results obtained along these lines are impressive, and the present book gives an excellent access to this part of the theory.

In 1954 Shafarevich proved an affirmative solution to the inverse Galois problem in case of a *solvable group* G over a number

field; this way of viewing things was initiated by Scholz, 1937, and by Reichardt, 1937; an unclear point in the proof by Shafarevich was proven rigorously much later by Neukirch in 1979.

Once we know how to solve the problem for certain groups, it is natural to consider the question of constructing Galois extensions with composite groups from given Galois extensions with simple Galois groups, the 'embedding problems'; these are discussed in the fourth chapter.

The solution of the inverse Galois problem over $C(t)$ was solved by topological and geometric methods. In the last chapter of this book a similar approach for any ground field complete with respect to a non-archimedean valuation is discussed. This is connected with the Abhyankar conjecture (1957, concerning finite quotients of the fundamental group of an algebraic curve in positive characteristic), and the solution by Serre (1990), Raynaud (1994) and Harbater (1994). These proofs use rigid analytic methods: 'patching over complete valued fields'; these are discussed in the final chapter.

The authors state that they consider the 'field theoretic approach'. Indeed, that is central in this book. Geometric and analytic methods do play a role, but the emphasis is on algebraic and explicit methods. This results in a book which is impressive with respect to the variety of situations covered, the number of cases studied and the long lists of explicit equations giving certain extensions. In general the exposition in this volume is precise and rather technical. A reader wanting to have a more geometric approach, or in need of a more down-to-earth approach could consult J.-P. Serre, *Topics in Galois theory*, or H. Völklein, *Groups as Galois groups — an introduction*. Also the book M. Fried & M. Jarden, *Field arithmetic*, gives a beautiful point of view.

The restriction on topics to be discussed the authors impose on themselves seems wise. Therefore other topics remain untouched, such as the Grothendieck anabelian conjectures, and a possible description of the absolute Galois group of \mathbb{Q} via the Grothendieck-Teichmüller group.

The Inverse Galois problem is still wide open. This book, rich in details, results, methods discussed, and description of special cases proved, is a valuable source for many aspects of this fascinating circle of ideas.

F. Oort

de fractionele idealen vormen een monoïde onder de vermenigvuldiging. Twee fractionele idealen worden equivalent genoemd als ze gelijk zijn op een hoofdideaal na, en de equivalentieklassen vormen de klassegroep. Een alternatieve beschrijving is de volgende: kijk naar isomorfismeklassen van projectieve modulen van rang 1. Deze vormen een groep onder de operatie geïnduceerd door het tensorproduct.

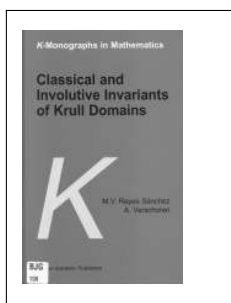
Men kan zich afvragen of de klassegroep kan veralgemeend worden naar willekeurige commutatieve ringen. De beschrijving via projectieve modulen van rang 1 kan direct veralgemeend worden, en dit levert de Picard groep van een commutatieve ring op. Voor integraal gesloten commutatieve ringen, of, meer algemeen, voor Krull domeinen kan ook de andere definitie veralgemeend worden, en dit geeft ons de klassegroep van een Krull domein. In het algemeen is de klassegroep niet gelijk aan de Picard groep, maar wel bestaat er een groepshomomorfisme tussen beiden. Voor een Dedekind domein, in het bijzonder een getallenring, vallen beide invarianten samen, en dit komt eigenlijk doordat in een Dedekind domein alle priemidealen van hoogte 1 zijn.

Gelijkaardige fenomenen treden op voor andere invarianten, zoals de Brauer groep. De Brauer groep meet hoever een centraal simpele algebra (over een lichaam) of een Azumaya algebra (over een commutatieve ring) kan afwijken van een matrixring of een endomorfismenring. Over een noethers integraal gesloten domein voerde Yuan reflexieve Azumaya algebras in, en de reflexieve Brauer groep. Hij liet ook zien dat er een exacte rij is die de Picard groep, de klassegroep, de Brauer groep, en de reflexieve Brauer groep met elkaar verbinden. Een mysterieuze vijfde term — de Brauer-klassegroep — treedt hierin op.

Begin jaren tachtig toonden Van Oystaeyen en de tweede auteur aan dat dit alles onderdeel is van een meer algemene theorie: voor elke torsietheorie op de categorie der modulen over een commutatieve ring kan men een Picard groep en een Brauer groep geassocieerd aan die torsie theorie definiëren. De twee hierboven beschreven gevallen krijgen we als we de torsietheorieën bekijken geassocieerd aan respectievelijk alle priemidealen, en de priemidealen van hoogte 1 (wat nog eens impliceert dat beide theorieën samenvallen over Dedekind domeinen).

Het boek gaat over de 'divisoriële' invarianten van Krull domeinen, dit zijn de invarianten relatief aan de torsietheorie voortgebracht door de priemidealen van hoogte 1. Niet alleen de klassegroep en de reflexieve Brauer groep worden uitgebreid behandeld, maar ook andere invarianten. Veel aandacht wordt besteed aan involutieve invarianten (de Hermitische Picard groep en de involutieve Brauer groep) waarover de onderzoeksgroepen van beide auteurs tijdens de voorbije jaren uitgebreid publiceerden. Verder wordt een divisoriële versie van Galoistheorie behandeld, en de diverse cohomologische beschrijvingen van de divisoriële invarianten.

Uiteraard is dit een werk voor specialisten. Niettemin deden de auteurs een inspanning om het ook voor een breder publiek toegankelijk te maken, zo kan ik het inleidend hoofdstuk over Krull domeinen ten zeerste aanbevelen. Het hele boek is trouwens geschreven in een vlotte en coherente stijl, met hier en daar tussen de lijnen een relativerend gevoel voor humor — misschien ware het beter om over 'relativerende' invarianten te spreken. S. Caenepeel



M.V. Reyes Sánchez and A. Verschoren
Classical and involutive invariants of Krull domains

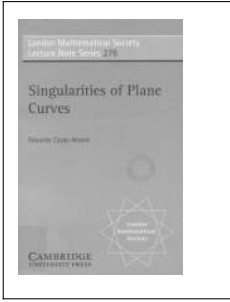
(*K-monographs in mathematics*; 5)

Dordrecht: Kluwer, 1999

267 p., prijs €99,83

ISBN 0-7923-5719-1

De ring der gehele getallen is een hoofdideaalring. Dezelfde eigenschap geldt niet voor alle ringen van gehelen in een getallenlichaam: in het algemeen bestaan er idealen die geen hoofdideaal zijn. Sterker zelfs: indien het zo zou zijn dat alle getallenringen hoofdideaalringen zijn, dan zouden we een eenvoudig bewijs van de stelling van Fermat kunnen geven. Hoever getallenringen afwijken van hoofdideaalringen wordt beschreven door de klassegroep. Deze invariant wordt eenvoudig gedefinieerd als volgt:



E. Casas-Alvero
Singularities of plane curves
(LMS lecture notes series; 276)
 Cambridge: Cambridge university press, 2000
 345 p., prijs £29.95
 ISBN 0-521-78959-1

Hoe singulier een algebraïsche kromme lokaal is, kan op verschillende manieren gemeten worden. Voor de topologische beschrijving beperken we ons tot het klassieke geval van complexe krommen door de oorsprong in \mathbb{C}^2 . De doorsnede van de kromme met de rand van een voldoende kleine bol om de oorsprong geeft een knoop (of schakel, als de kromme meer dan een tak heeft) in een 3-sfeer, en wel een geïtereerde torusknoop. We noemen twee krommen equi-singulier als hun knopen topologisch equivalent zijn. Dezelfde equivalentierelatie kan ook met algebraïschmeetkundige middelen verkregen worden. De eerste methode gaat terug op Newton. In een singulier punt geldt de impliciete functiestelling niet meer, maar we kunnen y toch als machtreeks in x schrijven, als we gebroken machten toelaten. Dit geeft voor een irreducibele kromme de zogenaamde Puiseux ontwikkeling. De exponenten bepalen het type van de geïtereerde torusknoop. De andere benadering gebruikt de ingebedde resolutie; topologisch correspondeert dit met de Waldhausen-decompositie van het complement van de schakel.

Beide methoden leveren discrete invarianten, die het topologische type volledig bepalen. Hoe je van de ene naar de andere beschrijving komt, staat al beschreven in twee boeken van F. Enriques, *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche* (Pubblicate per cura del Dott. Oscar Chisini) uit 1915 en 1918. Centraal in Enriques' benadering staat het concept van oneindig dichtbijpunten. In de gewone definitie van een raaklijn als limiet van sekanten hebben we een variabel punt op een kromme, dat 'oneindig dichtbij' een vast punt, zeg de oorsprong, komt. Het ligt als het ware bovenop de oorsprong, maar onthoudt nog zijn richting. Als we nu het vlak opblazen in de oorsprong, dat wil zeggen het punt vervangen door de projectieve lijn van alle richtingen, wordt de raakrichting een echt punt op de opblazing. Dit maakt een algebraïsch-meetkundige definitie mogelijk, los van alle differentiaalrekening.

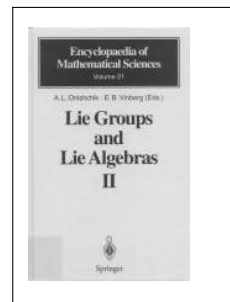
De auteur van het onderhavige boek is goed thuis in het werk van Enriques en heeft de grote verdienste de inhoud daarvan gemoderniseerd en toegankelijk gemaakt te hebben. Oneindig dichtbijpunten spelen een centrale rol. De lezer kan een duidelijke behandeling van Enriques' 'ontladingsprincipe' vinden. Bewust kiest de auteur voor Enriques' meetkundige benadering. Topologische aspecten komen nauwelijks aan de orde, met de motivering dat die al goed beschreven staan in bijvoorbeeld *Ebene algebraïsche Kurven* uit 1981 van Egbert Brieskorn en Horst Knörrer.

Het boek begint met het Newton-Puiseux algoritme. Daarmee wordt de Weierstrass voorbereidingsstelling in het speciale geval van twee variabelen bewezen. De delingsstelling is volgens een bekend argument equivalent met de voorbereidingsstelling, maar wordt hier zelfstandig, alweer met de Puiseux ontwikkeling bewezen. Dit is typerend voor het boek: het biedt interessante gezichtspunten, maar de bewijzen zijn vaak aan de lange kant.

De tweede helft van het boek behandelt nieuwere onderwerpen. Hoofdstuk zes gaat over polaire krommen en daarvan afgeleide invarianten. Deze hangen in het algemeen niet alleen van de equisingulariteitsklasse af. Hier bestudeert men een functie f van twee variabelen tezamen met een algemene lineaire functie. Dit kan gegeneraliseerd worden tot f samen met een andere functie g . Hoofdstuk zeven, over lineaire families van kiemen, gaat daarover, met toepassingen op speciale μ -constante deformaties. Tenslotte wordt Zariski's theorie van valuaties en complete idealen beschreven in termen van oneindig dichtbijpunten.

De tekst op de achterflap klopt half: dit boek is erg nuttig voor onderzoekers in het gebied, maar als leerboek is het minder geschikt door de eenzijdige benadering; Brieskorn-Knörrer is nog steeds het beste boek.

J. Stevens



A.L. Onishchik and E.B. Vinberg (eds.)
Lie groups and Lie algebras II
(Encyclopaedia of mathematical sciences; 21)
 Berlin: Springer-Verlag, 2000
 223 p., prijs DM 159,-
 ISBN 3-540-50585-7

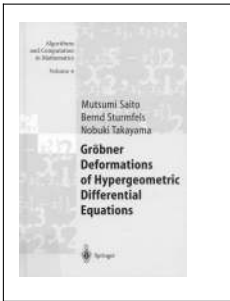
Dit is de uit het Russisch in het Engels vertaalde versie van een VINITI uitgave, in een analoge boekenreeks, uit 1988. Het is tevens deel II onder het hoofd *Lie groups and Lie algebras*. Twee onderwerpen krijgen de aandacht: *Discrete subgroups of Lie Groups* (auteurs Vinberg, Gorbatsevich en Shvartsman) en *Cohomologies of Lie groups and Lie algebras* (auteurs Feigin en Fuchs). Vertalen van wiskunde uit het Russisch in het Engels lukt over het algemeen goed. Vertalers die tevens wiskundige zijn, hebben snel de Engelse vertaling paraat door jarenlange ervaring met in het Engels geschreven artikelen. Zodra het echter op het vertalen van niet-wiskundige tekst aankomt, zoals bijvoorbeeld in het voorwoord grotendeels het geval is, valt op, althans bij vele boeken in deze serie, dat het Engels nogal arm is. Vaak is het ook een beetje ridicul. Toch geloof ik dat Springer-Verlag dit eenvoudig zou kunnen verbeteren.

De inhoud van deel 21 van de *Encyclopaedia of mathematical sciences* heeft aanrakingspunten met werk van de Nederlandse wiskundigen Kloosterman en Van Est. Zoals de titel van de serie al doet vermoeden is het boek vooral een naslagwerk. Het eerste onderwerp is vooral geënt op het werk van Mal'tsev, Mostow en Auslander, en ook op dat van Borel, Harish-Chandra, Weil, Godement en Margulis. De auteurs zeggen over hun aanpak: "In the present work we have tried to systematize all the basic results on the theory of discrete subgroups of Lie groups. Most of it has the character of a survey." "Apart from the original papers, our basic sources were: the monographs of Raghunatan (1972), Mostow (1973) and Zimmer (1984), the surveys of H.C. Wang (1972), ..., and finally the notes for specialized courses given by the first named author at Moscow State University". Een belangrijke klasse van discrete ondergroepen zijn de aritmetische ondergroepen. Deze krijgen uitvoerige aandacht. Het klassieke voorbeeld van $SL(2, \mathbb{Z})$ in $SL(2, \mathbb{R})$ slaat natuurlijk de brug met de getaltheorie: de theorie van modulaire vormen.

Het tweede deel behandelt de klassieke cohomologie van Lie groepen (Van Est, Segal) en de berekening hiervan voor eindig-dimensionale Lie algebras, Lie algebras van vectorvelden, 'current algebras', Lie algebras van differentiaaloperatoren, en van de Virasoro algebra en Kac-Moody algebras. Belangrijke Russische specialisten zijn Gelfand, Feigin en Fuks.

De uitvoering van het boek is, zoals van Springer-Verlag gewend, uitstekend. De prijs is in orde. De wiskundige kwaliteit van het gebodene is hoog. Zoals gezegd vind ik de vertaling niet altijd even goed. Met wordt met veel Russisch Engels geconfronteerd. Overigens is Springer-Verlag niet de enige uitgever, en zeker niet de slechtst geklasseerde, die met deze vertaalmoede naar buiten komt. Wellicht zou het helpen om een engels sprekende wiskundige die expert is op het betrokken gebied en die enige affiniteit tot het Russisch heeft, te vragen de tekst door te lezen voor tot publikatie wordt overgegaan.

G. van Dijk



M. Saito, B. Sturmfels, N. Takayama
Gröbner deformations of hypergeometric differential equations
(Algorithms and computation in mathematics; 6)
 Berlin: Springer-Verlag, 2000
 254 p., prijs DM 69,-
 ISBN 3-540-66065-8

De laatste jaren zijn er voor Gröbnerbases toepassingen ontstaan in heel wat domeinen van het symbolisch rekenen en in het bijzonder in de combinatoriek. De tweede auteur van het voorliggende boek heeft hierbij baanbrekend werk geleverd (zie het boek B. Sturmfels, *Gröbner bases and convex polytopes*, 1995). Het huidige werk behandelt een toepassing van Gröbnerbases bij algoritme over ringen van differentiaaloperatoren. Gröbnerbases worden hier bestudeerd met het oog op meetkundige vervormingen (geometric deformations). Er worden symbolische algoritmen voorgesteld voor de constructie van holomorfe oplossingen van stelsels lineaire partiële differentiaalvergelijkingen met polynomiale coëfficiënten. Een dergelijk stelsel wordt voorgesteld als een linksideaal I in de Weyl-algebra $D = C\langle x_1, \dots, x_n, \partial_1, \dots, \partial_n \rangle$. Een Gröbnervervorming (Gröbner deformation) van I is een initieel ideaal $in_{(-w,w)}(I) \subset D$ met betrekking tot een generische gewichtsvector $w = (w_1, \dots, w_n)$ met reële coördinatoren w_i . Met methodes uit de computationele commutatieve algebra wordt een expliciete oplossingsbasis voor de Gröbnervervorming $in_{(-w,w)}(I) \subset D$ verkregen. Het probleem is nu deze basis uit te breiden naar een oplossingsbasis voor I . Dit wordt opgelost onder de natuurlijke voorwaarde dat het D -ideaal I regulier holonoom is. Deze voorwaarde geldt bijvoorbeeld voor de D -idealen die hypergeometrische integralen voorstellen.

In het eerste hoofdstuk maken we kennis met de basisnotaties. De klassieke Gauss-hypergeometrische functie wordt voorgesteld in het Gel'fand-Kapranov-Zelevinsky schema (GKZ). Er wordt ook een inleiding gegeven tot holonome stelsels van differentiaalvergelijkingen vanuit het standpunt van Gröbnerbases.

Het tweede hoofdstuk handelt over het oplossen van reguliere holonome stelsels. De holomorfe oplossingen van I rond het generieke punt in C^n vormen een vectorruimte. De termen van

een dergelijke holomorfe oplossing f zijn partieel geordend met behulp van de generische gewichtsvector w . De som van de kleinste termen $in(f)$, is een oplossing van de Gröbnervervorming $in_{(-w,w)}(I)$.

Het derde hoofdstuk behandelt het GKZ-hypergeometrisch systeem $H_A(\beta)$ geassocieerd met een matrix A en een complexe parametervector β zoals ingevoerd door Gel'fand, Zelevinsky en Kopranov, waarbij de matrix A een torische variëteit voorstelt. Gebruikmakend van expliciete vervormingen in de parameter ruimte wordt de fundamentele ongelijkheid $rank(H_A(\beta)) \geq vol(A)$ aangetoond.

In hoofdstuk 4 onderzoeken de auteurs drie voldoende voorwaarden opdat bovenstaande ongelijkheid een gelijkheid zou worden. Hoofdstuk 5 behandelt de integratie van D -modulen. De auteurs onderzoeken de wisselwerking tussen b -functies en Gröbnerbases voor holonome D -modulen. Het GKZ-systeem $H_A(\beta)$ blijft het toetsvoorbeeld voor alle begrippen en constructies inzake D -modulen. In de appendix worden in het kort drie computersystemen voor D -modulen voorgesteld.

Deze monografie vraagt een diepgaande studie, maar biedt dan ook een verrassende kijk op de onverwachte wisselwerking tussen uiteenlopende takken van de wiskunde. Het boek bevat een aantal originele onderzoeksresultaten op het gebied van holonome systemen en hypergeometrische functies, en presenteert een aantal open problemen voor verder onderzoek in het snelgroeiend domein van de computationele wiskunde. A. Hoogewijs



A.A. Ivanov
Geometry of sporadic groups I: Petersen and tilde geometries
(Encyclopedia of mathematics and its applications; 56)
 Cambridge: Cambridge university press, 1999
 408 p., prijs £45
 ISBN 0-5214-1362-1

Dit is het eerste van twee boeken gewijd aan de meetkunde van sporadische groepen. Het onderwerp van beide boeken is het classificeren van twee belangrijke klassen van meetkenden, namelijk de Petersen- en de zogeheten tilde-meetkenden. Beide zijn nauw met elkaar verbonden.

Er wordt een volledig bewijs van de classificatie gepresenteerd. Zo is er een oneindige familie van tilde-meetkenden geassocieerd met niet-splijt-uitbreidingen van symplectische groepen over het lichaam bestaande uit twee elementen. Daarnaast zijn er nog twaalf exceptionele Petersen- en tilde-meetkenden die aan sporadische enkelvoudige groepen (waaronder de Monstergroep) gerelateerd zijn. Dit boekdeel bevat een constructie voor elk van de Petersen- en tilde-meetkenden, die nodig zijn om de classificatie te volbrengen. Belangrijke toepassingen van die meetkenden blijven niet onvermeld, zoals de volledige identificatie van de zogeheten Y -groepen, de Y -presentaties voor de Monstergroep inbegrepen.

Dit nogal technische boek is het waard om in seminaria besproken te worden; het is zeer zeker specialistisch van aard. Vermelden we tot slot nog enkele dingen om een indruk van het gebodene te krijgen: amalgaamconstructies, Tits-meetkenden, Mathieu-

groepen, de Golay-code en Steiner systemen, Todd-modulen, Conway-groepen en tralies (onder meer van Leech), allerhande Monsterzaken, Y-groepen.

R.W. van der Waall

L. Rodino (ed.)

Microlocal analysis and spectral theory

(Mathematical and physical sciences; 490)

Dordrecht: Kluwer, 1997

444 p., prijs €163,36

ISBN 0-7923-4544-4

Deze bundeling van lezingen vormt de neerslag van een aantal voordrachten die zijn gehouden tijdens de Nato Advanced Study Institute *Microlocal Analysis and Spectral Theory* van 23 september tot 3 oktober 1996 in Il Ciocco. Het doel van de conferentie was om een beeld te schetsen van de recente ontwikkelingen op het gebied van de microlocale analyse en toepassingen.

In brede zin is microlocale analyse een moderne, zeer technische en geavanceerde vorm van de klassieke methode van Fourier om lineaire partiële differentiaalvergelijkingen te bestuderen en op te lossen. Dit levert vaak verbluffende resultaten op van vooral theoretische aard.

De bijdragen in deze serie zijn ruwweg in te delen in twee categorieën. Er zijn artikelen die betrekking hebben op de theorie van lineaire partiële differentiaalvergelijkingen en er zijn artikelen die gaan over spectraaltheorie en dan in het bijzonder in verband met de Schrödinger-vergelijking.

Een buitenbeentje en misschien wel het interessantste artikel. Een verhaal dat thuishoort in de niet-commutatieve meetkunde zoals die door Alain Connes is geïntroduceerd *Wodzicki's noncommutative residue and traces for operator algebras on manifolds with conical singularities*, geschreven door E. Schrohe.

Zoals het bovenstaande reeds doet vermoeden vormen deze proceedings een waardevolle collectie artikelen, die echter wel bedoeld zijn voor de specialist. De prijs is aan de forse kant.

R. Martini

C.D. Aliprantis and K.C. Border

Infinite dimensional analysis (2nd ed.)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

672 p., prijs €60,84

ISBN 3-540-65854-8

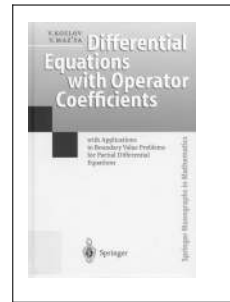
This first edition of this voluminous book appeared nearly five years ago, so we may assume that there is a run after this treatise on functional analysis. And indeed, as a low budget tour to infinite dimensional real analysis the authors are rather successful. They themselves have chosen the subtitle *a hitchhiker's guide*; regarding the price (but not the size) of the book and the extent of the theory it is a good choice.

The book deals with topology, measurability, Banach lattices and L_p -spaces in a wide sense, but always in an elementary way. The text was born out of an advanced mathematical economics seminar and is meant to be helpful to a typical graduate student in mathematical economics or finance. Still it is pure math, you will not find concrete applications. The authors justify this selection by just mentioning "dynamical (money or growth) models require

infinite dimensional analysis whereas static models do not or by continuous linear functionals are important in economics because they can often be interpreted as prices".

The main prerequisite is mathematical sophistication, but if you want to use the book as a textbook, then you should have knowledge of university mathematics (including metric spaces and set theory). On the other hand it is surely a good manual for functional analysis with its well-written chapter-introductions and the extensive list of over 300 references. The change with the first edition is the treatment of Polish spaces (separable metric spaces which are complete). The book fails to have exercises, I would not recommend it as a student's guide to a university course.

G. Jeurnink



V. Kozlov and V. Maz'ya

Differential equations with operator coefficients with applications to boundary value problems for partial differential equations

(Springer monographs in mathematics)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

442 p., prijs €86,41

ISBN 3-540-65119-5

Dit boek betreft gewone lineaire differentiaalvergelijkingen waarvan de coëfficiënten onbegrensde lineaire operatoren zijn tussen Hilbert- of Banachruimten. De vergelijkingen hebben de vorm

$$L(t, D_t)u(t) = \sum_{q=0}^{\ell} A_{\ell q}(t)D_t^q u(t) = f(t),$$

en worden beschouwd op de reële rechte \mathbf{R} of een halfrechte $t > t_0$. De functies u en f zijn vectorwaardig en $D_t = -i\partial_t$. De relatie met partiële differentiaalvergelijkingen is onmiddellijk duidelijk als men bedenkt dat de coëfficiënten in bovenstaande vergelijking zelf ook weer differentiaaloperatoren kunnen zijn. In dat geval zijn de onderliggende ruimten Sobolevruimten of andere functieruimten. De literatuur over abstracte differentiaalvergelijkingen is zeer uitgebreid en omvat onder meer de theorie van operator-halfgroepen met de bijbehorende evolutievergelijkingen. Het onderhavige boek gaat echter vooral over vergelijkingen waarvan niet vooraf vast staat dat het bijbehorende Cauchy-probleem goed gesteld is. Veel van het besprokene betreft recent werk, met name van beide auteurs. Een steeds terugkerend thema is een 'vergelijkingsprincipe' waarbij bijvoorbeeld het groeigedrag van de functie $t \rightarrow \|u\|_{W^\ell(t, t+1)}$ naar boven begrensd wordt door een oplossing van een gewone scalaire differentiaalvergelijking met $\|f\|_{L_2(t, t+1)}$ als rechter lid. Hier staat $W^\ell(t, t+1)$ voor een vectorwaardige Sobolev ruimte van de orde ℓ op het interval $(t, t+1)$.

Het boek bestaat uit drie delen en een appendix. Het eerste deel behandelt vergelijkingen met constante coëfficiënten. In het tweede deel worden de bovengenoemde vergelijkingen opgevat als 'kleine' storingen van een corresponderende vergelijking met constante coëfficiënten, hetzij in globale zin of in een omgeving van oneindig. Het derde deel betreft de asymptotisch analyse. Aan de orde komen condities voor het oplosbaar zijn van de vergelijkingen, deelklassen waarvoor uniciteit van een oplossing kan worden bewezen, schattingen voor de groei van de oplossingen

en asymptotische representatie van oplossingen. Kwalitatieve en asymptotische aspecten staan dus voorop. Fredholmtheorie van abstracte operatoren en spectraaltheorie van operatorveeltermen en van holomorfe operatorfuncties zijn belangrijk hulpmiddelen in dit boek. De appendix behandelt deze onderwerpen.

Het boek is zeer rijk voorzien van voorbeelden en toepassingen op problemen uit de theorie van partiële differentiaalvergelijkingen, met name verschillende typen randwaardeproblemen. Het eerste hoofdstuk eindigt bijvoorbeeld met een lange paragraaf over Dirichlet-problemen in een kegel en in een halfruimte en met een Neumann-probleem in een cilinder. Deze problemen keren ook steeds in verschillende vormen terug in de latere hoofdstukken.

De verwevenheid van de abstracte theorie met concrete vergelijkingen is een van de aantrekkelijke en sterke punten van dit boek. Het boek vraagt van de lezer de nodige voorkennis. Enige vertrouwdheid met de theorie van partiële differentiaalvergelijkingen, reële en complexe analyse, en functionaalanalyse en operatorentheorie zijn onontbeerlijk. Het is dus vooral een boek voor gevorderde studenten en onderzoekers op het terrein van de analyse en haar toepassingen. Voor beide categorieën lijkt het mij een aantrekkelijk boek. Het boek heeft ook de functie van een goed toegankelijk naslagwerk voor recente ontwikkelingen op dit terrein.

M.A. Kaashoek

G.R. Grimmett
Percolation (2nd ed.)

(*Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften*; 321)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

444 p., prijs €81,30

ISBN 3-540-64902-6

Dit boek verschilt aanzienlijk van de eerste uitgave, die eerder in deze rubriek werd besproken. Dit blijkt al direct uit het aantal bladzijden (444 in plaats van 296). De eerste hoofdstukken lijken veel op die in de eerste uitgave. Verderop is echter materiaal uit de eerste uitgave herordend en is veel nieuw en interessant materiaal toegevoegd. Het laatste betreft onder meer de Burton-Keane stelling (uniciteit van het oneindig cluster), de zogenaamde *lace expansion* en de Grimmett-Marstrand theorie, die ruwweg zegt dat als percolatie optreedt er dan ook zo'n grote rijkdom aan verbindingen is dat op grote schaal transportverschijnselen kunnen plaatsvinden. Door de prettige stijl, de didactische gaven van de auteur en de grote hoeveelheid materiaal, beveel ik dit boek van harte aan, zowel als leerboek voor beginners op dit gebied als naslagwerk voor experts. Ten slotte nog enkele opmerkingen over percolatie in het algemeen, en nieuwe ontwikkelingen. Zeer recent (dus na de publikatie van dit boek) is spectaculaire vooruitgang geboekt op het gebied van kritieke percolatie in twee dimensies. Hierbij spelen interessante connecties met (twee-dimensionale) Brownsse beweging en complexe analyse (conforme invariantie, Löwner vergelijkingen) een sleutelrol. Kortom, het vak percolatie is nog steeds springlevend en blijkt steeds opnieuw zeer getalenteerde en vaak jonge onderzoekers uit de kansrekening en andere delen van de wiskunde aan te trekken.

J. van den Berg



R.T. Rockafellar and R.J.-B. Wets

Variational analysis

(*Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; 317)

Berlin: Springer-Verlag, 1998

733 p., prijs €101,24

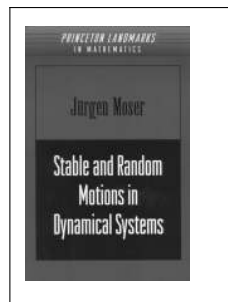
ISBN 3-540-62772-3

Het boek beoogt een wiskundig raamwerk te scheppen voor een breed spectrum van problemen die te voorschijn komen bij de bestudering van optimalisatietheorie, controle-theorie en de stabiliteitstheorie van lineaire en niet-lineaire systemen. De titel van het boek weerspiegelt deze breedte. Het gaat dus niet specifiek om variatieredeking.

Als je het boek nader bestudeert blijkt het eerder een encyclopedie dan een leerboek te zijn met dien verstande dat je al behoorlijk op de hoogte moet zijn wil je met vrucht uit het gebodene kunnen putten. Ik heb dit getoetst aan een aantal binnen dit vakgebied zeer gangbare begrippen zoals epigraaf en subdifferentiatie. Het encyclopedische karakter wordt nog verder geaccentueerd door een drievoudige inhoudsopgave bestaande uit een index van beweringen (15 pagina's), een index voor notaties (1 pagina) en een voor onderwerpen (10 pagina's). De zeer uitgebreide literatuurlijst (25 pagina's) mag er ook zijn.

Opmerkelijk is het verder dat in dit werk ondanks de uitgebreidheid er praktisch geen woord wordt gerept over kritieke punten en de nauwverwante singulariteitentheorie. Dit is een duidelijke keuze van de schrijvers. Samengevat is het een nauwkeurig en verzorgd geschreven naslagwerk dat vooral zijn waarde heeft voor de werkers in het veld en beslist geen inleidend leerboek. De prijs is alleszins redelijk.

R. Martini



J. Moser

Stable and random motions in dynamical systems

(*Princeton landmarks in mathematics*)

Princeton: Princeton university press, 2001

198 p., prijs \$ 14.95

ISBN 0-691-08910-8

Dit is een herdruk van een manuscript, gebaseerd op de Hermann Weyl lezingen zoals Moser die gaf in februari 1972 aan het Instituut for Advanced Studies in Princeton. Ze werden oorspronkelijk in 1973 gepubliceerd in de serie *Annals of Mathematics Studies*. In die tijd was het een hoogst actueel werk waarin zeer recente ontwikkelingen op het gebied van de hemelmechanica op een toegankelijke manier uiteengezet werden.

De belangrijkste onderwerpen die aan de orde komen zijn wat we nu KAM-theorie noemen (voor Kolmogorov, Arnold en Moser) en de theorie van chaotische bewegingen als gevolg van homocliene dynamica. Wat betreft beide onderwerpen waren er al belangrijke stappen gezet door H. Poincaré (*Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, *Acta Mathematica* 13 (1890), 1–270). Voor Poincaré ging het om de vraag of het zonnestelsel stabiel is. Met andere woorden, de vraag of de effecten van de aantrekkingskracht tussen de planeten onderling

op den duur ongeveer tegen elkaar zullen wegvallen. Het alternatief is dat deze verstoringen van de Kepplerbanen op de lange duur tot dramatische afwijkingen zullen leiden. Poincaré maakte aannemelijk dat beide mogelijkheden zich kunnen voordoen, afhankelijk van vooral de begintoestand van het systeem. Hij was echter niet in staat om alle aspecten wiskundig te onderbouwen. Die onderbouwing vorderde echter snel, vooral in de periode van rond 1950 tot 1970. De KAM-theorie behandelt de situatie waarin men kan aantonen dat de kleine verstoringen (bij het zonnestelsel de onderlinge aantrekking van de planeten) elkaar in evenwicht blijven houden. Bij de 'random motions' uit de titel gaat het daarentegen om de situatie waarbij de kleine verstoringen op de lange duur juist wel grote gevolgen hebben. In het laatste geval spreekt men tegenwoordig over chaos, maar die term is pas in 1975 ingevoerd in een artikel van Li en Yorke.

Deze heruitgave stelt de lezer in staat om zich een goed beeld te vormen van de bereikte resultaten op dit gebied in het begin van de zeventiger jaren zonder verstrikt te raken in de vaak verwarrende details van volledige bewijzen. Omdat veel van het behandelde materiaal ook nu nog van belang is, en niet alleen voor de hemelmechanica maar ook voor een veel bredere klasse van dynamische systemen, is dit werk nog steeds een nuttige aanvulling op de moderne literatuur.

In deze uitgave is een voorwoord van P.J. Holmes toegevoegd, waarin onder andere de rol van Moser nader wordt toegelicht en waarin men enkele verwijzingen kan vinden in de richting van latere literatuur.

F. Takens

P.C. Hu and C.C. Yang

Differentiable and complex dynamics of several variables

(Mathematics and its applications; 483)

Dordrecht: Kluwer, 1999

338 p., prijs €117,07

ISBN 0-691-00498-6

The book is basically an extensive survey on Fatou-Julia type of theory in complex manifolds and gives an advanced account of dynamical system theory in the framework of differential geometry and analysis. The authors make extensive use of real and complex manifold theory to study and analyse these Fatou-Julia type of problems. In particular the basic results of ergodic theory and differential dynamics for real manifolds are formulated and exploited to reach a unifying approach. Some new concepts of invariant sets are introduced as basic instruments to find relationships between the Julia or Fatou set and the hyperbolic sets. Criteria for the non emptiness of the Julia sets of continuous mappings on compact manifolds are derived as well as the existence and quantitative measure of the fixed points of holomorphic mappings on \mathbf{C}^n . Furthermore the relationship between the topological and analytic descriptions of repulsive or attractive cycles are given.

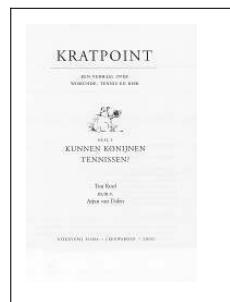
The book consists of seven chapters *Fatou-Julia type theory*. Normality and equicontinuity are used to obtain Fatou sets and Julia sets; criteria are derived for the non-emptiness of Julia sets of continuous mappings on compact manifolds. *Ergodic theorems and invariant sets*. The basic notations and theorems in ergodic theory are introduced; Relations between invariant sets and some quantities similar to entropies are established. *Hyperbolicity in differen-*

table dynamics. Julia sets are compared with nonwandering sets, chain recurrent sets and hyperbolic sets. *Some topics in dynamics*. Topics related to Fatou-Julia type theory, in particular Hamiltonian systems, linearization and L_p -normality are treated. *Hyperbolicity in complex dynamics*. Metrization problems are considered, Kobayashi hyperbolicity, Tautness and tightness and Julia sets of meromorphic mappings. *Iteration theory on \mathbf{P}^m* . The Fatou-Julia theory on \mathbf{P}^m following Fornæss and Sibony is introduced. *Complex dynamics in \mathbf{C}^n* . Here Fatou-Julia theory is introduced on \mathbf{C}^m , special problems are considered and a fixed point theorem is proven.

The appendices containing the basic concepts and techniques used in the book are concerned with foundations of differentiable dynamics and foundations of complex dynamics.

The book is a careful well written text and presents an up-to-date survey of the theory. It is an advanced account of the theory which is of interest to graduate students and researchers in global analysis, complex manifolds and dynamical theory. Moreover the authors formulate several open problems in this area. The work is selfcontained and has an extensive bibliography on the subject. It may be regarded as a standard reference work in the subject.

P. Dhooghe



T. Kool

Kratpoint. Een verhaal over wiskunde, tennis en bier.

Deel 1: Kunnen konijnen tennissen?

Lieuwawarden: Eisma, 2000

158 p., ISBN 90-75482-24-8

Als lid van de Pensioen- en Verzekeringskamer was Ton Kool een belangrijk man die zijn liefde voor de wiskunde manifesteerde door dit boekje bij zijn pensionering aan velen cadeau te doen. Het boek zelf is leuk maar niet echt belangrijk. Naar aanleiding ervan zal ik enkele opmerkingen maken over de popularisering van ons vak.

Allereerst iets over het boekje zelf. Het is een fraai uitgevoerd werkje, waarin de auteur met medewerking van Arjan van Dalen op onderhoudende wijze vertelt over een onderwerp uit de combinatoriek. Hij was daarbij geïnspireerd door de tennissport en, in verband daarmee, met opgave 46 van A.J. Bosch in *Statistica Neerlandica* 1977. Het is aardig op te merken dat zowel de heer Bosch als de heer Kool houden van woordspelletjes. Zo gaf de eerste zijn tekst over variantie-analyse als titel mee *Bosch ANOVA*. Hij verwees hiermee naar de lichtvoetige wijze waarop hij zijn studenten naar de dansvloer leidde. De titel *Kratpoint* op zijn beurt is door Kool bedacht als verbastering van het woord 'Matchpoint' en van het kratje bier dat de winnaar mag ledigen — hopelijk samen met de overwonnenen, in het belang van beiden.

De genoemde opgave 46 gaat over twee tennissers A en B . De kans dat A een slagenwisseling wint is p en voor B is die kans $q = 1 - p$. Gevraagd wordt de kans dat A de game wint. Het antwoord hierop luidt $p^4(1 + 2q)(1 + 4q^2)/(p^2 + q^2)$, maar voor de afleiding hiervan moet worden gewacht op *Kratpoint deel 2* (behalve voor het geval $p = q = 1/2$). Wel worden allerlei com-

binarische voorbereidingen getroffen voor deze en voor diverse algemenere situaties. Van mij hoort U niets dan lof over de leuke wijze waarmee Ton Kool met zulke zaken bezig is. Als voorbeeld hiervan wijs ik naar de bijzonder aardige manier waarop hij ons vertelt over de wortels van een derdegraadsvergelijking. Hiermee hoop ik ook voldoende onderbouwd te hebben dat het boekje wel leuk maar niet echt belangrijk is.

Het is natuurlijk verheugend dat de wiskunde ook aan een algemeen publiek wordt gepresenteerd. Het door Kool behandelde probleem wordt, bijvoorbeeld, ook uitvoerig besproken door wetenschapsjournalist Hans van Maanen onder de titel *Waarom Boris wint*. Wat de statistiek betreft is popularisering wellicht minder nodig: de kranten puilen uit van de statistische uitspraken. Naast verheugenis over de belangstelling voor wiskunde en statistiek zijn er ook enkele bedenkingen. Ik zou die als volgt willen formuleren: popularisering kan leiden tot trivialisering en tot ridiculisering. Wat de statistiek betreft hebben wij wat deze gevaren aangaat ons aandeel wel gehad. Ik verwijs slechts naar de bekende uitspraak van Gladstone dat er leugens zijn, vervloekte leugens, en statistieken. Maar ook de wiskunde ontkomt niet aan deze gevaren als men, zoals ik, enthousiast is over bijvoorbeeld zo'n verhaal als dat van Ton Kool over het oplossen van de derdegraadsvergelijking. Dit 'oplossen' betekent alleen maar dat de 'oplossing' van $x^3 + px = q$ in verband wordt gebracht met 'oplossingen' van andere eenvoudiger tweede- en derdegraadsvergelijkingen, namelijk die van $y^2 = a$ en $z^3 = b$. Om die dan weer op te lossen moet men zich in het algemeen behelpen met numerieke benaderingen die, als het goed is, een bovengrens en een ondergrens leveren voor de 'werkelijke' oplossing. De indruk zou kunnen worden gewekt dat de zuiver wiskundige enkel bezig is met het transformeren van het een in het ander zonder zich met de concrete werkelijkheid te bekommeren. De toegepaste wiskundige moet dan maar het vuile rekenwerk opknappen.

Bij Ton Kools formulering van de opgave is op heel eenvoudige wijze aan te geven waarom het eigenlijk slechts gaat om theorie, niet om iets echts. Wat is namelijk de precieze betekenis van p en q ? Hoe groot zijn ze precies, hoe zou je ze moeten schatten. Hoe zou je een tenniswedstrijd moeten organiseren opdat met zo weinig mogelijk slagenwisselingen op verantwoorde wijze een uitspraak kan worden gedaan over de hypothese dat $p > q$. Moeten we misschien rekening houden met wie serveert en wie ontvangt?

De wiskunde en de statistiek zijn Kool veel dank verschuldigd voor zijn alleraardigste boekje. W. Schaafsma

exacte oplossingen te verkrijgen. In meer detail richten zij zich in hun boek op het ontwerpen en bespreken van algoritmen in verscheidene contexten met nadruk op degelijke wiskundige onderbouwingen, asymptotische analyse van de gepresenteerde algoritmen en snelle algoritmen. Zelf geven ze al toe dat deze doelen bij sommige onderwerpen iets te hoog gegrepen zijn. De auteurs hebben evenwel een gedegen, uitvoerig werk geschreven waarbij ze naast de wiskunde en de algoritmen (inclusief voorbeelden en opgaven) het boek hebben verluchtigd en in context hebben geplaatst met historische inleidingen, citaten, foto's en aantekeningen.

Het boek is, afgezien van een inleidend hoofdstuk en een appendix, opgedeeld in vijf delen, elk genoemd naar een wiskundige die (mede) aan de basis van het besprokene heeft gestaan: *Euclides*, *Newton*, *Gauss*, *Fermat* en *Hilbert*. De delen zelf zijn weer opgesplitst in hoofdstukken en paragrafen; ze eindigen met een kort hoofdstuk over toepassingen. Het inleidende hoofdstuk fungeert als smaakmaker: het stipt de rol van computeralgebra aan bij de ruimtelijke structuur van cyclohexaan (C_6H_{12}), bij codes en het RSA-cryptosysteem. Verder bevat het een korte bespreking van de diverse beschikbare computeralgebrapakketten. In de appendix zijn de belangrijkste zaken over de benodigde basisbegrippen uiteengezet en is ook een paragraaf over complexiteitstheorie opgenomen.

In het deel *Euclides* staat het Euclidische algoritme in diverse domeinen en in diverse verschijningsvormen centraal. Algoritmen gaan vergezeld, zoals in het hele boek, van een kostenanalyse, niet helemaal in detail, maar gericht op de orde van grootte. Aan het eind van dit deel wordt als toepassing het decoderen van BCH-codes beschreven.

In het deel *Newton* is het kernwoord snel. Enkele relevante termen zijn (in het Engels, er zijn geen ingeburgerde Nederlandse equivalenten): fast multiplication, fast Fourier transform, fast polynomial evaluation, fast Euclidean algorithm, fast linear algebra. De naam Newton vinden we terug in het hoofdstuk Newton iteration. Het deel eindigt met een bespreking van beeldverwerking.

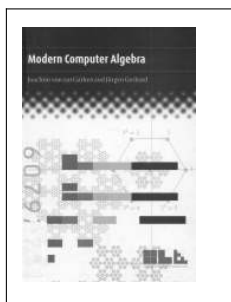
Factoriseren van polynomen komt in het deel *Gauss* ter sprake. Het tweede gedeelte van *Gauss* is gewijd aan het vinden van kort(st)e vectoren in roosters (LLL-algoritme). Het deel eindigt met verscheidene toepassingen.

Fermat behandelt priemtesten en factorisatiealgoritmen voor gehele getallen. Als toepassing worden cryptosystemen besproken, van RSA tot systemen gebaseerd op elliptische krommen.

Het deel *Hilbert* ten slotte behandelt Gröbnerbases, symbolische integratie, symbolische sommatie en enkele toepassingen.

De auteurs hebben geweldig veel werk verzet, maar zich vanwege de verscheidenheid aan onderwerpen uiteraard wel eens moeten beperken. Het hoofdstuk Symbolic integration is bijvoorbeeld kort en bespreekt enkel het integreren van rationale functies. Meer spectaculaire integranden (logaritmen en e -machten) komen niet aan bod. De schrijvers onderhouden verder een internetpagina voor het boek. Daar staan onder meer de oplossingen van een aantal opgaven.

Het boek is toegankelijk voor hogerejaars studenten, goed geschikt om bij een college te gebruiken en plezierig om als naslagwerk te hebben. Kortom, zeer aanbevolen. H. Sterk



J. von zur Gathen en J. Gerhard

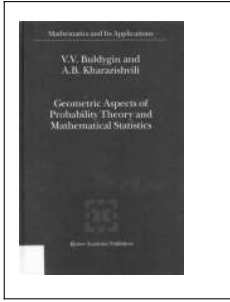
Modern computer algebra

Cambridge: Cambridge university press, 1999

754 p., prijs £29.95

ISBN 0-521-64176-4

Dit boek biedt een uitstekende breed georiënteerde toegang tot de computeralgebra. Zelf positioneren de schrijvers hun werk aldus: numerieke analyse richt zich op benaderingen, computeralgebra daarentegen richt zich op het ontwerpen van algoritmen teneinde



V.V. Buldygin and A.B. Kharazishvili
**Geometric aspects of probability
 theory and mathematical statistics**

(*Mathematics and its applications*; 514)

Dordrecht: Kluwer, 2000

303 p., prijs NLG 235,-

ISBN 0-7923-6413-9

In de inleiding van dit boek spreken de auteurs de wens uit dat hun werk “vividly demonstrates [...] interactions between the following three fundamental concepts: quasicompactness, convexity and measurability”.

Hiertoe worden in het eerste hoofdstuk bekende begrippen en resultaten uit de theorie van convexe verzamelingen in vectorruimten over \mathbf{R} besproken, waaronder de stelling van Hahn-Banach, convexe lichamen, polyhedra, de Minkowski supportfunctie, en de stellingen van Krein-Milman en Carathéodory. Eindig-dimensionale topologische vectorruimten, isomorf met \mathbf{R}^n zijn het onderwerp van hoofdstuk 2. De Hausdorffmetriek, de selectiestelling van Blaschke en de Brunn-Minkowskstelling passeren de revue. Voor de toepassingen in de waarschijnlijkheidsrekening die later in het boek aan bod komen, is vooral de integraalongelijkheid van Anderson van belang. Na een kort intermezzo (klassieke convexe meetkunde) is hoofdstuk 5 gewijd aan oneindig-dimensionale topologische vectorruimten, met name aan de ruimte \mathbf{R}^N en haar deelruimte l_∞ der begrensde rijen.

In de tweede helft van het boek verschuift het zwaartepunt naar de kansrekening. Na twee overzichtshoofdstukken over moderne waarschijnlijkheidsrekening op topologische vectorruimten uit maattheoretisch oogpunt — waaronder de uitbreidingsstelling van Carathéodory, het begrip Radonmaat en de stelling van Ulam, alsmede convergentiebegrippen voor stochastische ‘variabelen’ — wordt in hoofdstuk 8 de topologische structuur bestudeerd van de drager van Borelmaten op metrische ruimten.

Vervolgens besteden de auteurs aandacht aan Borelmaten op topologische vectorruimten die quasi-invariant zijn onder translaties, de theorie van Haar maten, en aan operaties om nieuwe ruimten met quasi-invariante maten te construeren uit bekende ruimten. In hoofdstuk 10 wordt unimodaliteit in de zin van Anderson gedefinieerd voor kansmaten op een topologische vectorruimte, en vergeleken met de bekendere definitie van Khinchin voor symmetrische kansmaten op \mathbf{R} . Speciale aandacht gaat uit naar Gaussische kansmaten op \mathbf{R}^N . In het volgende hoofdstuk wordt de link gelegd naar de uitbreiding van kansmaten op l_∞ en de oscillatie van (Gaussische) stochastische processen. Ook voor het ordenen van Gaussische processen op basis van hun covariantiefunctie blijkt de ongelijkheid van Anderson een belangrijk technisch hulpmiddel.

Het laatste hoofdstuk behandelt het probleem uit de mathematische statistiek om een stochastisch proces op een Poolse vectorruimte te schatten op basis van het waarnemen van een ander proces. Onder normaliteitsaannamen wordt bewezen dat voor een convexe verliesfunctie de voorwaardelijke verwachting van het te schatten proces de optimale schatter is, een bewering die ook geldt voor niet-Gaussische processen als men het criterium van de verwachte kwadratische fout hanteert.

Het boek lijkt vooral geschreven voor stochastici met belang-

stelling voor convexe meetkunde. De benodigde concepten uit de theorie van convexe verzamelingen worden in de eerste helft van het boek op heldere wijze uiteengezet. Ook hebben de auteurs veel aandacht besteed aan een zorgvuldige bewijsvoering en de interactie tussen meetbaarheid en topologische structuur. Al met al van harte aanbevolen voor de doelgroep. *M.N.M. van Lieshout*

H. Schlichting and K. Gersten

Boundary layer theory (8th revised and enlarged edition)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

799 p., prijs €91,52

ISBN 3-540-66270-7

Tot aan het begin van de 20e eeuw begreep men niet waarom je door een harde windvlaag zomaar omver geblazen kon worden. Er werd namelijk gedacht dat een beschrijving van een luchtstroming op basis van potentiaaltheorie redelijk nauwkeurig zou moeten zijn, en reeds halverwege de 18e eeuw had d’Alembert aangetoond dat een voorwerp geplaatst in een potentiaalstroming geen kracht ondervindt. Een kennelijke tegenspraak met de ervaring van alledag! In 1904 gaf Ludwig Prandtl de verklaring: viscositeit veroorzaakt vlak langs het oppervlak van een omstroomd voorwerp een (uiterst) dunne grenslaag, waar de stroming door de wrijving met het oppervlak wordt afgeremd. Deze ontdekking heeft een revolutie in de stromingleer teweeg gebracht. Reeds enige jaren later werd aangetoond hoe de nauwelijks zichtbare grenslaag de potentiaalstroming fors beïnvloedt, waarmee uiteindelijk d’Alembert’s paradox kon opgelost.

Het voor ons liggende boek beschrijft deze grenslagen. De eerste editie is geschreven in 1950 door Hermann Schlichting, een leerling van Prandtl. Gersten (op zijn beurt een leerling van Schlichting) heeft in 1996 het boek helemaal bijgewerkt. Ik schets de belangrijkste veranderingen.

In de eerste hoofdstukken is hier en daar wat bijgevoegd of weggelaten; zo heb ik met enige weemoed moeten constateren dat Pohlhausen’s methode (uit 1921) om met een vierde-orde polynoom een grenslaagprofiel te benaderen niet meer is opgenomen in het boek. De hoofdstukken over thermische grenslagen zijn al meer herzien, en het hoofdstuk over stroming bij hoge viscositeit is volledig weggelaten (maar dat is dan ook geen grenslaagstroming). De hoofdstukken over turbulente grenslagen zijn volledig opnieuw samengesteld. Het zal geen verbazing wekken dat in de nieuwe editie veel aandacht wordt besteed aan het modelleren van turbulentie, terwijl in de vorige edities voornamelijk uitgebreid over specifieke experimenten gesproken kon worden. Twee nieuwe hoofdstukken gaan over de ontwikkelingen die de laatste dertig jaar hebben plaatsgevonden bij de asymptotische beschrijving van grenslagen (triple-deck theorie, enz.), en bij het numeriek oplossen van de grenslaagvergelijkingen.

Met enige nationale trots kan gemeld worden dat in deze herziene editie verwezen wordt naar 19 Nederlandse publicaties; beëndigend meer dan in de vorige edities, en aangevend dat in Nederland de afgelopen decennia belangwekkend onderzoek is verricht aan stromingen bij lage viscositeit.

Al met al geeft de nieuwe editie een groots overzicht van een eeuw grenslaagonderzoek. ‘Schlichting’ was en is HET boek over grenslagen: generaties ingenieurs zijn ermee opgegroeid, en na deze upgrade kan het weer generaties mee. *A.E.P. Veldman*

G. Kallianpur and R.L. Karandikar
Introduction to option pricing theory

Basel: Birkhäuser Verlag, 1999
 280 p., prijs €65,45
 ISBN 0-8176-4108-4

This is a book for mathematicians written by mathematicians. It gives a very nice but very mathematical treatment of the theory of option pricing. I always wonder what the added value of a book on option pricing is since lately so many books appear on this topic. The added value of this book is that it is very sound mathematically and also the probabilistic theory on stochastic integration, (local/semi) martingales is outlined to make the book self-contained. This is probably also the only added value of the book: not many practitioners will find a new source of inspiration from the book.

As I said, mathematically the book is very nice. An example is chapter 8 where necessary and sufficient conditions for the 'no-arbitrage' property are derived: the equivalent martingale measure (or some variant). This is done for a very wide class of stock price process (only assumption is that processes are cadlag; right-continuous with existing left-limits). Even Orlicz spaces are used to get economically meaningful conditions on the stock price processes such that they satisfy the existence of an equivalent martingale measure.

The book is interesting for mathematics and perhaps economics student with a firm background in measure theoretic probability theory and preferably also a background in functional analysis. The book is also interesting for mathematics academics who would like to see where different field of mathematics meet in an applied topic.

The first five chapters of the book are devoted to probabilistic tools necessary in developing the option pricing theory: stochastic integration, Itô's formula, representation theorems for square integrable martingales, SDE's and Girsanov's theorem. Chapters 6 and 11 explain option pricing in discrete time and discrete approximations. My opinion is that chapter 11 is redundant in this book. Chapters 7-10 describe the continuous-time trading Black-Scholes world plus some additional stock price models in chapter 8. The last three chapters in the book study some exotic topics: American and Russian options, and stochastic volatility models.

F. Boshuizen

schrijving van de levensloop en de contributies op het gebied van de stromingsleer van tal van beroemdheden.

Er is sprake van een duidelijke structuur. Een begrip wordt behandeld via een korte theoretische introductie, geïllustreerd door filmpjes en soms ook een interactief laboratorium. De filmpjes bevatten zowel experimentele resultaten als ook resultaten van numerieke stromingssimulaties. Een installatie van de inhoud van de CD-ROM op de harde schijf van de computer is aan te bevelen. De korte pauzes, die optreden als er weer verse data wordt geladen, worden op die manier beperkt dan wel voorkomen.

Dat de CD-ROM uitermate geschikt is voor beginners op het gebied van de stromingsleer blijkt bijvoorbeeld uit de uitgebreide behandeling van het verschil tussen een Eulers coördinatensysteem en een Lagrangiaans coördinatensysteem. Ook andere begrippen uit de stromingsleer alsmede eigenschappen van stromingen worden vrij uitgebreid geïntroduceerd. Daarbij kan men denken aan de continuüm hypothese voor veeldeeltjessystemen, effecten van viscositeit enz. Weer andere begrippen, zoals turbulentie en transitie worden op een meer aanschouwelijke manier geïntroduceerd. Diepere theoretische achtergronden worden niet behandeld. Deze vallen buiten het kader van de CD-ROM.

Door de aanwezigheid van menu's, submenu's enz. is het mogelijk heel snel door de inhoud van de CD-ROM te 'bladeren' om uiteindelijk met een paar klikken op de muis op de plaats van bestemming te komen. Eén overeenkomst tussen de oude en de nieuwe media blijft. De CD-ROM is niet geheel vrij van typefouten. In het kinematica hoofdstuk wordt bijvoorbeeld een aantal maal η en θ door elkaar gebruikt. Tevens gebeurt het af en toe dat een formule dwars door de tekst heen verschijnt. Dit laatste kan natuurlijk computerafhankelijk zijn. Ten slotte was het op mijn computer niet mogelijk in het historische overzicht de levensloop van von Kármán op te roepen.

De CD-ROM is voor de PC bezitter die geïnteresseerd is in stromingsmechanica een echte aanrader. Ze geeft een goede introductie in tal van begrippen uit deze wereld. Een boekje met een beschrijving van de inhoud wordt niet node gemist, maar zou een welkome aanvulling zijn. De verpakking is groot genoeg!

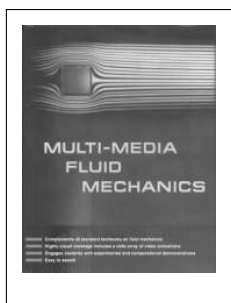
J. Wissink

U. Franz and R. Schott
Stochastic processes and operator calculus on quantum groups

(Mathematics and its applications)
 Dordrecht: Kluwer, 1999
 234 p., prijs €84,85
 ISBN 0-7923-5883-X

In de niet-commutatieve wiskunde, die steeds meer in de mode komt, begint men met een verzameling met een zekere structuur, en men dualiseert vervolgens deze structuur in termen van een geschikte ruimte van functies op de verzameling. Deze functies vormen een commutatieve algebra onder de operatie van puntsgewijze vermenigvuldiging, zodat men een puur algebraïsche interpretatie van de oorspronkelijke structuur verkrijgt. Tenslotte kijkt men in hoeverre het mogelijk is deze algebraïsche beschrijving ook te laten gelden voor een niet-commutatieve algebra.

De duale beschrijving van een groep gebeurt zoals bekend in termen van een Hopf-algebra, en de duale beschrijving van een



Multi-Media Fluid Mechanics

Cambridge: Cambridge university press, 2000
 prijs £14,95
 ISBN 0-521-78748-3

Deze engelstalige CD-ROM is in eerste instantie bedoeld als aanvulling bij colleges in de stromingsmechanica. Een veelheid van begrippen uit de dynamica, kinematica en grenslaagtheorie wordt behandeld. Daarnaast is er een bibliotheek met een schat aan filmpjes en bevat de CD-ROM een historisch overzicht met een be-

stochastisch proces gaat met een door de tijd t geïndiceerde familie van *-homomorfismen tussen twee *-algebras waarop een voorkeurstoestand (in de zin van een genormaliseerde positieve lineaire functionaal) is gedefinieerd; in het commutatieve geval zijn deze algebras van de vorm $L^\infty(\Omega, F)$, waar (Ω, F, P) een kansruimte is, en de toestand de verwachtingswaarde is ten opzichte van de waarschijnlijkheidsmaat P . De laatste gebied heet *quantum probability*. Merk op dat de tijd een 'commutatieve' parameter blijft!

In het onderhavige boek worden deze twee ideeën gecombineerd; het onderliggende commutatieve geval bestaat dus uit stochastische processen op een groep. Het gaat hier uiteraard om de wisselwerking tussen beide structuren. De niet-commutatieve versie werd voor het eerst door M. Schürmann in 1993 onderzocht. De auteurs zijn respectabele figuren op dit gebied. Het blijkt dat vrijwel alles wat in het commutatieve geval gedaan kan worden inderdaad een niet-commutatieve versie heeft. Zo kunnen we lezen over niet-commutatieve onafhankelijkheid, Lévy processen, Feynman-Kac formules, Appell polynomen, diffusie, Brownse beweging, Gaussische processen, centrale limietstellingen, enzovoort. A propos onafhankelijkheid: de auteurs definiëren deze in de zin van tensorproducten, hetgeen niet de enige mogelijkheid is; dikwijls worden de definities van een niet-commutatieve theorie niet geheel voorgeschreven door het commutatieve geval. Zo bestaat ook Voiculescu's 'vrije' begrip van onafhankelijkheid, dat momenteel zeer in de aandacht staat en tot diepe resultaten heeft geleid.

Het boek richt zich klaarblijkelijk op stochastici die niet veel weten van Hopf-algebra's en quantum groepen, waartoe een uitvoerige inleiding wordt gegeven; zo worden bijv. zowel Lie groepen als gevlochten categorieën gedefinieerd. Als zodanig is het boek bijzonder duidelijk en met zorg geschreven, en leidt het ook vrijwel tot het 'front'. Omgekeerd zullen beginners in de stochastiek die goed op de hoogte zijn van quantum groepen niet veel aan het boek hebben. In ieder geval is het een erg specialistisch onderwerp, waarvan de wiskundige waarde en diepgang mijns inziens nog moet worden aangetoond.

K. Landsman

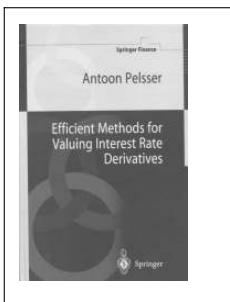
cetera. For most interest rate derivatives the final payoff usually depends on a large number of these rates and the future developments of these rates are definitely not independent from each other. Hence, to value the derivative one has to model all these interest rates consistently. This makes the valuation of interest rate derivatives much more complicated than options on stocks or foreign exchange rates.

In this book the author gives a nearly complete overview of the models developed over time, starting from the original Vasicek model from 1976 to the most recent developed models, known as Swap or Libor market models.

The book is split in two parts. In the first part the so-called spot and forward rate models, such as the Hull-White and Heath-Jarrow-Morton models are described. Most of this is quite standard. The second part is definitely the most interesting part since popular market models are described. These models are all based on the application of martingale theory for finance. As a nice service to the reader the author gives the most essential elements of martingale theory in his first chapter, necessary to understand the application in financial theory.

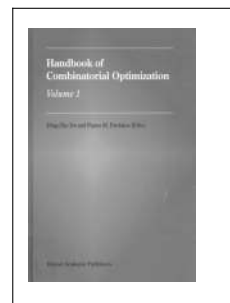
The book is very well written and definitely worth reading for anyone interested in the pricing of interest rate derivatives. The book clearly reflects a combination of academic background and practical experience. This is due to the fact that the book grew out of the thesis of the author, which was written while the author was working as a modeller at ABN AMRO bank. Hence, the book not only describes theoretical models, but also the way in which the models should be calibrated to market data and implemented in order to be of use for valuing interest rate derivatives. This means that there is room for the description of the econometric estimation techniques and the numerical computation issues, which are given with an open eye for the practical applicability. Especially these features make the book very valuable.

T. Vorst



A. Pelsser
Efficient methods for valuing interest rate derivatives
(Springer finance)
 Berlin: Springer-Verlag, 2000
 172 p., prijs £64.95
 ISBN: 1-85233-304-9

This book describes the state of the art in pricing interest rate derivatives. Theoretical developments in pricing options on interest rates started much later than in pricing options on stocks, since pricing interest rate options is definitely more complicated. In valuing an option on a single underlying stock one does not have to consider the future evaluation of the prices of other stocks, but can simply consider only the evolution of the single underlying stock. This is due to the fundamental work of Black, Scholes and Merton. However, each moment in time there are infinitely many different interest rates, such as the 1-month interest, 3 month, 6 month et



Ding-Zhu Du and P.M. Pardalos
Handbook of combinatorial optimization
 Dordrecht: Kluwer, 1998
 2400 p., prijs NLG 2450,-
 ISBN 0-7923-5018-9

Combinatorische optimalisering is een actief onderzoekgebied op het snijvlak van de operations research en de theoretische informatica, met vele toepassingen op allerlei terreinen. De literatuur is zeer omvangrijk: vele tijdschriften en talloze boeken. Het is ondoenlijk dit materiaal samen te vatten in een handboek, zelfs al bevat dit handboek drie dikke delen met in totaal 2400 pagina's. Welke keuzes kun je dan zinvol maken bij het samenstellen van een handboek?

North-Holland heeft in haar serie Handbooks in Operations Research and Management Science gekozen voor een thematische aanpak. Zo zijn er het zesde en zevende deel over respectievelijk Network Routing en Network Models. Kluwer heeft gekozen voor een andere benadering. De editors schrijven: "We have tried to bring together almost every aspect of this enormous field with

emphasis on recent developments". Men wil dus de recente ontwikkelingen van het brede vakgebied van de combinatorische optimalisering in dit handboek beschrijven. De artikelen kunnen als volgt worden ingedeeld. Er zijn acht wat langere overzichtsartikelen *Knapsack problems* (door Pisinger en Toth) Knapsack problemen zijn de eenvoudigste NP-moeilijke problemen: naast de doelfunctie slechts één beperking. Dit hoofdstuk geeft een up-to-date overzicht met aandacht voor zowel theoretische als experimentele resultaten. *Interior point methods for combinatorial optimization* (door Mitchell, Pardalos en Resende) Hierbij wordt een discrete verzameling, wat een combinatorisch object is, benaderd als een limiet van continue objecten en worden meetkundige eigenschappen van de continue ruimte benut. Een interessant hoofdstuk over recente research. *Applications of set covering, set packing and set partitioning models: a survey* (door Vemuganti) Dit zijn speciale gevallen van combinatorische optimalisering. Ze komen onder andere voor in scheduling-, locatie- en routeringsproblemen. De nadruk van deze bijdrage ligt op de modellering en niet op de oplossingsmethoden. *Resource allocation problems* (door Katoh en Ibaraki) Hierbij wordt gezocht naar een optimale allocatie van een gegeven aantal resources aan activiteiten zodanig dat een kostenfunctie (in het algemeen niet-lineair) wordt geminimaliseerd. De auteurs hebben in 1988 een boek over dit onderwerp gepubliceerd. In hun bijdrage aan dit handboek ligt de nadruk op de voortgang van het onderzoek gedurende de negentiger jaren. *Optimization applications in the airline industry* (door Yu en Yang) In de luchtvaartindustrie spelen vele optimaliseringsproblemen. In dit hoofdstuk wordt een aantal toewijzings-, scheduling- en verkeerscontroleproblemen besproken, waarbij het accent vooral op de modellering ligt. *A review of machine scheduling: complexity, algorithms and approximability* (door Chen, Potts en Woeginger) In *Handbooks in Operations Research and Management Science, Volume 4* (1993), staat een uitstekend overzichtsartikel over scheduling, geschreven door Lawler, Lenstra en Rinnooy Kan. Het overzicht van Chen, Potts en Woeginger is eveneens van prima kwaliteit en bespreekt ook de recente technieken zoals local search, simulated annealing, tabu search en genetische algoritmen. *The quadratic assignment problem* (door Burkard, Aela, Pardalos en Pitsoulis) Dit klassieke model van het optimaal toewijzen van faciliteiten aan locaties, met als kosten een functie van de onderlinge afstand en de verkeersstroom ertussen, wordt uitvoerig besproken. Zowel exacte methoden (branch and bound) als heuristieken worden besproken. Het is een goed overzichtsartikel. *Tabu search* (door Glover en Laguna) In 137 pagina's wordt het onderwerp tabu search besproken. Dit hoofdstuk is in feite een beknopte versie van hun boek *Tabu Search*, dat in 1997 — ook bij Kluwer — is verschenen.

Naast deze overzichtsartikelen zijn er meer researchachtige artikelen, 25 in totaal. Zij zijn van uiteenlopende kwaliteit. Een mooie bijdrage is het artikel van Bertsimas en Ye (*Semidefinite relaxations, multivariate normal distributions and order statistics*), waarin ze met randomizatietechnieken gebaseerd op de multivariate normale verdeling 0.878-approximaties verkrijgen voor diverse combinatorische problemen. Ze borduren hiermee voort op het werk van Goemans en Williamson. Verder zijn er drie artikelen over niet-lineaire combinatorische problemen, één over het Satisfiability probleem (het eerste NP-volledige probleem), vier over minimale Steiner-bomen (zonder wederzijdse verwijzingen), twee over parallelle algoritmen, twee over dominerende verza-

melingen in grafen, twee over het kleuren van grafen, één over speltheorie en combinatorische optimalisering en een aantal over toepassingen, bijvoorbeeld clustering, dynamische systemen, optische netwerken.

Je zou verwachten dat de editors enige redactionele sturing geven aan de inhoud van een dergelijk omvangrijk werk. Daar is weinig van te merken. Het handboek bevat 33 artikelen, variërend van 20 tot 170 pagina's. De volgorde van de artikelen is — in ieder geval voor de recensent — eigenaardig. Per deel lijkt gekozen te zijn voor een alfabetische volgorde van de auteurs, maar in het derde deel wordt daar weer vanaf geweken. Ook is er per deel geen samenhang tussen de artikelen te ontdekken. Dit alles maakt het handboek tot een ratjetoe. Het is een bundeling van een aantal artikelen over onderwerpen uit de combinatorische optimalisering. Van een handboek mag je meer verwachten. De samenstellers hebben als lezers "not only researchers in discrete optimization, but all scientists who use combinatorial optimization methods to model and solve problems" op het oog. Zowel de rommelige inhoud, maar zeker ook de extreem hoge prijs (een gulden per pagina!) nodigen niet uit tot aanschaf. Dat is jammer voor de enkele mooie bijdragen die er in dit handboek zeker staan.

L. Kallenberg