

Gerard Alberts

Werkgroep Wetenschap en Samenleving
Katholieke Universiteit Nijmegen
Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam
g.alberts@cwi.nl

Ieke Moerdijk

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht
Postbus 80010, 3508 TA Utrecht
moerdijk@math.uu.nl

Interview W.T. van Est

De geometer

Op 12 december 2001 werd Van Est 80 jaar. Twee dagen later werd hij geëerd met een symposium 'Van Est 80'. Tientallen gasten vonden hun weg naar het Korteweg de Vries Instituut in Amsterdam. Daar spraken Jacob Murre (Leiden), A. Haefliger (Genève), Ieke Moerdijk (Utrecht) en Gijs Tuynman (Lille), waarna de feestelijke middag afgesloten werd met een receptie. Nadat alle feestelijkheden voorbij waren, werd Van Est geïnterviewd door Gerard Alberts en Ieke Moerdijk.

W.T. van Est is een echte geometer. Hij is zo zeer bezig met het meten van de aarde dat het laatste door hem geïntroduceerde wiskundige object een S-atlas heet. Atlas, omdat de intuïtieve betekenis van het begrip het beschrijven van een wereld betreft. De weergave van het onderstaande gesprek zou videofragmenten moeten bevatten. Van Est *denkt* niet alleen in plaatjes; als het even ingewikkeld wordt begeleiden zijn handen de uitleg met vlakken en lichamen, foliaties en compactificaties in de lucht.

Wiskunde is vooral het uitleggen wat voorgangers hebben gedacht. "Mijn eigen bijdrage is nul-komma-nul". Alleen in de cohomologie wil hij wel toegeven dat hij iets nieuws heeft bedacht, maar verder is het een en al bescheidenheid: "Het staat al bij Cartan".

Esthetisch genot

Geboren en getogen in Batavia (Jakarta) kwam Willem Titus van Est in 1938 naar Amsterdam om natuurkunde te studeren. Aan de Gemeen-

telijke Universiteit waren de hoogleraren Man-noury en Hk. de Vries juist twee jaar tevoren met emeritaat gegaan en als gevolg van de crisistijd niet opgevolgd. Heyting was benoemd tot lector voor de meetkunde. Freudenthal, bevorderd van assistent tot de curieuze functie van conservator, verzorgde de analyse. "Freudenthal had een nieuw idee. Hij wilde de hele analyse behandelen in vijf jaar, de elementaire analyse in de eerste twee jaar en dan de complexe functietheorie; analyse IV betrof partiële differentiaalvergelijkingen en analyse V behandelde de lineaire analyse. Dat programma heb ik nooit in zijn geheel kunnen lopen voordat de oorlog uitbrak. Freudenthal gold als slecht didact. Als het erom gaat in te zien *hoe het stuk speelt*, dan heb ik aan hem altijd een geweldige leraar gehad. Als je wilde nagaan in hoeverre allerlei details netjes op elkaar aansloten en zonder feilen waren, dan bleek dat niet altijd 100 procent te zijn. Hij liet impliciet veel aan de student over. Het was een opvoedende ervaring voor iedere student, om de gaten in zo'n college voor zichzelf te dichten. In dat opzicht vond ik het eigenlijk wel goed, maar niet iedereen was het daarmee eens."

"Brouwer gaf colleges 'Niet-euclidische meetkunde' en 'Canonische vergelijkingen' (analytische mechanica). Qua stof was het misschien niet zo sensationeel, maar de manier waarop... dat was wel sensationeel. De manier waarop hij dingen voordroeg, hele lange zinnen maakte die perfect liepen — dat je dacht, man hoe krijg je het voor mekaar — en toch daarin het nodige wist mee te delen, dat

vond ik werkelijk heel bijzonder. Het was op zichzelf een esthetisch genot."

"Ik had de theoretische natuurkunde willen doen, maar de oorlog kwam ertussen. Na de oorlog bleek me dat ik nog anderhalf jaar practicum zou moeten volgen en ik wilde er zo lang niet meer over doen. Daar kwam bij dat Freudenthal me vroeg assistent bij hem te worden en zo is het dan wiskunde geworden. Eigenlijk een soort van geestelijke traagheid of luiheid, want als je nou een jongen van Jan de Witt was, of een echte Hollandse jongen was geweest, dan had je moeten zeggen: wat het kost kost het, ik zet mijn voornemen door. Hoewel ik er nooit erg diep in ben doorgedrongen, heb ik een zekere belangstelling voor natuurkunde altijd gehouden. In de samenwerking met mijn laatste promovendus, Gijs Tuynman, is deze belangstelling zelfs weer opgebloeid."

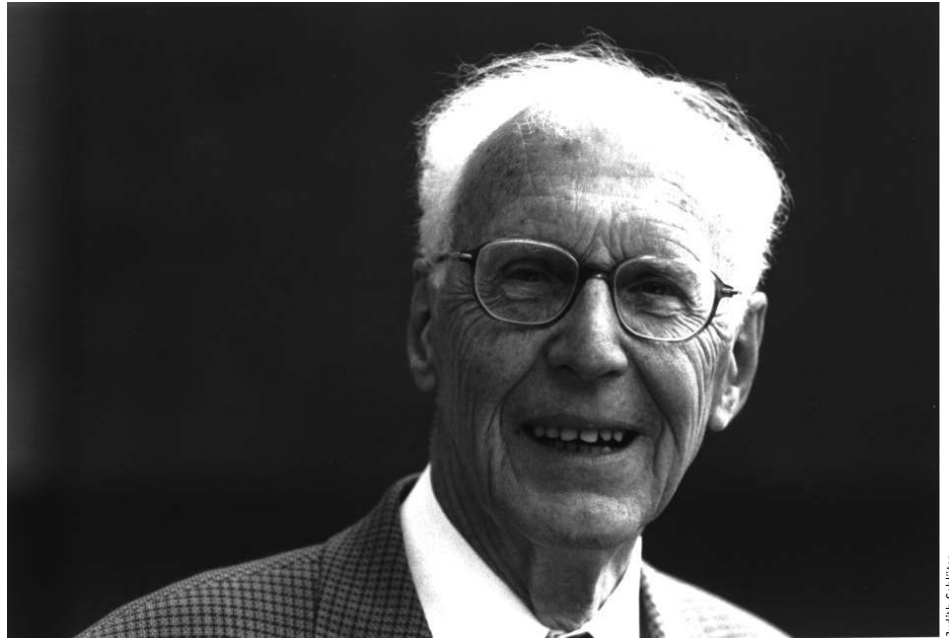
Vulcaniseren

Hoe bent U de oorlog doorgelopen? "Vooral door niets te doen. Je kon op een gegeven moment niet meer studeren vanwege de loyaliteitsverklaring. Na mijn kandidaats in 1942 heb ik weinig meer gedaan. Ik deed klusjes, allemaal zwart werk natuurlijk, een tijdlang in een smidse, later bij een bedrijfje dat banden vulcaniseerde. Banden vulcaniseren was dankbaar werk in de oorlog natuurlijk. Je bracht met solutie rubber strips op een versleten band en dat ging dan in een vulcaniseermachine. Een deel van die banden was voor de Wehrmacht. In zekere zin heb ik "vlijtig collaborerend" de oorlog doorgebracht."

“Nee, handig was ik daar niet in. Je kunt wel wat leren natuurlijk, maar handig ben ik nooit geweest. Tijdens de studie maakte men op het natuurkunde-practicum ook onmiddellijk een scheiding tussen lui die experimentele natuurkunde studeerden en de lui die meer aan de theoretische kant werkten. C.J. Gorter kwam in 1941 als buitengewoon hoogleraar naar het Zeemanlab en ik volgde zijn collega ‘Moderne Experimentele Methoden’ omdat het zo’n goed college was, maar ik geloof dat ik er goed aan heb gedaan zijn aanbod assistent te worden af te slaan.”

Maar U kon toch niet over straat in de oorlog, met uw leeftijd? “Weet je wat het is, aan al dat soort risico’s wen je. Echt waar. Het laatste halfjaar was ik mijn persoonsbewijs kwijt. Ik had een vervalst persoonsbewijs; op een gegeven moment was ik het kwijt. Je stompt op de een of andere manier af en denkt ‘het zal wel goed komen’. Inderdaad kon ik een paar keer, doordat ik ze op tijd zag staan, de controle door de Duitse politie ontwijken. Als ze me hadden aangehouden, hadden ze me zeker meegenomen voor nader onderzoek. Hoe dat dan afloopt, weet je ook niet. Kan nooit zo verschrikkelijk aflopen. Je gaat naar Vught, of je gaat onmiddellijk naar Duitsland, of naar een werkkamp, of wat dan ook. Geen heldendaad, het is gewoon luie onverschilligheid die je op den duur eenvoudig krijgt, dat is het. Het is dezelfde onverschilligheid waardoor ook ongelukken gebeuren. Ik heb dus geluk gehad.”

U kwam al in die tijd bij Freudenthal over de vloer, wat toch uitzonderlijk was. “Dat waren de speciale oorlogsomstandigheden. Hij werd op zeker moment, zoals alle joodse werknemers, op non-actief gesteld. Dat gebeurde vrij abrupt, in mijn herinnering. Dat vond je eigenlijk te gek, hè. Hemelrijk schreef over deze zaak een brief aan het College van Curatoren van de universiteit. Hemelrijk was



Judith Schifter

altijd erg fel, maar er waren er meer die het erg gek vonden.”

“Ik dacht, die man die zit daar; een man van kwaliteit, aan wie ik een en ander heb gehad. Ik heb de stoute schoenen aangetrokken en ben naar hem toegegaan. Je trof hem thuis aan; je praatte over de toestand; hij ontving je in zijn studeerkamer, boekenkasten vol met boeken, niet alleen over wiskunde; vooral veel literatuur ook. Hij praatte vrijelijk over allerlei onderwerpen, ook wel over wiskunde. Ik heb dat een paar keer gedaan. Ik was niet de enige, maar je ging niet als groep.”

In 1945 ondernam U met Hemelrijk actie om Freudenthal te behouden voor Amsterdam. “Freudenthal was reeds vóór de oorlog een van de bekende topologen. Hij was een bijzonder docent, iemand die de stof voor de studenten wist te brengen op een manier dat het gaat leven, dat je denkt, verdorie, dat had ik ook kunnen bedenken.”

“Als student wist je ook niet overal het fijne van. Je hoorde dat hij in Amsterdam niet een positie kreeg waarop wij als student meenden dat hij zo langzamerhand recht had; daardoor kwam je in actie. Iemand die in die tijd gewoon op het eerste plan meespeelde in de topologie, die kun je niet na de oorlog met een lectorsplaats afschepen, terwijl van de Corput uit Groningen werd gehaald en Van Dantzig hier hoogleraar werd. Dat maakte allemaal een verwrongen indruk, dus daarvoor kwam je als student in actie.”

“Die actie bestond eruit dat de studenten een brief schreven aan wethouder De Roos, een zeer machtig man, een man met veel begrip voor ons. We, Jan Hemelrijk, nog een derde student en ik, zijn bij hem op bezoek geweest, om te bepleiten dat Freudenthal in Amsterdam zou blijven. De Roos heeft ons aangehoord, er nota van genomen, maar ja. Wat kun je meer doen, je kunt niet gaan demonstreren.”

“Brouwer had toen nog een vrijwel onbetwist gezag en Brouwer wilde het niet. Brouwers woord was wet op het stadhuis en in de faculteit. Brouwer en zijn broer, de geoloog, regeerden echt als potentaten in de faculteit.”

Plaatsjes

Freudenthal werd hoogleraar in Utrecht en in 1947 werd U zijn assistent. Heeft hij U opgeleid als topoloog? “In de eerste plaats, Freudenthal was in zeer veel dingen geïnteresseerd. Zijn collega ‘lineaire analyse’, bijvoorbeeld, was werkelijk prachtig. Hij had misschien wel verwacht dat ik wat meer in zijn lijn zou doen. Behoudens een paar artikelen zijn we nooit

Klaas Vaak

J.A. Schouten heb ik altijd bewonderd. Hij was zeer ad rem. Na de oorlog schudde het Wiskundig Genootschap op zijn grondvesten toen een groep jongeren, mensen als De Bruijn, Freudenthal, verandering wilde brengen in de wijze waarop het bestuur verkozen werd. Het moest democratischer. In plaats van coöptatie wilde men inbreng van de leden. De ene verandering bracht de andere mee en het kwam tot een statutenwijziging. Het bestuur was afgetreden en Schouten, interimvoorzitter, leidde de vergadering waarin de nieuwe statuten vastgesteld zouden worden. De sfeer was gespannen en het debat liep natuurlijk uit op allerlei futiliteiten. Zo rees het voorstel ergens in de tekst het woord ‘dikwijls’ te vervangen door ‘vaak’ en even later, opnieuw een voorstel om dat woord ‘vaak’ toch maar weer te vervangen door ‘dikwijls’. Iemand in de zaal vroeg zich hoorbaar af wat toch het verschil was tussen vaak en dikwijls, waarop Schouten uiterst geïrriteerd opmerkte: “Het enige verschil dat ik weet, is dat je wel kunt zeggen Klaas Vaak maar niet Klaas Dikwijls”.



Elie Cartan, Oslo, 1936

D. van Bantzig

als topologen samen werkzaam geweest.”

“Ik denk sterk in plaatjes, erg sterk, misschien meer nog dan Freudenthal. Freudenthal had bijvoorbeeld ook een sterke interesse in grondslagenkwesties. Hoe respectabel ik dat ook vind, dat moet ik nooit doen. Hij dacht ook wel in plaatjes, maar ik denk dat ik toch meer in plaatjes dacht dan hij. Als ik nu Freudenthals boek over Lie-groepen inkijk, dan denk ik, het is allemaal knap, maar ik begrijp niet dat je het op deze manier opschrijft. Ook als ik het boek van Jacobson over Lie-algebra's lees: maar man, hoe kun je zo iets opschrijven! Het is gewoon een andere manier van denken, een niet-meetkundige manier, een algebraïsche manier. Anderen kunnen weer niet op mijn manier of op Cartans manier denken.”

Bij Lie-groepen, Lie-algebra's, cohomologie en bij de Cartan-Leray spectraalrij kun je moeilijk plaatjes maken. “Nee, dat is dan aan de rand. Toch is het zo dat ik altijd in plaatjes denk. [De spectraalrij vormt zich nu onder Van Est's handen in de lucht]. Tijdens de oorlog heb ik natuurlijk toch wel eens wat wiskundeboeken ingekeken en een van de dingen die ik niet heb afgemaakt na mijn kandidaats — waar de oorlog dus als obstructie tussen is gekomen — is een college partiële differentiaalvergelijkingen. Je hebt partiële differentiaalvergelijkingen van de eerste orde en van hogere orde en dat zijn twee verschillende theorieën. De theorie van partiële differentiaalvergelijkingen van de eerste orde is echt een heel meetkundige theorie. Daar zie je echt de oplossingen van zo'n systeem lineair voor je: dat is dus echt een foliatie — een term die ik toen nog niet kende! — Je ziet dan gewoon in die ruimte dat hij wordt opgevuld, lokaal, door die oplossingen. Ik besepte wel dat het verder weinig zoden aan de dijk zette om dat beeld te hebben bij die oplossing, maar op de een of andere manier vond ik dat leuk. Toen ik naderhand in de foliaties terecht kwam, dacht

ik, zie je wel, het kan zo gek niet lopen in het leven of je komt weer terug bij de dingen die je hebt laten liggen — bij een plaatje in dit geval.”

Uw jaar in Princeton in 1953/54 was een belangrijke stap in uw carrière. Was het op eigen initiatief dat U daar naartoe ging? “Ik was bij Freudenthal in Utrecht assistent vanaf 1947 en vanaf 1950 zat ik daar als min of meer als vast medewerker. In 1952/1953 was de topoloog Ralph Fox uit Princeton op bezoek in Utrecht omdat hij iets gedaan had op het gebied van ‘eindentheorie’, waarvan Freudenthal de *Urheber* was. Vanwege onze gemeenschappelijke belangstelling zorgde Fox dat ik een jaartje als visiting lecturer naar Princeton kon komen.”

“Het werk aan de Lie-algebra-stellingen had ik achtergelaten bij Freudenthal toen ik naar Princeton vertrok en die heeft het vlot in de *Proceedings* van de KNAW laten verschijnen. Toen dat verscheen en Princeton bereikte, verbeterde dat mijn status wel. Kort daarna heb ik die zaak kunnen aanscherpen met behulp van spectraalrijen. Hiermee was ik vertrouwd geraakt door Robert Herman die ook in dat jaar 1952/53 in Nederland was op een reisbeurs en vaak naar Parijs ging voor het befaamde *séminaire Bourbaki*, dat juist dat jaar door Cartan werd gegeven over topologie. Herman was een groot pleitbezorger van het gebruik van Elie Cartans werk in de fysica en hij vertelde me over spectraalrijen. Ik ontmoette hem opnieuw in Princeton. Een Amerikaan als Herman reisde gewoon vanuit Nederland naar Parijs, maar voor Nederlanders was het in die tijd echt iets uitzonderlijks om het *séminaire Bourbaki* bij te wonen.”

Topologeneffect

In Amsterdam heeft J. de Groot een hele generatie wiskundigen opgeleid die de verzamelingstheoretische topologie een prominente plaats hebben gegeven. Men spreekt wel van het topologeneffect. Heeft dit de door Freudenthal ingezette bloei van de algebraïsche topologie opzij geschoven? “De Groot was daar zeker niet op uit. Natuurlijk zoals een lichaam in beweging een zekere traagheid heeft, zo volhardt ook het intellect in zijn spoor. Door het vak waarin je bent opgeleid, heb je een zekere richting gekregen, maar je zou zeggen, die leerlingen hadden ook zelf hun blik wel kunnen verruimen.”

“Ik begrijp ook heel goed hoe dat gaat. Voor de algemene topologie heb je weinig bagage nodig om ergens aan te beginnen. Een tijdlang kon je met een nieuw begrip of een verdere abstractie een heel eind komen ...

alleen de band met werkelijke wereld is dan soms ver te zoeken.”

“Ik vermoed dat De Groot wel degelijk heeft gezien dat het *centrum* van de *topologie* elders lag. Je hebt van die verzamelings-theoretische topologie wel een beetje nodig, maar het harde werk werd toch gedaan in de algebraïsche topologie. Dat zal de reden zijn geweest dat hij het verschijnen van *Foundations of Algebraic Topology* van Eilenberg en Steenrod aangreep om er een seminarie te geven. Mensen als Springer, Korthagen en Murre zaten daar bij.”

Commentator

Van Est is vooral bekend om zijn werk aan cohomologie- en Lie-theorie. Hoe zou U uw eigen bijdrage aan dit terrein omschrijven? “Mijn eigen bijdrage, als ik het je heel eerlijk mag zeggen, is nul-komma-nul.”

Ja, dat is een echte Van Est-uitspraak. “Ik ben een commentator geweest van dingen die ooit eerder gedaan zijn. Ja, mijn enige bijdrage is dat ik in de jaren vijftig een aantal dingen heb bewezen over differentieerbare cohomologie. Daarvan moet ik zelf zeggen: dat

Lie-III

Een Lie-groep is een gladde variëteit voorzien van een groepsstructuur (met C^∞ -differentieerbare vermenigvuldiging), zoals de groep van inverteerbare $n \times n$ -matrices.

Een Lie-algebra is een vectorruimte V voorzien van een bilineair ‘Lie-haakje’,

$$[-, -]: V \times V \rightarrow V,$$

dat voldoet aan de volgende axiomas (het tweede axioma is de zogenaamde Jacobi-identiteit):

$$[x, y] = [y, x]$$

en

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] + [y, [x, z]].$$

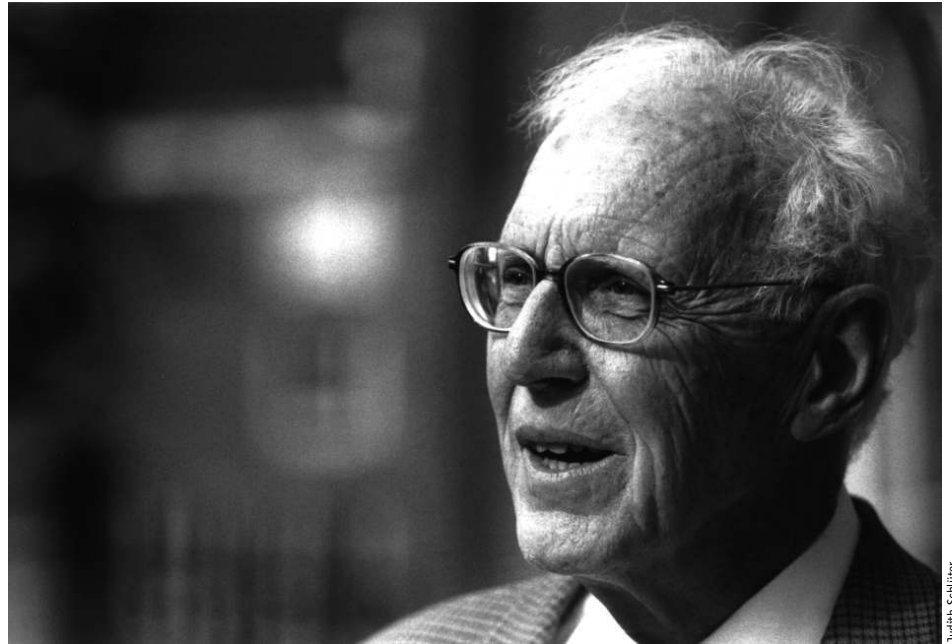
De raakruimte $\mathfrak{g} = T_e(G)$ van een Lie-groep G in het punt e (de eenheid van de groep) is een Lie-algebra. De derde fundamenteelstelling van S. Lie zegt dat elke eindigdimensionale Lie-algebra V van deze vorm is. Zie bijvoorbeeld E. Cartan, *Oeuvres Complètes*, Parti I (‘Groupes de Lie’), 1307–1330. Er is geen versie van Lie-III voor Banach-Lie-algebras, zie W.T. Van Est en Th.J. Korthagen, *Indag. Math.* **24** (1962), 409–425.

waren dingen, die waren in die tijd niet bekend. Dat was ook inderdaad toch wel aardig. Ehresmann had me uitgenodigd voor een voordrachtje in Parijs in zijn *séminaire* en daar bleek dat zelfs Chevalley, die toch niet zo gecharmeerd was van een meetkundige werkwijze, nieuwsgierig was naar dit werk.”

“Voor de rest, bijvoorbeeld wat Lie-III betreft, kan ik niet anders zeggen dan dat ik een commentator ben geweest van wat Cartan ooit heeft gedaan, maar dan wel een commentator die een aantal consequenties heeft getrokken, die anderen niet hebben getrokken. Dat is wel waar, maar het is in feite Elie Cartan.”

“Je moet het maar eens nalezen in zijn verzamelde werken. Het artikel ‘La topologie des espaces représentatifs des groupes de Lie’ is gebaseerd op de openingsvoordracht van een conferentie in Genève in oktober 1935. Daar heeft Cartan toch een paar schuifjes losgemaakt. Hopf was erbij en is door die voordracht gaan werken aan, wat naderhand is gaan heten, de stelling van Hopf over topologische structuur van groepen of van Hopfruimten.”

Hoe kwam U van differentieerbare cohomologie bij foliaties terecht? “Dat was dus eigenlijk via de Lie-theorie. Lie-III voor Banach-Lie-algebra’s bestaat niet in strikte vorm. Het bestaat alleen in strikte vorm als je wilt accepteren dat er groepen zijn die in strikte zin niet-analytisch zijn, maar die — om het in moderne terminologie te zeggen — als S-atlas, een soort gegeneraliseerde variëteit, wel bestaan. Neem maar het quotient van de reële getallen met betrekking tot zijn overal dichte ondergroepen, dat is precies het fenomeen dat zich hier voordoet. Dat was het begin voor mij. Aan de andere kant, laten we eerlijk zijn, Banach-groepen, Banach-Lie-algebra’s, best aardig, je kunt natuurlijk wel van alles definiëren, maar het heeft verder zo



Judith Schütter

weinig concrete toepassing. Daarom vroeg ik mij af of er niet in eindige dimensies iets zou zijn waar je ook dat soort fenomenen tegenkomt. Zo kwam ik op de foliaties terecht.”

Haefliger probeerde op het symposium even om S-atlassen te hernoemen tot Van Est-variëteiten, maar daar wilt U niet aan? “De S van S-atlassen komt van Satake. In het begin zei ik *schéma de variété* en op een suggestie van Pradines ben ik ze zo gaan noemen. Satake werkte met een speciaal geval van dergelijke variëteiten waar singulariteiten in zitten, maar als je het nu S-atlas noemt in plaats van *schéma de variété*, dan doe je hem ook recht. Tegelijkertijd had je Thurston met zijn *orbifolds* en Haefliger met *pseudogroepen*, maar je kunt niet aan het hernoemen blijven. De reden dat ik voor mijzelf de voorkeur geef aan de naam S-atlassen, is dat deze naam uitdrukt dat je het beschouwt als beschrijving van een zekere wereld, een vreemde wereld maar des-

ondanks als beschrijving van een wereld. En die wereld die je beschrijft in het geval van foliaties is dan de transverse structuur. Zo heb ik het altijd willen beschouwen, het is gewoon een atlas, maar op een wat vreemde manier zit hij aan elkaar. Je beschrijft namelijk een wereld die, als je naar het topologische substraat kijkt, er heel vreemd uitziet, maar desondanks op mijn knutselachtige manier een atlas. Dat is de intuïtieve achtergrond van de naamgeving.”

Intuïtie en bewijs

U noemt uzelf commentarist. Toch bent U degene die expliciet maakt, wat bij Cartan impliciet staat. Is dat expliciteren niet het wezen van de voortgang in de wiskunde? “Dat zijn dingen waar je vanzelf toe komt. Je wordt door een zeker inzicht geleid en dan moet je maar achteraf verifiëren dat dat inzicht een tastbaar hard resultaat oplevert. Het besef dat het bewijs er staat, dat je voor jezelf de overtuiging hebt dat het rond is, dat leer je niet van iemand; je leert het vanzelf in de loop van de tijd. Voor mijn afstuderen gaf Van Dantzig me een artikel om in het colloquium te bespreken. Daar heb ik heel hard aan gewerkt en op een gegeven moment wist ik niet meer of de dingen nu wel of niet bewezen waren. Dat heb ik toen met Van Dantzig doorgesproken.”

Had U voorbeelden qua schrijfstijl? “De stijl van Freudenthal om dingen op te schrijven, heb ik naderhand altijd een beroerde stijl gevonden. Als je dat vergelijkt met Hopf, daar gaat het allemaal zo natuurlijk. Het staat er allemaal prachtig, hoor, bij Freudenthal, en het klopt ook wel, maar zoals Cartan som-

Het Van Est-isomorfisme

Van Est is vooral bekend om het zogenaamde Van Est-isomorfisme, dat een verband aangeeft tussen de ‘differentieerbare cohomologie’ van een Lie-groep, gedefinieerd in termen van differentieerbare coketens

$$G \times \dots \times G \rightarrow \mathbf{R},$$

en de cohomologie van de Lie-algebra $\mathfrak{g} = T_e(G)$ gebaseerd op lineaire coketens

$$\mathfrak{g} \wedge \dots \wedge \mathfrak{g} \rightarrow \mathbf{R}.$$

Er is eigenlijk een aantal isomorfismen, alle gebaseerd op de zogenaamde Van Est spectraalrij. Er is een mooi bewijs van de derde fundamentealstelling van Lie dat gebruik maakt van het Van Est-isomorfisme. Van Est publiceerde zijn resultaten in de *Proceedings* van de KNAW (1955). Zie bijvoorbeeld ook A. Borel en N. Wallach, ‘Continuous Cohomology, etc’, *Annals of Math Studies* 94, Princeton U.P. 1980.

