

Boekbesprekingen

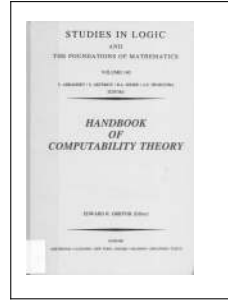
| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG
 Instituut voor wiskunde en informatica
 Postbus 800, 9700 AV Groningen
 Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>
 E-mail: revwg@math.rug.nl



E.R. Griffor
Handbook of computability theory
(Studies in logic and the foundations of mathematics; 140)
 Amsterdam: Elsevier, 1999
 727 p., prijs NLG 295,-
 ISBN 0-444-89882-4

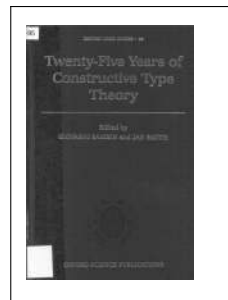
Dit handboek opent met de constatering dat er op het gebied van recursietheorie veel is gebeurd sinds de verschijning van het befaamde *Handbook of mathematical logic*. Dit boek, dat in 1977 en opnieuw in 1993 door North-Holland werd uitgegeven, bevat een deel (deel C, 293 p.) dat geheel is gewijd aan recursietheorie. De recente ontwikkelingen rechtvaardigen, volgens de editor, de uitgave van een handboek dat deze in kaart brengt. Hierbij is gestreefd naar een minimale overlap met de eerdere uitgave.

Het resultaat is een specialistisch boek dat zeker niet geschikt is voor een eerste kennismaking met het vakgebied. Daarvoor bestaat een voldoende groot boekenaanbod. En voor wie een heel grondig overzicht van de klassieke recursietheorie zoekt, is er de mooie monografie van Odifreddi, *Classical recursion theory* (1989), ook uit de catalogus van Elsevier. Voor iemand met een bescheiden belangstelling voor de theorie van berekenbaarheid (zoals een doorsnee informaticus) is het onderhavige handboek zeer zware kost. Het richt zich dan ook tot de specialist die geïnteresseerd is in de aanverwante specialismen. Het eerste hoofdstuk is bijzonder toegankelijk en leuk om te lezen. Hierin wordt de geschiedenis en de ontwikkeling van de notie berekenbaarheid behandeld.

Het handboek bevat 18 hoofdstukken geschreven door erkende specialisten op de betreffende onderwerpen. De onderwerpen zijn gegroepeerd in 6 verschillende delen, waardoor het handboek een overzichtelijke structuur heeft gekregen. Deze delen zijn:

- Fundamentals of Computability Theory;
- Reducibilities and degrees;
- Generalized Computability Theory;
- Mathematics and Computability Theory;
- Logic and Computability Theory;
- Computer Science and Computability Theory.

H. Tonino



G. Sambin en J. Smith
Twenty-five years of constructive type theory
(Oxford Logic Guides; 36)
 Oxford: Oxford University Press, 1998
 283 p., prijs £55
 ISBN 0-19-850127-7

Na een carrière in de waarschijnlijkheidsrekening raakte de Zweedse wiskundige Per Martin-Lof geobsedeerd door de grondslagen van de wiskunde. In het begin van de jaren '70 ontwikkelde hij een constructieve typentheorie, die hij zelf intuïtionistische typentheorie noemde, maar die bekend staat als Martin-Lof (ML)

typentheorie. De theorie is dan ook van een andere aard dan de intuïtionistische theorieën à la Brouwer (Kreisel, Troelstra,...). Een van de belangrijke verschillen is dat de typentheorie van Martin-Lof slechts een beperkte vorm van het machtsverzamelingsaxioma bevat – het is wat logici een predicatieve theorie noemen. Martin-Lofs theorie en haar varianten hebben sinds hun ontstaan een gestage belangstelling genoten van logici. De theorie blijkt ook relevant voor de informatica, daar formele bewijzen in ML-typentheorie vrijwel direct geïnterpreteerd kunnen worden als programma's (het 'programs-as-proofs' paradigma).

Er rest nog een behoorlijk aantal open problemen rond deze ML-typentheorie. In het bijzonder is de modeltheorie daarvan nog steeds niet geheel bevredigend ontwikkeld, hoewel daar reeds veel werk aan is verricht, met name met behulp van categorische methoden. Ook blijft (althans voor deze recensent) het gebruik van een zogeheten uitputtende rij universa een wat kunstmatige manier om de theorie te versterken maar toch de eerder genoemde predicativiteit te behouden.

Het hierboven genoemde boek is het verslag van een congres dat plaatsvond in 1995. Het bevat een nooit eerder gepubliceerd artikel van de hand van de meester zelf. Dit artikel, *An intuitionistic theory of types*, dateert uit 1972 maar is nog steeds de moeite van het lezen meer dan waard. Voorts bevat het boek 14 originele bijdragen door verschillende auteurs, van nogal uiteenlopende diepgang en originaliteit. Er zijn interessante bijdragen, bijvoorbeeld van N.G. de Bruijn over de relatie tussen grondslagen van de wiskunde en computer-verificatie van bewijzen, van A. Setzer die het klassieke instrument van de bewijstheorie, de ordinaalnotaties, bestudeert in de context van ML-typentheorie, en van E. Palmgren over verschillende soorten universa in ML-typentheorie. Ook is er een interessant artikel van Hofman en Streicher, waarin modellen worden geconstrueerd met behulp van groepoiden. Maar er is ook een aanzienlijk aantal flauwe bijdragen, onder andere een over realiseerbaarheid en een over een axiomatisering van 'subset theory', die in dit fraai uitgegeven boek eigenlijk misstaan.

I. Moerdijk

daagse conferentie geweest, georganiseerd door de Open University te Milton Keynes, Engeland.

De titels van de hoofdstukken zijn als volgt: Introduction, Enumeration, Number Theory, Partial Orders, First-order-logic, Linear Algebra, Matroids, Codes, Groups, Geometry, Topology, Knots, Probability, Statistics, Computing, Artificial Neural Networks, International Finance. Het hoofdstuk 'Knots' van Dominic Welsh sprak me het meest aan en vond ik erg goed. Hierin is werkelijk sprake van de toepassing van grafentheorie. Het hoofdstuk van Colin McDiarmid over 'Probability' vond ik ook zeer de moeite waard; dit is een goed voorbeeld waarin een ander deelgebied van de wiskunde met succes toegepast wordt in de grafentheorie. Het hoofdstuk vormt een fraaie toegang tot dit tegenwoordig vrij populaire deelgebied van de probabilistische methoden in de grafentheorie. Van een tweezijdige wisselwerking tussen twee gebieden is bijvoorbeeld sprake in het eveneens goed geschreven hoofdstuk 'Partial Orders' door Graham Brightwell. Zonder de anderen tekort te willen doen, waren dit voor mij de meest waardevolle bijdragen. Overigens zijn alle hoofdstukken goed verzorgd en min of meer in dezelfde stijl geschreven, zodat het boek meer is dan een bundeling van afzonderlijke essays.

Al met al vond ik het een leuk boek, dat ik kan aanraden aan wiskundigen die eens wat verder willen kijken dan hun eigen deelgebied.

H.J. Broersma

A. Schinzel

Polynomials with special regard to reducibility

(*Encyclopedia of Mathematics and its Applications*; 77)

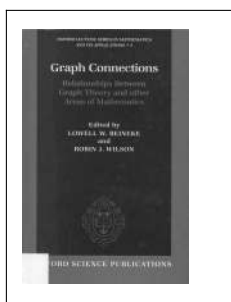
Cambridge: Cambridge University Press, 2000

558 p., prijs £60

ISBN 0-521-66225-7

From the introduction: "This book is an attempt to cover most of the results on reducibility of polynomials over fairly large classes of fields; results valid only over finite fields, local fields or the rational field have not been included. On the other hand, included are many topics of interest to the author that are not directly related to reducibility, such as Ritt's theory of composition of polynomials."

Its contents include 1. Arbitrary polynomials over an arbitrary field (Lüroth's theorem, theorems of Gordan and E. Noether, Ritt's theorems, reducibility and decomposability — two variables, Kronecker's theorems on factorization, Reducibility and decomposability — more than two variables; auxiliary results, on irreducibility of a polynomial and of its substitution value after specialization, a polytope and a matrix associated with a polynomial); 2. Lacunary polynomials over an arbitrary field (theorems of Capelli and Kneser, applications to polynomials in many variables, extension of a theorem of Gourin, reducibility of polynomials that are a trinomial in one of the variables, reducibility of quadrinomials in many variables, the number of terms of a power of a polynomial); 3. Polynomials over an algebraically closed field (a theorem of E. Noether, theorems of Ruppert, Salomon's and Bertini's theorems on reducibility, Mahler measure of a polynomial over \mathbb{C}); 4. Polynomials over a finitely generated field (a refinement of Gourin's theorem, a lower bound for the Mahler measure of a polynomial over \mathbb{Z} , the greatest common divisor of $KP(x^{n_1}, \dots, x^{n_k})$ and $KQ(x^{n_1}, \dots, x^{n_k})$, Hilbert's



L.W. Beineke en R.J. Wilson
Graph connections - Relationships between graph theory and other areas of mathematics

(*Oxford lecture series in Mathematics and its applications*; 5)

New York: Oxford University Press, 1997

291 p., prijs £35

ISBN 0-19-851497-2

Het materiaal in dit boek is volgens de tekst op de achterkant bedoeld om wiskundigen te informeren over de 'applicability of graph theory to other areas of mathematics'. In een aantal van de 17 hoofdstukken wordt aan deze opzet voldaan, in de meeste hoofdstukken is sprake van het omgekeerde, en in enkele van een wisselwerking tussen twee deelgebieden. Niettemin geeft het boek een groot aantal 'graph connections'. Dit wordt bewerkstelligd door een serie op zichzelf staande hoofdstukken, waarvan één inleiding, die elk ingaan op een specifiek deelgebied (niet altijd zo duidelijk binnen de wiskunde) en die geschreven zijn door experts in die deelgebieden. De aanleiding daartoe is een een-

irreducibility theorem); 5. Polynomials over a number field (families of diagonal ternary quadratic forms each isotropic over K , reducibility of certain classes of polynomials, a digression of Kernels of lacunary polynomials); 6. Polynomials over a Kroneckerian field (Mahler measure of non-self-inversive polynomials, non-self-inversive factors of lacunary polynomial, self-inversive factors of a lacunary polynomial, the generalized Brauer-Hopf problem). Ten appendices provide background results. An eleventh, by Umberto Zannier, details the proof by Bombieri and Zannier of a conjecture generalising Theorem 45.

The flavour of the results of this book is nicely illustrated by that theorem. It shows that for every pair F and G of coprime polynomials in n variables over a field K of characteristic zero there is a constant $c(F, G)$ with the following property. Let ξ be an element of the algebraic closure \bar{K} of K and not a root of unity. Then every n -tuple $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ of integers such that $F(\xi^{a_1}, \xi^{a_2}, \dots, \xi^{a_n}) = G(\xi^{a_1}, \xi^{a_2}, \dots, \xi^{a_n})$ is orthogonal to some nonzero integer n -tuple b of length $|b_1| + |b_2| + \dots + |b_n|$ bounded by $c(F, G)$.

This is a wonderful book, filled with unexpected results about polynomials of which you did not realize you needed to know them. Everyone should have leafed through it, and many will find it worth space on their bookshelf. My principal objection to the book is that it reduces the value of owning its predecessor, *Selected topics on polynomials* (1982). I could also carp about excessive detail but, equally, I should praise the author's care and precision.

A. van der Poorten

D.M. Clark en B.A. Davies

Natural dualities for the working algebraist

(Cambridge studies in advanced mathematics; 57)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

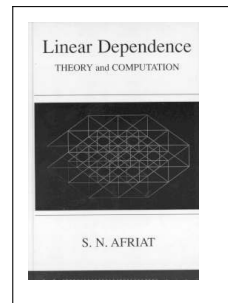
356 p., prijs £40

ISBN 0-521-45415-8

Ik ben eigenlijk niet een geschikte recensent voor dit boek. Het behandelt dualiteit in termen van categorie theorie, terwijl ik me in het dagelijks leven daar verre van houd. Toch zal ik kort proberen de essentie van dit boek weer te geven. Overigens oogt het boek interessant, goed verzorgd en leesbaar.

De theorie van natuurlijke dualiteiten komt voort uit drie resultaten. In 1936 bewees Stone dat iedere Boolese algebra isomorf is aan de algebra van alle open deelverzamelingen van een totale losse compacte ruimte. Hij bereikte dit resultaat door — in categorie theoretische termen — te laten zien dat de categorie van Boolese algebras dual equivalent is aan de categorie van Boolese ruimtes. Birkhoff en Pontryagin bewezen in dezelfde periode gelijksoortige dualiteiten over respectievelijk distributieve tralies en abelse groepen. In de 70-er jaren werd dit werk voortgezet en zijn veel meer dergelijke dualiteiten ontdekt. De theorie van natuurlijke dualiteiten is hier weer een veralgemenisering van. Een klasse van algebras is een kandidaat voor een natuurlijke dualiteit als deze klasse een quasi varieteit is gegenereerd door een eindige algebra. De duale van een algebra in deze klasse bestaat dan uit alle continue homomorfismen over een gestructureerde Boolese ruimte. Dit levert een alternatieve visie op de oorspronkelijke algebra, en kan zo tot meer inzicht leiden. Het boek beschrijft het vakgebied tot de lente van 1998.

J.F. Groot



S.N. Afriat

Linear dependence. Theory and computation

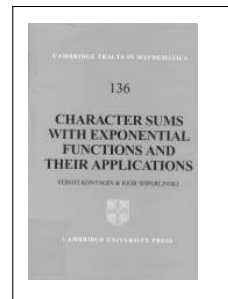
Dordrecht: Kluwer, 2000

175 p., prijs NLG 175

ISBN 0-306-46428-4

Dit boek gaat over lineaire algebra. Nadat ik het bekeken had vroeg ik me af: voor wie is het geschreven? In het voorwoord schrijft de auteur: "While providing an accommodation for distinct possible novelties, the purpose is to bring emphasis on approaches to the topic, serving at the elementary level and more broadly." Wat betreft "serving at the elementary level": dit boek is volkomen ongeschikt voor iedere eerstejaars student die nooit iets van lineaire algebra gezien heeft; het is veel te compact en te abstract geschreven en bevat geen enkel voorbeeld. De eventuele nieuwigheden zijn ook niet echt nieuw: het allernieuwste in dit boek gaat terug tot 1988 en zal dus zeker voor de expert eerder klassiek dan nieuw zijn. Tot slot de prijs, 175 gulden, dat is drie keer zoveel als ieder schitterend geïllustreerd, met veel voorbeelden verlucht en helder geschreven Amerikaans tekstboek over lineaire algebra! Wat zou een uitgever als Kluwer ooit in zo'n boek gezien hebben en wat denken ze eraan te verdienen?

A. van den Essen



S.V. Konyagin en I.E. Shparlinski

Character theory with exponential functions and their applications

(Cambridge tracts in mathematics; 136)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

163 p., prijs £30

ISBN 0-5216-4263-9

In dit boek worden verschillende zaken aangeroerd die allemaal betrekking hebben op de verdeling van gehele machten van een gegeven geheel getal a (groter dan 1) modulo een priemgetal p met $\text{ggd}(a, p) = 1$. Mogelijke toepassingen van dergelijke resultaten vinden we bijvoorbeeld in pseudo-randomgetallen voortbrengers, algebraïsche getaltheorie, complexiteits-theorie, cryptografie, coderingstheorie, en theorie van functielichamen over een eindig lichaam. Al deze onderwerpen staan in het boek vermeld.

Ofschoon relatief bescheiden van opzet, biedt het boek maar liefst achttien korte en bondige secties. We noemen enkele onderwerpen: priemidealen, Cauchy-Schwarz ongelijkheden, diverse aspecten van grenzen aan sommen van karakters, grenzen aan Gauss-sommen, multiplicatieve verplaatsingen van zekere verzamelingen, representanten van restklassen, cirkeldivisielichamen en perioden van Gauss, combinatoriek, verdeling van machten van primitieve wortels, supersinguliere hyperelliptische krommen, dimensie van BCH-codes.

Van al deze dingen worden eigenschappen genoemd en waar nodig, kort bewezen, onopgeloste vragen gesteld, en naar (nog)

meer diepzinniger literatuur verwezen. De bibliografie telt 93 items. Om een idee te geven, werk wordt genoemd van Baker, Clark, Davenport, Evertse, Flatto, Girstmair, Gurak, Meyerson, Thaine, terwijl ook meervoudig werk van beide auteurs is vermeld. Er is jammer genoeg geen persoonsindex.

Naar mijn mening gaat het hier om 'afschattingstheorie' binnen de analytische getaltheorie. Ik vond het een wat moeizaam boek (vele onderwerpen met verwijzingen naar elders) maar tegelijkertijd ook heel informatief: je leert er wat van. Of dit boek het aanschaffen waard is, durf ik niet te zeggen. Maar wel dient het in bibliotheken van instituten te staan waar voornoemde onderwerpen bekend zijn. Tot slot iets verwarrens. De beschermhoes van het boek noemt het als deel 136 van de Cambridge Tracts serie, in het boek zelf staat het als deel 132, terwijl de Library of Congress Cataloguing in Publication Data rept van deel 24 in de Cambridge Studies in Advanced Mathematics serie. *R.W. van der Waall*

H. Radjavi and P. Rosenthal
Simultaneous triangulations

(Universitext)

New York: Springer-Verlag, 2000

318 p., prijs DM 69,-

ISBN 0-387-98466-6

A matrix over the field of complex numbers (or any other algebraically closed field) is unitarily similar to a matrix in triangular form, the Schur form (1909). The QR algorithm computes this Schur form. Its beauty together with its efficiency and accuracy (by its unitarity) makes it one of the highlights in numerical linear algebra. Schur applied his form to the study of integral equations; it has since been used in a wide variety of contexts. The present book is designed to appeal to two different, yet intersecting audiences: linear algebraists and operator theorists. The first half contains a thorough treatment of classical and recent results on triangulation (is simultaneous triangulation) of collections of matrices. The remainder describes what is known about extensions to compact and to bounded linear operators on Banach spaces.

The authors make many nice results easily accessible: if $AB - BA$ has rank 1, then $\{A, B\}$ is triangularizable (Laffey), the same for a semigroup of nilpotent operators (Levitzki), for a semigroup with constant trace (Kaplansky) and for a semigroup of compact quasipotent operators on a Banach space (Turovskii).

Section 1.6 is a visit with Approximate commutativity (similarities bring an upper triangular matrix to its diagonal (Perron, Bellman)), indeed for a triangularization theorem on a class of approximate commutative matrices. This theme recurs in section 7.6 (Ringrose).

It is a nice book, giving a treatment of classical and recent results. The material is presented in a cohesive and readable form. The finite dimensional results are selfcontaining; those interested in operator theory could begin in Chapter 7. The Notes and Remarks, almost 300 referenes, and an extensive subject index are helpful for the reader.

In the preface I read "We hope that the results will increase the applications of triangularizations to other areas ..." I have not found any indication of applications. This is really an omission as is the absence of examples and exercises. *M.H.C. Paardekooper*

X. Xu

Introduction to vertex operator superalgebras and their modules

(Mathematics and its Applications; 456)

Dordrecht: Kluwer, 1998

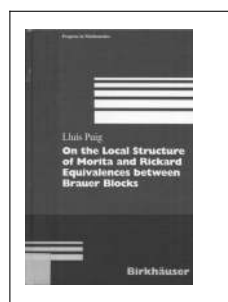
356 p., prijs NLG 295,-

ISBN 0-7923-5242-4

De theorie van de Vertex-Operator-Algebra's geeft een algebraïsche beschrijving van Conforme-Velden-Theorie. Het speelt een belangrijke rol in de string-theorie en de statistische mechanica. Het onderhavige boek geeft een uitstekende introductie tot deze benadering van deze natuurkundige theorie. Het is duidelijk geschreven en kan als introductie voor doctoraalstudenten en ook als naslagwerk voor onderzoekers gebruikt worden. Tevens generaliseert het vele bekende resultaten die oorspronkelijk bewezen zijn voor Vertex-Operator-Algebra's tot de theorie van de superalgebra's.

Het boek is in twee delen opgesplitst. Deel 1 bestaat uit twee hoofdstukken over zelf-duale codes en roosters. Dit deel is bedoeld om de lezer een beter beeld te geven van de Rooster-Vertex-Operator-Superalgebra's die in hoofdstuk 6 en het tweede deel van het boek behandeld worden. Dit tweede deel gaat over Vertex-Operator-Superalgebra's en hun modulen. Hoofdstuk 3, met als titel "Definitions and General Properties", geeft een introductie hoe men kan rekenen met formele variabelen, gevolgd door een beschrijving van de algemene theorie. In hoofdstuk 4 wordt vervolgens nader ingegaan op de connecties tussen Vertex-Operator-Superalgebra's en de Conforme Superalgebra's, die recentelijk door V. Kac geklassificeerd zijn. Hoofdstuk 5 beschrijft naast de voorstellingstheorie van de Virasoro-Vertex-Operator-Algebra, de getwiste Zhu-Algebra en getwiste twijnoperatoren. Hoofdstuk 6 "Lattice Vertex Operator Algebras" beschrijft en klassificeert modulen van de meest bekende Vertex-Operator-Superalgebra's, namelijk diegene die gebaseerd zijn op een rooster. Het boek eindigt in hoofdstuk 7 met een onderzoek naar enkelvoudige Vertex-Operator-Superalgebra's die voortgebracht worden door de deelruimten van conform gewicht 1 of 1/2.

Hoewel het boek, zoals zoveel boeken over Vertex-Operator-Algebra's, erg technisch is, ben ik van mening dat de auteur er goed in is geslaagd om een duidelijke structuur aan te brengen. Dit maakt het boek goed lees- en bestudeerbaar en daarom interessant voor onderzoekers en studenten in het gebied van de Theoretische en Mathematische Natuurkunde. *Johan van de Leur*



L. Puig

On the local structure of Morita and Rickard equivalences between Brauer blocks

(Progress in mathematics; 178)

Basel: Birkhauser, 1999

260 p., Prijs DM 148,-

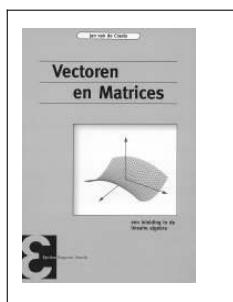
ISBN 3-7643-6156-5

Voorstellingen van een eindige groep G over een commutatieve ring K komen dikwijls in drie soorten. De interacties tussen 'gewone', 'gehele' en 'modulaire' voorstellingen zijn fascinerend en

spelen een belangrijke rol in het te bespreken boek. Toch laten de hoofdthema's zich modulair formuleren. Hier is K een lichaam van karakteristiek $p > 0$, waarbij p steeds de orde van de groep deelt. De groeenalgebra KG is niet halfenkelvoudig maar direct product van eindig veel blok-algebras $B(i)$. De structuur van zulke blokken is door R.D. Brauer vanaf de jaren 50 van de vorige eeuw bestudeerd en in verband gebracht met het gedrag van bepaalde p -ondergroepen van G . Zo'n blok bepaalt een op conjugatie na vastliggende p -ondergroep, zijn defectgroep; er is een rijke wisselwerking tussen algebra en groepentheorie. Sinds een jaar of twintig bekijkt men ook Morita equivalenties tussen blokken. Soms moet men afzwakken tot waar de equivalentie niet wordt bewerkstelligd door een moduul, maar door een eindig complex van modulen, en werkt men in de afgeleide categorie. Voor verschillende soorten groepen, blokken en defectgroepen zijn diepe resultaten geboekt. De voornaamste auteurs heten M. Broue, L. Puig en J. Rickard.

Puig zelf heeft een variant geïntroduceerd die nog sterker is dan de Morita equivalentie. Hij associeert aan een blok B van KG een bronalgebra A bevat in KG zodat B in A zit. In A is de voornaamste informatie betreffende p -ondergroepen van G verwerkt. Vanuit dit gezichtspunt brengt het boek deze belangrijke ontwikkelingen in kaart. Diepzinnige en fraaie wiskunde, maar niet gemakkelijk door een overmaat, bijna, aan structuur. Eenvoudig is dit boek evenmin. Eerder een monografie voor kenners dan een leerboek of inleiding. En eerder geschikt voor bibliotheken dan voor nieuwsgierigen uit een ander vakgebied. Voor de Catalaan Puig is het Engels duidelijk niet de moedertaal. Teleurstellend dat de uitgever geen bureaumedewerker heeft opgedragen dit wat minder evident te maken.

Jan R. Strooker



Jan van de Craats
Vectoren en matrices; een inleiding in de lineaire algebra

Utrecht: Epsilon, 2000
238 p., prijs NLG 34,50
ISBN 90-5041-056-1

Vectoren en Matrices is een bewerking van het collegedictaat *Lineaire Algebra* dat Van de Craats in 1992 schreef voor de Koninklijke Militaire Academie. Als ingangsniveau geeft hij "5 VWO met wiskunde B" aan.

Wat kun je dan voor een boek verwachten? Is het bijvoorbeeld geschikt voor een universitaire studie? Dat zegt Van de Craats niet met zoveel woorden, hoewel hij wel de suggestie wekt door te zeggen dat het boek bedoeld is voor "studenten universiteit en HBO, leraren, leerlingen 6 VWO". De hoofdmoot van het boek is een doorlopende cursus lineaire algebra (rekenen met vectoren, lineaire ruimten, stelsels lineaire vergelijkingen, matrixrekening, determinanten, afbeeldingen met hun kern en beeldruimte, eigenwaarden, eigenvectoren en diagonalisatie, inproductruimten, kwadratische krommen en oppervlakken), compleet met een verzameling opgaven inclusief antwoorden. Daarnaast zijn er talrijke uitstapjes in de richting van toepassingen (differentiaalvergelijkingen, interpolatie met polynomen, projectiemethoden voor

het tekenen van ruimtelijke figuren op een plat vlak, de [7,4]-Hamming-code, en nog veel meer).

Voor HBO-studenten lijkt het me een goed boek. Voor studenten van de KMA ook. Ik denk dat ik nog wat oefenmateriaal zou toevoegen, maar dan lijkt het boek me zeker bruikbaar. Voor een universitaire studie informatica waarschijnlijk ook wel. Maar voor studies als wiskunde, natuurkunde of econometrie weet ik het nog niet. Van de Craats beperkt zijn scalairen tot de reële getallen, ook in het hoofdstuk over inproductruimten. Weliswaar zegt hij (p. 179) dat vrijwel alles ook van toepassing is als je werkt over een ander lichaam dan \mathbf{R} , maar moeten de studenten daar dan geen ervaring mee opdoen? Ook de keuze van de ruimten die in theorie en voorbeelden voorkomen is beperkt. Af en toe zijn er functieruimten, maar ook in dit geval lijkt het me te weinig om er voldoende ervaring mee op te doen. Wat is het alternatief? De student kan toch voor deze onderwerpen een uitvoeriger en gedetailleerder boek ter hand nemen? Dat was nog een oplossing geweest, maar die uitweg biedt Van de Craats niet. Er zijn zo veel goede inleidende boeken op het gebied van de lineaire algebra, zegt hij, dat een beknopte bibliografie alleen maar arbitrair zou zijn. Vervolgens noemt hij wel een boek waaraan hij zelf veel gehad heeft (Brieskorn), maar dat is in de Duitse taal en ook al weer 15 jaar oud. Mocht er een tweede druk komen, dan mag een korte beredeneerde literatuurlijst niet ontbreken, alleen al voor degenen die via zelfstudie hun kennis willen verbreden en verdiepen.

Voor degenen die de lineaire algebra al kennen heeft Van de Craats een interessant boek geschreven. Zijn uitstapjes zijn boeiend, een klassiek onderwerp als de classificatie van kwadratische krommen en oppervlakken wordt fraai uit de doeken gedaan, en door vernuftig hergebruik van eerdere opgaven blijkt er meer in de sommenverzameling te zitten dan je bij vluchtige lezing zou denken.

Al met al laat het boek me met gemengde gevoelens zitten. Jammer dat het de studenten die meer verdienen niet net zo goed bedient als diegenen die met een beknopte cursus toekunnen.

Jan van Maanen

N.L. Carothers
Real analysis

Cambridge: Cambridge University Press, 2000
401 p., prijs £19.95
ISBN 0-521-49756-6

"Once upon a time" zo schrijft Richard Beals in het voorwoord van zijn in 1973 verschenen boek over Analyse, "students of mathematics and students of science or engineering took the same courses in mathematical analysis beyond calculus. Now it is common to separate 'advanced mathematics for science and engineers' from ... 'analysis for mathematicians'. It seems to me both useful and timely to attempt a reconciliation". Zulk een hereniging heeft sedertdien ook plaatsgevonden, en het nu te bespreken boek richt zich tot zo'n gevarieerd publiek. Het is ontstaan uit colleges voor studenten in zuivere en toegepaste wiskunde, statistiek, economie en voor aanstaande leraren. De schrijver geeft in het voorwoord enkele beperkingen aan waaraan hij zich gebonden voelde. Niettemin roept het boek herinneringen op aan de gerenommeerde leerboeken uit de jaren zestig, allereerst door de keuze van de onderwerpen, maar meer nog door de zakelij-

ke en duidelijke presentatie, die vergelijkbaar is met de beste uit vroeger jaren (zoals van Hewitt en Stromberg, Royden, en Rudin). Het is geschreven met een strakke afwisseling van korte paragrafen met enkele stellingen, gevolgd door oefeningen in een ruim voldoende aantal. De stijl is informeel, 'conversational' zegt de schrijver, en laat veel vragen, bij wijze van oefening, ter beantwoording aan de lezer over.

De inhoud van het boek telt twintig hoofdstukken, verdeeld in drie stukken. Het eerste is metrische ruimten. Hier worden de voor de reële analyse relevante begrippen uit de topologie ingevoerd: aftelbaarheid, metriek en de bijbehorende topologie, continuïteit, samenhang, volledigheid, compactheid, categorie. Het tweede is functieruimten: rijen en reeksen van functies, ruimten van continue functie met de Stone-Weierstrass-stelling, functies van begrensde variatie, Riemann-Stieltjes-integraal, de representatiestelling van Riesz, Fourierreksen. Het derde stuk is Lebesgue-maat en -integratie. De schrijver volgt hier de oorspronkelijke methodiek van Lebesgue maar met vermelding van het Caratheodory-alternatief en verwijzing naar allerlei andere opvattingen. In dit deel vindt men de hoofdstellingen over integralen van limieten; het laatste hoofdstuk van het boek gaat over differentiëren, hier ingevoerd via de 'derived numbers' van Nantanson (in diens boek *Reelle Funktionen* (1955/1961)).

Onderwerpen die men in deze context zou kunnen verwachten, maar die niet behandeld worden, zijn onder meer: Functies van meer dan één variabele, derhalve de stelling van Fubini en het differentiëren van een integraal naar een parameter; Hilbertruimte, wel terloops genoemd, en meer in het algemeen functionaalanalytische aspecten, dus ook bijvoorbeeld de Daniellintegraal. De schrijver geeft aan het eind van ieder hoofdstuk uitvoerige aantekeningen zowel over de historische ontwikkeling als over verdergaande literatuur. Samen met de gepresenteerde stof geven deze aan het boek een allure dat uitsteekt boven het gewone leerboekkarakter. Naar de smaak van deze recensent is hier sprake van een voortreffelijk leerboek.

W. van der Meiden

S.G. Krantz

Handbook of complex variables

Boston: Birkhäuser, 1999

290 p., prijs DM 148,-

ISBN 0-8176-4011-8

Dit is een heel aardig boekwerkje over elementaire complexe functietheorie. De uitvoering is zeer verzorgd: een fraaie harde kaft, een handzaam formaat en een prima layout op basis van standaard L^AT_EX met vrij veel illustraties. De kwaliteit van sommige plaatjes had wellicht iets beter gekund.

Het boekje is bedoeld als "comprehensive reference work for scientists and engineers who need to know and use essential information and methods involving complex variables and analysis". Er wordt dan ook vrijwel geen wiskundige theorie behandeld. Er is gekozen voor een encyclopedische behandeling van de belangrijkste begrippen uit de complexe functietheorie.

Het boek omvat zestien hoofdstukken en wordt afgesloten met een uitgebreide lijst van begrippen met hun betekenissen en een verwijzing naar de betreffende paragrafen, een lijst van gebruikte notaties en een tabelletje met Laplace getransformeerden.

Een opsomming van de inhoud is nauwelijks te geven. Het

boek begint met een beschrijving van de complexe getallen en het complexe vlak. Er wordt dan ook nauwelijks enige voorkennis verondersteld. De eerste dertien hoofdstukjes gaan puur over de theorie van complexe functies. In hoofdstuk 14 wordt ingegaan op toepassingen van conforme afbeeldingen. Dat hoofdstuk wordt afgesloten met een appendix, waarin plaatjes van conforme afbeeldingen zijn opgenomen. Deze plaatjes (gemaakt in CorelDRAW) zijn van aanzienlijk betere kwaliteit dan de overige illustraties. Hoofdstuk 15 handelt vervolgens over transformatietheorie en met name over de Fourier transformatie. In hoofdstuk 16 wordt ten slotte ingegaan op enkele (commercieel beschikbare) softwarepakketten, die gebruikt kunnen worden als hulpmiddel bij de bestudering van de complexe functietheorie.

Voor de doelgroep is het boek een absolute aanrader, hoewel de prijs mogelijk een bezwaar zou kunnen zijn. Het boek is absoluut niet geschikt als onderwijsmateriaal voor een cursus complexe functietheorie omdat de theorie geheel ontbreekt. Voor hen die af en toe resultaten en begrippen uit de complexe functietheorie nodig hebben en snel willen kunnen vinden is het boek zeer geschikt: de inhoud wordt erg overzichtelijk gepresenteerd.

R. Koekoek

S. Albeverio and P. Kurasov

Singular perturbations of differential operators

(London Mathematical Society Lecture Note Series; 271)

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

429 p., prijs £29.95

ISBN 0-521-77912-X

The interest in the singular perturbation problems treated in this book probably started with the 4-page paper by F.A. Berezin and L.D. Faddeev published in 1961. In it they studied the delta potential interaction $L_\alpha = -\Delta + \alpha\delta(x)$, $\alpha \in \mathbf{R}$, of the Laplace operator $-\Delta$ in the Hilbert space $L^2(\mathbf{R}^3)$. They solve the problem of modelling L_α by a selfadjoint operator with the same spectral properties. Similar modelling problems appear in, for example, quantum theory, fluid mechanics, optics, superconductivity, and high energy physics. The appendix in the present book on the history and background of singular perturbations refers to such applications, and the bibliography contains just below 1000 items. Mathematically these problems can be formulated as follows: Associate a suitable selfadjoint operator A_α , sometimes called the realization or model, with the formal expression $A + \alpha\langle\varphi, \cdot\rangle\varphi$, where A is a given selfadjoint operator in a Hilbert space H and φ is some so called singular element.

The book assumes knowledge of the theory of linear operators on Hilbert spaces such as presented in the books by N.I. Achiezer and I.M. Glazman and by M. Reed and B. Simon, and it starts at a slow pace with so-called rank one perturbations. Then it goes on at a quicker pace to many other kinds of perturbations. The authors have done a good job in making the theory accessible for researchers in analysis and mathematical physics. The only comment I have concerns the use or rather non-use of linear relations. Sometimes the restricted operator A^0 is nondensely defined and so its adjoint is a "multivalued operator" or linear relation which is easily described and among its selfadjoint extensions there are those which are not an operator and they are also easily described. For example, in the case of a bounded perturbation the

selfadjoint relation extension is unique and corresponds to the case $\alpha = \infty$, as can be deduced via Kreins formula. The authors recognize this phenomenon, but nevertheless do not consider these extensions. In fact, they completely avoid the use of linear relations. That is a pity, the theory would have been more complete when these cases were included. From a spectral point of view these cases are sometimes rather interesting. In some recent papers (by Yu.G. Shondin, J.F. van Diejen and A. Tip, and others) still more singular perturbations are studied. This higher singularity seems to warrant the use of indefinite metric spaces (in this case Pontryagin spaces) and selfadjoint linear relations provide a handy tool in the construction of the models. *A. Dijkema*

F. Hirsch en G. Lacombe

Elements of functional analysis

(Graduate Texts in Mathematics; 192)

New York: Springer-Verlag, 1999

393 p., prijs DM 98,-

ISBN 0-387-98524-7

Het boek onder recensie (een vertaling van een twee jaar eerder verschenen Frans leerboek) is een inleiding in de functionaal-analyse met aandacht voor toepassingen op distributies en partiële differentiaalvergelijkingen. De benodigde voorkennis omvat naast de gebruikelijke concepten van de calculus (in Banachruimten) en de topologie van metrische ruimten ook standaardresultaten uit de maat- en integratietheorie (Lebesgue-integraal, stellingen van Lebesgue en Fubini, elementaire eigenschappen van L^p -ruimten).

Vanwege de breedte van het te behandelen gebied is de keuze van het materiaal voor een boek met inleidend karakter en beperkte omvang een belangrijke en moeilijke beslissing. De auteurs kiezen voor het kader van metrische ruimten in plaats van algemene topologische ruimten en voor Banach- en Hilbertruimten in plaats van algemene lokaalconvexe ruimten. Op deze manier wordt concentratie op centrale concepten en technieken mogelijk zonder moeilijkheden die er door grotere algemeenheid bij zouden komen. (Zoals ook in andere inleidende leerboeken wordt de discussie van topologische aspecten van de distributietheorie beperkt tot de definitie van rijconvergentie voor testfuncties en zwakke convergentie voor distributies.)

Het boek omvat een proloog en drie delen met volgende onderwerpen:

- Proloog: aftelbaarheid, separabiliteit, diagonaalmethode
- Deel I: ruimten van continue functies op compacte verzamelingen, stellingen van Stone-Weierstrass en Arzela-Ascoli, Daniellintegraal, Radonmaten, Hilbertruimten, L^p -ruimten
- Deel II: (elementaire) spectraaltheorie in Banach- en Hilbertruimten, operatorcalculus voor begrensde Hermiteoperatoren, spectraaltheorie voor compacte operatoren
- Deel III: distributietheorie (definities, rekenoperaties, convolutie) en toepassingen op partiële differentiaalvergelijkingen (fundamenteeloplossingen, inbeddingsstellingen van Sobolev en Rellich, Dirichletprobleem voor de Poissonvergelijking, warmte- en golfvergelijking)

Deze materiaalkeuze is naar mijn mening discutabel: centrale stellingen als die van Hahn-Banach, Baire, Banach-Steinhaus en de open-afbeeldingsstelling worden niet of slechts zijdelings bespro-

ken, en met het oog op de toepassingen op partiële differentiaalvergelijkingen valt het ontbreken van belangrijke onderwerpen als onbegrensde operatoren, Fredholmoperatoren en Fouriertransformaties bijzonder op. Natuurlijk is dit ook aan de nodige beperking van de omvang te wijten, maar aan de andere kant lijkt de vrij grote aandacht voor het Daniellintegraal en Radonmaten door de beoogde toepassingen duidelijk minder gemotiveerd.

De tekst is precies geformuleerd en de bewijzen zijn uitvoerig en zorgvuldig genoeg om recht te doen aan het inleidend karakter van het boek; langere bewijzen zijn vaak in kortere stappen opgedeeld. De sterkste kant van het boek is de meer dan 400 opgaven die de tekst niet alleen begeleiden maar ook vele nieuwe onderwerpen introduceren en dus tot de inhoud van het boek essentieel bijdragen. Enkele willekeurig gekozen voorbeelden voor onderwerpen die in opgaven besproken worden zijn de stellingen van Baire en Banach-Steinhaus met toepassingen, de stellingen van Cantor-Bernstein en Lax-Milgram, de approximatiestellingen van Fejér en Korovkin, variatieongelijkheden en operatorhalfgroepen. Door de indeling van moeilijkere problemen in deelopgaven en door nauwkeurige hints zijn de opgaven goed toegankelijk en vormen dus een uitstekende grondslag voor instructies naast een college of voor zelfstudie. *G. Prokert*

R.G. Douglas

Banach algebra techniques in operator theory

New York, Springer-Verlag, 1998

194 p., prijs DM 98,-

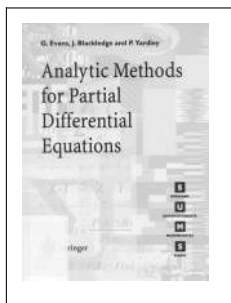
ISBN 0-387-98377-5

Dit boek behandelt op een stevige manier een aantal onderwerpen uit de Lineaire Analyse. De auteur zegt dat hij geen volledigheid heeft nagestreefd, maar bewust gepoogd heeft om op een efficiënte manier aan belangrijke resultaten te komen. Dat is inderdaad aan het boek te zien want verschillende resultaten worden snel afgeleid en daarmee samenhangende resultaten zijn in de vorm van opgaven opgenomen. De benodigde voorkennis voor dit boek bestaat uit topologie, maattheorie en algebra. Er wordt op dit punt geen enkele concessie aan de lezer gedaan en van de voorkennis wordt stevig gebruik gemaakt. De inhoud is haalbaar voor de rijpere en betere wiskundestudent. Het boek is een tweede druk en verschilt heel weinig van de eerste druk uit 1971. Verwijzingen naar literatuur van na 1971 en naar ontwikkelingen van na 1971 zijn er dan ook niet in terug te vinden, behalve in incidentele voetnoten bij opgaven waarin open problemen aan de orde komen. De bibliografie is ook niet aangepast. Het boek bevat zeven hoofdstukken, waarvan er drie zijn met basisingrediënten. Deze drie zijn Banachruimten, Banachalgebra's (met onder andere de Gelfandtransformatie) en De geometrie van Hilbertruimten. Er is een hoofdstuk over operatoren en C^* -algebra's culminerend in de stelling van Fuglede. (Als T een begrensde normale operator op een Hilbertruimte is en X is een begrensde operator met $TX = XT$, dan $T^*X = XT^*$.) Het vijfde hoofdstuk behandelt compacte operatoren en geeft een degelijke uiteenzetting over Fredholmoperatoren waarbij de indextheorie een grote rol speelt. De laatste twee hoofdstukken behandelen Hardyruimten en Toeplitzoperatoren waar al het voorafgaande heel uitgebreid bij gebruikt wordt.

Het boek is een mooi afgerond geheel en er kan veel van wor-

den opgestoken. De auteur moet wel een optimistisch karakter hebben, gezien de zwaarte van nogal wat opgaven. Een rijtje van zeven opgaven eindigt met de vraag om de stelling van Krein-Mil'man te bewijzen. (Een begrensde zwak*-gesloten convexe verzameling in de duale van een Banachruimte is het zwak*-gesloten convexe omhulsel van haar extreme punten.) De hoofdstukken eindigen met duidelijke opmerkingen over literatuur, alternatieve bewijzen en toepassingen. Helaas zijn deze opmerkingen van voor 1971. Er staan veel opgaven in het boek en gelukkig zijn de moeilijke met een * gemarkeerd.

F.J.L. Martens



G. Evans, J. Blackledge and P. Yardley
Analytic methods for partial differential equations & Numerical methods for partial differential equations

(Springer Undergraduate Mathematics Series)

London: Springer-Verlag, 2000

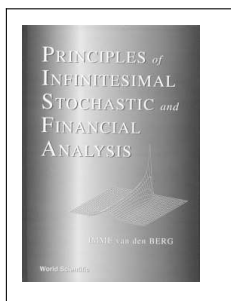
299 p., prijs DM 59,- en 290 p., prijs DM 59,-

ISBN 3-540-76124-1 en ISBN 3-540-76125-X

Both books are based on courses given by the authors at De Montfort University in Leicester. The book on analytic methods consists of five chapters containing the following subjects: the method of separation of variables for wave, heat and Laplace equations, first order equations, and hyperbolic second order equations, the Laplace transform method, the Fourier transform method, and Green's functions. The book on numerical methods consists of six chapters in which the following subjects are treated: finite differences, parabolic, hyperbolic and elliptic equations, finite element methods for ODEs, and finite elements for PDEs. Almost all sections in both books have a set of exercises, and the solutions of these exercises can be found in the appendices of both books.

All subjects are treated clearly, and emphasis is put on how to find solutions analytically, or on how to construct approximations of the solutions numerically. These books are suitable for undergraduate students (with some knowledge of ODEs) who want to have an elementary introduction to analytical and numerical methods for partial differential equations.

W.T. van Horssen



I. van der Berg
Principles of infinitesimal stochastic and financial analysis

London: World Scientific Publishing, 2000

136 p., prijs £21,-

ISBN 981-02-4358-8

When teaching a course on option pricing theory one always faces the challenge on how to present the theory to the students. In particular, how to present a good derivation of the most celebrated formula from financial theory: the Black-Scholes formula.

There are two approaches that are usually taken. The first one starts off in discrete time where one can postulate an extremely simple model for the development of asset prices: the binomial

tree. The mathematics involved in the binomial model is very basic, only a few linear algebra results lead to a pricing formula for options. Also the basic idea of option pricing, building a replication portfolio, can be made very clear. Unfortunately the final pricing formula expresses the option price in terms of binomial distribution functions and only a limit argument leads then to the Black-Scholes formula.

The other approach is to follow the original Black-Scholes-Merton derivation more closely and to use stochastic processes and Ito calculus. This has the disadvantage that one first needs to build up the machinery of Brownian Motion and Itôcalculus, which many students find very abstract. Furthermore, a fully rigorous build-up can only be based on advanced measure theory. As a consequence most of the time one ends up doing the proof 'by hand waiving' and the derivation of the Black-Scholes formula is then more or less based on faith.

Imme van den Berg's book bridges this gap by using non-standard analysis. For me this was the first time I had ever heard of non-standard analysis, and I am very impressed by the power of this approach. Many of the problems which arise when trying to make the transition from discrete to continuous time stochastic processes are avoided when using the approach of 'an unlimited number of infinitesimal steps' which is formalized by non-standard analysis. Starting from the intuitively appealing setting of a binomial tree, the non-standard analysis approach very naturally derives the well-known continuous-time formulae. Also the proofs are intuitively very appealing: all the technical burden of δ -algebra's, filtrations and 'almost surely' arguments are completely avoided.

If I have to make a critical remark, it is that the book leaves the reader with the impression that it was finished under great time-pressure. Many typos and notational inconsistencies are strewn throughout the book. Furthermore, many of the basic concepts of non-standard analysis like limited, unlimited, appreciable and the notation δ are never properly defined. Their meaning becomes clear from the context, but a formal definition and a more elaborate introduction to non-standard analysis would make the text much more self-contained.

Despite these shortcomings, I would definitely recommend the book to anyone who wants to obtain a better intuitive understanding of the continuous-time results of option-pricing theory.

A. Pelsser

V. Korotkich
A mathematical structure for emergent computation

(Nonconvex Optimization and its Applications; 36)

Dordrecht: Kluwer, 1999

164 p., prijs NLG 160,-

ISBN 0-7923-6010-9

This monograph, based on six recent papers by the author, deals with a mathematical structure, called integer code series, which is a coding for piecewise constant functions on the integers. Then another structure, called web of relations, is introduced. The author claims that this approach is suitable for describing certain phenomena mathematically as a whole. Within this 'holistic' setting, certain algebraic and geometric observations are made, issues like integer sequences (Prouhet-Thue-Morse, Fibonacci),

emergent computations and dynamical systems (chaos, period doubling) are addressed, and a notion of structural complexity is given.

I am afraid that the author's approach is rather isolated and that this monograph will probably not change that situation. This book is anything but a pleasure to read: it is often vague, poorly written and employs incorrect formulations. A typical example, taken from p. viii: "[The author] started to study questions concerning universal principles of emergent computation as a reaction to the general realization that the NP-complete problem probably could not be practically solved by using the Turing model of computation." It also contains overloaded notation (apart from the structural complexity $C(s)$ there is also a function $C(s, s')$ and even a function $C(s(i), s'(i), i)$) and it has no index. The order of the references is not alphabetical and although this volume deals with structural or descriptive complexity, it does not refer to the standard text by M. Li & P.M.B. Vitányi, *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications* (1993), Springer-Verlag. What this monograph has to do with Nonconvex Optimization remains an open question.

In short, I cannot recommend this book to anybody. *P.R.J. Asveld*

N.A. Bobylev, S.V. Emel'yanov et al.

Geometrical methods in variational problems

(*Mathematics and its Applications*; 485)

Dordrecht: Kluwer, 1999

539 p., prijs NLG 398,-

ISBN 0-7923-5780-9

This monograph is devoted to the study of nonlinear variational problems. The aim of the authors is to provide a self-contained book, accessible to anyone with a basic background in mathematics. For this reason, the authors start with an introductory chapter on functional analysis, going from metric spaces to classical applications of the contraction mapping principle.

The second chapter is devoted to the minimization of nonlinear functionals. After treating the smooth case, the authors consider convex and Lipschitzian functionals, with the corresponding generalized gradients, and Ekeland's variational principle. Interesting applications are given.

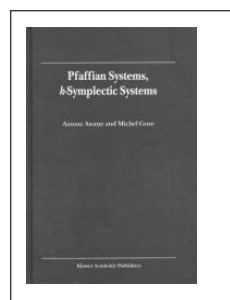
Chapter three deals with a homotopic (or deformation) technique for the study of variational problems. It exhibits a class of functionals and of deformations of such functionals, having each a unique critical point, such that the local minimum character of this point is preserved during the deformation. Applications are given to integral functionals and nonlinear programming problems.

Chapter four considers the characterization of extremals of variational problems using topological degree techniques. Degree theory is presented, using a differential topological approach, in finite dimension, and then extended to completely continuous perturbations of identity, and to some monotone-like mappings in Banach spaces. This allows one to introduce and to compute the topological index of a point of minimum and of an isolated critical set of a functional. Applications are given to problems of the classical calculus of variations and to optimal control theory. The chapter ends with a short introduction to Lyusternik-Schnirel'man minimax theory.

Chapter five is devoted to various applications of the methods developed in previous chapters. It starts with existence theorems for monotone-like gradient operators, applied to nonlinear elliptic boundary value problems, Hammerstein integral equations, problems of elasto-plasticity, and Ginzburg-Landau equations. The mountain pass theorem is then proved and applied to various partial differential equations and ordinary differential systems. Various important inequalities are proved through the homotopic deformation method. A general scheme is presented for the study of degenerate extremals of variational problems (through a finite-dimensional reduction). One then finds infinite-dimensional versions of the Morse lemma, a study of the well-posedness of variational problems, and a thorough exposition of the gradient method for minimizing nonlinear functionals. The remainder of the chapter is devoted to the bifurcation of extremals of variational problems and the existence of eigenvectors for potential operators.

The bibliographical comments are collected at the end of the volume, and refer to a bibliography of more than six hundred items. An index makes easier the access to the rich material contained in this monograph. The material presentation of the volume is good.

By giving an easy and systematic access to a number of techniques recently developed in the former Soviet Union, this book is a very useful and valuable addition to the literature devoted to the modern theory of variational problems. *J. Mawhin*



A. Awane and M. Goze

Pfaffian systems, k -symplectic systems

Dordrecht: Kluwer, 2000

260 p., prijs \$105

ISBN 0-7923-6373-6

Een uitwendig differentiaalsysteem is een meetkundige beschrijving van een systeem van partiële differentiaalvergelijkingen, namelijk als een ideaal in de uitwendige algebra van een gladde variëteit. Een belangrijk speciaal geval zijn de systemen van Pfaff, die lokaal voortgebracht worden door vormen van graad 1, hetgeen correspondeert met een systeem van vergelijkingen van de eerste orde. De classificatie van deze systemen was een populaire bezigheid in de decennia rond de vorige eeuwwisseling. Twee uitersten in deze classificatie zijn het volledig integreerbare geval, dat behandeld werd door Frobenius, en het maximaal niet-integreerbare geval, dat behandeld werd door Darboux. Deze gevallen staan tegenwoordig bekend als respectievelijk de theorie der foliaties en de contactmeetkunde. In beide is er een eenvoudige lokale canonieke vorm voor het systeem, zonder enige invarianten. Een tot heden onovertroffen prestatie werd geleverd door E. Cartan, die in zijn uitgebreide studie *Les systèmes de Pfaff à cinq variables et les équations aux dérivées partielles du second ordre* in *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.* 27 (1910) voor het eerst een lokale invariant ontdekte, te weten een ternaire vorm van graad vier. En de symmetriegroep van een systeem waarvan de invariant gelijk aan 0 is, is de gespleten vorm van de uitzonderlijke

Liegroep G_2 ! Een van de weinige eigentijdse standaardwerken op dit gebied, *Exterior differential systems* door R.L. Bryant, S.S. Chern et al. (Springer-Verlag, 1991) stelt aan de lezer als 'eindexamenopgave' een rapport te schrijven over Cartans artikel.

Deze opgave is uitgevoerd in het hier te bespreken boek, maar tot mijn spijt moet ik oordelen dat de auteurs daar slechts matig in geslaagd zijn. Het boek begint met een inleiding tot de uitwendige systemen op een elementair niveau, maar de uiteenzetting is vaak slordig en omslachtig. Dit materiaal wordt duidelijker en beknopter besproken in het eerder genoemde boek van Bryant et al. In de behandeling van de systemen in vijf variabelen hebben de schrijvers weinig aan Cartans originele werk toe te voegen. Ze voeren enkele van de lastigste berekeningen niet uit, maar verwijzen de lezer direct naar het oorspronkelijke artikel. Bijzonder teleurstellend is dat de vraag of Cartans polynomen een volledig stel invarianten zijn overgeslagen wordt. Het lezen wordt niet vergemakkelijkt door een groot aantal wis- en taalkundige zetfouten. De uitgevers hebben kennelijk weinig redactionele zorg aan dit manuscript besteed. Dat ze het niettemin voor een verkoopprijs van maar liefst bijna tweehonderd gulden op de markt brengen, wekt mijn verbazing.

Vrijwel los van de discussie van Cartans werk staan enkele hoofdstukken over k -symplectische meetkunde. De auteurs definiëren een k -symplectische structuur als een stelsel van k gesloten 2-vormen dat in zekere zin niet ontaard is, samen met een maximale deelbundel van de raakbundel die isotroop is voor elk van de 2-vormen. Een 1-symplectische variëteit is bijvoorbeeld niet anders dan een symplectische variëteit met een reële polarisatie. De schrijvers beweren dat dit begrip van belang is in de statistische mechanica, maar dragen hiervoor weinig bewijzen aan. Ze introduceren Hamiltoniaanse vectorvelden, impulsafbeeldingen, prequantisatie à la Kostant en Souriau en bespreken enige eenvoudige voorbeelden en eigenschappen. Tevergeefs zoekt de lezer naar diepere resultaten die de theorie rechtvaardigen. R. Sjamaar

gebreed tot een theorie van met passer, lineaal en 'neusis' uitvoerbare constructies, hieronder vallen alle constructies die met derde en vierde graads vergelijkingen opgelost kunnen worden. Dit zijn onder andere de kubusverdubbeling, de driedeling van de hoek en de constructie van de regelmatige zevenhoek. Uitvoerig bespreekt de auteur de hyperbolische meetkunde. Gezien zijn uitgangspunt in de elementen van Euclides, waarin de ordening een rol speelt, past de elliptische meetkunde niet in deze opzet. De theorie van de inhoud van veelvlakken met de bekende vraag naar een elementair bewijs voor de gelijkheid van de inhoud van twee viervlakken met hetzelfde grondvlak en gelijke hoogte wordt met de invariant van Dehn aan de orde gesteld. De lijn van Euclides volgend worden de regelmatige (en halfregelmatige) veelvlakken behandeld.

De auteur spreekt de wens uit dat iedere leraar dit boek doorgewerkt zou moeten hebben. In de Nederlandse situatie met de discussies over bewijzen in het onderwijs, vroeger te vinden in het onderwijs in de vlakke meetkunde, is het voor belangstellenden boeiend te lezen hoe een moderne axiomatische opbouw van de euclidische meetkunde er uit ziet en wat voor problemen en vergezichten voor wiskundigen in deze opbouw aan het licht komen.

F. van der Blij

F.J.E. Dillen and L.C.A. Verstraelen et al.
Handbook of differential geometry

Amsterdam: North-Holland, 2000

1054 p., prijs NLG 350,-

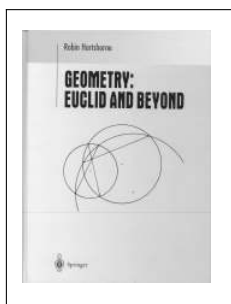
ISBN 0-444-82240-2

The editors of this handbook have taken on a massive task. Their aim is to give a "rather complete survey of differential geometry". Wisely enough they make no predictions as to how many handbooks it will take to complete their undertaking. The editors promise to publish chapters covering significant areas of differential geometry as they are sent in by the contributors to these volumes, rather than trying to build the house of differential geometry from its foundations. This may be the only feasible approach, although the resulting somewhat jumbled collection may leave not only this reader slightly dissatisfied.

This first volume contains chapters on differential geometry of webs, spaces of metrics and curvature functionals, Riemannian submanifolds, Einstein metrics in dimension four, the Atiyah-Singer index theorem, isospectral manifolds, submanifolds with parallel fundamental form, sphere theorems, affine differential geometry, isoparametric hypersurfaces, and curves. Each is written by a leading expert in the respective area. The few that I have browsed contain expository writing of the highest quality.

The prospective readership varies from chapter to chapter. For instance, the brief survey by P. Gilkey on the Atiyah-Singer index theorem strikes me as one of the most useful introductions to this topic that I have seen and provides a quick guide to the central ideas in this landmark theorem. Equally valuable are C. Gordon's survey on isospectral manifolds and G. Thorbergsson's on isoparametric hypersurfaces, the latter containing an immensely valuable historical sketch, as well as K. Shiohama's review of sphere theorems.

It will be a very different reader who has the stamina to plough through close to 300 pages on Einstein metrics in dimension four



R. Hartshorne

Geometry: Euclid and beyond

(Undergraduate Texts in Mathematics)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

420 p., prijs \$49.95

ISBN 0-387-98650-2

Dit naar inhoud en vormgeving zeer fraaie boek bevat een schat aan informatie over de klassieke euclidische meetkunde. De auteur daagt de lezer uit met de Elementen in de hand zijn kritische aanvullingen en commentaren te volgen. De door Hilbert gegeven axioma's in zijn *Grundlagen der Geometrie* zijn de leidraad. De auteur behandelt verder veel "beyond" Euclides, zoals de negenpuntscirkel. Zorgvuldig gaat hij in op de relatie tussen de euclidische opbouw, waarbij lengte en oppervlakte niet in eerste instantie met getallen in verband gebracht worden.

In de cartesische opbouw van de meetkunde gaat men van getallen uit, zorgvuldig wordt de relatie van meetkundige eigenschappen en het betreffende getallichaam besproken. De theorie van de met passer en lineaal uitvoerbare constructies wordt uit-

(written by A. Derdzinski). This is really a monograph written for the reader with serious ambitions. The same holds for the chapters on differential geometry of webs (by M. Akivis and V. Goldberg) and Riemannian submanifolds (B.-Y. Chen), which are of similar dimensions.

A look at the bibliographies of the individual chapters reveals other striking differences in the authors' intentions. Derdzinski's chapter, for example, has a very brief bibliography, suggesting that it can be read almost like a textbook. Gilkey's survey, appropriately enough, has an equally brief bibliography and refers those who want to learn more to some standard monographs. Chen's bibliography, by contrast, covers 44 pages, and other authors aim at similar encyclopaedic surveys of the literature.

All in all, I find some of the longer chapters — well written and interesting as they may be — a little at odds with the spirit of a handbook. If one were to measure a subject's importance by the number of pages allocated to it in this handbook, one might get a downright skewed view of differential geometry. But for the price of a couple of textbooks one gets a handful of very useful surveys plus three monographs thrown in for good measure. The individual reader may want to decide from the actual choice of topics whether this or any forthcoming handbook really is a bargain, but I would certainly wish to find them in a not too dusty corner of my local library.

H. Geiges

Y.B. Rudyak

On Thom spectra, orientability, and cobordism

Berlijn: Springer-Verlag, 1998

587 p., prijs DM 198

ISBN 3-540-62043-5

Wanneer is een gegeven compacte variëteit de rand van een andere variëteit, zoals de cirkel de rand is van de cirkelschijf? Deze meetkundige vraag leidt tot de bordismegroep N_k van equivalentieklassen van k -dimensionale compacte variëteiten, waarbij twee variëteiten equivalent heten als ze samen de rand van een derde vormen. (Voor het gemak verzwijg ik hier details aangaande oriëntaties.) René Thom legde in de jaren '50 een verband tussen bordisme en homotopietheorie, door een reeks ruimten MO_n te construeren (n een natuurlijk getal), en te bewijzen dat voor voldoende grote n genoemde bordismegroep N_k gelijk is aan de homotopiegroep $\pi_{n+k}(MO_n)$. De Thom-ruimten MO_n vormen tezamen een zogeheten spectrum. Zulke spectra zijn de bouwstenen van de stabiele homotopietheorie, en spelen een essentiële rol in onderwerpen als K -theorie, de theorie van genoemd bordisme en cobordisme, en andere 'gegeneraliseerde' (co-)homologietheorieën.

Er zijn vele goede inleidingen in de algebraïsche topologie, die de (gewone) homologie en cohomologiegroepen behandelen, en ook vaak de homotopiegroepen. Geschikte vervolgböeken zijn echter dun gezaaid. Het boek van Switzer (Springer-Verlag, 1975) is misschien het enige voorbeeld van een echt leerboek. Over cobordisme is er de bekende maar verouderde monografie van Stong (Princeton, 1968).

De Russische wiskundige Rudyak heeft geprobeerd deze lacune te vullen met het hier te bespreken boek, en lijkt hierin zeer goed geslaagd. Zijn boek geeft een uitgebreide inleiding in de algemene theorie van spectra die zo'n 100 pagina's omvat. Dit

wordt gevolgd door een wat technisch korter hoofdstuk, over limietverschijnselen in het kader van het benaderen van oneindig-dimensionale ruimten (spectra) door eindig-dimensionale. Hier komen zaken als \lim_1 -rijen en Brown-representeerbaarheid aan de orde. Na deze hoofdstukken, wanneer het gebruik van spectra in diverse meetkundige situaties wordt besproken, begint eigenlijk het interessante deel van het boek. Zo zijn er hoofdstukken over Thom-spectra, over oriënteerbaarheid, over K -theorie, en over complexe cobordismetheorie. Ook meer speciale maar belangrijke zaken als het Brown-Petersen-spectrum, het verband tussen spectra en formele groepen, en Morava- K -theorie komen hier aan de orde.

Alle onderwerpen worden in detail behandeld, en de definities en bewijzen zijn goed leesbaar opgeschreven. De auteur heeft ervoor gekozen belangrijke resultaten die elders goed toegankelijk zijn niet in detail te bewijzen, maar de lezer te voorzien van een of meer precieze verwijzingen naar de literatuur. Een voorbeeld hiervan is de periodiciteitsstelling van Bott, die essentieel is voor het verband tussen K -theorie en spectra, maar die door Rudyak niet bewezen wordt. Het lijkt me dat Rudyak hier een verstandige keuze heeft gemaakt, gezien de omvang die zijn boek toch al heeft. (Vergelijk de fysieke onhanteerbaarheid van genoemd boek van Switzer dat 526 pagina's telt.)

Het is jammer dat de auteur de recente ontwikkelingen op het gebied van de grondslagen van de theorie van spectra gemist heeft. Ik denk hierbij vooral aan de invoering door J. Smith van het begrip van 'symmetrisch spectrum', en de verdere studie hiervan door anderen. Hierdoor is het hoofdstuk over spectra ten dele verouderd, al doet dit weinig af aan Rudyaks behandeling van het gebruik van spectra in latere hoofdstukken. Het blijft een boek waarin vele belangrijke onderwerpen op verhelderende manier bijeen zijn gebracht, een boek dat vele geïnteresseerden in de topologie tot hulp zal zijn. De kniesoren onder hen zullen zich wel afvragen waarom er niet beter gebruik is gemaakt van een spelling checker. (Maar voor Springer-Verlag lijkt het tegenwoordig teveel moeite om zelf ook nog iets aan de tekst te doen.)

I. Moerdijk

I.M. James, ed.

History of topology

Amsterdam: North-Holland, 1999

ix+1056 p., prijs NLG 375,-

ISBN 0-444-82375-1

"Dit is een heel dik boek", antwoordde ik toen een collega vroeg hoe ik deze recensie zou beginnen. Met 1056 pagina's is het maar weinig (slechts 182) korter dan Kline's *Mathematical Thought*. Hoe kan het dat één enkel vakgebied, dat nog maar zo'n honderd jaar bestaat, opgeklopt kan worden tot 85% van Kline? Het antwoord, weet ik na lezing van dit boek, is eenvoudig: maak een voldoende fijne verdeling, laat daar enige experts op los, vul het geheel aan met wat 'echt' historisch materiaal en voor je het weet heb je $4\frac{1}{2}$ cm geschiedenis van de topologie.

Dit een enigszins gechargeerde weergave van mijn indrukken, opgedaan tijdens het lezen van de veertig stukken die het onderhavige boek vullen. De kwaliteit van de bijdragen varieert nogal, van opstellen zoals we die op de lagere school al niet meer mochten schrijven ("En toen, in het jaar n , deed X dat ...") tot ver-

halen die lezen als een trein. Met veel genoegen heb ik gelezen hoe, bijvoorbeeld, de dimensietheorie en de knopentheorie zich ontwikkeld hebben; de schrijvers van deze bijdragen hebben zich weten te beperken tot het vertellen van de globale geschiedenis van hun gebied en het uitlichten van enige hoogtepunten. Mijn vermoeden is dat deze, en nog een paar andere, geschreven zijn door vakhistorici of anders door experts met een meer dan gemiddeld schrijftalent. Bij (te) veel andere artikelen raakte ik telkens het spoor bijster door de veelheid aan resultaten die (chronologisch, dat wel) over me uitgestort werd. Het kon me na verloop van tijd echt niets meer schelen of het nog goed zou aflopen met de rationale homotopie, de spectraalrijen of de Shape Theorie. Dat is jammer, want ik wilde het eerst wel weten.

Er is in het boek nog wat meer te vinden dan stukken over 'De geschiedenis van ...'. Zo is er een lange samenvatting van het topologische werk van Poincaré dat aan het einde helaas ook verzandt in een wirwar van noties en resultaten. Aardig is daarentegen een brief van Hopf aan Freudenthal over $\pi_3(S^2)$, vastgeknoopt aan een mogelijke lijn van Clifford, via Klein, naar de Hopf-afbeelding. Het boek besluit met biografieën van een aantal toonaangevende topologen. Nederland doet het daarbij niet slecht, onder de acht topologen die een eigen hoofdstuk waard werden geacht vinden we Brouwer en Freudenthal. *K. P. Hart*

O. Sturmfels

Lie's structural approach to PDE systems

(*Encyclopedia of Mathematics and its Applications*; 80)

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

572 p., prijs £70

ISBN 0-521-78088-8

Solving an arbitrary (nonlinear) first order partial differential equation can be reduced to solving a system of ordinary differential equations. This reduction is known as Hamilton-Jacobi theory. Lie has recast this theory in terms of the contact structure of the 1-jet bundle, the space of which the graph of the 1-jet of the solution is a submanifold. He also generalized the theory to systems of partial differential equation, but still of order one and for a scalar- (not vector-) valued solution.

Lie's ideas have been generalized by Élie Cartan to systems of partial differential equations of arbitrary order, for which however in general there is no reduction to systems of ordinary differential equations. As a weak substitute one has the Cartan-Kähler theorem, which is a local existence theorem in the analytic category, based on a repeated application of the Cauchy-Kowalewsky theorem. As is well known, this is often of little use in applications to problems where global solutions are required, together with estimates which give control over the solutions. Although the Cartan-Kähler theorem and the accompanying Cartan-Kuranishi prolongation theorem are mentioned in the book, their proof is not — for this the reader is referred to the excellent book *Exterior Differential Systems* of Bryant, Chern, Gardner, Goldschmidt and Griffiths.

One of the main goals of *this* book is to describe Vessiot's theory of those second order partial differential equations, for scalar-valued functions in two variables, the solution of which still can be reduced to ordinary differential equations, without using the Cauchy-Kowalewsky theorem. The theory uses so-called singular

vector fields, defining Monge systems. It works under the condition that the Monge systems admit at least two functionally independent first integrals, which makes the equation quite special. It is shown that this condition is equivalent to the condition that the equation is contact-equivalent to one of certain standard forms, defined by 3-dimensional Lie algebras. In the last chapter the singular vector fields are used to obtain also some results in three variables.

The book contains a large number of emotional exclamations, which often irritate the reader who already knows about partial differential equations and sometimes are right-out misleading for novices in the field. For instance the Preface starts with the italicized "what about foundations?" and "first of all one has to know that there are local solutions", which easily could give the wrong impression that also in the case of the second order equations of mathematical physics one should start with the approach of Lie and Cartan. (For such equations the methods described in the standard textbooks are easier to explain and work better.)

The motto 'Good mathematics = down-to-earth mathematics' at the beginning of the Preface might give the impression that the level is elementary. However, the book seems to be more addressed to research mathematicians than to students. Many concepts, like modules, exterior differential forms, Lie brackets of vector fields, etcetera, are not explained. Also some basic but not-so-entirely-elementary theorems, such as the theorem on smooth dependence on parameters of solutions of systems of ordinary differential equations, are taken for granted. Furthermore, the author states that "... in order not to obscure the fundamental issues, it has been left to the interested reader to fill in the details needed to obtain his or her own desired level of rigour". In my experience such a strategy often makes a text look more attractive at first sight, but harder to understand, certainly for less experienced students. *J.J. Duistermaat*

M. Blaszcak

Multi-Hamiltonian theory of dynamical systems

(*Texts and Monographs in Physics*)

Heidelberg: Springer-Verlag, 1998

350 p., prijs \$66.95

ISBN 3-540-64251-X

Hamiltonian ordinary and partial differential equations appear in a wide range of physical phenomena. While the concept of a Hamiltonian system, associated with ordinary differential equations, was well known in the 19th century, it was in the latter half of the 20th century that the concept became a wide-ranging and significant subject in applications and in pure mathematics.

A good example of the impact of Hamiltonian structure on applications is geophysical fluid dynamics (as explained in chapter 7 of Salmon's *Lectures on geophysical fluid dynamics*, 1998). Other examples are celestial mechanics, inviscid fluid mechanics, theory of relativity, molecular dynamics, water waves, particle physics, and field theory. It is clear that in the 21st century progress in these and other areas will be substantially accelerated by a deeper understanding of Hamiltonian and symplectic structures.

On the other hand, the study of symplectic geometry, symplectic topology and Hamiltonian systems as pure structures, independent of any application has become a central topic in pure

mathematics, as evidenced by the number of symposia and Symplectic Geometry Seminars in mathematics departments around the world.

Integrable Hamiltonian systems were amongst the first to be analyzed in the 19th century, a prime example being the two-body problem. However, with the discovery that the KdV equation is an integrable infinite-dimensional Hamiltonian system, and the discovery of a range of integrable systems, the natural question that arose was how to test a system for integrability. The subject of the book under review is a summary of the development of multi-Hamiltonianism as a framework for integrability. This subject is generally credited as beginning with a seminal paper of Magri in *J. Math. Physics* (1978), and was rapidly developed into a coherent framework, with interesting connections to other branches of mathematics.

The book under review starts with an introductory chapter showing a number of examples of integrable systems with multi-Hamiltonian structures. The second chapter is a very readable introduction into the differential geometric techniques – differential forms, Lie derivatives, et cetera – that are needed for the later analysis. The book then gives an interesting overview of the Lax theory for integrable systems.

One of the most important applications of the theory of integrable systems is to soliton bearing equations, and chapter 5 gives an overview of this subject. Chapter 6 covers the theory of finite-dimensional multi-Hamiltonian systems. The book also contains two chapters of a research nature: multi-Hamiltonian structures for PDEs in 1+1 and 2+1 dimensions.

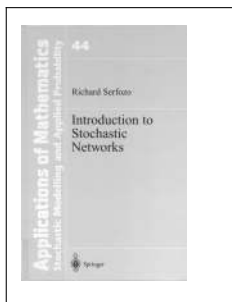
Without doubt this book is the most comprehensive treatment of the framework of multi-Hamiltonianism, and is quite readable as well. Because of the importance of integrability – as a structure, and as a starting point for perturbation theories – the book would make a welcome addition to the library of any researcher working in Hamiltonian dynamics.

Th.J. Bridges

product form) stationary distribution. The main body of the text focuses on network models for discrete units moving in a discrete environment (Jackson and Whittle networks, and their applications to for instance BCMP and Kelly networks). For these networks, the relation between a product form stationary distribution and reversibility, quasi-reversibility, and other forms of partial balance, such as obtained for string transition networks (that allow a relation between queues via signals), is investigated in detail. More advanced results such as network flows, network travel times, Little laws and Palm probabilities require the theory of point processes. These results are provided in the same detailed manner as the results on stationary distributions. The final part of the book considers spatial processes where discrete units move in a general space. In particular, space-time Poisson models, that generalise networks of infinite server queues to allow units to move in a continuous environment, are characterised in detail. These results provide the basic insight into the nature of spatial processes that is required for analysis of spatial queueing systems, the topic of the final chapter of the book.

Introduction to stochastic networks provides a refreshing point of view for the analysis of Markovian network processes integrating both discrete and continuous space models. The restriction of the results to the Markovian setting is both a strong and weak point of the monograph. On the one hand, results beyond the equilibrium distribution for networks with exponential holding times (such as insensitivity results), as well as computational methods (for example, mean value analysis) required for application of the results are not covered in the text, which clearly limits its use. On the other hand, the focus on tractable results for Markovian networks makes the monograph readable and self-contained, thus enabling its use both as a reference text, and for a graduate course for students that preferably have already been exposed to elementary queueing models and a course on stochastic processes at the graduate level.

R.J. Boucherie



R.F. Serfozo
Introduction to stochastic networks

(Applications of Mathematics)

New York: Springer-Verlag, 1999

304 p., prijs DM 139,-

ISBN 0-387-98773-8

This book provides an overview of equilibrium results for queueing network type models obtained over the past decades focussing on networks driven by Poisson processes. The results are to a large extent addressed from an abstract point of view. Generic models are analysed in detail, and most of the classical queueing network type models are included as examples. The treatment of the generic models is self-contained. Throughout most of the text, proofs (for special cases) are provided if necessary to understand the results. Complicated proofs are concentrated in special chapters that handle general cases in the setting of point processes.

The topics covered in the book range from classical Jackson networks to spatial queueing processes. Emphasis is on Markovian models for discrete units that have a tractable (for example,

T. Cebeci

An engineering approach to the calculation of aerodynamic flows

Heidelberg: Springer-Verlag, 1999

396 p., prijs DM 159,-

ISBN 3-540-66181-6

In dit boek geeft Cebeci een overzicht van een methode zoals die gebruikt wordt in de vliegtuigindustrie om aerodynamische stromingen te berekenen. Deze methode is ontwikkeld door de auteur en gebaseerd op de interactive boundary-layer (IBL) en stability-transition (ST) theorieën. De IBL theorie behelst het numeriek oplossen van de gereduceerde Navier-Stokes vergelijkingen waarbij de Euler en grenslaag vergelijkingen gekoppeld zijn door een interactie wet. De ST theorie is gebaseerd op lineaire stabiliteitstheorie, in dit geval de e^n -methode. Verder beschrijft het boek toepassingen op profielen, vleugels en high-lift devices.

Na een beknopte inleiding worden in deel 1 twee-dimensionale stationaire profielstromingen (zowel compressibel als incompressibel) behandeld. Ingrediënten zijn de Hess-Smith panelenmethode, het numeriek oplossen van de grenslaagvergelijkingen, de transitie-methode volgens de e^n -methode en toepassingen (profielstromingen met hoge en lage Reynoldsgetallen, loslating, ijs-

vorming op de profielen, leading edge ruwheid en multi-element profielen). In deel 2 worden twee-dimensionale niet-stationaire incompressibele stromingen beschreven, en in deel 3 wordt de methodologie uit deel 1 uitgebreid naar drie dimensies. Interessante toepassingen, zoals subsone stromingen om multi-element vleugels, verlies van performance door ijsvorming en transone stromingen, worden gegeven in hoofdstuk 13. Verder zijn verscheidene programma-listings (in Fortran) weergegeven, terwijl deze in elektronisch format, tezamen met een aantal voorbeeld-programma's, verkrijgbaar zijn bij de auteur.

Tijdens het bestuderen van het boek valt meteen op dat de auteur van de lezer verwacht dat deze over veel voorkennis beschikt. De beweegredenen achter en de betekenis van veel concepten wordt achterwege gelaten, waardoor je als niet-specialist al snel het gevoel hebt het spoor bijster te zijn. Zo is, om maar eens een voorbeeld te geven, de uitleg van de panelenmethode (hoofdstuk 2) en de e^n -methode (Paragrafen 4.0 en 4.1) volkomen ontoereikend voor iemand die niet al bekend is met deze methodes. Verder is de beschrijving van de numerieke methoden en de bijbehorende broncode niet bijzonder inspirerend, terwijl deze wel een substantieel deel van het boek beslaan. Voor de specialist echter, lijkt me, bevat dit boek veel informatie (zoals onder meer over allerlei empirische modellen met hun geldigheidsgebied en over de gebruikte numerieke methodes) en is het dus, juist vanwege het ontbreken van allerlei inleidende opmerkingen, erg to-the-point.

Kortom, een boek van een specialist voor specialisten, dat zeker, maar niet voor iemand die eens wat meer van het berekenen van aerodynamische stromingen wil weten. *I. Wenneker*

S. Hu en N.S. Papageorgiou

Handbook of multivalued analysis, Vol. I : theory en vol. II: applications

(*Mathematics and Its Applications*; 419 en 500)

Dordrecht: Kluwer, 1997 en 2000

964 p. en 926 p., prijs NLG 695 en NLG 765

ISBN 0-7923-4682-3 en 0-7923-6164-4

De te bespreken handboeken bestrijken een groot aantal gebieden waar meerwaardige functies op de één of andere manier een rol spelen. Een opsomming van de hoofdstukken geeft een aardig beeld van het bereik van deze twee boeken. Volume I kent de volgende hoofdstukken: Continuity of multifunctions, Measurable multifunctions, Monotone and Accretive Operators, Degree theory for multifunctions, Fixed points, Concave multifunctions and tangent cones, Convergence of multifunctions, Set-valued random processes and multimeasures. De hoofdstukken van Volume II dragen de volgende titels: Evolution inclusions involving monotone coercive operators, Evolution inclusions of the subdifferential type, Special topics in differential and evolution inclusions, Optimal control, Calculus of variations, Mathematical economics, Stochastic games, Special topics in mathematical economics and optimization.

De omvang en reikwijdte zijn dus zonder meer imposant te noemen. Helaas is veel te weinig geprobeerd om de veelheid van resultaten echt onderling te verbinden vanuit synthetiserende standpunten. Maar al te vaak kan de afkomst van een stuk tekst rechtstreeks worden herleid tot een eerdere publikatie. De logica van de indeling is niet altijd duidelijk. Zo is bijvoorbeeld de con-

vexe analyse opgenomen in een Sectie *Duality theory*, die op zijn beurt weer onderdeel is van het hoofdstuk *Calculus of variations*. Ook zijn de auteurs er lang niet altijd in geslaagd om de meest recente stand van zaken weer te geven. Een groot probleem voor de gebruiker is ook dat de omvang van de index niet voldoet aan wat van een handboek zou mogen worden verwacht.

Ondanks de geconstateerde forse tekortkomingen hebben deze handboeken zeker hun waarde voor de onderzoeker. De omvang van de geraadpleegde en bestreken literatuur (zo'n 1100 referenties per volume) houdt in elk geval in dat men snel een overzicht van de behandelde onderwerpen, inclusief de courante literatuur erover, verkrijgt. Of die tijds winst de prijs van deze twee volumes ten volle waard is waag ik echter te betwijfelen. *E.J. Balder*

G.E. Dullerud and F. Paganini

A course in robust control theory. A convex approach

(*Texts in Applied Mathematics*; 36)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

417 p., prijs DM 119,-

ISBN 0-387-98945-5

This book provides a well-written, concise, and up-to-date introduction to the theory of linear robust control. Robust control theory deals with the analysis of systems under uncertainty, for example the preservation of internal stability, and with the synthesis of controllers that achieve acceptable performance (stability, disturbance attenuation, et cetera) in the presence of uncertainty. Linear robust control theory has been a very active research area over the last two decades, and has reached a level of maturity which allows for a streamlined presentation. This book is precisely aimed at doing this; at the level of a graduate course for a broad audience of theoretically oriented engineering students and applied mathematicians.

The contents of the book can be summarized as follows. Chapter 1 reviews basic elements from linear algebra and convex analysis in finite dimensional spaces, and introduces linear matrix inequalities (LMI's) as an important concept and tool for the subsequent chapters. A succinct treatment of standard linear state space systems theory is provided in Chapter 2. Chapter 3 deals with the necessary operator theory, focussing on L_2 signal norms and associated function spaces including H_2 and H_∞ spaces. Chapter 4 considers controllability and observability gramians, singular values of Hankel operators, and introduces balanced realizations leading to model reduction via balanced truncation. Chapters 5 through 7 deal with the feedback design problems of, respectively, stabilization, H_2 optimization, and H_∞ control. Especially in Chapter 7 the recent LMI techniques are emphasized; thus departing from the usual presentation in the available textbooks. In Chapter 8 uncertain system models and techniques for analysis and synthesis in the presence of uncertainty are dealt with. The more recent convex necessary and sufficient conditions for time-dependent uncertainty are discussed first, followed by the more classical structured singular value methods. Subsequently, based on this framework, in Chapter 9 techniques for robust controller synthesis are presented. Finally, Chapters 10 and 11 present some topics of current research in a more descriptive manner, including integral quadratic constraints, multi-dimensional state space techniques, distributed systems and parameter-varying systems.

In general, the book presents the above material in a mathematically sound and clean way. Especially its emphasis on the systematic use of LMI's for analysis and synthesis purposes makes it a valuable addition to the available literature. As such the book is strongly recommended to everyone who wishes to get acquainted with the state of the art in linear robust control theory. Despite the novelty of the mathematical techniques presented, the book is nevertheless limited to a popular but rather classical point of view on robustness problems. Indeed, the problem setting basically dates back to the sixties, while no efforts have been made to put the material into a wider context of other developments which have been taken place since then. For example, the theory of dissipative state space systems is hardly mentioned, and robustness is only considered from an input-output point of view. Also, developments in robust control of *nonlinear* systems are never mentioned in the text. Instead, without any further discussion it is advocated to robustly control nonlinear systems by linearization and incorporation of the nonlinearities into the uncertainty model. This focus on a particular line of research is also reflected in the list of references.

A.J. van der Schaft

V. Tsurkov

Hierarchical optimization and mathematical physics

(*Applied optimization*; 37)

Dordrecht: Kluwer, 2000

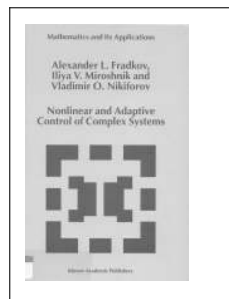
307 p., prijs NLG 260,-

ISBN 0-7923-6175-X

The author describes optimization techniques based on a two-level scheme. The main algorithm is a method of iterative aggregation with respect to a specific underlying block structure. In the first chapter the central idea is explained by means of a problem from optimal production planning. In the used branch model there are several plants at which production takes place in parallel. This gives rise to a partitioning of the state variable into blocks. Aggregation now consists in treating these blocks as new variables (for example, by taking their sum); here, the ratio of an original variable and its corresponding aggregate variable is defined by the so-called 'aggregation weight'. By means of aggregation the dimension of the state space can be reduced considerably. In the latter lower dimensional space (upper level) the corresponding optimization problem is solved. After that step, the aggregated variables have to be disaggregated in some sense. This is the sensitive point. In fact, the optimal aggregate variables produce new original variables via the aggregation weight. Moreover, the solution of the dual aggregate problem can be distributed over the plants and give rise to auxiliary variables which are also optimal in a certain sense. Finally, via successive improvement of a combination of the new original variables and the latter auxiliary ones, new aggregation weights are defined. Then, the next step of the algorithm starts. The mathematics of the underlying decomposition scheme are based on the duality principle of linear programming. The scheme of iterative aggregation is generalized to a broad class of hierarchical problems, for which duality principles hold. Among them are (convex) quadratic and nonlinear programming, and hierarchical problems of optimal control, where the subsystems are described by ordinary and partial differential equations. Some explicit numerical examples are given;

however, neither results on convergence speed nor complexity issues are considered. The bulk of the presentation refers to many articles of the author. Except for one 1998-paper, they range up to the mid-eighties.

H.Th. Jongen



A.L. Fradkov and I.V. Miroshnik et al. Nonlinear and adaptive control of complex systems

(*Mathematics and Its Applications*; 491)

Dordrecht: Kluwer, 1999

510 p., prijs NLG 420

ISBN 0-7923-5892-9

The book under review is a survey of the authors' work in the area of nonlinear and adaptive control systems, and is in part an English translation of publications that previously appeared in Russian. The book is organised in nine chapters and an appendix. Chapter 1 forms a general introduction in complex nonlinear control systems. The next chapter provides the basic analytic tools used in the book. These encompass issues like stability and stabilization, normal forms, feedback linearization, passivity and passification. Chapter 3 describes what is called the speed-gradient algorithm, which provides, under appropriate assumptions, a general mechanism for stabilization. Chapters 4 and 5 review control of nonlinear multivariable systems and contain subsections on, among others, set stabilization, output tracking, output coordination and other topics. In the following two chapters some types of uncertainty are described. On the one hand this leads to robust control for certain classes of systems, or on the other hand, parameter adaptation methods are used. The final two chapters are specializations of previous parts and give some interesting examples of the control of mechanical and physical systems. The contents of the book may be of use to researchers interested in nonlinear control. It gives a 'Russian' view on this research field. Unfortunately, the text has not been read by an English expert, and more importantly, there is a striking unbalance in the literature on the subject of the book. Given the price of the book, not too many people will feel a desire to buy it.

H. Nijmeijer

G. Farin

From projective geometry to practical use

Natick: A K Peters, 1999

276 p., prijs \$44

ISBN 1-56881-084-9

Het acroniem NURBS staat voor Non-Uniform Rational B-splines. Dit zijn krommen of oppervlakken, waarvan een parametervoorstelling kan worden beschreven met behulp van rationale functies, waarin zowel in de teller als in de noemer B-spline functies voorkomen. Net als de Bézier-krommen worden NURBS beschreven door controlepunten die globaal de vorm van de kromme beschrijven. In de wereld van de Computer Aided Geometric Design (CAGD) behoort een NURB dan ook tot de standaard design tools en in de geavanceerde CAD/CAM pakketten zijn vaak NURBS geïmplementeerd, hoewel ze voor de gemiddelde gebrui-

ker van deze pakketten verborgen blijven. Een NURB kan men ook interpreteren als een kromme of oppervlak die ontstaat door een B-spline kromme of oppervlak door middel van perspectieve projectie te projecteren op een hypervlak. Het zal dan ook niemand verbazen dat de B-spline theorie en de projectieve meetkunde de wiskundige context bepalen, waar NURBS het beste passen.

Gerald Farin is er in dit boek bijzonder goed in geslaagd een lezer, waarvan de voorkennis niet verder hoeft te reiken dan elementaire lineaire algebra en enige calculus, in te leiden in de wereld van de NURBS. De eerste twee hoofdstukken behandelen kort de basics van de projectieve meetkunde met heldere en illustratieve toelichtingen. Kegelsneden in het projectieve vlak vormen het onderwerp van de hoofdstukken 3 en 4. De parametrisering van kegelsneden wordt op een zodanige wijze behandeld dat het al in het begin duidelijk is dat ze model kunnen staan voor NURBS. Dit wordt helemaal helder in hoofdstuk 5, waarin op een systematische wijze de affiene kegelsneden worden voorzien van een parametrisering met behulp van rationale functies met in de teller en in de noemer polynomen van de graad hooguit 2 (Rational Quadratic Conics). Door deze C^1 met elkaar te verbinden ontstaan de zogenaamde Conic Splines, die door middel van een Bernstein- of Bézier-type representatie door Conic B-splines worden gerepresenteerd. Dit is het onderwerp van hoofdstuk 6. Hoofdstuk 7 gaat over Rational Bézier Curves en kan gezien worden als het eerste hoofdstuk in dit boek waarin krommen worden behandeld op een in de CAGD gebruikelijke wijze, dus met aandacht voor het de Casteljau algoritme, graadverlaging, enzovoort. Na hoofdstuk 8 over Rational Cubics, waarin ten behoeve van osculaire interpolatie Bernstein type representaties met behulp van Hermite polynomen worden afgeleid, komen dan uiteindelijk in hoofdstuk 9 de NURBS en hun algemene eigenschappen aan de orde, maar dan nog beperkt tot krommen. De bekende algoritmen (De Boor algoritme, knot insertion) die men kent in de B-spline theorie worden overgedragen naar de NURBS.

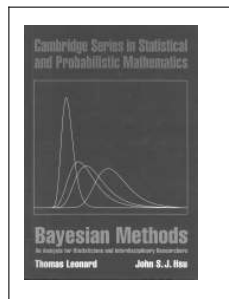
Tot hoofdstuk 11 gaat praktisch alles over krommen. In dit hoofdstuk wordt de eerste stap van krommen naar oppervlakken gezet door tensorproducten te nemen van krommen. Op deze manier ontstaan de zogenaamde rechthoekige patches. Het is dan ook niet verwonderlijk, zoals uit de behandeling duidelijk blijkt, dat men bij de rechthoekige patches dezelfde theoretische concepten en praktische algoritmen tegenkomt als bij krommen. Deze algoritmen, zoals het De Casteljau algoritme geven aanleiding tot bijzonder fraaie meetkundige constructies van punten en krommen op een oppervlak.

Het gebruik van barycentrische coördinaten geeft in hoofdstuk 12 aanleiding tot de constructie van rationale driehoekige Bézier patches. De formele definitie van een rationale driehoekige Bézier patch wordt, geheel in de lijn van dit boek, gegeven in de context van de projectieve meetkunde. Ook in dit hoofdstuk komt men de bekende algoritmen weer tegen. Na een behandeling van de Quadrics en de Gregory patches in de hoofdstukken 13 en 14, wordt de lezer in het laatste (15de) hoofdstuk getraakteerd op louter voorbeelden. Deze voorbeelden bevatten praktische informatie voor degenen die zelf NURBS willen ontwerpen voor hun toepassingen.

Dit boek is, getuige ook de vraagstukken aan het einde van elk hoofdstuk, bedoeld als een studieboek. Vanwege de opzet vanuit de projectieve meetkunde heeft het een duidelijke meerwaarde

ten opzichte van elk ander studieboek op dit gebied. Toch nog even dit: blijkbaar heeft de auteur het boek als een \LaTeX document voorbereid. Het vergeten van een back slash hierin veroorzaakt soms komische tekstfoutjes. Dit boek is het aanschaffen zeker waard.

H.G. ter Morsche



T. Leonard and J.S.J. Hsu

Bayesian methods: An analysis for statisticians and interdisciplinary researchers

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

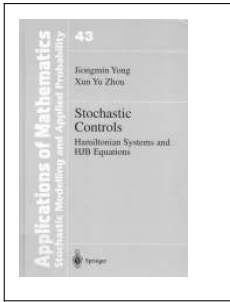
333 p., prijs £40

ISBN 0-521-59417-0

In this well written book the authors discuss Bayesian inference and decision analysis at an intermediate level for a wide group of readers. In six chapters the reader is introduced to basic concepts as well as to very modern ideas and to computational techniques like Importance Sampling and Markov Chain Monte Carlo. These two simulation methods have revolutionized the applicability of Bayesian methods. The authors use 49 examples to illustrate the methodology and 148 exercises to practice with the acquired knowledge. This book is useful for a course where a mixture of Fisherian and Bayesian inference is taught. In Fisherian inference the likelihood plays a central role. In Bayesian inference the prior is added to the likelihood. The emphasis in modern teaching is less on the separate paradigms but more on the relative merits of both schools of inference. The book is intended for an advanced undergraduate class in statistics and for interdisciplinary researchers in the physical and social sciences. It may also serve as background for graduate classes in statistics. Students in economics and business may prefer to read more on models that are used for the analysis of economic time series, but the clear way of explaining recent ideas in decision analysis is also for this group very useful.

The contents of the six chapters is organized as follows. In Chapter one some aspects of data analysis are treated and some elements of likelihood inference. Procedures to derive the likelihood function for models that are used in the physical and social sciences are discussed in detail. Chapters two, three and four contain an introduction to Bayesian inference and decision analysis. The illustration of the inferential techniques with an example from a mixture of normal distribution and the explanation of the expected utility hypothesis and some modifications are very well done. This is recommended reading for applied researchers and for statisticians who want to know the essential ideas in these fields quickly. Chapter five deals with several aspects of inference with many parameters. The explanation of the Kalman filter and forecasting are treated rather quickly. Chapter six concludes the book with a discussion on the formulation of prior structures, and a brief summary of computational techniques for the derivation of non-conjugate posteriors. The analysis of Bayes-Stein estimation seems less relevant in this context. The book is highly recommended as a well written intermediate book on some modern topics of Bayesian analysis.

H.K. van Dijk



J. Yong en X.Y. Zhou
Stochastic controls. Hamiltonian systems and HJB-equations

(*Applications of Mathematics; 43*)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

458 p., prijs \$84.95

ISBN 0-387-98723-1

Het boek begint met een verhelderend voorwoord. De eerste zinnen luiden: "As is well known, Pontryagin's maximum principle and Bellman's dynamic programming are the two principal and most commonly used approaches in solving stochastic optimal control problem. An interesting phenomenon one can observe from the literature is that these two approaches have been developed separately and independently. Since both methods are used to investigate the same problems, a natural question one will ask is the following: What is the relationship between the maximum principle and dynamic programming in stochastic optimal controls?"

There exists some research (prior to the 1980s) on the relationship between these two. Nevertheless, the results usually were stated in heuristic terms and proved under rather restricted assumptions, which were not satisfied in most cases."

Een onderzoeksgroep aan de Fudan University, waartoe ook de twee auteurs van het onderhavige boek behoren, heeft bovenstaande vraag als uitgangspunt genomen voor een wekelijks seminar gedurende de periode 1987-1989. In 1994 ontstond het idee om over de resultaten van de Fudan groep een systematisch boek te schrijven, en het resultaat van dat idee is afgerond in 1998.

Omdat het de bedoeling van de auteurs is om het boek 'self-contained' te laten zijn, is het onderwerp van het eerste hoofdstuk 'Basic Stochastic Calculus'. Beginnend met de definitie van probability space eindigt dit hoofdstuk met een sectie over stochastische differentiaalvergelijkingen. Tussendoor wordt vanzelfsprekend Itô's integraal behandeld (alle onzekerheid in dit boek wordt voortgebracht door Brownse bewegingen).

Dit hoofdstuk maakt meteen duidelijk, dat dit boek als eerste kennismaking met stochastische calculus niet geschikt is. Het moet veeleer worden opgevat als een helder, maar compact, geschreven 'research monograph'.

Het boek vervolgt hierna met hoofdstukken met als onderwerpen: Stochastic Optimal Control Problems, Maximum Principle and Stochastic Hamiltonian Systems, Dynamic Programming and HJB Equations, The Relationship Between the Maximum Principle and Dynamic Programming, Linear Quadratic Optimal Control Problems, en Backward Stochastic Differential Equations. Het boek eindigt met een uitgebreide referentielijst en een adequate index. Vanaf hoofdstuk 2 tot en met 6 worden steeds eerst de deterministische gevallen nog eens kort besproken, waarna het eigenlijke werk begint.

De hoofdstukken 2 tot en met 7 eindigen allemaal met een sectie "Historical Remarks". Deze secties zijn werkelijk voortreffelijk! Ik zou willen dat veel meer boeken op deze manier het een en ander gedetailleerd in perspectief plaatsten. In hoofdstuk 4 wordt het belangrijke begrip 'viscosity solution' helder uiteengezet.

Hoewel het boek zeer technisch is proberen de auteurs toch duidelijk te maken welke praktijkproblemen binnen hun onder-

zoeksdomein liggen. Zo worden in hoofdstuk 2 een aantal voorbeelden van stochastic control problems gegeven, zoals: production planning, reinsurance and dividend management, technology diffusion, queuing systems in heavy traffic. Ook wordt hier kort aandacht geschonken aan risk-sensitive controls.

In hoofdstuk 6 wordt 'A Mean-variance Portfolio Selection Problem' behandeld en hoofdstuk 7 bevat een sectie met als titel 'Option Pricing Problems'. Vanzelfsprekend komt hier de formule van Black-Scholes aan de orde.

Het boek is goed geschreven, helder, maar ook compact. Gewenste voorkennis voor dit boek (maar niet strikt noodzakelijke voorkennis als een lezer echt de tijd neemt) is naar mijn idee: Itô-calculus op het niveau van: B. Øksendal, *Stochastic Differential Equations* (2000) en enige kennis van optimal control en dynamisch programmeren.

J.W. Nieuwenhuis

V. Tsurkov and A. Mironov

Minimax under transportation constraints

(*Applied Optimization; 27*)

Dordrecht: Kluwer, 1999

310 p., prijs NLG 250,-

ISBN 0-7923-5609-8

This monograph is devoted to transportation problems, one of the classical and oldest (from around 1940) Operations Research problems. Instead of the sum criterion, a minimax criterion is considered. The problem can be interpreted as follows. Suppose that the shipment time is proportional to the amount to be shipped. Then, the minimax criterion value gives the minimal time required to complete all shipments. The authors have rewritten a number of their papers from the literature in the Russian language into five chapters and now in English. For who is interested in the considered problem the book is very useful, as it treats the problem in full detail. For practitioners however, I have to point out that there is paid no attention to the implementation of the developed algorithms. The typing error in the title is the only one I have found in the book, which is edited with much care. At the end of each chapter a reference list is given and at the end of the book an index of the main key words gives the reader a good entrance to the topics of the book.

T. Volgenant

Gerd Baumann

Symmetry Analysis of Differential Equations with Mathematica

New York: Springer-Verlag, 2000

prijs \$ 69.95

ISBN 0-387-98552-2

The group theoretic methods developed by Lie have had a great influence on mathematics in general with the development of Lie groups and algebras and their classification. See Thomas Hawkins, *Emergence of the theory of Lie groups* (2000) for the very interesting early history. Their influence on the field of differential equations was much less, as can be seen from N.H. Ibragimov, ed., *CRC Handbook of Lie Group Analysis of Differential Equations*, 1996. The reason for this is simple: large computations are necessary to apply the method. It is only recently with the help of comput-

er algebra packages that the subject has gained importance. One can see now that the integration routines of a package like Maple are more and more incorporating the symmetry analysis methods developed by Lie.

The book under consideration here discusses these methods and, moreover, gives Mathematica code for the reader to experiment with. It is written by a physicist and this shows in a number of ways.

It shows up in the notation: on page 7, $G_i \oplus G_k$ does not denote the direct sum of two groups, but the composition of the two group elements G_i and G_k . On page 99, $T_\epsilon \otimes T_\beta$ is not some tensor product, but again the composition of the two group elements T_ϵ and T_β . The inconsistent notation does not lead to confusion since all these things are spelled out in great detail.

It can also be seen in the choice of computer algebra package. Since only Mathematica fans will be interested in this book, this is not the place to discuss this choice, awkward though it may be.

Also the style of the book is fairly informal, and certainly not the usual theorem-proof style of most mathematics books. The mathematical level is not always clear. For instance, Killing forms and semisimple Lie algebras are introduced without much explanation, and, if the index is to be trusted, not used at all. The author did not seem to have a clear image of where he wanted to go.

Finally, after the introductions are over, the exposition is mainly example driven, and this part of the text might be really useful for anyone who is trying to go through more mathematical texts covering the same material, like the book of the reviewer on this subject (Springer GTM 107, 1993), since the present book is easy to follow and the author does not try to impress the reader with difficult mathematics. On the contrary, much is left out. But for an introduction in the subject of symmetry analysis that is probably just fine.

The symmetry analysis is mainly with respect to point symmetries, both for ODEs and PDEs. Some nonstandard subjects, like approximate symmetries, are also discussed. Generalized symmetries are discussed, but the examples given are fairly simple. One can only guess why.

The text is full of Mathematica code, but this is done in a readable way. The code is never too big to interrupt the mathematical reasoning. The book comes with a CD-ROM containing the package MathLie. I was not able to install this package on my PC, but I hesitate to draw any conclusions from that fact.

All in all, if you like Mathematica and you want to learn symmetry analysis, this is probably a good place to start. *Peter J. Olver*

Midhat Gazalé

Number: From Ahmes to Cantor

Princeton: Princeton University Press, 2000

297 p., prijs \$31.95

ISBN 0-691-00515-X

Na *Gnomon* is *Number* het tweede werk van de Franse ingenieur en topmanager Gazalé dat aan de wonderen der wiskunde is gewijd. Het Franse origineel verscheen twee jaren geleden. De auteur zelf is volstrekt duidelijk in welke traditie hij zijn boek ziet. In zijn inleiding noemt hij niet alleen Tobias Dantzig's bestseller *Number: The Language of Science* als een inspiratiebron, maar ook het meer recente werk van George Ifrah en Eli Maor. *Num-*

ber past inderdaad goed in het genre waarin de auteur zijn werk plaatst. Met grof metselwerk wordt in kort bestek een omvangrijk gebouw opgericht op het fundament van de bij de lezer veronderstelde basiskennis van de wiskunde. Het doel van de exercitie lijkt vooral te zijn de geïnteresseerde lezer een idee te geven wat de grondgedachten van de moderne wiskunde zijn. Op zich is dit een nobel doel, maar het genre lijkt ook ernstige beperkingen met zich mee te brengen. De eerste beperking is dat het volstrekt onduidelijk is wat nu precies de bij de lezer veronderstelde basiskennis van de wiskunde is. Zeker wordt op puur technisch niveau weinig meer dan middelbareschoolwiskunde verondersteld, maar conceptueel wordt er wel erg veel van de lezer gevraagd. Het is een beetje als met filosofie: iedereen kan Plato, Kant en Foucault lezen, maar begrijpt ook iedereen wat of zelfs maar waarover zij schrijven? Minder materiaal met meer uitleg lijkt een veel betere keuze. Al deze beperkingen zijn ook bij Gazalé te vinden.

Number behandelt de tamelijk voorspelbare trits van getalsystemen en breuken Griekse stijl, via kettingbreuken en Dedekinds snede tot een snuffje Cantor met als toetje een lang hoofdstuk in John Conway's populariserende stijl over 'cleavages'. (Is 'splitsingen' de gebruikelijke vertaling?) Geheel volgens de regels van het genre presenteert Gazalé zijn werk als zou het een historische behandeling van het getalsbegrip geven. In werkelijkheid is hij vrijwel uitsluitend geïnteresseerd in hoe wiskundigen vandaag de dag over het getalsbegrip denken. Geschiedenis is gereduceerd tot de grote geesten die ons de weg naar de waarheid hebben gewezen en de anecdotes die hun wezen lijken te bepalen. Als bij Dantzig en Maor, is bij Gazalé Gauss altijd de grote Gauss of een variant daarop en lijkt de opkomst en neergang van de Griekse beschaving uitsluitend van Archimedes afgehangen te hebben. Dezelfde anecdotes die bij Maor en Ifrah te vinden zijn, treffen we ook weer bij Gazalé. Net als bij veel middeleeuwse handschriften lijkt de verdienste van dit soort boeken vooral te bestaan uit het overleveren van een vastliggend corpus aan basistekst, met slechts minimale wijzigingen door opeenvolgende auteurs. Ik vraag mij ernstig af wie nu precies een dienst wordt bewezen met dit soort boeken en of wij hier niet van een soort van wiskundig koffietafelboek moeten spreken. In dit verband zou ik ook graag willen weten wat nu precies een academische uitgeverij als de Princeton University Press bewogen kan hebben het boek te vertalen.

Op de vertaling zelf lijkt weinig aan te merken. Misschien zou alleen enige aanpassing aan de Amerikaanse markt op zijn plaats geweest zijn. Welke Amerikaan zou nu weten dat de George Bernanos die Gazalé in het eerste hoofdstuk citeert een bij leven vooraanstaande romancier van rond de Tweede Wereldoorlog was en niet een deskundige op enig gebied? Aan de andere kant, ik vermoed dat een dergelijke obscure referentie Gazalé's publiek niet eens zal opvallen.

E. Atzema