

Boekbesprekingen

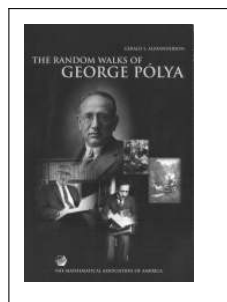
| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG
 Instituut voor wiskunde en informatica
 Postbus 800, 9700 AV Groningen
 Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>
 E-mail: revwg@math.rug.nl



G.L. Alexanderson
The random walks of George Pólya

Washington, DC: M.A.A., 2000

303 p., prijs \$ 29.95

ISBN 0-88385-528-3

This book describes the life and work and some of the associates (such as Fejér, Hardy, Hurwitz) of the Hungarian mathematician George Pólya (1887-1985). The author of this book, a mathematician, in his student days (some thirty years ago) got to know Pólya and has been a friend since.

Pólya enjoyed walking and never obtained a driver's license (as is consistent with titles such as *Zahlentheoretisches und Wahrscheinlichkeitstheoretisches über die Sichtweite im Walde* and *Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung bezüglich die Irrfahrt im Strassennetz* on his publication list). Once he was strolling in a park and his path crossed with a man and his fiancée. This happened again and again and Pólya was embarrassed and worried that the couple might conclude that he was somehow arranging these encounters. This made him wonder how likely it was that walking randomly through paths in the woods, one would encounter others similarly engaged. He proved the following amazing result. Consider a d -dimensional lattice with mutually perpendicular lines connecting points with integer coordinates. At each vertex we choose with probability $1/2d$ an edge to move along. Then in a one- or two-dimensional lattice, the moving point must return to its starting position given sufficient time. But this need not happen in any higher dimension. It was Pólya who coined the term 'random walk' (and 'central limit theorem').

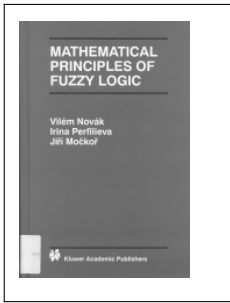
Pólya spent substantial amounts of time during his career in various places (Budapest, Vienna, Göttingen, Paris, Zürich, Princeton, Palo Alto CA). The book follows Pólya on this 'random walk' and contains many useful appendices: a list of his works, several essays (reprinted from a 1987 obituary by the author and L.H. Lange) by various experts on his mathematical contributions (mainly to analysis, inequalities, mathematical physics, combinatorics, probability), a list of 68 mathematical items to which Pólya's name has become attached, recipients of honours given in his name, reprints of four short easy Pólya articles, and brief biographies of mathematicians mentioned in the book. (I was surprised to see Emil Artin described there as a ring theorist!) Furthermore, the book contains many pictures and illustrations.

Already very early on, Pólya had a great interest in *how* mathematicians came to their discoveries and he spent a lot of time thinking about problem solving strategies. This gave rise to several books of which *How to solve it* (translated into 21 languages) is the most famous. Other classics his name is associated with are *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*, two parts, written with G. Szegő and *Inequalities* with Hardy and Littlewood. Pólya was someone who spent a great deal of effort in making the line of reasoning as simple and clear as possible and this is just one reason why he was popular as a coauthor.

The biographical sketches and anecdotes that form the body of this book give a vivid glimpse of the life, personality, associates and mathematical contributions of Pólya. I enjoyed reading this

book, it also made me look up some of his papers and I expect many other readers, irrespective of their mathematical specialisation, to have the same inclination.

P. Moree



V. Novak, I. Perfilieva et al.
Mathematical Principles of Fuzzy Logic

Dordrecht: Kluwer, 1999
320 p., prijs NLG 315,-
ISBN 0-7923-8595-0

Fuzzy logic heeft twee aspecten. Enerzijds is zij een hulpmiddel om taalkundige begrippen en logische afleidingen te representeren. Als zodanig wordt fuzzy logic het meest gebruikt, bijvoorbeeld door linguïsten, maar vooral door besliskundigen en regeltechnici, die menselijke kennis van processen vertalen naar fuzzy logic regels. Anderzijds is fuzzy logic een logische, algebraïsche structuur gebaseerd op fuzzy sets. Fuzzy sets zijn feitelijk betrekkelijk eenvoudige wiskundige constructies. Als zodanig vormt fuzzy logic het onderzoeksgebied van een internationaal betrekkelijk overzichtelijke groep onderzoekers, waarvan de meesten al enkele tientallen jaren op dit vakgebied werken. De auteurs, vooral Novak, behoren tot deze groep.

Dit boek is geschreven voor studenten en onderzoekers met interesse voor fuzzy logic en voor mathematische logica en voor algebra (de laatste twee gaan meestal samen), die met begrippen als tralie, consistentie, volledigheid, compactheid, Skolem, filters, ultraproducten, DNF en CNF en dergelijke weten om te gaan en die interesse hebben voor goede, stevige bewijzen. In feite is het boek een uitbreiding van de klassieke logica naar fuzzy logic, waarbij zoveel mogelijk lemma's en theorema's uit de conventionele theorie aangepast en uitgebreid zijn voor de fuzzy theorie.

Het boek bestaat uit zeven hoofdstukken en een kort achttende hoofdstuk met geschiedkundige opmerkingen. De eerste vijf hoofdstukken behandelen 'fuzzy logic in narrow sense'. Feitelijk gaan deze hoofdstukken over een Boolese algebra waarvan de verbindingen gradueel zijn en de knopen hard, een Lukawiewicz algebra; de knopen die de fuzzy sets representeren spelen dus feitelijk geen rol van betekenis hier. Na een inleiding in fuzzy sets en operatoren, en een inleiding in algebraïsche structuren voor logica volgt een uitvoerige lijst met definities, lemma's en theorema's, die eindigt met het hoofdresultaat, het volledigheidstheorema (hoofdstuk 4). De volgorde van de lemma's en theorema's komt sterk overeen met die uit de meeste logica leerboeken. Hoofdstuk 5 breidt enkele resultaten uit voor de fuzzy predicatlogica en laat zien hoe normaalvormen kunnen worden gebruikt.

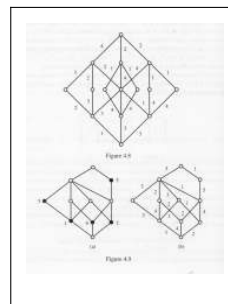
Voor mij persoonlijk is hoofdstuk 6 het meest interessant omdat dit 'fuzzy logic in broader sense' met fuzzy sets en hedges (adjectieven) en functies en relaties behandelt, dus zogezegd de knopen uit de bovengenoemde algebra opent en er een betekenis aan geeft. Ik ben van mening dat deze betekenis invloed moet hebben op de algebra en heb daarover in het verleden heel wat keren met V. Novak gediscussieerd. Hij is daar voorzichtiger mee en besluit ook in dit boek dichter bij de klassieke logica te blijven, daarvan uitgaand presenteert hij enkele interessante theorema's

en goede voorbeelden. Helaas zijn voorbeelden vrijwel alleen in dit hoofdstuk te vinden.

Het laatste hoofdstuk (van J. Mockor) is zeer abstract en gaat achtereenvolgens uit van Heyting- en MV-algebra's en bijbehorende categorieën van die in verband met het gebruik van Lukawiewicz-operatoren moeten worden aangepast. Grondige kennis van Heyting-algebra's en zogenaamde topoi is een absoluut vereiste voor een goed begrip van dit hoofdstuk. De resultaten in dit hoofdstuk zijn niet baanbrekend en behoren mijns inziens meer thuis in een paper dan in dit boek.

Samenvattend ben ik van mening dat dit een goed geschreven en diepgaand boek is, een must voor ieder die op dit vakgebied werkt en een aanrader voor hen die interesse hebben voor logica in combinatie met fuzzy sets.

J. Hellendoorn



M. Stern
Semimodular Lattices. Theory and Applications

(Encyclopedia of mathematics and its applications; 73)
Cambridge: Cambridge University Press, 1999
370 p., prijs £55,-
ISBN 0-521-46105-7

Mathematics is the art of drawing logical conclusions from certain assumptions (where 'certain' may well be understood in a double meaning). The assumptions are usually arrived at by way of abstracting properties of objects of interest in the hope of getting to their essence and, ideally, attaining two goals: an appropriate model of the essential nature of an object under study and an understanding of all the mechanisms that govern all objects sharing those abstract properties.

Lattices arise very naturally in the analysis of general contexts that relate 'objects' and 'properties'. A lattice is then the collection of 'concepts' with respect to a given context, ordered by the notion of 'subconcepts' et cetera (see, for example, B. Ganter and R. Wille, *Formal Concept Analysis*, Springer, 1999). One of the best-known examples of a lattice is the collection of subspaces of a given vector space.

Once lattices are defined as abstract structures, one can study them in a purely algebraic manner as (partially) ordered sets L where any two elements $x, y \in L$ have a unique minimal upper bound $x \vee y \in L$ and a unique maximal lower bound $x \wedge y \in L$, the latter representing binary operations on L . This is the approach the present book takes.

A lattice L may or may not admit an integer valued rank function r satisfying the following abstraction of the dimension function of a vector space

$$r(x \vee y) + r(x \wedge y) \leq r(x) + r(y).$$

The book explores the structure of lattices for which the existence of such a rank function is the essential property. Such lattices are called *semimodular*. Semimodularity can be defined in more general terms; the present book, however, mostly deals with lattices with semimodular rank functions.

The reader should take the 'applications' the title of the book promises with a grain of salt. Rather than showing how problems from other fields might be solved if they are identified as

semimodular and analysed accordingly, the author mainly focuses on the mathematical problems within the abstract semimodular model.

Stern's book is based on his earlier book (from 1991) on the same subject. It is very clearly and carefully written and presents the state-of-the-art of the general theory of semimodular lattices. Stern tries to be as complete as possible also with respect to the inclusion of proofs. Results that rely on other mathematical theories (such as topology for fixed-point theory) or are too specialized (for instance, covering graphs) are only outlined with comprehensive references to the literature.

Although semimodular lattices are also discussed from a combinatorial point of view (exchange properties and greedy algorithms, et cetera), the reader should not expect a comprehensive treatment of matroids, a topic that has grown into a vast body of research results by itself. Moreover, the area of combinatorial optimization, where the related notion of 'submodularity' has proved very useful in the analysis of algorithms, is not covered. Nevertheless, Stern's book is an indispensable reference book and companion for every researcher in the field. It may also serve as a basis for a course on the algebraic and combinatorial theory of semimodular lattices.

U. Faigle

M. Kracht

Tools and Techniques in Modal Logic

(*Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*; 142)

Amsterdam: Elsevier, 1999

559 p., prijs NLG 250,-

ISBN 0-444-50055-3

Modale logica is ontstaan als een tak van de logica waarin filosofen de concepten 'noodzakelijkheid' en 'mogelijkheid' analyseerden met behulp van modale operatoren die aan een klassieke logische taal werden toegevoegd. Gaandeweg is de modale logica ook gebruikt om andere noties te modelleren, zoals tijd, kennis, programma-executie of formele bewijsbaarheid; modale formalismes vinden tegenwoordig toepassingen in heel verschillende disciplines, van economie tot taalkunde en informatica. Deze verbreding heeft geleid tot een enorme diversiteit aan systemen die de naam 'modale logica' dragen; het feit dat wij nog over 'modale logica' als zodanig spreken is grotendeels te danken aan de unificerende kracht van de wiskundige theorie van de modale logica. Het is dus van belang dat deze wiskundige theorie, die over de jaren een behoorlijke kracht en rijpheid heeft bereikt, op een samenhangende wijze toegankelijk is. Kracht's boek is bedoeld als tekstboek en overzichtswerk voor studenten die met modale logica in contact zijn gekomen en het dieper willen bestuderen.

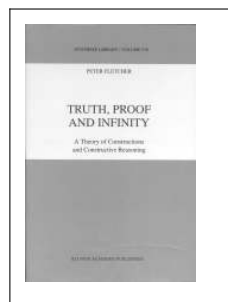
Laat ik eerst een beknopte inhoudsbeschrijving van het boek geven. Het bestaat uit drie delen. Deel 1, *Fundamentals*, geeft een gedegen inleiding in de theorie van de modale logica. De schrijver behandelt eerst alle benodigde achtergrondkennis uit de universele algebra, de logica en de theoretische informatica, om daarna de fundamentele concepten uit de modale logica te introduceren. In het tweede en belangrijkste deel van het boek, *The General Theory of Modal Logic* komt eerst de modale dualiteitstheorie aan de orde, die gebaseerd is op Stone's dualiteit voor Boolese algebra's. Vervolgens behandelt de auteur de theorie rond correspondentie en canoniciteit, en reducties van polymodale tot unimodale logi-

ca; dit deel besluit met een studie van het tralie van modale logica's. In het laatste deel van het boek, *Case Studies*, gaat de auteur nader in op een aantal specifieke onderwerpen; we noemen hier het tralie van uitbreidingen van de transitieve modale logica **K4** en de dynamische logica (een modaal formalisme ontworpen om te redeneren over programma's en processen).

In het algemeen doet de inhoud recht aan de titel door een goed en bijdetijds overzicht te bieden van de bestaande 'tools and techniques' op het vakgebied. Een boek van deze omvang kan geen volledig overzicht van de modale logica geven; naar sommige onderwerpen (zoals de modale bewijstheorie, de modale eerste orde logica, of de theorie rond de fundamentele notie van bisimulatie) zal de lezer dan ook vergeefs zoeken. Op andere terreinen komt het boek een heel eind; met name de stukken over de verbanden tussen algebra en logica en over het tralie van modale logica's bieden veel informatie die eerder alleen verspreid over artikelen te vinden was.

Een zwakke kant van het boek betreft de toegankelijkheid. Mijn grootste bezwaren betreffen de stijl, die niet uitblinkt in helderheid, beknoptheid of nauwkeurigheid; en de structuur, waarin hoofd- en bijzaken onvoldoende worden onderscheiden. Maar voor een geïnteresseerde lezer die over deze bezwaren heen kan stappen ontsluit het boek een schat aan informatie over de wiskundige theorie van de modale logica.

Y. Venema



P. Fletcher

Truth, Proof and Infinity, A Theory of Constructions and Constructive Reasoning

Dordrecht: Kluwer, 1998

469 p., prijs NLG 290,-

ISBN 0-7923-5262-9

De auteur wil een voor de intuïtionistische wiskundige overtuigende rechtvaardiging geven van de formele eerste-orde-theorie van de natuurlijke getallen, de theorie die intuïtionistische logica gebruikt en verder berust op de axioma's van Peano. Hij beweert dat hij er in geslaagd is op te helderen wat *de(!)* bedoelde interpretatie van deze formele theorie is. Men zou kunnen denken dat zijn onderneming verwant is aan de door Dedekind en Frege ondernomen en door henzelf als mislukt erkende pogingen om het principe van volledige inductie een verzamelingstheoretisch fundament te geven. Dat is echter niet het geval. Het principe van volledige inductie en de daaraan ten grondslag liggende intuïtieve opbouw van de rij der natuurlijke getallen, ofschoon wezenlijk niet tot iets fundamenteelers te reduceren, worden door de intuïtionistische wiskundige zonder probleem aanvaard. Iemand die dat niet doet kan al niet begrijpen wat de formele theorie der natuurlijke getallen voor iets is, want ook de formules en de afleidingen van een formele, vooralsnog betekenisloze theorie worden inductief opgebouwd. De moeilijkheid schuilt echter in de betekenis van de intuïtionistische voegtekens en quantificatoren. Het is bekend dat Brouwer krachtig waarschuwde tegen het blind varen op logische regels: je zou ongemerkt van een gebied waar zij van toepassing zijn terecht kunnen komen in een gebied waar zij niet meer gelden, en dan krijg je fouten en strijdigheden. Toen Hey-

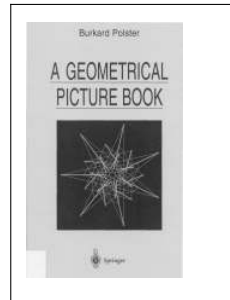
ting toch probeerde de regels van een intuïtionistische logica te formuleren, was dus wel een verklaring nodig waarom je die regels zou mogen hanteren. Zo'n verklaring werd en wordt gezocht in de bedoelde betekenis van de logische symbolen. Men zegt: we maken duidelijk wat de betekenis is van bijvoorbeeld een implicatie $A \rightarrow B$ door aan te geven waaruit een bewijs van $A \rightarrow B$ (in principe) bestaat. Een bewijs van $A \rightarrow B$ is een functie die aan elk bewijs van A een bewijs van B toevoegt. Kunnen we met deze verklaring leven? G. Gentzen vond van niet: de uitdrukking "elk bewijs van A " geeft de verklaring een *impredicatief* karakter: deze uitleg hoe je aan een bewijs van $A \rightarrow B$ moet komen veronderstelt dat er al een zinvol geheel van alle mogelijke bewijzen beschikbaar is. Gentzen vond het daarom nodig te zoeken naar een bewijs dat de formele theorie der natuurlijke getallen niet strijdig is. Later hebben Kreisel en Goodman (zonder volledig succes) geprobeerd een beschrijving te geven van het vreemde universum van alle mogelijke constructies/bewijzen waarin sommige constructies werken als functies gedefiniëerd op het hele universum. Het zal geen verbazing wekken dat het geven van zo'n beschrijving — net als het geven van een beschrijving van het verzamelingstheoretisch universum — moeilijk en gevaarlijk is: de paradoxen liggen op de loer. Evenals Gentzen vindt de auteur dat Heytings verklaringen onvoldoende zijn. Hij meent echter dat hij er — in tegenstelling tot Kreisel en Goodman — wel in geslaagd is een goede theorie van constructies te maken. Het is een hele geschiedenis geworden. In tien moeilijke stappen komt hij van de termen-taal (elke term duidt een constructie aan) tot de formele rekenkunde. Het universum bestaat uit niets dan constructies, en sommige constructies zijn bewijzen. De auteur houdt rekening met overwegingen die voortvloeien uit de onvolledigheidsstelling van Gödel en bouwt daarom reflectieprincipes in die soms te sterk zijn. Daardoor kan het gebeuren dat een constructie zich aandient als een bewijs maar het uiteindelijk toch niet is, net zo als een Turing-machine als het ware door de mand valt als blijkt dat hij slechts partiëel gedefiniëerd is. Ten slotte blijkt elke afleiding in de formele rekenkunde een constructie te leveren die voldoet aan de verwachting gewekt door de bewezen formule.

Het is opvallend dat de auteur als einddoel ziet: een interpretatie van de *klassieke* rekenkunde. Hij doet daarbij een beroep op de bekende dubbele-negatie-vertaling van de klassieke theorie in de intuïtionistische theorie, die echter zeker niet canoniek is. Men kan niet volhouden dat de klassieke rekenkunde een vaste bedoelde intuïtionistische interpretatie heeft. De auteur laat zien dat zijn resultaten kunnen worden uitgebreid tot en met de tweede-orde klassieke rekenkunde, zeg maar, de klassieke analyse.

Ik vind het moeilijk de theorie van de auteur goed te begrijpen. Ik meen (en hoop) dat de uitleg van Heyting misschien wel voldoende is en niet vereist dat we een overzicht hebben van alle mogelijke constructies en dat een partiëel begrip van de notie 'constructie' volstaat. Ik vind het jammer dat de auteur zich niet heeft beperkt tot een zo nauwkeurig en zo eenvoudig mogelijke beschrijving van zijn eigen resultaat, en in het voorbijgaan met alle vragen en opvattingen uit de filosofie van de wiskunde wil afrekenen, zonder de daarbij vereiste zorgvuldigheid in acht te nemen. We stoten af en toe op krasse uitspraken zoals: "Hiermee is bewezen dat de uitdrukking: 'de verzameling van alle natuurlijke getallen' niets betekent."

Het werk van de auteur verdient het bestudeerd te worden ook als we twijfel hebben over het doel dat hij ermee wil bereiken.

Zijn 'Expanded Term Language' is een functionele programmeertaal die voordelen schijnt te hebben boven andere functionele programmeertalen, zoals hij betoogt in hoofdstuk 23. *W. Veldman*



B. Polster
A geometrical picture book

New York: Springer-Verlag, 1998

292 p., prijs \$ 49,95

ISBN 0-387-98437-2

Een fraai boek met mooie en vooral gevarieerde plaatjes, zoals de titel wel doet vermoeden. Denk daarbij niet aan beschrijvende meetkunde, maar veeleer aan een duidelijke en esthetisch aansprekende uitbeelding van een veelheid van combinatorische objecten in hun interne en onderlinge samenhang. Het aantal verschillende onderwerpen dat in een twintigtal hoofdstukken wordt besproken is overweldigend, evenals de respectabele lijst van 122 literatuurverwijzingen. Veel van de structuren worden ingeleid door een compact overzicht van hun axioma's, die het begrip van de daarop aansluitende tekeningen verduidelijken. De gepresenteerde afbeeldingen zijn alle met computerprogramma's vervaardigd en vormen, zoals gezegd, een gevarieerd kijkspel. Ook aan driedimensionale afbeeldingstechnieken, zoals stereogrammen en spiegelgebruik besteedt de schrijver aandacht en een centraal hoofdstuk heeft hij ingeruimd voor het bouwen van ruimtelijke modellen en uitvoeringen in kleur, bijvoorbeeld met pipe cleaners.

K.A. Post

A. Khrennikov
Superanalysis

(Mathematics and its Applications; 470)

Dordrecht: Kluwer, 1999

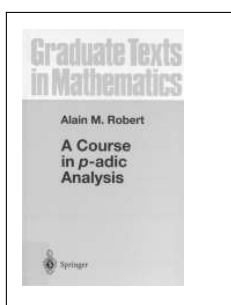
347 p., prijs NLG 295,-

ISBN 0-7923-5607-1

Het is een bekend en vaak becommentarieerd fenomeen dat de eisen aan mathematische strengheid in de theoretische natuurkunde niet hetzelfde zijn als in de wiskunde. Zo deed de bekende fysicus J. Schwinger in 1953 zijn best de differentiaalrekening te generaliseren voor het geval van functies van commuterende en anti-commuterende variabelen. Maar, zoals Andrei Khrennikov fijntjes opmerkt, dit was "on the physical level of strictness". Sinds 1953 is heel wat gebeurd aan het opkrikken van dit strictness-niveau, zoals in de door Martin geïnstigeerde ontwikkeling van een algebraïsche theorie voor commuterende en anti-commuterende coördinaten. Hoewel de strengheid hier in orde was, stond deze theorie ver af van de oorspronkelijke fysische intuïtie. Een benadering die meer in lijn was met wat Schwinger oorspronkelijk voor ogen stond werd in gang gezet door De Witt (in zijn boek *Supermanifolds*, 1984), en Rogers, Vladimirov en Volovich. Deze 'functional superanalysis', analyse van reële functies van commuterende en anti-commuterende variabelen die 'superpunten' in een 'superruimte' definiëren, is het onderwerp van

Khrennikovs boek.

Het eerste hoofdstuk geeft de definities en een inleiding, de volgende zes hoofdstukken zijn gewijd aan eigen resultaten (uit het proefschrift van de auteur, 1990). Deze hebben betrekking op de theorie van gegeneraliseerde functies, pseudodifferentiaaloperatoren, oneindig-dimensionale superanalyse en waarschijnlijkheidsrekening op een superruimte. Het laatste hoofdstuk (VIII) is gewijd aan toepassingen op de natuurkunde. Dit hoofdstuk blijft steken in een aantal suggesties, zodat de kracht van de superanalyse in de kwantumveldentheorie, waar het allemaal om begonnen was, nog niet goed duidelijk wordt. Maar als wiskundige tekst voldoet het boek zeker. Het is duidelijk en systematisch, en bovendien uitdagend: zes hoofdstukken eindigen met "Unsolved problems and possible generalizations". *D. Dieks*



Alain M. Robert
A course in p -adic analysis
(Graduate Texts in Mathematics; 198)
 New York: Springer Verlag, 2000
 427 p., prijs \$54.95
 ISBN 0-387-98669-3

De reële getallen vormen de completering van het lichaam \mathbf{Q} van de rationale getallen ten opzichte van de metriek $(x, y) \mapsto |x - y|$. In plaats van $|\cdot|$ kan men andere 'waarderingen' op \mathbf{Q} bekijken (afbeeldingen $|\cdot| : \mathbf{Q} \rightarrow [0, \infty)$ die voldoen aan $|x| = 0 \iff x = 0$, $|xy| = |x||y|$ en $|x + y| \leq |x| + |y|$) en completeren. Voor ieder priemgetal p is er de zogenaamde p -adische waardering $|\cdot|_p$ die vastgelegd wordt door $|p|_p = 1/p$. De stelling van Ostrowski zegt dat je hiermee essentieel alle waarderingen op \mathbf{Q} te pakken hebt. Completering leidt tot het lichaam \mathbf{Q}_p van de p -adische getallen. Zo gezien presenteren de lichamen $\mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3, \mathbf{Q}_5, \dots$ zich als alternatieven voor \mathbf{R} . Er zijn echter grote contrasten met de reële theorie: de lezer kan zelf gemakkelijk bewijzen dat de driehoeksongelijkheid verscherpt kan worden tot $|x + y|_p \leq \max(|x|_p, |y|_p)$, waaruit volgt dat \mathbf{N} begrensd is in \mathbf{Q}_p en dat de eenheidsschijf $\{x : |x|_p \leq 1\}$ een *ring* is die niet alleen gesloten, maar ook *open* is.

De p -adische getallen werden zo'n eeuw geleden uitgevonden door Kurt Hensel. Was dit aanvankelijk een algebraïsche en getaltheoretische aangelegenheid, later werd ook de *analyse* in dit soort lichamen belangrijk, en het is dit laatste gezichtspunt dat in het boek wordt ingenomen. Men vindt dan ook allerlei onderwerpen uit eerstejaarscolleges terug, zoals continuïteit, differentieerbaarheid, de exponentiële functie en logaritme, de (p -adische) complexe getallen, machtreeksen, enzovoort, waarbij fascinerende verschillen en overeenkomsten met de klassieke theorie worden blootgelegd.

De eerste vijf hoofdstukken vormen een uitstekende eerste excursie naar de ' p -adische wereld'. Doordat slechts een rudimentaire kennis van calculus, algebra en topologie verondersteld wordt is het werk zeer geschikt als tekstboek voor inleidende cursussen. De heldere stijl, de complete bewijzen, en de vele oefeningen, maken het boek ook ideaal voor zelfstudie.

Voor de meer ingewijden bevat het boek ook grote rijkdom-

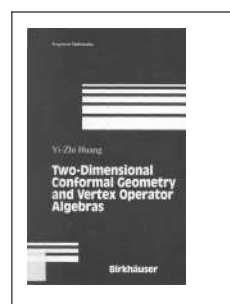
men. Zo worden lineaire en Euclidische modellen van \mathbf{Q}_p gemaakt, leidende tot mooie fractal-achtige plaatjes, waarmee je de p -adische getallen kunt 'zien'. Een greep uit de onderwerpen: Hensel's Lemma, Newton-benaderingen, eenheidswortels, voortzetting van waarderingen (met een fraai origineel bewijs), convolutie, Mahlerontwikkelingen en Van Hamme's generalisatie, voortbrengende functies, Bell-polynomen, strikte differentieerbaarheid, Iwasawa-logaritme, Volkenborn-integraal, Bernoulligetallen, stelling van Clausen-von Staudt. Nieuw zijn de middelwaardestelling voor analytische functies en Diarra's constructie van een sferisch volledige uitbreiding van \mathbf{C}_p met behulp van ultrafilters.

Hoofdstuk 6 behandelt de theorie van analytische functies en elementen. Dit stuk zal door veel lezers gewaardeerd worden, omdat er tot nu toe geen elementaire inleiding voorhanden was. Enkele onderwerpen: nulpunten van machtreeksen en Laurentreeksen, maximumprincipe, Weierstrassproducten, Mittag-Leffler-ontbindingen, Motzkin factorizaties, analytische elementen, stellingen van Amice-Fresnel en Christol-Robba.

In het laatste hoofdstuk 7 wordt de theorie toegepast om speciale functies te bestuderen (p -adische gammafunctie, Artin-Hasse's en Dwork's exponentiële functie) en interessante congruenties af te leiden. Ook worden sommen van Gauss en de formule van Gross-Koblitz behandeld.

Tot slot: er is een beweging gaande om de p -adische analyse toe te passen, bijvoorbeeld in de fysica (quantummechanica), de waarschijnlijkheidsrekening en de theorie van dynamische systemen. De meningen hierover zijn verdeeld; ikzelf vind het moeilijk hier een ferme positie in te nemen, alhoewel ik tot nu toe de neiging heb het nog enigszins oppervlakkig en speculatief te vinden. Maar hoe dan ook, de p -adiek op zichzelf is al boeiend genoeg en het is voor iedere analyticus de moeite waard eens te kijken wat er zoal te koop is. Dan dient zich hier een goede gelegenheid aan: erg veel tijd hoeft dit — dank zij de helderheid van dit boek — niet te kosten.

W.H. Schikhof



Huang, Yi-Zhi
Two-Dimensional Conformal Geometry and Vertex Operator Algebras
(Progress in Mathematics; 148)
 Boston: Birkhäuser-Verlag, 1997
 280 p., prijs DM 118,-
 ISBN 0-8176-3829-6

Vertex-Operator-Algebra's komen in de theoretische natuurkunde voor als algebraïsche beschrijvingen van Conforme-Velden-Theorie. Het begrip werd geïntroduceerd door Frenkel, Lepowsky en Meurman als een kleine modificatie van de term Vertex Algebra die door Borchers gegeven werd. In het huidige boek behandelt Yi-Zhi Huang naast deze algebraïsche benadering ook de meetkundige benadering in termen van Riemann oppervlakken. De axioma's van een Vertex-Operator-Algebra worden gegeven in termen van 'partial operads' van complexe machten van determinant-lijnbundels over moduli-ruimten van boloppervlakken met buizen en locale coördinaten. Deze meetkundige benadering is gebaseerd op werk van G. Segal en I. Fren-

kel. Het hoofdresultaat van het boek wordt gegeven in Hoofdstuk 5. Daar toont de auteur aan dat de categorie van meetkundig-gedefinieerde Vertex-Operator-Algebra's van zekere rang gelijk is aan de categorie van algebraïsch-gedefinieerde Vertex-Operator-Algebra's van dezelfde rang. Een belangrijk begrip dat leidt tot dit resultaat is het aan elkaar plakken van deze boloppervlakken met buizen (in het boek wordt de Engelse term 'sewing' gebruikt). Dit blijkt bijvoorbeeld al uit de titels van Hoofdstuk 2, 3 en 4: 'Algebraic study of the sewing operation', 'geometric study of the sewing operation' en 'realization of the sewing identities'. In Hoofdstuk 6 wordt de connectie tussen de moduli-ruimte en de 'partial operads' uitgelegd. Het laatste hoofdstuk beschrijft in het kort de zogenaamde Vertex-Associatieve-Algebra's en Huang toont hier aan dat dat de categorie van deze algebra's met centrale lading c gelijk is aan de categorie van meetkundige Vertex-Operator-Algebra's met dezelfde centrale lading.

Omdat een aantal begrippen, zoals bijvoorbeeld 'operad', 'partial operad' en determinant lijnbundel in 4 appendices van in totaal 83 pagina's grondig besproken wordt, is het boek zonder al te veel voorkennis te lezen. Dit betekent echter niet dat het daarom ook een makkelijk boek is. Hoewel ik toch redelijk op de hoogte ben met de theorie van de Vertex-Algebra's, ben ik bij de bestudering van dit boek de draad een paar keer kwijt geraakt. Dit gaf mij een onbevredigd gevoel. Daarom concludeer ik dat het boek interessant is voor onderzoekers op dit vakgebied, omdat het de algebraïsche en meetkundige benaderingen van de Conforme-Velden-Theorie verenigd, echter, ik vind het helaas niet geschikt als leerboek bij een doctoraalcollege of studentenseminarium in de wis-kunde.

J. van de Leur

in de algoritmen-index verkeerd zijn en een simpele cryptografische decodering niet voor de hand ligt. Dit doet echter niets af aan het feit dat vele stukken van dit boek met genoeg kunnen worden gelezen. Ofschoon echt nieuwe onderwerpen hier niet aan de orde komen, kan iedereen die interesse heeft in dit specialisme worden aangeraden dit boek toch eens ter hand te nemen.

T.H.M. Smits

D. Eisenbud and J. Harris

The geometry of schemes

(Graduate Texts in Mathematics; 197)

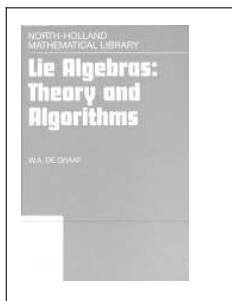
New York: Springer Verlag, 1999

294 p., prijs DM 52,-

ISBN 0-387-98638-5

A great subject and expert authors! The notion of a scheme was conceived by Grothendieck in order to give a common foundation to algebraic geometry and number theory. Examples of schemes are algebraic varieties and (spectra of) rings of integers in number fields. The topology of a scheme is usually not Hausdorff. A scheme is locally affine; as a set it locally consists of the prime ideals of a commutative ring. "Didn't you guys already write a book on schemes?" the authors ask in the preface and the answer is that there were several preliminary versions, the book itself being stimulated and edited by S. Levy. We must be grateful to him, as well as to the authors. Two-thirds of the book is new. After a gentle introduction to affine schemes, there are chapters on projective schemes, blow-ups, local constructions and the number of points of a scheme.

J.H. de Boer



W.A. de Graaf

Lie algebras: Theory and algorithms

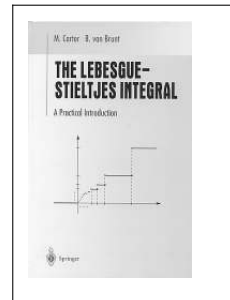
(North-Holland mathematical library; 56)

Amsterdam: Elsevier, 2000

393 p., prijs NLG 225,-

ISBN 0-444-50116-9

Het doel van dit boek is tweedelig. Ten eerste geeft het een opsomming van de vele bestaande algoritmen voor het rekenen met eindig-dimensionale Lie-algebra's. Ten tweede geeft het boek een inleiding tot de theorie van eindig-dimensionale Lie-algebra's. Het algoritmische perspectief leidt ertoe dat sommige bewijzen constructiever en transparanter worden. Als voorbeeld moge dienen het gebruik van niet-commutatieve Gröbner-bases bij het bewijs van de stellingen van Poincaré-Birkhoff-Witt en Iwasawa, alsmede de algoritmische classificatie van halfenkelvoudige Lie-algebra's. De laatste twee hoofdstukken gaan verder dan een standaard-inleiding. Hoofdstuk 7 behandelt namelijk vrije Lie-algebra's, Hall-bases en Lie-algebra's met een eindige presentatie. Hoofdstuk 8 behandelt representaties van halfenkelvoudige Lie-algebra's tot en met de formules van Freudenthal, Weyl en Racah. Een zeer lezenswaardige appendix over associatieve algebra's en de Wedderburn-stellingen besluit het boek. Helaas wordt de bruikbaarheid van het boek enigszins beperkt doordat alle paginanummers in de alfabetische index, in de symboolindex en



M. Carter and B. van Brunt

The Lebesgue-Stieltjes Integral

(Undergraduate Texts in Mathematics)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

228 p., prijs \$44.95

ISBN 0-387-95012-5

Zoals de titel van dit boek al aangeeft, geeft het een inleiding in de Lebesgue en de Lebesgue Stieltjes integratie-theorie. In 202 pagina's, verdeeld over negen hoofdstukken, proberen de schrijvers deze theorie zo volledig mogelijk te behandelen. Het boek bevat bovendien een epiloog (het tiende hoofdstuk), een appendix met aanwijzingen bij en antwoorden op geselecteerde vraagstukken, een index en een bibliografie met 45 referenties.

Hoewel de schrijvers enige voorkennis veronderstellen met betrekking tot de meest elementaire analytische begrippen als convergentie, continuïteit en Riemann-integraal, geven ze in de eerste drie hoofdstukken een heel compleet overzicht van deze begrippen. In het derde hoofdstuk, dat in z'n geheel gewijd is aan de Riemann-integraal, maken ze bovendien aannemelijk waarom er behoefte is om de al bekende Riemann-integraal te generaliseren.

In het vierde hoofdstuk wordt de Lebesgue-Stieltjes integraal geïntroduceerd. Een gemiste kans van de schrijvers is volgens mij dat ze zich beperken tot de definitie van de integraal over een in-

terval. Pas later, aan het eind van het vijfde hoofdstuk, geven ze aan, zij het erg beknopt, hoe je de generalisatie van interval naar meer algemene verzameling kunt maken. In de hoofdstukken vijf en zes formuleren de schrijvers de basiseigenschappen, alsmede de bekende convergentiestellingen. Ook worden de hoofdstelling van de integraalrekening en het differentiëren onder het integraalteken (in het geval van Lebesgue integralen) genoemd. Helaas laten ze de meeste bewijzen achterwege, omdat "many of these proofs pose a technical demand on the reader greater than what has been expected so far in this text".

In het zevende hoofdstuk wordt ingegaan op dubbele integralen en wordt Fubini genoemd, terwijl in hoofdstuk acht uitgebreid gesproken wordt over de L^p -ruimten. Tevens worden in dit verband ook de Hardy-ruimten en de Sobolev-ruimten kort belicht. Tenslotte krijgt de L^2 -ruimte speciale aandacht in hoofdstuk negen. Er worden expliciet orthonormale bases geconstrueerd met behulp van trigonometrische polynomen (waarmee het verband wordt gelegd met Fourierreeksen) en genormaliseerde eigenfuncties van Sturm-Liouville problemen. Bij dit laatste wordt even geproefd aan enkele speciale functies, zoals Mathieufuncties en de polynomen van Hermite, Laguerre en Legendre.

De uitvoering van het boek is erg fraai en de inhoud wordt rijkelijk geïllustreerd met voorbeelden. Ook is volop aandacht geschonken aan opgaven, niet alleen kwantitatief, maar ook kwalitatief. De opgaven zijn vooral bedoeld om de aangeleverde theorie te verwerken en liggen op een goed niveau. Voor de wiskundige is een klein minpunt het veelal ontbreken van bewijzen, hoewel de schrijvers zich dat terdege bewust zijn en met opzet deze keus van schrijven hebben gemaakt. Dit laatste blijkt niet alleen uit hun voorwoord ("those who try to fill the gap of theoretical background by doing some reading are all too often put off by having to plough through many pages of preliminary measure theory"), maar ook uit de vele referenties naar andere werken voor hen die dieper in de stof willen duiken. Al met al een aardig boek voor een cursus toepassingsgerichte integratietheorie. G.R. Kuik

C. Chicone

Ordinary Differential Equations with Applications

(Texts in Applied Mathematics; 34)

New York: Springer-Verlag, 1999

561 p., prijs DM 119,-

ISBN 0-387-98535-2

Het lijkt paradoxaal, maar de vloed aan informatie die ons overstroomt en de intense communicatie die de nieuwe media oproepen, maken *persoonlijke contacten* en *boeken* steeds belangrijker. Juist door deze overvloed ontstaat de behoefte aan goede wegwijzers, raad en gidsen.

Dit boek is geen elementaire inleiding — daar zijn er genoeg van — en ook geen researchboek voor specialisten: het is een inleiding in de moderne theorie van gewone differentiaalvergelijkingen en dynamische systemen. Het mikt op gevorderde studenten en onderzoekers die met dit onderwerp kennis willen maken en wellicht onderzoek willen doen. In die zin is het te vergelijken met een klassieker als Guckenheimer and Holmes (*Nonlinear oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag). De auteur begint met wat hij (ondanks de voornaam een 'hij') als voorbereidende kennis beschouwt: variëteiten, Poincaré-

Bendixson theorie voor periodieke oplossingen, contractie, impliciete functie, existentie en eenduidigheid. Hij heeft hierbij een aparte stijl: hoog niveau maar zonder alle wiskundige details te geven. Dat kan misleidend zijn voor beginners, ik denk dat de inleidende hoofdstukken meer precisie kunnen gebruiken.

Een bladzij of vijftig wordt besteed aan lineaire vergelijkingen met onderwerpen als stabiliteit, Lyapunov exponenten en Floquet-theorie. Nuttig materiaal en interessante voorbeelden. De gevorderde hoofdstukken betreffen hyperboliciteit (met uitvoerige weergave van Hartman-Grobman theorie), continuering van periodieke oplossingen (interessant, maar niet zo helder voor beginners), homocliene banen-Melnikov-chaos (zeer actueel onderzoeksgebied), middelingsmethoden (een korte maar aardige inleiding) en bifurcatie theorie. De stijl hierbij is niet altijd gelijk. Sommige behandelingen, zoals die van de Lyapunov-Schmidt methode hebben een hoog Zwijnstein-gehalte; veel materiaal, bijvoorbeeld bifurcatietheorie, wordt goed ingeleid.

Een apart onderwerp vormen de toepassingen. De auteur heeft zich ingespannen om belangrijke en moeilijke voorbeelden te behandelen. Verstoorde Keplerbeweging, gekoppelde slingers, de Fermi-Pasta-Ulamketen, lopende golven. Er is bovendien veel aandacht voor 'waar de problemen vandaan komen'. Dat is bij dit vakgebied en de toegepaste wiskunde in het algemeen vooral de klassieke mechanica en de theorie van partiële differentiaalvergelijkingen.

De goede onderwerpenkeuze, de belangrijke toepassingen en het aanstekelijke enthousiasme van de auteur maken dit boek tot een belangrijke aanwinst van de wiskundeliteratuur. F. Verhulst

S. Marde

Strong shape and homology

(Monographs in Mathematics)

Berlin: Springer Verlag, 2000

489 p., prijs DM 159,-

ISBN 3-540-66198-0

Shape theory can be viewed as an appropriate extension of homotopy theory to general spaces. Standard notions of homotopy theory are known to be inadequate to study global properties of spaces with bad local behaviour. Therefore, shape theory has been designed to overcome these shortcomings of homotopy theory and coincides with it when restricted to spaces with good local behaviour (like the ANR's, polyhedra or CW-complexes). Situations concerning global properties of spaces having irregular local behaviour naturally appear in many areas of mathematics. Standard examples (where shape theory already has been applied successfully) are fibers of mappings, sets of fixed points, attractors of dynamical systems, spectra of operators, boundaries of certain groups, et cetera.

The main purpose of this book, however, is to expose in detail strong shape theory. This is a finer theory than the ordinary shape theory, with various advantages. It is occupying an intermediate position between homotopy theory and ordinary shape, similar to the position of strong homology (which is a strong shape invariant, generalizing Steenrod homology) in between singular homology (which is a homotopy invariant) and Čech homology (which is a shape invariant).

The approach in this book to strong shape of topological spaces

consists of two steps. Firstly, one approximates spaces by suitable inverse systems of polyhedra (or ANR's) and secondly, one develops a homotopy theory of such systems. Then this homotopy theory is applied to the associated systems and it is shown that results only depend on the spaces; they are independent of the choice of the approximating systems. In a similar way, strong homology groups are first defined for inverse systems of spaces. For the right approximation process, one needs delicate constructions like resolutions and strong expansions. Moreover, the right modification of homotopy to systems of spaces is the rather involved coherent homotopy.

This book consists of four chapters. Chapter 1 is devoted to coherent homotopy. The coherent homotopy category, whose objects are inverse systems and with homotopy classes of coherent mappings as morphisms, is here the main object of study. In Chapter 2, the strong shape category is constructed, as announced above using coherent homotopy of inverse systems (which was considered in Chapter 1). In Chapter 3, the derived functors \lim^n of the inverse limit functor \lim are defined and their basic properties are discussed. A proper understanding of these functors is required to understand strong homology. This is the subject of Chapter 4 where the strong homology groups of spaces are introduced. It is also proved that they are invariants of strong shape. Other more specific properties of strong homology established in this final chapter are strong excision and the cluster property. The book ends with an extensive list of references (completing the bibliographic notes given in each section), with a list of special symbols used in the book, with an author index and with a subject index.

W. Malfait

A. Ranicki

High-dimensional Knot Theory; algebraic surgery in Co-dimension; 2

(Monographs in Mathematics)

Berlin: Springer-Verlag, 1998

646 p., prijs \$119,-

ISBN 3-540-63389-8

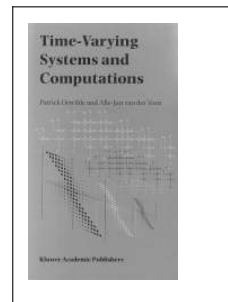
Een citaat uit het begin van het boek: "An n -dimensional knot (M, N, k) is an embedding of an n -dimensional manifold in an $(n+2)$ -dimensional manifold, $k : N^n \subset M^{n+2}$. An n -knot is a knot of the type (S^{n+2}, S^n, k) . A classical knot is a 1-knot $k : S^1 \subset S^3$. [...] Although high-dimensional knot theory does not have such glamorous applications as classical knot theory, it has many fascinating results of its own, which make use of a wide variety of sophisticated algebraic and geometric methods. [...] The book has actually two aims: (i) to serve as an introduction to high-dimensional knot theory, using surgery theory to provide a systematic exposition, (ii) to serve as an introduction to algebraic surgery theory, using high-dimensional knots as geometric motivation."

Net als in de klassieke knopentheorie speelt het complement van de knoop — of liever nog het complement X van een tubulaire omgeving van de knoop — een belangrijke rol. In goede meetkundige situaties is er een afbeelding $X \rightarrow S^1$. Door die vervolgens terug te trekken naar de universele overdekking $\mathbf{R} \rightarrow S^1$ krijgt men $\bar{X} \rightarrow \mathbf{R}$. De overdekkingsgroep \mathbf{Z} werkt dan op \bar{X} en op de homologie $H_*(\bar{X})$. Kortom we krijgen modulen over een

polynoomring. Voor de schrijver is dit aanleiding om een zware vracht van honderden bladzijden algebra — in casu algebraïsche K-theorie en algebraïsche L-theorie van polynoomringen — over de lezer uit te storten. Daar tegenover staan enkele tientallen bladzijden meetkunde; inclusief een appendix van 12 pagina's: *The history of open books* geschreven door H. E. Winkelnkemper. Wat die algebra betreft, heeft dit boek (mij) weinig nieuws of verrassends te bieden. En de toepassing van de algebra in de meetkunde wordt, voor zover ik kan zien, niet duidelijk gepresenteerd.

In de inleiding staat: "High-dimensional knot theory has a somewhat deserved reputation as being an arcane geometric machine — I hope that aim (i) is sufficiently achieved to demystify the geometry, and make it more accessible to algebraic topologists. Likewise, surgery theory has a somewhat deserved reputation as being an arcane algebraic machine — I hope that aim (ii) is sufficiently achieved to demystify the algebra, and make it more accessible to geometric topologists." Helaas is de schrijver, wat mij betreft, niet in zijn opzet geslaagd.

J. Stienstra



P. de Wilde and A.J. van der Veen Time varying systems and computations

Dordrecht: Kluwer, 1998

459 p., prijs NLG 280,-

ISBN 0-79238189-0

Dit boek behoort tot de driehoek numerieke lineaire algebra, operatorentheorie en mathematische systeemtheorie. Het is een bewerking en verdere uitwerking van het proefschrift van de tweede auteur met de eerste als promotor. Het belangrijkste thema is de ontwikkeling van efficiënte algoritmen voor het numeriek uitvoeren van fundamentele operaties op matrices met behulp van input-output systemen. Het gaat hierbij steeds om blok-matrices die eindig of oneindig kunnen zijn en in het laatste geval worden ze verondersteld te corresponderen met lineaire operatoren op zekere ℓ^2 -ruimten. De connectie met de systeemtheorie is gelegen in het feit dat de matrices verschijnen als overdrachtsoperatoren van tijdsvariante discrete-tijd systemen.

Inverteren van matrices, diverse multiplicatieve ontbindingen, zoals QR- en URV-decomposities maar ook spectrale en inwendige/uitwendige factorisaties, approximatie met matrices van lage complexiteit, en constructie van matrices uitgaande van partiële informatie over de elementen (interpolatie en completering) zijn enkele van de fundamentele matrix-operaties die in dit boek aan de orde komen. Vertaald in systeemtheoretisch termen gaat het dan om het inverteren van systemen waarbij de rol van input en output worden verwisseld of de ontbinding van een systeem in een serie schakeling of een netwerk van eenvoudigere systemen. De auteurs spreken in dit verband van een 'computational network'.

In dit boek is nog een ander deelgebied van de wiskunde prominent aanwezig, namelijk de complexe functietheorie. Het begrip z -transformatie dat in de theorie van tijdsinvariante systemen de overgang beschrijft van het tijdsdomein naar het frequentiedomein wordt hier gegeneraliseerd naar het tijdsvariante geval

door een matrix op te vatten als een som van verschoven diagonaal operatoren. De ruimte van bovendriehoeksoperatoren is dan het analogon van de functie-ruimte H^∞ , waarbij de complexe variabele z vervangen is door een verschuivingsoperator, en de rol van elementen uit de Hardy-ruimte H^2 wordt overgenomen door bovendriehoeksmatrices die Hilbert-Schmidt operatoren induceren. Deze analogie, die in zekere zin teruggaat op het werk van W.B. Arveson over nestalgebra's, speelt een belangrijke rol in het hele boek en keert ook steeds weer terug in de keuze van de onderwerpen en de opzet van de bewijzen.

Veel van het materiaal dat in dit boek wordt gepresenteerd is van recente datum en is ontwikkeld in de laatste tien jaar. De eerste auteur heeft in deze ontwikkeling ook een leidende rol gehad. Andere boeken die de relatie tussen operatoren op ℓ^2 -ruimten en tijdsvariante systemen als thema hebben en deels vergelijkbare onderwerpen behandelen, zijn:

- A. Halanay and V. Ionescu, *Time-varying discrete linear systems*, Birkhäuser-Verlag, Basel, 1996;
- C. Foias, A.E. Frazho, I. Gohberg, M.A. Kaashoek, *Metric constrained interpolation, commutant lifting and systems*, Birkhäuser-Verlag, Basel, 1998.

Dit boek is echter uniek in zijn concentratie op de numerieke aspecten. Of het materiaal zoals hier gepresenteerd al zijn uiteindelijk vorm heeft gevonden is voor uw recensent nog een vraag. Gemakkelijk leesbaar is het boek niet. De auteurs, beiden niet van wiskundige huize maar afkomstig uit de elektrotechniek, laten matrices werken op rijvectoren die van links worden ingevoerd en alle matrixvermenigvuldigingen moeten dus van links naar rechts gelezen worden. Dit past goed bij de beschrijving van netwerken, maar binnen de wiskunde is het minder gebruikelijk. Voor het reconstrueren van alle details van de bewijzen heeft de lezer ook nog het nodige werk te verzetten. Maar het boek is rijk aan ideeën. Als stimulans voor verder onderzoek en bron van nieuwe technieken voor de constructie van numerieke algoritmen scoort het naar mijn mening zeer hoog.

M.A. Kaashoek

van de mee-roterende schokgolf aan de tip van een supersoon draaiend rotorblad van een straalvliegtuigmotor, en nog wat andere voorbeelden. Het gevolg is dat het aantal boeken over niet-lineaire akoestische golfverschijnselen bescheiden is. Daarom is het zo buitengewoon plezierig dat (de onlangs overleden) David Crighton, als managing editor van de reeks *Cambridge Texts in Applied Mathematics*, dit aardige boekje heeft doen uitgeven.

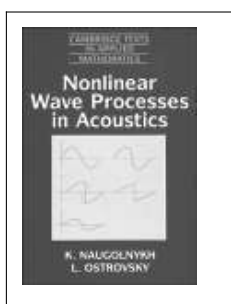
Geluid in lucht is een gas-dynamisch verschijnsel, dat in een of andere zin beschreven wordt door de compressibele Navier-Stokes vergelijkingen met bijpassende thermodynamische relaties. Als we niet meer kunnen lineariseren moeten we iets anders doen om deze moeilijke vergelijkingen te doorgronden. De hoofdstukken gaan over allerlei aanpakken en toepassingen.

Het begint met een nuttig algemeen overzicht waarin de algemene vergelijkingen stap voor stap worden omgeschreven tot min of meer zwak niet-lineaire golfvergelijkingen. Vervolgens krijgen we een hoofdstuk over schokken en pulsen. In het één-dimensionale (niet-visceuze) geval is dit probleem algemeen al opgelost door Riemann, en dat geeft prettige steun als we verder willen. Het blijkt dat we dan de Burgers vergelijking en de Korteweg-de Vries-Burgers vergelijking ontmoeten. Het derde hoofdstuk gaat over de niet-lineaire modificaties die nodig zijn voor een stralenbenadering, dat wil zeggen als de lengteschaal van de golven veel kleiner is dan die van het medium. Ook hier is de beschrijving lokaal één-dimensionaal, en is Burgers alom aanwezig. Interessant is het verschijnsel van zelf-refractie. Hoofdstuk vier generaliseert de stralen tot bundels (de zogenaamde parabolische benadering). De volgende twee hoofdstukken gaan over niet-lineariteit in niet-dispersieve en dispersieve media (bijvoorbeeld solitonen in bellenmengsels of korrelige media). Het laatste hoofdstuk tenslotte betreft een aantal bijzondere onderwerpen (gestimuleerde verstrooiing, zelf-focusering, golf front omkering).

Het boekje is leuk en oogt verzorgd, maar is minder geschikt voor een breed publiek. De lezer moet een fysische achtergrond (warmte- en stromingsleer) hebben, terwijl de stijl beknopt is waardoor het verifiëren van resultaten enige studie kost. Het boekje biedt een breed spectrum van niet-lineaire akoestische golfverschijnselen, maar om een overzicht te verwerven moet wel gestudeerd worden.

Het niveau en de stijl is vergelijkbaar met Whitham's *Linear and Nonlinear Waves*.

S.W. Rienstra



K. Naugolnykh and L. Ostrovsky
Nonlinear Wave Processes in Acoustics

(Cambridge Texts in Applied Mathematics)
Cambridge: Cambridge University Press, 1998
298 p., prijs £19,95
ISBN 0-521-39984-X

De verstoringen die gepaard gaan met gewone akoestiek zijn zo klein, dat dit in hoge mate een lineair verschijnsel is. Een nog juist hoorbare geluidsgolf veroorzaakt luchtverplaatsingen die maar een duizendste zijn ($\sim 10^{-11}$ m) van de gemiddelde vrije weglengte van luchtmoleculen, bij een amplitude van twee tienduizendste atmosfeer ($2 \cdot 10^{-5}$ Pascal). Je kunt dit rustig met een factor 10^8 (10^{16} in energie) vergroten zonder direct het lineaire regime te verlaten.

Niet-lineaire akoestiek, waar het huidige boekje over gaat, is dan ook in de wereld van de dagelijkse toepassingen niet zo alom aanwezig als gewone akoestiek. We moeten denken aan de intense schok van bijvoorbeeld een atoombomontploffing, het veld

D. Serre

Systems of conservation laws volume 1 en 2

Cambridge: Cambridge University Press, 1999 en 2000
263 p. en 269 p., prijs £40,- per stuk
ISBN 0-521-58233-4 en ISBN 0-521-6330-3

Both volumes have been translated by I.N. Sneddon from the 1996 French volumes. The first volume consists of seven chapters. In Chapter 1 examples of nonlinear hyperbolic systems are given. Classical results on one-dimensional scalar conservation laws are presented in the second chapter. In the third chapter linear and quasi-linear systems are discussed, as well as the notions of weak solutions and entropy solutions. Shock waves, rarefaction waves, and Lax's theorem are treated in Chapter 4. The numerical scheme of Glimm is presented in Chapter 5. In the sixth chapter

perturbations of conservation laws by diffusion terms of second order are considered, and in Chapter 7 viscosity profiles for shock waves are studied in detail.

The second volume consists of eight chapters (numbered 8 to 15). The main topics that are discussed in these eight chapters are: the maximum principle, the theory of Chuey, Conley and Smoller, compensated compactness, propagation of oscillations, rich systems (that is, systems which may be written in a quasi-linear form), weakly nonlinear geometric optics, Temple fields and systems, Lopatinski's condition, surface waves, stability of shock waves, the instability of vortex sheets, and boundary layers.

All chapters end with an exercise section. Both volumes are well written and clear, and contain many up to date references. The second volume is intended more for research workers and less for students than the first volume. In these volumes I found some interesting examples on shock waves which can easily be incorporated in my PDE-courses for (third and fourth year) aerospace engineering students.

W.T. van Horssen

M.R. Bridson and A. Haefliger

Metric Spaces of Non-Positive Curvature

(*Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; 319)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

643 p., prijs DM 169,-

ISBN 3-540-64324-9

This book studies the relationship between group theory and geometry and is built up in three parts.

Part I: Geodesic Metric Spaces. With this part of the book, the authors intend to introduce the reader to the world of geodesic spaces. These are metric spaces (X, d) in which any two points can be joined by a geodesic.

This part is written in a very accessible way and introduces all basic concepts, such as (pseudo)metric, angle, length of a curve, et cetera. All of these (and further) notions are made very clear by means of many examples and remarks. At this point, the authors also introduce the spaces M_κ^n , the complete, simply connected, Riemannian n -manifolds of constant sectional curvature κ , for any $\kappa \in \mathbf{R}$. The spaces M_κ^2 are used in part II as reference spaces. In the last chapter of this first part, the authors turn their point of view to groups and group actions and present an introduction to what is called geometric group theory.

Part II: CAT(κ) Spaces. After the introductory part I, the authors now really start the study of spaces of bounded curvature. The basic notion, due to A.D. Alexandrov, is that of a CAT(κ) space. Roughly speaking, a metric geodesic space (X, d) is said to be a CAT(κ) space (for some $\kappa \in \mathbf{R}$), if for every geodesic triangle Δ in X (this is a triangle whose sides are geodesics), there is a comparison triangle $\bar{\Delta} \in M_\kappa^2$ (this is a geodesic triangle in M_κ^2 , having sides of the same length as those of Δ) which is 'fatter' than Δ . A space X is then said to be of curvature $\leq \kappa$, if and only if X is locally a CAT(κ)-space.

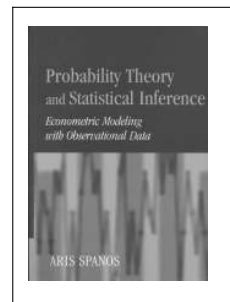
The first five chapters of this part are mainly devoted to the geometry of such spaces. From the sixth chapter onwards, a study of groups acting by isometries on CAT(κ) spaces, in particular CAT(0) spaces (hence the title of the book), is started.

Part III: Aspects of the geometry of Group Actions. This

last part of the book is of a more sophisticated level and consists of four chapters, each dealing with a topic of important research interest. These contain the δ -hyperbolic spaces (of Gromov, Rips, . . .), a more elaborated study of groups acting on non-positively curved spaces, complexes of groups and groupoids of local isometries.

This book is beautifully and clearly written and contains many illustrations and examples but also many deep results. It is my opinion that this book will become a standard work in mathematical literature and will be used by many people, from undergraduates to specialists.

K. Dekimpe



A. Spanos

Probability theory and statistical inference

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

815 p., prijs £19.95

ISBN 0-521-41354-0

Only a few books have been written on mathematical statistics and probability theory especially for econometrics students. According to the preface, the primary intended audience includes interested undergraduate and graduate students of econometrics as well as practicing econometricians who have been trained in the traditional textbook approach. The present textbook is intended for an introductory course in probability theory and statistical inference, written for students who have had at least a semester course in calculus and some familiarity with descriptive statistics will be of value. The book is well-written and the author has done an excellent job in preparing a text that meets these objectives. However, students will have difficulties in completely understanding the philosophical issues involved if they did not follow an introductory course on (mathematical) statistics and a course on applied statistics. This will provide the students with a feeling for dealing with real data. This will be needed in order to take full advantage of the present text.

A special feature is that several topics are discussed from a historical perspective. This distinguishes this text from a lot of other textbooks on mathematical statistics. Another feature is that the author pays a lot of attention to checking model assumptions. This is in line with the attitude of the author towards actual applications. Every chapter treats most of the important classical topics but also a lot of less usual subjects are discussed. The author proves that it is possible to have an introductory chapter on stochastics processes which pays also attention to Markov chains, ergodicity, mixing, et cetera. An important key to various chapters is the notion of dependence. The reader can also find something on pseudo-random numbers.

There are only a small number of imperfections, for example, the domain of the hypergeometric distribution is not correctly defined. The book is written with care and with a strong and convincing attitude towards teaching theory in view of applications. The author had to make choices with regard to the topics. It is somewhat surprising that matrices are hardly used and geometric interpretations with projections are not used. Especially

for econometricians this is more or less basic. The mathematical statistician will not find the decision-theoretic approach. Also the Bayesian approach is hardly discussed. However, there is a really nice introduction to statistical inference. *T. Steerneman*

D. Stirzaker

Probability and random variables

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

368 p., prijs £16.90

ISBN 0-521-64445-3

This text offers a beginner's guide, a simple and concise introduction to probability theory. After an elementary discussion of chance, the central and crucial rules and ideas of probability, including independence and conditioning, are set out. Counting, combinatorics, the ideas of probability distributions and densities are then introduced. Later chapters present random variables and examine independence, conditioning, covariance and functions of random variables, both discrete and continuous. The final chapter considers generating functions and applies this concept to practical problems including branching processes, random walks and the central limit theorem. Two examples of exercises are:

1. Let X be a random variable. Is it true that $X - X = 0$ and $X + X = 2X$? If so, explain why.
2. Let X and Y have joint density $f(x, y) = 1$ for $0 \leq x, y \leq 1$. Let $U = \min\{X, Y\}$ and $V = \max\{X, Y\}$. Show that (U, V) has the joint density $f(U, V) = 2$ for $0 \leq U \leq V \leq 1$.

I highly recommend this book as a guide for students of mathematics. *W.J. Brandenburg*

V.S. Sunder

Functional analysis. Spectral theory

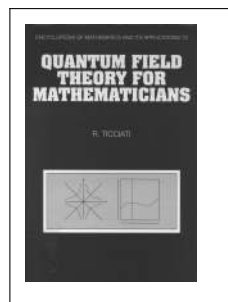
(Birkhäuser advanced texts)

Basel: Birkhäuser, 1998

241 p., prijs DM 78,-

ISBN 0-8176-5892-0

This book provides an introduction to functional analysis with an emphasis on operators on Hilbert spaces. In the first chapter a quick presentation is given of the basic definitions and theorems of normed spaces, including the Hahn-Banach theorems, the open mapping theorem, and the uniform boundedness theorem. The second chapter discusses elementary properties of Hilbert spaces. In the third chapter the author discusses C^* -algebras, including the Gelfand-Naimark theory and representation theory. The fourth chapter discusses bounded operators on a Hilbert space. The spectral theorem for normal operators is obtained from the results of chapter 3. The spectral theorem for compact operators is proven and Fredholm operators are introduced. The final chapter contains the spectral theorem for unbounded operators. As a textbook for a course in functional analysis I cannot recommend this book except if one is only interested in operator theory on Hilbert spaces. The treatment of Banach spaces and operators on them is too light to use it for a general introduction to functional analysis. The book does have one feature making it worthwhile. The chapter on C^* -algebras does provide a nice introduction to the Gelfand-Naimark theory and representations. *A.R. Schep*



R. Ticciati

Quantum field theory for mathematicians

(Encyclopedia of mathematics and its applications; 72)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

699 p., prijs £70

ISBN 0-521-6326-5

De (relativistische) quantumveldentheorie bestaat enerzijds uit een aantal fysische principes, die de quantummechanica in overeenstemming brengen met de speciale relativiteitstheorie. Anderzijds geeft de theorie een serie voorschriften om de interacties tussen elementaire deeltjes uit te rekenen. Zo beschrijft het zogeheten Standaardmodel alle bekende deeltjes en krachten (met uitzondering van de zwaartekracht). Berekeningen in dit model geven een fabelachtige numerieke overeenstemming tussen theorie en experiment. Niettemin bestaat er geen afleiding van de rekenregels uit de principes die een wiskundige zou overtuigen.

Vanaf 1950 vraagt men zich af wat de quantumveldentheorie wiskundig eigenlijk betekent. De fysische principes zijn sindsdien wiskundig helder geformuleerd in de zogenaamde axiomatische quantumveldentheorie, waarover men kan lezen in boeken van Streater-Wightman, Bogoliubov-Logunov-Todorov, Haag, Strocchi, Araki, en anderen. Aan de andere kant van het spectrum is ook volledig begrepen hoe men, als de rekenregels gegeven zijn, eindige kansen voor fysische processen krijgt. Dit is het onderwerp van de renormalisatietheorie, waarover bijvoorbeeld boeken van Speer, Collins, Rivasseau, Smirnov, en Piguet-Sorella gaan. 't Hooft en Veltman ontvingen in 1999 de Nobelprijs voor hun bijdragen aan de renormalisatietheorie van het Standaardmodel. Tenslotte is in de jaren 80 een golf van wiskundig enthousiasme voor conforme, topologische, en supersymmetrische quantumveldentheorieën ontstaan. Zulke modellen zijn weliswaar onfysisch, maar vertonen fascinerende verbanden met representatietheorie, knopentheorie, topologie, enzovoort. De twee recente boeken van Deligne et al., met uitvoerige bijdragen van Witten, bieden hiertoe een inleiding.

Het wiskundige probleem van de quantumveldentheorie ligt in de vrijwel onoverbrugbare kloof tussen de wiskundige axioma's en de fysisch interessante modellen. In de constructieve quantumveldentheorie heeft men enige vereenvoudigde modellen wiskundig weten te vangen; zie de boeken van Glimm-Jaffe en Baez-Segal-Zhou. Maar het Standaardmodel, en zelfs de losse onderdelen daarvan, zijn nog ver buiten bereik. Het Clay Mathematics Institute heeft onlangs zelfs een miljoen dollar uitgelooft voor de constructie van Yang-Mills theorie in vier dimensies.

Ticciati kondigt in zijn voorwoord een "systematic introduction of fundamental principles, enriched with delightful mathematical details" aan, en dit zal de lezer voeren tot de "usual practical knowledge of QFT." Het boek is in een prestigieuze wiskundige serie verschenen, en richt zich volgens de titel ook inderdaad tot wiskundigen. Naar de inhoudsopgave beschrijft het boek het gehele formalisme van de quantumveldentheorie, tot en met de renormalisatie van het Standaardmodel. Volgens de achterflap mogen we ook nog eens een "comprehensive bibliography" verwachten.

In werkelijkheid blijkt dit boek een overzicht te zijn van de fysische stand van zaken rond 1975. De auteur lijkt er geen idee van te hebben wat het betekent om voor een wiskundig publiek te schrijven. De "delightful mathematical details" bestaan uit terzijdes als "there is a branch of mathematics, *distribution theory*, which puts the manipulations above on an axiomatic footing". Ook zonder de miljoen dollar van Clay te hebben gewonnen valt bij vrijwel ieder aspect van de quantumveldentheorie wel iets wiskundigs te zeggen, al was het maar een literatuurverwijzing. Zoniet in dit boek. Slechts over renormalisatie blijkt de auteur op de hoogte te zijn van enige wiskundige resultaten. De "comprehensive bibliography" bestaat uit een paar dozijn boeken en artikelen die de auteur toevallig kent. Nauwelijks een spoor van de wiskundig georiënteerde literatuur.

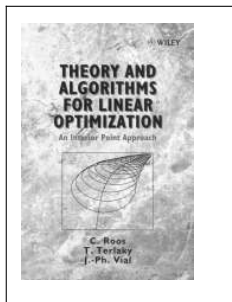
Dit boek is ook aan fysici of wiskundigen met goede kennis van de natuurkunde niet aan te raden. Hoewel zijn boek in de categorie van verouderde fysica-leerboeken nog niet eens zo slecht is, legt de auteur, een jong docent aan de *Maharishi University of Management*, het uiteraard af tegen Nobelprijswinnaar Weinberg, die in zijn eveneens bij CUP verschenen boeken een meesterlijke behandeling van vrijwel hetzelfde materiaal geeft, maar dan up-to-date en vol diepgang.

N.P. Landsman

first three parts. For historical reasons it contains a chapter on Karmarkar's projective method. It also discusses implementation issues of interior point methods. Probably the most important chapter in this part is devoted to parametric and sensitivity analysis. It describes a new approach to sensitivity analysis that is superior to the classical approach.

The authors have succeeded in presenting the results obtained in the research area of interior point methods for linear optimization problems in a uniform way. The algorithms are clearly stated. The mathematical theorems needed to prove correctness, convergence, and complexity are formulated precisely and proved in detail. If you are looking for a complete mathematical treatment of interior point methods, then this is a book you need to buy. If you are looking for a more intuitive description of interior point methods and how and why they work, then you will unfortunately not find that in this book. This is a book written by mathematicians for mathematicians.

A. Kolen



C. Roos, T. Terlaky et al.
Theory and Algorithms for Linear Optimization. An Interior Point Approach

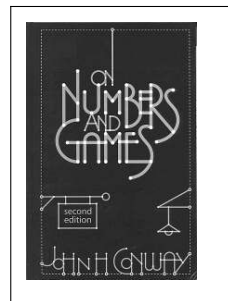
(Series in discrete mathematics and optimization)

Chichester: John Wiley & Sons, 1997

482 p., prijs £65

ISBN 0-471-95676-7

Apart from the introduction the book consists of four parts. Part I (Introduction: Theory and Complexity) is self-contained. It is shown that a (canonical) linear optimization problem can be solved by finding a so-called strictly complementary solution of an embedding skew-symmetric problem satisfying the so-called interior-point assumption. To prove the existence of strictly complementary solutions for such skew-symmetric problems the concept of the central path of the problem is introduced. The result is derived from properties of this central path. The whole duality theory of linear programming is derived from the existence of these strictly complementary solutions. A polynomial time algorithm (The Dikin step algorithm) to find a strictly complementary solution for a skew-symmetric problem satisfying the interior point assumption is given. The analysis of this Dikin algorithm is typical for the type of analysis of interior points methods for solving linear optimization problems. Part II (The Logarithmic Barrier Approach) discussing different variants of the dual logarithmic barrier method and the primal-dual logarithmic barrier method to solve linear programs in standard format. In Part III (The Target-following Approach) the notion of central path-following methods (as discussed in Parts I and II) is generalized to target-following methods. It is shown that many classical results in the literature can be put in the target-following scheme and that this scheme often dramatically simplifies the analysis. Part IV (Miscellaneous Topics) consists of 6 chapters that do not fit into the



J.H. Conway

On numbers and games (2nd edition)

Natick: A K Peters, 2001

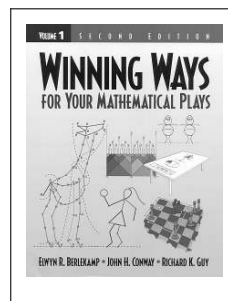
256 p., prijs \$ 39

ISBN 1-56881-127-6

Bij uitgever A K Peters verschijnen momenteel nieuwe edities van enkele populaire boeken van John Conway. De eerste versie van *On numbers and games* kwam eind 1975 uit. De huidige tweede versie verschilt nauwelijks van de eerste; Conway heeft een kort voorwoord toegevoegd plus een lijstje relevante in de afgelopen 25 jaar verschenen referenties.

Het is ook niet nodig om een enthousiast en boeiend geschreven boek als dit, over (vooral niet-standaard) getallen en een aantal strategische spelletjes plus connecties tussen deze twee onderwerpen, nog verder te redigeren. Net als de eerste editie is dit een boek dat bij velen in de smaak zal vallen.

J. Top



E.R. Berlekamp, J.H. Conway, R.K. Guy

Winning ways for your mathematical plays 1 (2nd edition)

Natick: A K Peters, 2001

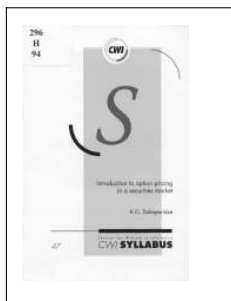
276 p., prijs \$ 49,95

ISBN 1-56881-130-6

Het voorwoord van dit eerste deeltje van vier waarmee *Winning ways* na 20 jaar opnieuw wordt uitgegeven zegt dat het de hoogste tijd is voor zo'n nieuwe uitgave. Inderdaad vertonen de twee boeken van de eerste editie, zoals ze in veel Nederlandse wiskundebibliotheken staan, duidelijk sporen van slijtage wegens veel gebruik. Ongetwijfeld zal de nieuwe reeks dan ook zijn weg naar de gebruiker wel vinden.

Het gaat dan ook beslist om meer dan een herdruk: niet alleen in de referenties, maar ook in de lopende tekst hebben de auteurs duidelijk hun best gedaan om recente ontwikkelingen in de nieuwe uitgave te verwerken.

J. Top



K. Dzhaparidze
Introduction to option pricing in a securities market

(CWI syllabus; 47)
Amsterdam: CWI, 2000
134 p., prijs NLG 35,-
ISBN 90-6196-487-3

Langzamerhand is in het jonge vakgebied Financiële Wiskunde een behoorlijk aantal studieboeken beschikbaar. Een gemeenschappelijk punt van al deze boeken is dat kennis van enige geavanceerde kansrekening vaak bekend verondersteld wordt, soms zelfs martingaaltheorie en stochastische calculus. Het uitgangspunt van de CWI syllabus die hier besproken wordt, is anders. Weinig tot geen kennis van de waarschijnlijkheidsrekening wordt bekend verondersteld. Zeker voor discrete tijdmodellen met eindige toestandsruimte (bijvoorbeeld het Cox-Ross-Rubinstein model) is dit eenvoudig te rechtvaardigen; kansrekening is niet nodig om derivaten te waarderen en hedge-strategieën te bepalen. Wel levert de kansrekening een elegante presentatie en interpretatie van de resultaten.

De syllabus bestaat uit twee delen. Deel I van de syllabus is geheel gewijd aan eindige financiële markten (met een discrete tijdsparameter), Deel II bevat de overgang naar modellen in continue tijd met in het bijzonder Poisson benaderingen en Gaussische benaderingen. De financiële markt wordt beschreven door het prijsproces van twee producten, obligatie en aandeel. Voor uitbreiding naar meer producten is bewust niet gekozen: de analyse wordt erdoor gecompliceerd, terwijl de ideeën en de essenties niet anders zijn.

In Deel I vinden we achtereenvolgens een technisch deel over recurrente betrekkingen, waarna de binomiale markt geïntroduceerd wordt. De aanpak is wat algemener dan veelal elders in de literatuur gevonden wordt; op en neergaande bewegingen in de markt mogen tijdsafhankelijk zijn. Daarna worden zichzelf financierende strategieën besproken, risico-neutrale kansen ingevoerd, waarmee vervolgens recurrente relaties voor de waarde van een zichzelf financierende portefeuille worden afgeleid. Volledigheid van de markt wordt bewezen en afwezigheid van arbitragemogelijkheden gekarakteriseerd. Tevens vinden we waardingsformules voor derivaten. Hoewel de aanpak zuiver algebraïsch is, wordt regelmatig een probabilistische interpretatie gegeven.

In Deel II worden approximaties van een discrete markt besproken. In de eerste plaats een Poisson benadering. Deze benadering is gebaseerd op bij benadering constante opwaartse bewegingen van de aandelprijs op de handelstijdstippen met een klein relatief gewicht (te interpreteren als kans) en kleiner wordende neerwaartse bewegingen met een relatief groot gewicht. Voor het limietgeval vinden we dan weer recurrente betrekkingen (nu in de vorm van differentie-differentiaalvergelijkingen) voor de aandelprijs en de waarde van een portefeuille.

Het laatste hoofdstuk gaat over Gaussische benaderingen van een discrete markt. Deze vinden plaats onder de condities dat de opwaartse en neerwaartse bewegingen van de aandelprijs in eerste orde bij benadering even groot zijn met relatieve gewichten ongeveer gelijk aan een half. In dit hoofdstuk vinden we ook een constructie van de Brownse beweging (in navolging van Wiener) via zogeheten quasi-intervallen, partities van de verzameling van continue functies op een interval. Stochastische integratietheorie wordt kort aangestipt. Meer ruimte is er voor partiële differentiaalvergelijkingen, in het bijzonder de warmtevergelijking, de Fokker-Planckvergelijking en een aantal vergelijkingen die hieruit kunnen worden afgeleid door geschikte substituties van variabelen. Deze worden onder meer gebruikt voor de Gaussische approximatie van optiewaarderingsformules. Uiteindelijk wordt dan het Black-Scholes model behandeld inclusief resultaten over zichzelf financierende portefeuilles, hedge-strategieën (bijvoorbeeld een integraalrepresentatie voor het waardeproces) en wordt volledigheid van de markt aangetoond.

De aanpak is origineel en is duidelijk anders georiënteerd dan de meeste elementaire boeken op het terrein. Nadruk wordt gelegd op de toestanden waarin de markt zich kan bevinden en hoe deze zich dynamisch ontwikkelen. Een van de aardige resultaten in het boek is de beschrijving van portefeuilles in termen van Malliavin afgeleiden, zowel in discrete tijd (de aandelencomponent in de portefeuille valt te schrijven als de Malliavin afgeleide van de waarde naar de aandelprijs, hetgeen hier neerkomt op een zeker differentiequotient van de toestanden van waarde en prijs) als in de Poisson benadering en de klassiekere formulering (in de theorie van de Malliavin calculus) voor de Gaussische continue tijd modellen. Het gevolg hiervan is een representatie van de waarde van een hedge-portefeuille in de vorm van een Clark-Ocone formule.

De lezer wordt voor meer achtergrond en aanvullende resultaten regelmatig verwezen naar meer geavanceerde literatuur (vooral op het gebied van de stochastische processen), die in een bibliografie met 81 referenties is opgenomen. Hierdoor heeft deze syllabus toch wat meer weg van een monografie dan van een elementair studieboek. De syllabus is gebaseerd op een drietal artikelen van de auteur (een ervan in samenwerking met M.C.A. van Zuijlen), die eerder in speciale uitgaven van CWI Quarterly verschenen zijn.

P. Spreij

E.A. Gavosto, S.G. Krantz et al. (eds.)

Contemporary Issues in Mathematics Education

(MSRI Publications; 36)
Berkeley: MSRI, 1999
174 p., prijs £12.95
ISBN 0-521-65255-3

Volume 36 uit de reeks 'Mathematical Sciences Research Institute Publications' is een wat vreemde eend in de bijt. Alle 35 voorgaande delen zijn bijdragen met een hoog specialistisch gehalte aan specifieke deelgebieden uit de theoretische wiskunde. Deel 36 lijkt samengesteld te zijn uit de behoefte van enig tegenwicht voor zoveel zwaarwichtige theorie: het is het eerste volume dat zich niet richt op een specifieke subdiscipline uit de wiskunde, maar het onderwijs van de wiskunde als onderwerp heeft. Daarenboven: de toon waarin de bijdragen van deze bundel zijn geschre-

ven is welhaast een polemische, eentje die wil aantonen dat ook wiskunde spannend kan zijn in de zin dat het tot agressiviteit oproept. Twee bijdragen in de bundel over 'math wars' dragen dat wel heel expliciet uit. Na met enige verbazing de bundel gelezen te hebben (en dat gaat heel snel; het leest veelal als een detective) resteert dan ook een gevoel van jaloezie gericht op mijn Amerikaanse collega's: daar vindt het toch maar allemaal plaats. Wat tevens een eerste karakterisering van de bundel met zich meebrengt: een sterke ethnocentristische (op de VS gerichte) inslag is een pregnant kenmerk. Mijn tweede kanttekening bij het boek is dat het enigszins gedateerd is. Het verslaat een in december 1996 in Berkeley gehouden onderwijskundige conferentie. Maar het boek verschijnt in 1999. Na lezing krijg je de indruk dat pas enige tijd nadat de conferentie plaatsvond de beslissing viel om deze proceedings samen te stellen. Sommige auteurs geven het ook aan: "dit is niet mijn conferentiebijdrage, maar recenter werk". Overigens, de combinatie van de twee genoemde nadelen vormt tegelijkertijd een voordeel voor een toch groot publiek: Europese en andere niet-Amerikaanse wiskundigen. De 'reform movement in mathematics teaching', de rode lijn door alle bijdragen heen, sijpelt betrekkelijk langzaam naar buiten het Amerikaanse continent. Veel van de discussies die worden verslagen vinden nog dagelijks plaats in de koffiekamer van onze faculteit, of moeten zelfs nog gevoerd gaan worden.

De samenstellers hebben de bundel in vier secties onderverdeeld: universitair wiskundeonderwijs, 'case studies' van vernieuwend wiskundeonderwijs, het debat over wiskundeonderwijs en ten slotte verslagen van werkgroepbijeenkomsten die tijdens de conferentie plaatsvonden. De toewijzing van bijdragen aan die eerste drie paragrafen lijkt nogal willekeurig: de meeste bijdragen vallen onder alle drie aanduidingen. Mijn classificatie is dan ook een andere:

- Beschrijvingen van hervormde curricula. Deze bijdragen zijn betrekkelijk anekdotisch van karakter, maar wat mij betreft zijn het de meest aantrekkelijke bijdragen, die de lezer een goede indruk geven van wat er mogelijk is in termen van daadwerkelijke implementatie van een vernieuwd curriculum. Het omvat voorbeelden uit Minnesota, Illinois, Ohio en Berkeley.
- Meer essayistische bijdragen die vooral tot doel hebben de noodzaak van hervormingen aan te tonen, zonder al te concreet in te gaan in het hoe ervan. Dit is in mijn ogen de categorie van ietwat overbodige bijdragen: de 'calculus reform' heeft inmiddels zo veel aandacht gekregen, dat degenen die nog niet van de zinvolheid ervan overtuigd zijn, zich ook niet gauw door deze pleidooien laten bekeren.
- Meer historisch getinte bijdragen die verslag doen van de moeizame weg die hervormers hebben te gaan (het zal duidelijk zijn: ook de 'math wars' bijdragen vallen hieronder).

De bundel richt zich op wiskundigen die (ook) betrokken zijn bij het onderwijs van wiskunde en die meer te weten willen komen over wat constructivistische leeropvattingen kunnen betekenen voor het wiskundeonderwijs. De deskundigen op dit vlak zullen er minder aan hebben: daarvoor is de bundel net te gedateerd (zo spelen de 'NCTM standards' een belangrijke rol in verschillende bijdragen, maar dan wel die van 1992, terwijl de discussie over de nieuwe 'NCTM 2000 standards' al in oktober 1998 met de publicatie van het concept begonnen is).

D. Tempelaar

M. Bence

Erdélyi és nemzetközi magyar matematikai versenyek

(Transylvanian and international Hungarian mathematical competitions)
Brasov: Fulgur Publishers, 1997

When I was asked to review the book, my first question was: would the problems in it, all of them in Hungarian, be understandable at all for the Dutch public? After having received it, I realized that much more has to be 'translated' for the Western reader, than just the annotation of formulas.

The title may already seem puzzling for the reader unfamiliar with Hungary's past and present. The book contains the problems and solutions of annual ladder competitions from two journals and twenty-one annual mathematical competitions with different sets of problems for different age groups, organised between 1984 and 1997 for secondary-school pupils of the Hungarian minority in Romania, mostly concentrated in the region known as Transylvania. The competitions are named after local Hungarian mathematicians. Only one of them, János Bolyai may be familiar to the Western reader, because of his non-Euclidean geometry. Hungarian minorities live in other parts of the Carpathian basin than Romania as well, and the International Hungarian Maths Competitions organized since 1992, that are also included in the book, were meant for all secondary-school pupils studying in Hungarian. Probably due to the very limited resources available to publish the collection, the cover looks sober, and the square grid design reminds one of a fence.

By now the reader may suspect, that the organization of these competitions is also a political act. That it is very much so is clear from the ten-page introduction. It starts with an account of the weathered history of Transylvanian mathematics and mathematicians since 1919 (when the division of Great Hungary took place), listing those who did and those who did not stay in Transylvania in the following decades. From the facts about the cat-and-mouse game between the Romanian authorities and the few devoted Hungarian maths teachers starting yet a new maths journal in Hungarian when the previous one was forbidden, one gets the idea, that the struggle for having Hungarian-language maths was motivated by the preservation not only of quality mathematical education in Hungarian, but also of the Hungarian language and culture. The rather impassioned closing call for the maths teachers and pupils to persevere and survive seems to belong to the 19th century rather than the 21st with its efforts towards a unified Europe, open borders and shared values.

On the other hand, it is sad that education in the mother-tongue is not a right of a minority that needs no further explanation, but depends on a few enthusiastic teachers doing unimaginable amounts and sorts of work. For example, most of the competitions were not only initiated by the author, but it was also he who provided many of the problems and was responsible for all administrative work and the correction of the solutions himself. And he performed an enormous and very good job. In the field of analysis, algebra, number theory and some geometry there are dozens of good exercises, or even exam problems for university maths students at Dutch universities.

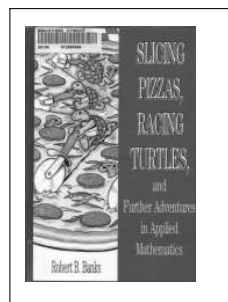
Obviously, the topics and level of secondary school maths in Transylvania are very different from those in the Netherlands. All secondary schools have more or less the same maths curriculum, built up in the definition-theorem-proof style. In the collection

one hardly finds a single 'practical' or 'story-based' problem, and the description almost always starts with "Give those cases of x for which ..." or "Demonstrate that ...". Here are two examples from the 1992 international competition for secondary school finalists:

- Show that $1/3! + 1/5! + 1/7! + \dots$ is irrational.
- Divide a triangle in two pieces of identical area by a straight line in such a way, that the length of the line within the triangle is minimal.

Because of the mathematical nature of the problems, it is not at all hopeless for the foreign reader to try to decipher the annotations and find the solutions. It is rather the lack of an index for the problems and the unclear layout which limit the usefulness of the collection.

Z. Ruttkay



R.B. Banks

Slicing pizzas, racing turtles and further adventures in applied mathematics

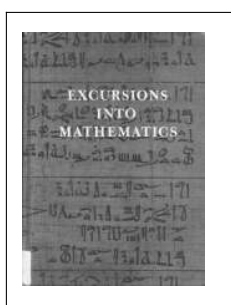
Princeton: Princeton University Press, 1999

286 p., prijs \$24.95

ISBN 0-691-05947-0

Het is een goede gedachte om verschijnselen uit het dagelijkse leven zodanig te herformuleren en te bewerken dat er een hanteerbaar wiskundevraagstuk ontstaat, waarmee een geïnteresseerd middelbaar scholier, wiskundeleraar, of jongerejaarsstudent uit de voeten kan. Deze gedachte is door de schrijver in daden omgezet en wel in een aantrekkelijke vorm, al moet gezegd worden dat het er af en toe wel wat al te gezapig aan toe gaat. De resultaten van het numerieke rekenwerk neem ik op zijn gezag zonder meer aan. Wat me wel opvalt als ik de figuren nauwkeuriger bekijk, is de incorrecte afwerking van bepaalde krommen: ik noem de cardioïde, bladzijde 160, die een verkeerde raaklijn in zijn singulariteit heeft. Verder de logaritmische spiraal (bladzijden 90, 92, 134 en 135) waarvan het equi-angulaire karakter ten aanzien van de voerstraal en het verloop in de buurt van het vluchtpunt niet goed is getroffen. Ten slotte de involutie van een cirkel (pagina 270), waar de eerste figuur wel, maar de andere twee figuren niet correct zijn. Op bladzijde 273 vinden we ook nog een verkeerde figuur hiervan, maar die is kennelijk ontstaan door een verkeerde interpretatie van de onafhankelijke variabele bij het gebruik van poolcoördinaten op bladzijde 271. Kortom, voor iedere geïnteresseerde, met name uit de onderwijswereld, is het een aantrekkelijk boek, mede door de vele recente literatuurverwijzingen. Het boek moet alleen in sommige opzichten zeker niet voor zoete koek worden geslikt!

K.A. Post



A. Beck, M.N. Bleicher et al.

Excursions into mathematics

Natick: A K Peters, 2000

499 p., prijs \$34,-

ISBN 1-56881-115-2

Dit boek is een bijgewerkte versie van de eerste editie uit 1969. Het bevat zes onafhankelijk geschreven hoofdstukken over enkele centrale delen uit de wiskunde die ook voor niet-ingewijden interessant zijn. De omslag spreekt van een boek geschreven voor een algemeen publiek, maar het is zeker niet zo dat hiermee dan ook een breed, niet-universitair geschoold publiek kan worden bedoeld. De hoofdstukken gaan weliswaar over populaire onderwerpen als getaltheorie, niet-Euclidische meetkunde en speltheorie, maar de benadering is stellig wiskundig van aard en er wordt kwistig met mooie bewijzen gestrooid. De vele illustraties zijn zorgvuldig gemaakt en geven veel verheldering.

Toch bekruipt bij lezing het gevoel dat het boek, als het echt dertig jaar later was geschreven, er heel anders uit zou zien. Er wordt gesproken van een Millennium Editie, maar ontwikkelingen van de afgelopen decennia worden middels een symbool in de marge en een appendix van welgeteld 7 pagina's afgedaan. En deze appendix is inclusief een verbetering van de drukfouten. Pierre de Fermat komt zodoende uitgebreid aan de orde, terwijl Andrew Wiles het met nog geen twee regels moet doen. Het is des te irriterender om te merken dat men zelfs niet de moeite heeft genomen om de oude tekst aan te passen. Bij het vierkleurenprobleem staat de meest recente suggestie dat er wellicht een kaart bestaat die niet met vier kleuren kan worden ingekleurd en een kaart van Europa ter illustratie dateert van voor 1989. Bij de torens van Hanoi staat een opmerking over een mogelijk gevaar uit Hanoi die toen waarschijnlijk alleen door Amerikanen kon worden gemaakt en nu potsierlijk aandoet. De rol van de computer voor hedendaagse ontwikkelingen, blijft natuurlijk vrijwel buiten schot.

Het is dus een prachtig boek over recreatieve wiskunde met een zeer serieuze en niet-triviale inslag dat op zich een bijgewerkte versie verdient. Het resultaat had echter nog zoveel mooier kunnen zijn dan het nu is geworden.

C.P. Smit