

# Boekbesprekingen

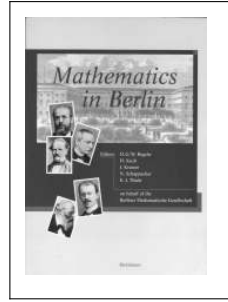
| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top  
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG  
 Instituut voor wiskunde en informatica  
 Postbus 800, 9700 AV Groningen  
 Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>  
 E-mail: [revwg@math.rug.nl](mailto:revwg@math.rug.nl)



H.G.W. Begehr, H. Koch et al.  
**Mathematics in Berlin**  
 Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998  
 200 p., prijs DM 28,-  
 ISBN 3-7643-5943-9

Met dit boek stelt de Berliner Mathematische Gesellschaft het wiskundige heden en verleden van Berlijn voor aan de internationale gemeenschap, vertegenwoordigd door het International Congress of Mathematicians dat in 1998 in Berlijn gehouden werd. Het wordt door de uitgevers als gelegenheidsuitgave gepresenteerd. Maar heeft het ook elementen die de tand des tijds zullen doorstaan, of tenminste tot 2000 doorstaan hebben?

We beschikken met het boek over een staalkaart van de Berlijnse wiskunde, per periode beschreven vanaf het begin van de Berlijnse academie in de 18de eeuw. De zwarte bladzijden uit de geschiedenis worden niet geschuwd en tevens vindt de lezer er de actuele situatie. Het leidt tot een interessante en volledige, maar soms wat onevenwichtige collectie van artikelen. Interessant is het boek door het perspectief van de stad. Er werkten veel bekende wiskundigen, te beginnen bij Euler, die van 1741 tot 1766 in Berlijn verbleef. Verschillende deelreinen van de wiskunde maakten in Berlijn grote ontwikkelingen door, denk bijvoorbeeld aan de analyse in de handen van Weierstrass. Ook de politieke situatie is goed in het wiskundig bedrijf te herkennen. Voor de tweede wereldoorlog uitte die zich in de houding tegenover de Joodse wiskundigen, die na 1933 zelf vertrokken, of geboycot, ontslagen of opgepakt werden, waarbij militante Nazi-wiskundigen zoals Bieberbach en Teichmüller deelnamen aan de terreur ten opzichte van hun Joodse collega's. Na de oorlog waren er twee steden Berlijn, met parallelle ontwikkelingen, die na 1990 weer gedwongen werden om samen te gaan.

De uitgevers hebben gekozen voor langere chronologische overzichten (1700–1810, 1810–1933), aangevuld met studies over verschillende personen en andere details uit deze periode, en gevolgd door een aantal stukken over de politieke en institutionele geschiedenis na 1933. Steeds is er nauwkeurige documentatie over de wiskundigen die in deze periode actief waren, inclusief afbeeldingen van de hoofdrolspelers. Dankbaar is gebruik gemaakt van eerdere studies van Kurt-R. Biermann, aan wie het boek ook opgedragen is.

De indruk die achterblijft is zeker niet homogeen. Aan de ene kant zijn er verhalen en aan de andere kant boekhouding, lijsten. Soms gaat het over de wiskunde in detail, maar vaker over globale structuren waarbinnen wiskundigen functioneren. Sommige artikelen zijn korter dan de bibliografie van andere artikelen. Maar steeds bepaalt *Berlijn* of het in het boek past. Hoe werkte het succes van de Parijse Ecole Polytechnique er door? Hoe zuiver en hoe toegepast was de wiskunde in de stad waar Crelle zijn *Journal für die reine und angewandte Mathematik* oprichtte. En werkte Einstein niet van 1914 tot 1932 in Berlijn? Als het in Berlijn begonnen is of aan Berlijn vastgeknoopt kan worden lezen we erover, misschien niet alles maar zeker zeer veel. Hoe de wiskunde zich via dit perspectief manifesteert, is spannend om te zien. En dat is blijvend, ongetwijfeld ook na 2000.

J. van Maanen

A.S. Asratian, T.M.J. Denley et al.

### Bipartite graphs and their applications

(*Cambridge tracts in mathematics*; 131)

Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

260 p., prijs £40

ISBN 0-521-59345

Dit is voorzover ik weet het eerste boek waarin bipartiete grafen (ook wel tweedelingsgrafgen genoemd) het hoofdonderwerp vormen. Uiteraard komen bipartiete grafen in alle leerboeken over grafentheorie voor, omdat ze in veel problemen een speciale rol spelen — bijvoorbeeld in toewijzingsproblemen — maar nooit eerder als centraal thema. Dit betekent enerzijds een verregaande specialisatie maar anderzijds dat de auteurs een zekere volledigheid hebben kunnen nastreven. Het is jammer dat ze hierbij hebben afgezien van bijvoorbeeld bewijzen met behulp van probabilistische technieken — een modern en veelbelovend gebied — en formuleringen in termen van lineaire programmering. Verder heeft het me verbaasd hoe weinig er in het boek over bomen te vinden is, toch de eerste deelklasse van bipartiete grafen die in je opkomt. De resultaten over bomen die er wel in voorkomen zijn verspreid over meerdere hoofdstukken, in mijn ogen een nadeel. Zo kan ik nog wel wat persoonlijke kanttekeningen ten nadele aanvoeren. Wat echter overheerst is een positieve indruk. In de twaalf hoofdstukken worden zeer uiteenlopende goed gekozen onderwerpen vrij diepgaand behandeld. Bijna alle resultaten worden van bewijzen voorzien, er is relatief veel aandacht besteed aan toepassingen, en er zijn opgaven van uiteenlopende moeilijkheidsgraad. Na een algemeen inleidend hoofdstuk en een inleidend hoofdstuk over bipartiete grafen volgen tien hoofdstukken met achtereenvolgens als onderwerpen: metrische eigenschappen, samenhang, 'matchings', 'expanding properties', deelgrafen met graadrestricties, lijnkleuringen, matrices en bipartiete grafen, overdekkingen, combinatorische toepassingen en bipartiete deelgrafen van algemene grafen.

Het overgrote deel van het boek is naar mijn mening toegankelijk voor elke afgestudeerde wiskundige, maar ook de specialist(e) vindt er ongetwijfeld voldoende van zijn of haar gading; veel relatief nieuwe resultaten en resultaten die je niet een-twee-drie in de literatuur vindt, zeker niet in de algemene leerboeken. Ook in dit laatste opzicht vormt het boek een welkome aanvulling op een bibliotheekcollectie. Maar ik zou het tevens warm willen aanbevelen voor de privécollectie van specialisten in de grafentheorie, ook al staat het Britse pond momenteel wel erg hoog. H.J. Broersma

tions containing an unknown permutation. Some topics concerning systems of random linear equations in finite fields appear for the first time in an English-language presentation in this book. As pointed out in the preface, combinatorics played an important role in the development of probability theory and the two have continued to be closely related. Now probability theory, by offering new approaches to problems of discrete mathematics, is beginning to repay its debt to combinatorics. It is just along these lines that the present book has been written. The book contains the following chapters:

1. The generalized scheme of allocation and the components of random graphs
2. Evolution of random graphs
3. Systems of random linear equations in  $GF(2)$
4. Random permutations
5. Equations containing an unknown permutation

The summary sections of all chapters include references to papers on related topics. The bibliography contains 156 items, the majority of them with Russian authors and written in Russian language. The central notion is that of a generalized scheme of allocation. It is so named because of its connection with the problem of assigning  $n$  objects randomly to  $N$  cells. It appears whenever to a set of  $N$  otherwise independent integer variables we add the constraint that their sum is equal to  $n$ . Using this notion the author studies random forests and random graphs whose components are unicycling graphs. Other existing approaches to random graphs are not treated in the book, much less the survey of the corresponding literature is given. The reader will find in the book, for example, nonnegative matrices, partitions and mappings of finite sets including equivalence classes of finite sequences of elements of partially ordered sets, characteristic and generating functions and the use of moment method and asymptotic formulas. The subjects described in the book will interest specialists in combinatorics and probability theory and will also be useful in communication theory, cryptology, and mathematical genetics. D. Cvetkovic

I.M. James

### Topologies and Uniformities

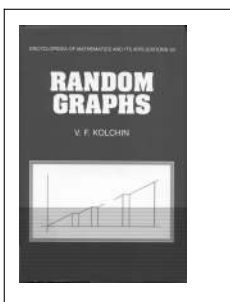
London: Springer-Verlag, 1999

230 p., prijs DM 56,-

ISBN 1-85233-061-9

Het onderhavige boek is gebaseerd op des schrijvers *Topological and Uniform spaces* dat in de Mededelingen van november 1988 (B260) besproken is. Volgens de flaptekst is het boek "thoroughly revised and expanded". Dit noodt natuurlijk tot vergelijken en ik heb de verleiding niet kunnen weerstaan; mijn conclusie is dat het nogal meevalt. Het aantal bladzijden is omhoog gegaan maar dat is deels te wijten aan de toegevoegde uitwerkingen van de opgaven en deels aan de nieuwe aanpak, die veel meer witte ruimte bevat. Nadere bestudering van de tekst leert dat er niet echt veel veranderd is; sommige hoofdstukken hebben zelfs minder opgaven (een paar stevige blunders onder die opgaven zijn verwijderd).

De bedoeling van de schrijver is een inleiding in de algemene topologie voor de niet-specialist te geven (met de hoop dat de toekomstige specialist het een nuttige inleiding zal vinden). Hij ver-



V.F. Kolchin

### Random graphs

(*Encyclopedia of mathematics and its applications*; 53)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

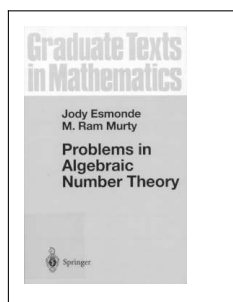
252 p., prijs £50

ISBN 0-521-44081-5

The book studies random graphs and permutations as well as systems of random linear equations in finite fields. The emphasis is on the work of Russian mathematicians which includes equa-

bindt hier de merkwaardige conclusie aan dat er geen behoefte zou zijn aan de slimme (tegen)voorbeelden "which often occupy much of the space in books on general topology". Mijns inziens is die conclusie merkwaardig omdat dit een vertekend beeld van de algemene topologie oplevert. Een beeld waarin alle bewijzen makkelijk zijn — de moeilijkste zijn die van het Lemma van Urysohn en de stelling van Tietze — en waarin het niet belangrijk is of bepaalde implicaties omkeerbaar zijn (het bestaan van reguliere niet-normale ruimten wordt terloops vermeld, bij het maken van een quotiëntafbeelding waarvan het product met zichzelf niet quotiënt is). Een beeld ook dat buitengewoon saai is; het is gewoon interessant te zien dat bepaalde dingen faliekant mis kunnen gaan. Vooruit: één aardig aspect van het boek is de aanpak van compactheid. De schrijver definieert compactheid als: elke projectie parallel aan de ruimte is een gesloten afbeelding. Het is wel aardig om te zien hoeveel eigenschappen van compacte ruimten hieruit afgeleid kunnen worden. Voor mij is het niet genoeg om het boek aanbevelenswaardig te maken.

J. van Mill



J. Esmonde and R.M. Murty  
**Problems in algebraic number theory**

(Graduate Texts in Mathematics; 190)

New York: Springer-Verlag, 1999

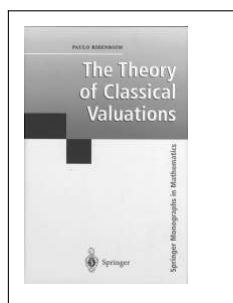
314 p., prijs DM 98,-

ISBN 0-387-98617-0

Dit boek is een verzameling van 500 opgaven over algebraïsche getaltheorie. De opgaven worden samen met een korte maar volledige behandeling van de theorie in de eerste helft van het boek geformuleerd. In de tweede helft vindt men de uitwerkingen. De onderwerpen die aan bod komen zijn: ringen van gehele, Euclidische ringen, eindigheid van de klassengroep, Dirichlet's eenhedenstelling, quadratische en cubische reciprociteit, zeta- en L-functies en tenslotte Dirichlet's stelling over priemgetallen in rekenkundige rijen.

Het boek lijkt erg geschikt voor zelfstudie.

R. Schoof



P. Ribenboim  
**The theory of classical valuations**

(Springer Monographs in Mathematics)

New York: Springer Verlag, 1999

403 p., prijs DM 129,-

ISBN 0-387-98525-5

Bij zijn onderzoek naar cyclotomische lichamen, uitgevoerd als voorbereiding tot zijn 'bewijs' van de stelling van Fermat, introduceerde Kummer locale methoden. Hensel ontwikkelde de ideeën van Kummer verder en bewees de fundamentele stelling die bekend staat als het *lemma van Hensel*. Kurschák voerde formeel het begrip *valuatie* van een lichaam in als zijnde een reëelwaardige functie (met zekere eigenschappen) op de niet-nul-

elementen van een lichaam. Een voorbeeld hiervan zijn de  $p$ -adische valuaties op  $\mathbf{Q}$ . De theorie werd verder ontwikkeld door Ostrowski, Hasse, Schmidt en anderen. Deze klassieke valuaties vormen het onderwerp van dit boek. In 1964 schreef dezelfde auteur een voorganger van dit werk, *Théorie des valuations*, gebaseerd op een college over het onderwerp gegeven aan de Universiteit van Montreal. Het onderhavige boek is echter veel uitgebreider en bevat meer onderwerpen. De theorie wordt in detail ontwikkeld, en van alle beweringen en stellingen, elementair of diep, wordt een bewijs gegeven. Hoofdzaken uit de theorie van lichamen, karakters van eindige abelse groepen en de theorie van  $p$ -groepen worden in aparte appendices behandeld. Door dit alles is het werk ook geschikt voor beginnende niet-specialisten. Het boek bevat geen opgaven, in tegenstelling tot de eerste versie. Veel van de opgaven uit de eerste versie komen weliswaar voor, maar worden nu door Ribenboim zelf uitgewerkt. Een beknopt overzicht van de inhoud: na een uitvoerige uiteenzetting van de begrippen absolute waarde en valuatie op een lichaam in de eerste twee hoofdstukken, culminerend in onder meer de stellingen van Pontryagin (de enige samenhangende en lokaal compacte topologische lichamen zijn  $\mathbf{R}$  en  $\mathbf{C}$ ) en van Gelfand-Mazur (een lichaam dat tevens een volledige genormeerde algebra over de reële getallen is, is isomorf met  $\mathbf{R}$  of  $\mathbf{C}$ ), volgt een hoofdstuk over polynomen en Henselse valuatielichamen. In de daaropvolgende hoofdstukken wordt uitvoerig ingegaan op de uitbreiding van een valuatie op een lichaam naar valuaties op (eindige) uitbreidingen van dit lichaam. De laatste hoofdstukken van het boek gaan over discrete valuaties op integriteitsgebieden, waarbij onder meer de stelling van Dedekind (ieder niet-nul-ideaal in de ring van algebraïsche gehele van een getallenlichaam is op een unieke manier te ontbinden als product van priemidealen) met behulp van valuaties wordt bewezen, en over lichaamsuitbreidingen van oneindige graad over het lichaam van de rationale getallen. Voorafgaand hieraan wordt de Galoistheorie voor oneindige lichaamsuitbreidingen behandeld. In het laatste hoofdstuk tenslotte wordt kort het begrip Krull-valuatie belicht. Krull-valuaties nemen waarden aan in een totaal geordende Abelse additieve groep, en vormen dus een generalisatie van klassieke valuaties. Kortom, een leerzaam en lezenswaardig boek.

R.J. Kooman

P.E. Bland  
**Topics in torsion theory**

(Mathematical Research; 103)

Berlin: Wiley-VCH, 1998

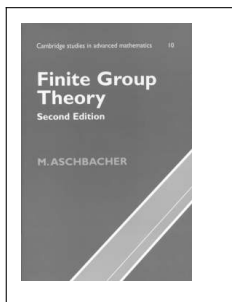
160 p., prijs NLG 181,35

ISBN 3-527-40131-8

Torsietheorie van modulen gaat zo'n 35 jaar terug en kan worden gezien als een poging, om de gang van zaken rond torsie- en torsievrije modulen over een commutatief integriteitsgebied, uit te breiden tot een ruimere klasse van ringen en modulen. Vele torsietheorieën zijn mogelijk, maar in deze tekst ligt de nadruk op het ontwikkelen van een algemene theorie. Nadat de basis is gelegd, wordt ingegaan op begrippen als het radicaal, noethersheid en artinsheid met betrekking tot zo'n theorie. Vervolgens compositierijen, injectiviteit, projectiviteit en platheid ten aanzien van zo'n torsietheorie, en dan dekken en hullen. Tot slot het ontwikkelen van primitieve en semi-prieme ringen vis-a-vis zo'n torsietheorie.

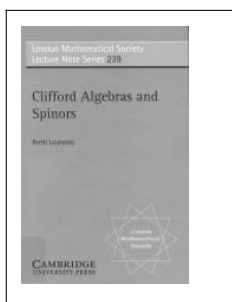
Deze aantekeningen zijn goed en bondig geschreven, de bewijzen zijn prettig te volgen. Als eerste inleiding tot een, tijdens bepaalde perioden betrekkelijk populair, vakgebied, lijkt me dit werk geslaagd. Met deze kanttekening. Aan het slot van hoofdstuk 1 geeft de auteur een zestal voorbeelden van interessante torsietheorieën, maar laat die daarna grotendeels rusten. Graag had ik gezien dat belangrijke resultaten verderop, zo nu en dan in zo'n specifiek voorbeeld werden toegelicht. Of dit levert iets interessants op, of niet. In het laatste geval zou dit twijfels oproepen over het hele fenomeen 'torsietheorie'. Het handzame werkje, fotomechanisch gecopieerd in slappe kaft, bedingt een prijs die eerder bij een hoogwaardiger uitgeversproduct behoort. *J.R. Strooker*

boomerangs'. Deze methode heeft niet alleen het vanzelfsprekende didactische voordeel, maar doet ook veel recht aan de historische gang van zaken. Lezers die liever meteen met de deur in huis vallen, kunnen natuurlijk beginnen met hoofdstuk 14, en uit al het voorgaande datgene kiezen wat aansluit bij hun achtergrond en belangstelling. Vanaf hoofdstuk 14 blijft de toon zuiver wiskundig: 15 'Witt rings and Brauer groups', 16 'Matrix representations and periodicity 8', 17 'Spin groups and spinor spaces', 20 'Hypercomplex analysis', etcetera. Per onderwerp komt de schrijver snel ter zake, waardoor het boek makkelijk leesbaar blijft. Elk hoofdstuk wordt afgesloten met een (historisch) overzicht, een lijst opgaven en een bibliografie. De schrijver heeft mijns inziens een grote prestatie geleverd met het schrijven van dit boek, omdat het niet alleen als *introdunctie* gelezen kan worden, maar ook zeer bruikbaar is als *overzicht* of *naslagwerk* voor de meer ingewijde lezer. Bovendien wordt die meer ingewijde lezer keer op keer aangenaam verrast door een originele en verhelderende invalshoek van de schrijver, zoals bijvoorbeeld in de hoofdstukken 10, 11 bij de behandeling van de bilineaire covarianten (observabelen) van de Dirac spinor en de corresponderende Fierz identiteiten, en in hoofdstuk 12 'Flags, poles and dipoles' bij de classificatie van spinoren door middel van bilineaire covarianten. Ter afsluiting, dit werk is een zinvolle en aanbevelenswaardige toevoeging aan de reeds omvangrijke lijst publicaties over dit onderwerp. *J.G. Maks*



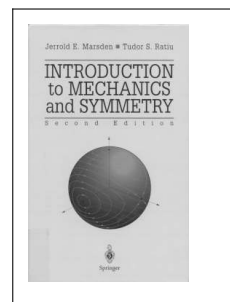
M. Aschbacher  
**Finite group theory**  
*(Cambridge studies in advanced mathematics; 10)*  
 Cambridge: Cambridge University Press,  
 2000  
 304 p., prijs £19.95  
 ISBN 0-521-78145-0

De eerste editie van dit boek verscheen in 1986 en daarna opnieuw als paperback in 1993. In het novembernummer 1997 van de Mededelingen van het Wiskundig Genootschap verscheen hierover een door Hans Cuyper geschreven recensie. Het belangrijkste verschil tussen de huidige en de vorige editie is, dat een heel algemeen technisch resultaat over zogeheten 'oplosbare  $p$ -signalizer functoren', alleen nog voor het speciale geval  $p = 2$  wordt bewezen. Dit doet uiteraard afbreuk aan de algemeenheid, maar het komt de leesbaarheid van de expositie zeer ten goede. Wie zich wil verdiepen in bijvoorbeeld classificatie van eindige groepen, vindt dan ook in de nieuwe editie nog steeds een uitstekend opstapje. *J. Top*



P. Lounesto  
**Clifford Algebras and Spinors**  
*(LMS series; 239)*  
 Cambridge: Cambridge University Press, 1997  
 306 p., prijs £27.95  
 ISBN 0-521-59916-4

Dit boek is een originele en aangenaam leesbare monografie over Clifford algebra's en spinoren. De schrijver laat de hoofdzaken in de verschillende hoofdstukken steeds weer in een andere context te voorschijn komen. Voordat de meest algemene definitie van een Clifford algebra in hoofdstuk 14 wordt gegeven, krijgt de lezer in ruime mate de gelegenheid zich te verdiepen in het ontstaan en optreden van Clifford algebra's en spinoren binnen de wis- en natuurkunde: zie bijvoorbeeld de hoofdstukken 3 'Bivectors and the exterior algebra', 4 'Pauli spin matrices and spinors', 5 'Quaternions', 6 'The fourth dimension', 8 'Electromagnetism', 9 'Lorentz transformations', 10 'The Dirac equation', 11 'Fierz identities and



J.E. Marsden and T.S. Ratiu  
**Introduction to mechanics and symmetry**  
*(Texts in Applied Mathematics; 17)*  
 New York: Springer-Verlag, 1999  
 582 p., prijs DM 119,-  
 ISBN 0-387-98643-X

The book under review presents a modern treatment of the topics related to Mechanics and Symmetry. Chapter 1 introduces the Lagrangian and Hamiltonian formalism, the Rigid Body equations, nonlinear stability, bifurcations and resonance. Chapter 2 treats Hamiltonian systems on linear symplectic spaces and treats among others the general Hamiltonian equations, the Hamiltonian flows, the Poisson brackets and the Poincaré-Melnikov Method. Chapter 3 gives an introduction to infinite-dimensional systems. Chapters 4 and 6 introduce concepts from differential geometry and topology such as manifolds, differential forms, Lie derivatives, cotangent bundles. Chapter 9 gives a newly written and expanded introduction to Lie groups. Chapter 5 deals with Hamiltonian Systems on Symplectic manifolds. In Chapter 7 topics from Lagrangian Mechanics are presented. These are the Hamilton principle of critical action, the Legendre transform, Euler-Lagrange equations, Hyperregular Lagrangians and Hamiltonians, the Kaluza-Klein approach to charged particles, motion in a potential field, the Lagrange-d'Alembert principle and the Hamilton-Jacobi equation. Chapter 8 treats the variational principles while Chapter 10 introduces Poisson manifolds. Chapter 11 deals with the Momentum Maps while Chapter 12 treats the computation and properties thereof. Chapter 13 deals with Lie-Poisson and Euler-Poincaré Reduction theorems and

equations. Chapter 14 deals with the coadjoint orbits. The last chapter deals with topics related to the Free Rigid Body.

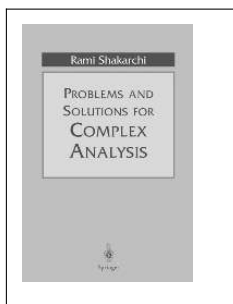
In this second edition, the book has been rewritten to remove and correct errors and inaccuracies which occurred in the first edition. This is evident in the material on the Hamilton-Jacobi theory. In Chapter 8 a new section on Routh Reduction has been added. While in Chapter 14 the emphasis in examples on coadjoint orbits is now on matrix methods. In addition, a supplement on the Maslov Index is freely available through the internet at:

<http://www.cds.caltech.edu/~marsden/books>

This new edition includes a solution manual. It is only available on the above website and after paying \$15. The website makes no reference to this nor does it instruct the user on how to order the supplement.

The book is self-contained. It remains a good and solid introduction to this subject.

Alaaddin al-Dhahir



R. Shakarchi

**Problems and solutions for complex analysis**

New York: Springer-Verlag, 1999.

246 p., prijs DM 69,-

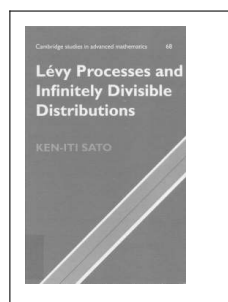
ISBN 0-387-98831-9

In de 4e druk van zijn *Complex analysis* (1999) heeft Serge Lang al aangekondigd dat een antwoordenboek in voorbereiding was. Nu is 'antwoordenboek' een wat schriële omschrijving voor het werk van Rami Shakarchi. Langs boek is namelijk niet een erg gemakkelijk boek, het is geschreven voor gevorderde 'undergraduates' en beginnende 'graduates'. De organisatie van het boek is aan deze lezerskringen aangepast: het is in drie delen verdeeld, waarvan het eerste deel, 'Basic theory', ruim de helft van het boek in beslag neemt, en gaat tot de berekening van residuen, conforme afbeelding en harmonische functies. Men herkent hier de mogelijke 'undergraduate' cursus. Lang is evenwel meer op de fundamentele gedachtegang dan op toepassingen uit, en zo geeft hij bijvoorbeeld voor de stelling van Cauchy(-Goursat) verscheidene bewijzen, terwijl hij zich bij de berekening van bepaalde integralen beperkt tot enkele algemene gevallen. Dit brengt met zich mee dat ook in de opgaven, naast aandacht voor berekeningen, meer 'theoretische' vraagstukken een plaats vinden. En dienovereenkomstig vinden we in het 'antwoordenboek' bij de eerste paragrafen veelal alleen maar antwoorden maar al snel nemen de oplossingen in omvang toe.

In de tweede helft van het boek waar na het spiegelsprincipe van Schwarz en de Riemann-afbeeldingsstelling nog enkele keuze-onderwerpen besproken worden, zijn de theoretische accenten nog sterker en groeien de oplossingen uit tot uitvoerige opstellen. (Vraagstuk XV.4.1c is de Riemannhypothese, daar weet ook Shakarchi geen raad mee.) Met een en ander wil ik duidelijk maken dat Shakarchi, die een leerling van Lang is, een interessant supplement bij *Complex analysis* heeft geschreven dat bij de bestudering van dit boek een behulpzame nevenrol kan spelen. Het boek is overzichtelijk ingedeeld en duidelijk geschreven en geïllustreerd en door de uitgever mooi uitgevoerd. Voor ambitie-

uze studenten is dit, net als Langs boek, een begerenswaardig studieboek.

W. van der Meiden



Ken-Iti Sato

**Lévy processes and infinitely divisible distributions**

(Cambridge studies in advanced mathematics; 68)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

486 p., prijs £50

ISBN 0-521-55302-4

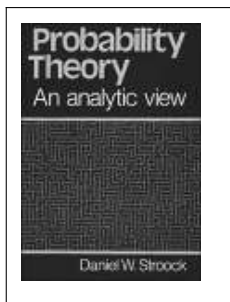
This is the second book on the important subject of processes with stationary, independent increments to appear in a short period of time, the other one being *Lévy Processes* by Jean Bertoin (1996). The books are quite different in many respects. To start with, the book at hand has almost twice as many pages. There are ten chapters:

1. Basic examples; here tools (such as Fourier-Stieltjes transforms) and examples (such as compound Poisson processes) are given.
2. Characterization and existence; this treats the canonical representation of infinitely divisible distributions, and the Markov property of Lévy processes.
3. Stable processes and extensions; this discusses special Lévy processes such as stable and self-decomposable processes and the special form of their representation.
4. The Lévy-Ito decomposition; this concerns the decomposition of the process in a continuous part and jump part, leading to various properties of the sample functions, such as having finite variation and being (dis)continuous.
5. Distributional properties; here properties of infinitely divisible distributions are given, such as the existence of moments, tail behaviour and the nature of the support.
6. Subordination and density transformation; this concerns non-decreasing (and therefore nonnegative) processes, also called subordinators, which can be used to construct new Lévy processes by introducing the subordinator as a time transformation.
7. Recurrence and transience; this chapter considers the (non-obvious) dichotomy:  $d$ -dimensional Lévy processes either return to zero infinitely often or eventually wander off to infinity without returning; in Lévy processes, as in random walks, what happens may depend on the dimension.
8. Potential theory; here the connection between classical potential theory and hitting probabilities in Markov processes is explored for Lévy processes.
9. Wiener-Hopf factorization; this chapter concerns the factorization of the Laplace transform (with respect to time) of the distributions of one-dimensional Lévy processes, and is connected to, among other things, reflected processes.
10. More distributional properties; here special properties of infinitely divisible distributions on the half-line are discussed. Especially the remarkable behaviour of the number of modes of the distribution of a Lévy process at different moments of time, a personal interest of the author.

This is a very scholarly book. It spends very little time on in-

formal introductions, but starts doing mathematics right from the beginning. It differs in this respect from Bertoin's book, which is perhaps less analytical and more probabilistic, giving a lot of attention to 'local time', which is only mentioned in passing here. Sato's book is more complete and also a book of reference, having 536 very nicely organized references. The only error I found was the (consistent) spelling of Embrechts without *s*; further even Erdos gets his two accents (not an umlaut!).

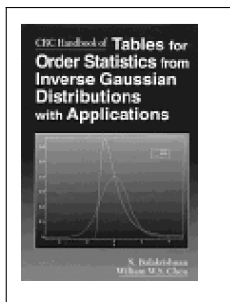
A book for specialists, a great source of information. *FW. Steutel*



Daniel W. Stroock  
**Probability Theory. An analytic view**  
 Cambridge: Cambridge University Press, 1999  
 536 p., prijs £18.95  
 ISBN: 0-521-66349-0

This is a slightly revised version of the reprinted edition ('with corrections') of the book reviewed in October 1996. The revisions concern splitting-up Section 3.2 on Infinitely Divisible Laws into two sections, and the insertion of Section 8.2. Section 3.3 is now called *Discontinuous Processes with Independent Increments*. The new Section 8.2, called *Uniqueness and Exciting through Regular Points*, fills a gap in Theorem 8.1.18 concerning exit times from a non-regular set. The misprint in the word 'aléatoires' has been corrected. This paperback edition is certainly worth its modest price.

*FW. Steutel*



N. Balakrishnan and W.W.S. Chen  
**Handbook of tables for order statistics from inverse Gaussian distributions with applications**  
 Dordrecht: Kluwer, 1999  
 868 p., prijs NLG 495,-  
 ISBN 0-7923-5634-9

Wie heeft er nu nog behoefte aan tabellen met een computer op elk bureau? Dat zou de eerste reactie kunnen zijn op het verschijnen van een tabellenbundel in deze tijd. De auteurs maken echter aannemelijk dat de omvang van het rekenwerk dat nodig is om de gegevens uit dit boek te bepalen, groter is dan de huidige computers in een handomdraai kunnen leveren. De prijs van het boek begint die van een computer in ieder geval al aardig te benaderen. De volledige inhoudsopgave van de eerste veertig bladzijden (theorie) luidt:

1. Introduction and historical remarks;
2. Lognormal distributions and properties;
3. Order statistics and moments;
4. Best linear unbiased estimation of location and scale parameters (met inbegrip van het gebruik van gecensureerde steekproeven);
5. Illustrative examples;

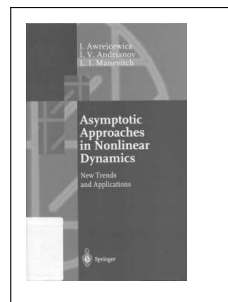
6. Best linear unbiased prediction;
7. Quantile-quantile plots and goodness-of-fit test.

In de hoofdstukjes 5 en 6 worden resultaten van het werken met deze tabellen vergeleken met uitkomsten die gebaseerd zijn op modellen met andere verdelingen, zoals de gammaverdeling en de inverse Gaussiaan. Daarna volgen een literatuurlijst met ruim 60 titels en de figuren van dichtheden van gestandaardiseerde lognormale verdelingen voor de 36 verschillende waarden van de vormparameter die ook in de tabel voorkomen. Het tabellengedeelte bevat voor steekproeven van ten hoogste 25 waarnemingen:

1. Verwachtingen van lognormale order statistics (30 bladzijden);
2. Varianties van lognormale order statistics (30 bladzijden);
3. Covarianties van lognormale order statistics (240 bladzijden);
4. Coëfficiënten voor de meest nauwkeurige zuivere schatters voor  $\mu$  van de onderliggende normale verdeling (220 bladzijden);
5. Coëfficiënten voor de meest nauwkeurige zuivere schatters voor  $\sigma$  van de onderliggende normale verdeling (220 bladzijden);
6. Varianties en covarianties van de meest nauwkeurige zuivere schatters (60 bladzijden).

Er wordt netjes verantwoording afgelegd voor het gehanteerde aantal decimalen. In de recursie-formules uit hoofdstuk 3 liggen de mogelijkheden opgesloten voor de controle van het rekenwerk. De auteurs geven aan welke controles ze hebben toegepast.

Wat we hier voor ons hebben, is een bepaald niet alledaags stuk werk, maar belangrijk voor de onderzoeker die nu net deze verdeling gebruikt. Het boek bevat bovendien een prettige samenvatting van de eigenschappen van de lognormale verdeling en van een deel van de eigenschappen van order statistics. *J.M. Buhrman*



J. Awrejcewicz, I.V. Adrianov et al.  
**Asymptotic approaches in nonlinear dynamics: new trends and applications**  
 (Springer Series in Synergetics)  
 Berlin: Springer-Verlag, 1998  
 310 p., prijs DM 128,-  
 ISBN 3-540-63894-6

One of the main problems with nonlinear dynamical systems is their inaccessibility for analytic computations. The general classical approach is the formal one: assuming analyticity of the given system, substitute asymptotic series as a desired solution and devise algorithms for its computation. Normal form or averaging theory often enter here, where the aim is to find appropriate coordinates and parameters for the problem at hand, which may cause an essential reduction of dimension. This approach fits in with the classical approximative and perturbative strategy and is tried on all kinds of examples, including the celebrated and obnoxious three body problem. Names as Poincaré-Lindstedt and Lie may come to mind here.

Assuming a formal solution can be obtained, one has to distinguish between convergence and divergence. In both cases the asymptotic series solutions are very useful. One of their interests is that they may serve as a starting point for symbolic and numeri-

cal continuation techniques. Apart from individual solutions also invariant manifolds like tori or (un)stable manifolds can be dealt with in this way. This is discussed in the text by R.H. Rand and D. Armbruster, *Perturbation methods, bifurcation theory and computer algebra*, Springer-Verlag, 1987, and also by C. Simó, 'On the analytical and numerical approximation of invariant manifolds', in: D. Benest and C. Froeschlé (eds.), *Les Méthodes Modernes de la Mécanique Céleste*, pp. 285–329, Goutelas, 1989.

The present book deals with this, and also considers PDE's where asymptotic approaches lead to boundary layers and shells. One returning theme is the Padé-approximation, which aims to interpolate or match between asymptotic series, say, near 0 and near  $\infty$ , by suitable rational functions. Also multiple scale perturbation theory is treated. There are quite a few claims that methods developed in the book are more efficient than more or less standard ones used elsewhere.

Several methods like the Krylov method, the Krylov-Bogolubov-Mitropolskij method and the Poincaré(-Lindstedt) method as mentioned earlier, sometimes modified and improved, are presented and applied to concrete physical classes of examples. These examples include parametric and self excited oscillators (computing, for example, instability zones or resonance tongues), the Hopf bifurcation, normal modes, et cetera. The PDE part of the book deals with thin-walled structures, membranes, plates, shells, et cetera. Also solitons and soliton-like approaches are treated.

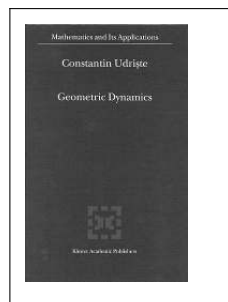
According to its preface, the monograph pretends to be a 'state-of-the-art review of asymptotic applications', which, moreover, 'will prove useful as an introduction to the field for novices as well (as) a reference for specialists'. Considering myself a specialist in the field of nonlinear finite dimensional dynamical systems — in the book described as 'Discrete Systems' — and almost a novice in the asymptotics of 'Continuous Systems', I sincerely doubt whether any of these two claims can be held.

General principles are discussed in a way that constantly jumps in between contexts: that of unclear verbal explanations (without a sharp specification of the problem), mathematical examples (giving rise to lengthy algorithmic elaborations) and practical examples. This jumping of context gives rise to a quite unreadable text, where this unreadability is further enhanced by a completely indefinite layout. Being a monograph, the book mainly overviews the work of the authors and their scientific neighbourhood. Nevertheless, I missed a lot of references. Some of those which should have been mentioned include:

- M.V. Fedoryuk, *Asymptotic Analysis of Linear Ordinary Differential Equations*, Springer-Verlag, 1993;
- E.M. de Jager & Jiang Furu, *The Theory of Singular Perturbations*, North-Holland, 1996;
- W. Wasow, *Asymptotic Expansions for Ordinary Differential Equations*, Dover, 1987.

I find it a pity that the book was not written with a more up-to-date background in mathematics, mathematical physics and dynamical systems. To mention only a few examples, I missed attention for phenomena like chaotic evolutions (quite inaccessible for analytical computations), the role of non-unique and only finitely differentiable objects like centre manifolds and the Stokes' phenomenon in this treatment. The book however may be useful for people developing algorithms.

H.W. Broer



Constantin Udriste  
**Geometric Dynamics**  
*(Mathematics and its Applications; 513)*  
 Dordrecht: Kluwer, 2000  
 412 p., prijs NLG 290,-  
 ISBN 0-7923-6401-5

In dit boek staan vectorvelden centraal. De lezer krijgt een aantal klassen van vectorvelden voorgeschoteld (lineaire velden, divergentie- en rotatievrije velden, gradientvelden, Killing velden, conforme velden, enzovoort), die in een tiental hoofdstukken onderzocht worden op hun eigenschappen: integraalkrommen, eerste integralen, locale rectificatie, evenwichtspunten en hun stabiliteit, hyperoppervlakken ofwel voortgebracht door, ofwel loodrecht op het veld. Ook wordt enige aandacht besteed aan centrumvarieteiten en bifurcatietheorie. Voorbeelden vanuit allerlei disciplines komen aan bod, en elk hoofdstuk wordt afgesloten door een set opgaven, die veelal begrip en rekentechnisch doorzettingsvermogen vergen. De laatste twee hoofdstukken (waarvan hoofdstuk 11 geschreven door Lucia Drăgușin) zijn gebaseerd op de interesses van de onderzoeksgroepen waartoe de auteurs behoren.

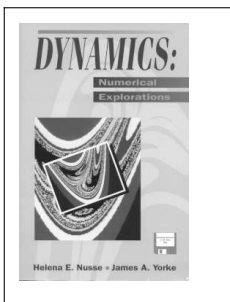
De hoofdrolspelers zijn dus vectorvelden 'an sich' en lezers met een specifieke interesse (bijvoorbeeld Hamiltoniaanse mechanica of electrostatica) zullen hun onderwerp voorbij zien komen, maar heel summier en zonder uitleg hoe welke verschijnselen tot een bepaald model leiden. Het boek lijkt geschikt voor zelfstudie; in een vlot tempo (Stellingnummering ontbreekt bijvoorbeeld, en daarmee ook verwijzingen als 'zie Stelling 4.1.5') krijgt de lezer te zien wat er zoal op het gebied van vectorvelden te koop is. De vraag is echter: Waar te koop?

Zeventig procent van de referenties zijn van Roemeense origine en, al dan niet geschreven in het Roemeens, nauwelijks te vinden. Geheel in stijl worden van de overigens uitstekende boeken van V.I. Arnol'd alleen de Roemeense vertalingen vermeld. Het paragraafje 9.2 over Lagrangiaanse en Hamiltoniaanse formalismen staat er kennelijk alleen bij om het onderwerp genoemd te hebben; geen enkele verwijzing, ook niet naar Arnol'd, waar men hierover meer kan vernemen. Het hoofdstuk over catastrofetheorie geeft één referentie, René Thom. Maar geen Hale, Il'yashenko, Palis, Robinson, Sotomayor, Takens, enzovoort. Het is begrijpelijk dat in Roemenië de internationale literatuur niet altijd gemakkelijk te volgen is, maar voor een Engelse uitgave zou enige moeite in die richting wel verwacht mogen worden. In paragraaf 8.5 over orthogonale distributies worden alleen Caratheodory en de Roemeen Vranceanu genoemd. Wederom verzuimt de auteur hier dit wellicht interessante onderwerp in een breder kader te plaatsen: een gemiste kans, lijkt me.

Vanuit wiskundig oogpunt gezien worden makkelijker onderwerpen soms breed uitgemeten, terwijl moeilijker zaken het zonder uitleg moeten stellen. Dit begint in de eerste zin: Let  $R$  be the real numbers. . . Even later moet de lezer zich zelf maar herinneren wat de Cauchy-Schwarz ongelijkheid is. Vervelender is het bewijs dat de flux van divergentie-vrije vectorvelden over een gesloten contour nul is. De schrijver voert dit al snel terug op de stelling van Gauss-Ostrogradski, waarover verder geen woord.

Of wat te denken van “The set  $J$  is open, since it cannot contain a point without containing a whole neighborhood of it” (bladzijde 69). Ik krijg hier toch de indruk dat het één en ander onder het vloerkleed verdwijnt.

Verder is het wat wennen aan de bij tijden ongewone terminologie: *solenoidal* voor *divergentie-vrij*, *proper value* voor *eigen value*, *receiver* voor *sink*, en soms mis ik een uitgebreide index. Wat was ook al weer *homothetic*, de *Einstein conventie*, een *ruled surface*, en waar komen die Christoffelsymbolen opeens vandaan? De enkele spelfouten zijn meestal wel vanuit de context te herleiden (bijvoorbeeld in het Lemma op bladzijde 255 ontbreekt de aanname  $k > 1$ ), maar soms komen de pagina's wat rommelig over (ongelijke regelafstand,  $\TeX$  klaart dat toch beter). Graag zag ik bewijzen afgesloten met  $\square$ , of desnoods QED. Voor de drie kwartjes die Kluwer per pagina rekent zou dat toch beter kunnen? *H. Bruin*



Helena E. Nusse and James A. Yorke  
**Dynamics: Numerical Explorations**  
 (Applied Mathematics Series; 101)  
 Berlin: Springer-Verlag, 1994/1998  
 497 p., prijs \$ 79,-  
 ISBN 0-387-94254-8

The present book is a second edition. It is mostly, but not quite, a manual to the program *Dynamics 2*, written by the authors together with Brian R. Hunt and Eric J. Kostelich, which is distributed with the book. The program investigates dynamical systems by plotting trajectories, basins of attractions, bifurcation diagrams of fixed and periodic points, straddle trajectories, and unstable and stable manifolds.

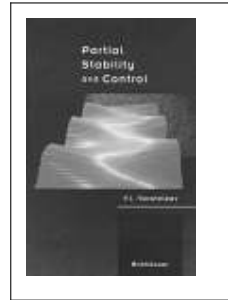
Being a product of the ‘experimental mathematics’ school of thought, the book is intended to acquaint interested, but not necessarily mathematically sophisticated students with dynamical systems, by letting them make lots and lots of beautiful pictures connected to dynamical systems. Step by step the commands are given explicitly (every time the *enter* should be hit, this is indicated), and as the students progress through the examples, their computer draws the corresponding pictures. Theoretical background is kept to a very bare minimum. The readers are encouraged to think about whatever they see by innumerable questions named ‘topic of discussion’.

I have a lot of unfair criticism to make about this approach leading people into the dark and leaving them there, but then I do not believe in ‘experimental mathematics’. More seriously, in my view the book is rather too much a glorified manual. About one half of it could be cut, if commands would be explained only once, letting the reader look them up if he or she needs them. The pages gained this way could be used advantageously to discuss what it is you see on the screen.

The program has been written for a PC, and it runs under DOS and Unix. The authors assure us that performance is really good if your computer has four megabytes of RAM or more. A lean version of the program is included as well, for those who have only one megabyte. The interface is that of a good old DOS program: why? Nowadays, it is not too hard to build nice, menu-

driven, easy-to-use interfaces. In *Dynamics 2*, if a menu obscures the plot, that part is erased — there is no backing pixmap. There are many more of these little annoying features, that were tolerable ten years ago, but strike the viewer as being rather quaint today.

Of course, this is a problem of many scientific programs, that in many cases resources are lacking to keep the program up-to-date. There has been a proliferation of simulation packages for dynamical systems, but only the really flexible ones like ‘DsTool’ survive — and even ‘DsTool’ is not supported any more. *F. Wagener*



V.I. Vorotnikov  
**Partial stability and control**  
 London: Birkhäuser-Verlag, 1998  
 442 p., DM 188,-  
 ISBN 0-8176-3917-9

In dynamical systems the concept of stability plays an important role. Be it the stability of an equilibrium point or the stability of a periodic orbit, the concept gives important insight in the properties of a dynamical system. This book looks at *partial stability* where we only ask that part of the system is (asymptotically) stable. At first this strikes one as a strange concept. One motivation as mentioned in the book is the behavior of a solid object with cavities partially filled with fluids. In most cases we are only interested in stable behavior of the solid object and not of stability in the fluids that are moving around in the cavities. On the other hand, we cannot ignore the movement of these fluids since they intrinsically contribute to the dynamics of the system. Another example mentioned in the book is the movement of a satellite. If we want to control the rotation using a fly-wheel inside the spacecraft then we cannot achieve asymptotic stability because the total angular momentum is constant. On the other hand we are only interested in asymptotic stability in the rotational movements of the spacecraft which can be achieved quite nicely in many cases.

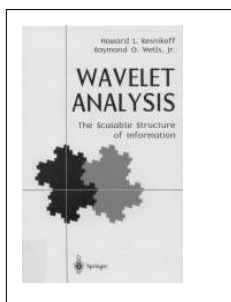
The study of this problem of partial stability has quite some history primarily in the Russian literature. This book presents a fairly complete picture of this problem. The book starts with an analysis of the problem for linear (time-varying and time-invariant) systems. Then the problem is considered for nonlinear systems and local (asymptotic) stability is connected to a very specific linearization using a suitable set of coordinates. Next, the author considers an extension of Lyapunov theory to the problem of partial stability and presents the precise conditions that are needed to guarantee partial stability. Also considered in considerable detail is the problem of stabilization where we try to achieve stability by choosing an appropriate feedback controller. Finally the author looks at the effect of disturbances in a game-theoretic (worst-case) setting and extends the problems to functional-differential equations and to stochastic systems.

The book gives a quite complete discussion of the problems involved. However, the presentation is not always optimal and as a textbook I would not recommend this book. For instance when studying linear systems the author avoids by and large matrix



representations and this makes the notation quite cumbersome. Also it does not connect to classical concepts such as detectability which can streamline the presentation considerable. Part of the difficulties are not due to the author but to the fact that many of us have grown accustomed to the western literature on dynamical systems and control. It is sometimes hard to understand the different notations and conventions as used in the Russian literature on this topic. However, as a reference this book presents a nice and complete picture.

A.A. Stoorvogel



H.L. Resnikoff en R.O. Wells, Jr.  
**Wavelet Analysis: the scalable structure of information**

New York: Springer-Verlag, 1998

435 p., prijs \$ 128.-

ISBN 0-387-98383-X

De titel van dit boek doet vermoeden dat we een all round inleiding krijgen aangeboden in de theorie en toepassingen van wavelets. Dit is echter niet het geval: de continue wavelet transformatie wordt niet besproken en zelfs niet eens vermeld. De geboden theorie beperkt zich tot (bi-)orthogonale wavelets met compacte drager. Het boek bestaat uit vier delen.

I. *The Scalable Structure of Information*. Dit is een enigszins essayistisch geschreven inleiding waarin de auteurs de aard van multischaal processen in de natuur, en –daarvan te onderscheiden– multischaal representatie van informatie in de wiskunde en andere gebieden bespreken. Wavelet representaties worden daarbij voorgesteld als een analogon voor functies van de positionele notatie van getallen, die al door de Babyloniërs werd uitgevonden. Daarna begint het wiskundig rigoreuze gedeelte.

II. *Wavelet Theory*. Hier wordt de basistheorie gepresenteerd in termen van het begrip *wavelet matrix*, dat correspondeert met de 'multirate digital filter banks' uit de electrotechnologie. Dit geeft een heel algemene parametrisering van compacte wavelet families. Het is echter zeker niet de makkelijkste manier om met wavelets kennis te maken. Een verdere generalisatie van het begrip wavelet matrix geeft de mogelijkheid om hoger-dimensionale wavelets te bespreken. Er wordt een grote hoeveelheid gedetailleerde berekeningen en voorbeelden gegeven, van een zodanig karakter dat van een tekst voor "upper-level undergraduate or beginning graduate students in engineering or mathematics", zoals de uitgever op de cover aangeeft, niet meer gesproken kan worden. Een beperking tot "beginning graduate students" zou hier wel op zijn plaats zijn.

III. *Wavelet Approximation and Algorithms*. Hierin wordt een behandeling gegeven van Mallat's algorithmen van een bemonsterde functie. Tevens worden de 'connectie coëfficiënten' ingevoerd. Stel we voeren een operatie – al dan niet lineair, bijv. differentiëren, of kwadrateren – uit op een functie, waarvan we de wavelet expansie kennen. Kunnen we dan de functie die het resultaat is van de operatie efficiënt representeren in termen van de wavelet coëfficiënten van de oorspronkelijke functie? Het antwoord op deze en soortgelijke vragen wordt gegeven met behulp van de connectie coëfficiënten. Dit is een van de origineelste en inte-

ressantste gedeeltes van het boek. De theorie wordt onder meer gebruikt bij de bespreking van wavelet-Galerkin oplossingsmethoden van elliptische randwaarde problemen.

IV. *Wavelet Applications*. In dit gedeelte worden verschillende praktische toepassingen besproken die gebruik maken van de begrippen die in deel II en III ontwikkeld zijn. Hoofdstuk 13 behandelt compressie van beelden en audio-signalen. Hoofdstuk 14 bespreekt hoe je met wavelets een efficiënt 'channel coding algorithm' – een constructieve en praktische manier om de bovengrens voor informatie transmissie, gegeven door Shannon's 'Channel Coding Theorem' – kunt realiseren. Hierbij spelen de eerder ingevoerde wavelet matrices een grote rol. Ook dit is weer een interessant onderwerp dat men niet veel in de wavelet literatuur tegenkomt. Deel IV is helder en inleidend geschreven, en blijft minder abstract dan deel II en III.

Het boek is een originele bijdrage aan de waveletliteratuur, en is zeker aan te bevelen voor de vakbibliotheek. Gezien de goede uitvoering en billijke prijs is het ook voor het geïnteresseerde individu als aanschaf voor de privé bibliotheek te overwegen.

J.C. van den Berg

U. Elias

### Oscillation theory of two-term differential equations

(*Mathematics and its Applications*; 396)

Dordrecht: Kluwer, 1997

218 p., prijs NLG 185,-

ISBN 0-7923-4447-2

Dit boek gaat over oscillatie-theorie van lineaire homogene gewone differentiaalvergelijkingen met reële continue coëfficiënten op een reëel interval  $I$ . Zo'n vergelijking heet 'disconjugate' op  $I$  als elke niet-triviale reële oplossing op  $I$  minder dan  $n$  nulpunten bezit waarbij  $n$  de orde van de vergelijking is. Een overzicht van de theorie van zulke vergelijkingen tot ongeveer 1970 is te vinden in Springer Lecture Notes 220: 'Disconjugacy' door W.A. Coppel. Sindsdien zijn over dit onderwerp veel nieuwe bijdragen verschenen. Het boek van U. Elias is een poging om een deel van de verkregen resultaten op een geunificeerde manier te behandelen.

Elias behandelt oscillatie-theorie voor vergelijkingen  $L_n y + p(x)y = 0$  waarin  $L_n$  een 'disconjugate' lineaire differentiaaloperator van de orde  $n$  is op een interval  $I$ . Als  $I$  compact is bezit  $L_n$  een Polya-ontbinding:  $L_0 y = \rho_0 y$ ,  $L_k y = \rho_k (L_{k-1} y)'$  waarbij  $\rho_k \in C^{n-k}(I)$  een positieve gewichtsfunctie is voor  $k = 1, \dots, n$ . Deze  $L_k y$  worden quasi-afgeleiden van  $y$  genoemd. Bij elk punt  $x$  op  $I$  bekijkt men het aantal tekenwisselingen in de rij van quasiafgeleiden in een voldoende kleine linker omgeving van  $x$  en ook die van de overeenkomstige rij, waarbij de  $k$ -de quasiafgeleide met  $(-1)^k$  vermenigvuldigd wordt, in een voldoende kleine rechter omgeving van  $x$ .

Studie van deze variatie-functies is grondslag voor de behandeling van de oscillatie-theorie in dit boek. Daarbij wordt veel aandacht besteed aan randwaarde problemen, ook die met voorwaarden in meerdere punten, uitbreidingen van vergelijkingstellingen van Sturm, extremale punten, dominantie-eigenschappen van oplossingen et cetera. Voor geïnteresseerden van deze tak van oscillatie-theorie lijkt het me een nuttig boek.

B.L.J. Braaksma

A.J. Jerri

**The Gibbs phenomenon in Fourier analysis, splines and wavelet approximations***(Mathematics and its Applications; 446)*

Dordrecht: Kluwer, 1998

336 p., prijs NLG 300,-

ISBN 0-7923-5109-6

Het verschijnsel van Gibbs (beter van Gibbs-Wilbraham, want Wilbraham ontdekte en verklaarde het verschijnsel al in 1848, een halve eeuw voor Gibbs) is bekend uit de theorie van Fourierreeksen, waarbij een blok- of zaagtandfunctie wordt benaderd met behulp van de partiële sommen van hun Fourierreeksen. Hoeveel termen men ook meeneemt, steeds blijkt de maximale afbreekfout ongeveer 9% van de grootte van de sprongdiscontinuïteit te bedragen, een schoolvoorbeeld van niet-uniforme convergentie. De lezer zal wellicht verbaasd zijn dat een heel boek is gewijd aan dit verschijnsel. Er is echter een uitgebreide literatuur over dit onderwerp (de literatuurlijst van het hier gerecenseerde boek bevat rond de 350 boeken of artikelen) en het lijkt een goede zaak dat een boek daar wat overzicht in brengt, al moet gezegd worden dat de auteur wel eens in herhaling vervalt. Na een inleidend hoofdstuk worden in hoofdstuk 2 methoden behandeld om van de hinderlijke afwijkingen af te komen en tevens bevat dit hoofdstuk een uitvoerig historisch exposé. Hoofdstuk 3 is gewijd aan andere orthogonale ontwikkelingen (Fourier-Bessel reeksen en ontwikkelingen met behulp van de klassieke orthogonale polynomen). In hoofdstuk 4 komen spline-approximaties aan de orde en in het laatste hoofdstuk wordt aandacht besteed aan benaderingen met behulp van wavelets. Het boek is helder, soms wat breedsprakig geschreven en is bedoeld voor gevorderde studenten en onderzoekers die in hun werk op het verschijnsel van Gibbs stuiten. De auteur is erg onnauwkeurig bij de spelling van namen (sommige namen worden in het boek op verschillende wijze geschreven) en ook het aantal drukfouten is aan de hoge kant. *H. Bavinck*

E. Garcíario and D.N. Kupeli

**Semi-Riemannian maps and their applications***(Mathematics and its applications; 475)*

Dordrecht: Kluwer, 1999

198 p., prijs NLG 175,-

ISBN 0-7923-5661-6

Met een *inproduct* in een vectorruimte  $V$  wordt in dit boek een niet-ontaarde symmetrische bilineaire (maar niet noodzakelijk definitieve) vorm  $g$  in  $V$  bedoeld. Een *semi-Riemannse variëteit* is een differentieerbare variëteit waarbij de raakruimte in elk punt voorzien is van zo'n inproduct dat differentieerbaar met het punt variëert. Alhoewel de Riemannse en semi-Riemannse meetkunde veel aspecten gemeen hebben, is er een belangrijk verschil dat de laatste soms moeilijker maakt; dit komt omdat (in tegenstelling tot het definitieve geval) de beperking van een inproduct tot een lineaire deelruimte i.h.a. ontaardt en dus *geen* inproduct is. Dit betekent bijvoorbeeld dat een deelvariëteit van een semi-Riemannse variëteit in het algemeen *geen* geïnduceerde semi-Riemannse structuur heeft.

Laat nu  $(V_1, g_1)$  en  $(V_2, g_2)$  eindigdimensionale vectorruimten met inproduct zijn,  $T : V_1 \rightarrow V_2$  een lineaire afbeelding,  $K \subset V_1$

de kern van  $T$ ,  $K^\perp$  het orthoplement van  $K$  ten opzichte van  $g_1$ ,  $L_1 := K \cap K^\perp$  en  $H_1 := K^\perp / L_1$ . Laat verder  $B \subset V_2$  het beeld van  $T$  zijn,  $B^\perp$  het orthoplement van  $B$  t.o.v.  $g_2$ ,  $L_2 := B \cap B^\perp$  en  $H_2 := B^\perp / L_2$ . Dan zijn er geïnduceerde inproducten  $\bar{g}_1$  resp.  $\bar{g}_2$  in  $H_1$  resp.  $H_2$ , en een geïnduceerde lineaire afbeelding  $\bar{T} : H_1 \rightarrow H_2$ .  $T$  heet *semi-euclidisch* indien  $\bar{T}$  een (niet noodzakelijk surjectieve) isometrie is ten opzichte van  $\bar{g}_1$  en  $\bar{g}_2$ .

Een *semi-Riemannse afbeelding* is een differentieerbare afbeelding  $f$  tussen semi-Riemannse variëteiten  $M$  en  $N$  zodat het differentiaal  $Tf(p)$  in elk punt  $p \in M$  een semi-euclidische afbeelding tussen de raakruimten  $T_p M$  en  $T_{f(p)} N$  is. (In het geval van Riemannse variëteiten komt dit overeen met een zogenaamde *Riemannse subimmersie*.) Dit type van afbeeldingen wordt in het voorliggende boek voor het eerst geïntroduceerd en systematisch bestudeerd. De bedoeling van het boek is volgens de auteurs "to state some results in semi-Riemannian geometry obtained by the existence of a semi-Riemannian map between semi-Riemannian manifolds, as well as to encourage the reader to explore semi-Riemannian maps." Ik vind dat zij hierin redelijk zijn geslaagd, al had ik mij meer expliciete en motiverende voorbeelden gewenst.

De eerste 3 hoofdstukken van het boek gaan over de basisbegrippen en fundamentele resultaten uit de semi-Riemannse meetkunde, in het bijzonder de onderliggende lineaire algebra. Semi-Riemannse afbeeldingen worden in hoofdstuk 4 geïntroduceerd en in hoofdstuk 5 gegeneraliseerd tot semi-Riemannse transversale afbeeldingen. Hoofdstuk 6 gaat over het speciale geval dat de semi-Riemannse afbeelding gaat naar een 1-dimensionale variëteit; de resultaten hieruit worden dan in het laatste hoofdstuk gebruikt om splitsing-stellingen in de semi-Riemannse, Riemannse en Lorentz-meetkunde te bewijzen. In appendix A komen in het kort eigenschappen van semi-Riemannse en gedegenererde deelvariëteiten van semi-Riemannse variëteiten aan de orde, en in appendix B enige concepten uit de Riemannse en Lorentz-meetkunde.

Het boek is geschikt voor iedereen met basiskennis van (Riemannse) differentiaalmeetkunde en differentieerbare variëteiten; wegens de behandelde resultaten uit de Lorentz-meetkunde kan het misschien ook voor fysici interessant zijn. *M. Lübke*

J.L. Schiff

**The Laplace transform. Theory and applications***(Undergraduate texts in Mathematics)*

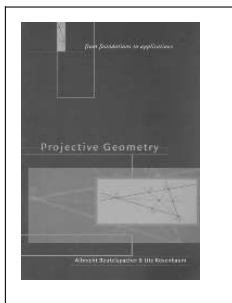
New York: Springer-Verlag, 1999

233 p., prijs DM 79,-

ISBN 0-387-98698-7

The Laplace transform has been for over half a century now an established tool for solving certain types of differential equations. It found a place in almost all textbooks on applied mathematics. Its position was challenged, but never seriously. In the fifties and sixties of the past century several books and papers were published about operational calculus based on ideas of Mikusinsky and his followers, and Freudenthal in *Operatoren — van Heaviside tot Mikusinski*, Simon Stevin 33 (1959) #1, p. 3-19 even went so far as to suggest that mathematicians should throw out the Laplace transform in favour of a 'true' operational calculus; but apparently the Laplace transform is there to stay. (It is tempting to ask why.)

The book under review presents the Laplace transform in the usual way, comparable to the relevant chapters of the textbooks already alluded to, that is, by discussing the rules for handling differential equations (chapters 1,2). But the author, dissatisfied with “lack of rigor and dubious mathematical practices in the literature for students”, takes pains to give proofs as best as within this context and space is possible. This led to a rigorous handling of some analytical details, mainly concerning uniform convergence of series and integrals; several theorems from analysis are assembled in an appendix. Dirac’s delta function is introduced with help of the Riemann-Stieltjes integral, specially staged for this occasion, as the ‘sifting operator’. Thus any theory of distributions is avoided; this seems to me to be too much of a trick to be really convincing. On the other hand, the inverse transform is treated in detail. To this end a bird’s-eye minicourse is given in complex functions up to the Cauchy theorems on integration and residues (chapter 3), to be followed by an extensive discussion of the inverse transform (chapter 4). The concluding chapter contains applications to some first and second order PDE. The book contains plenty of examples, exercises (with answers at the end) and a table of transforms. For the harder theorems the reader is referred to more thorough sources in the list of references. The book is certainly a handsome introduction to the Laplace transform, by its clear presentation well-suited for self-study. *W. van der Meiden*



A. Beutelspacher and U. Rosenbaum  
**Projective Geometry: from foundations to applications**

Cambridge: Cambridge University Press, 1998  
258 p., prijs £15.95  
ISBN 0-521-48364-6

This textbook, aimed at graduate students, is an introduction to projective geometry and some of its applications in communication theory. The book is the English version of the German book *Projektive Geometrie. Von den Grundlagen bis zu den Anwendungen* (Vieweg Studium 41), *Aufbaukurs Mathematik*, Wiesbaden, Vieweg (1992), ISBN 3-528-07241-5. (To my surprise, this is not mentioned in the book.)

The first four chapters of the book deal with the classical theory of affine and projective geometry. The book begins with a synthetic treatment of affine and projective geometries. Of course, projective and affine geometries coming from vector spaces over (skew) fields are the standard examples of such geometries. However, strange enough, these geometries are only introduced in the second chapter that is devoted to the analytic study of projective and affine geometries. The main topic of the third chapter is the famous characterization of projective geometries over (skew) fields by Veblen and Young. In the fourth chapter quadrics are studied. Three of these four chapters end with an application of the developed material in communication theory. The last two chapters are completely devoted to applications of projective and affine geometry. Chapter 5 treats coding theory (Hamming, MDS and Reed-Muller codes) and Chapter 6 cryptography (authentication and secret sharing schemes). Each of the six chapters contains

a large number of exercises.

The book is written in a clear style and proves that the field of projective geometry is not only a beautiful classical theory but also has some interesting applications in the modern world.

*H. Cuypers*

H. Van Maldeghem

**Generalized Polygons**

(Monographs in Mathematics)

Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998

520 p., prijs DM 218,-

ISBN 3-7643-5864-5

In 1959, Tits introduced the concept of a generalized polygon in an appendix to the paper in which he classifies trialities of a  $D_4$ -geometry. A (thick) generalized  $n$ -gon  $\Gamma = (P, L, \mathbf{I})$  is a point-line geometry where  $P$  is a set of points and  $L$  a set of lines with an incidence relation  $\mathbf{I} \subseteq P \times L$ , such that

- $\Gamma$  contains no ordinary  $k$ -gons, for  $2 \leq k < n$ ;
- any two elements of  $P \cup L$  are contained in at least 2 ordinary  $n$ -gon of  $\Gamma$ ;
- $\Gamma$  contains ordinary  $(n+1)$ -gons.

Here an ordinary  $k$ -gon in  $\Gamma$  is a set of  $k$  points and  $k$  lines of which each element is incident to exactly two others within this set. In his classification of the trialities with absolute points of a  $D_4$ -geometry, Tits not only discovered the simple groups of type  ${}^3D_4$ , but he also found that the absolute points and lines of these trialities form a generalized hexagon.

The generalized polygons are rank 2 Tits building and the main examples of generalized polygons are the natural Lie incidence geometries related to groups of Lie type of relative rank 2. In particular, projective planes and low dimensional classical geometries give rise to generalized 3- and 4-gons.

As projective planes already have had a lot of attention in the literature, the emphasis of this monograph is on generalized  $n$ -gons with  $n > 3$ . Although free constructions provide examples of generalized  $n$ -gons for all  $n$ , interesting (e.g., finite, Moufang or topological) thick generalized  $n$ -gons only occur for  $n = 3, 4, 6$  or  $8$ . So, the book is mainly concerned with generalized quadrangles and in particular generalized hexagons and octagons.

In his treatment of the subject the author has taken a geometric approach. However, algebraic results are not avoided, but often proved by geometric means.

In the first three chapters of the book, the basic theory of generalized polygons is given and the main examples related to the groups of Lie type are described.

In the Chapters 4 and 5 the automorphisms of generalized polygons are studied. In particular, the important notion of a Moufang polygon is introduced. A full proof of Weiss’ theorem that for a ‘thick’ Moufang  $n$ -gon we have  $n = 3, 4, 6$  or  $8$  is given. Also a discussion of the recent classification of the Moufang generalized polygons by Tits and Weiss is discussed.

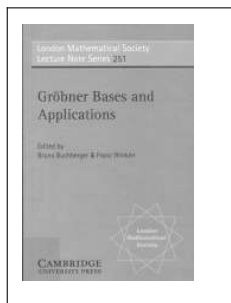
Geometric characterizations of special subclasses of generalized polygons are treated in Chapter 6, while Chapter 7 is devoted to the study of special subsets like ovoids and spreads of generalized polygons.

As many examples of generalized polygons can be described as absolute points and lines of polarities or trialities defined on

projective geometries, it is natural to consider polygons embedded into projective spaces. This is the topic of Chapter 8. Finally in the last chapter topological polygons are treated.

In conclusion, I can say that this beautiful book contains a wealth of information on generalized polygons. It will be a main reference source for people working in the area of generalized polygons and incidence geometry.

H. Cuypers



B. Buchberger and F. Winkler (eds.)  
**Gröbner Bases and Applications**

(London Mathematical Society Lecture Note Series, 241)  
Cambridge University Press, 1998

552 p., prijs £42.95  
ISBN: 0-521-632986

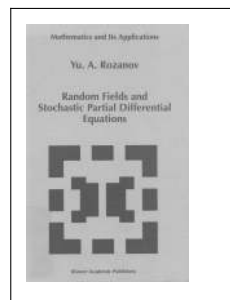
In 1998 was het eenderde eeuw geleden dat het proefschrift van Bruno Buchberger verscheen. Hierin beschrijft hij een eigenschap van voortbrengers van idealen in polynoomringen (in meer veranderlijken, over een lichaam) waaraan later de naam van zijn promotor werd verbonden — in de tijdschriftversie van het proefschrift, die in 1970 verscheen, en waarvan in dit boek een engelse vertaling als Appendix is opgenomen, wordt de term *Gröbner basis* nog niet gebruikt. De belangrijkste observatie is dat met een eenvoudig algoritme (dat aan dat van Euclides verwant is) uit willekeurige bases *gereduceerde* Gröbner bases voor zulke idealen te verkrijgen zijn, die uniek zijn. De grote belangstelling voor Gröbner bases in de afgelopen decennia is natuurlijk te verklaren uit de mogelijkheid heel veel vragen uit de algebra en meetkunde te herformuleren tot vragen over idealen in polynoomringen die met de berekening van Gröbner bases soms te beantwoorden zijn.

Dit boek bestaat uit twee delen, beide voortgekomen uit de feestelijkheden die in Linz in januari en februari 1998 werden gewijd aan dit merkwaardige jubileum. In 14 *tutorials* wordt, na een nieuwe inleiding in de Gröbner bases door Buchberger zelf, uitvoerig verslag gedaan van het imposante scala aan toepassingen uit de invariantentheorie, in de statistiek, op partiële differentiaalvergelijkingen, in de codetheorie, in de kunst van het genereren van bewijzen voor stellingen uit de (vlakke) meetkunde, enzovoorts. Deze bijdragen zijn stuk voor stuk geschreven door bekende auteurs die de weg weten op hun terrein, in een uniforme LaTeX-variant met schreeuwend grote tussenkoppen, en met aangenaam weinig overlap in de beschrijvingen.

Het tweede deel bestaat uit 17 meer gespecialiseerde *research papers*, waarvan de kwaliteit ook wat meer varieert. Twee trendjes wil ik hier slechts signaleren: beschouwing van het analogon voor niet-commutatieve algebra's, en belangstelling voor de *Gröbner-walk*. Want het reductie-algoritme voor idealen is weliswaar simpel, maar vertoont tevens ernstig exponentieel gedrag in de rekentijd. Maar die rekentijd kan sterk afhangen van de ordening op monomen die gebruikt wordt, en voor serieuze toepassingen maakt men daarom sinds het midden van de jaren negentig handig gebruik van andere dan de meest voor de hand liggende, lexicografische, ordening. In de *fractal walk* wordt op ingenieuze wijze tijdens de reductie met de gewichten gespeeld die voor zo'n ordening aan de variabelen worden toegekend.

Een handig overzicht in een leuke bundel. En wie zeurt er nou achteraf om de aanleiding als het feestje leuk is?

W. Bosma



Yu. A. Rozanov

**Random fields and Stochastic Partial Differential Equations**

(Mathematics and its applications; 438)

Dordrecht: Kluwer, 1998

229 p., prijs NLG 195,-

ISBN 0-7923-4984-9

Centraal thema in het boek is de analyse van partiële differentiaalvergelijkingen (PDE's) met stochastische begin- en/of randvoorwaarden. Het gaat hierbij vooral om voorwaarden die beschreven kunnen worden als random functies met onafhankelijke waarden in punten die willekeurig dicht bij elkaar kunnen liggen. Door het grillige karakter van deze voorwaarden is de analyse van de PDE alleen mogelijk in gegeneraliseerde zin. Een groot deel van het boek is dan ook geweid aan gegeneraliseerde random functies en aan vergelijkingen voor gegeneraliseerde random functies. De centrale vraagstelling in het boek is het bepalen van geschikte begin- en randvoorwaarden zodanig dat er een unieke oplossing van de PDE is.

Het boek van Rozanov maakt wiskundig een zeer degelijke indruk. Een goede voorkennis van functionaalanalyse en waarschijnlijkheidsleer is echter zonder meer noodzakelijk. Een groot nadeel van het boek is het volledig ontbreken van referenties. Dit maakt de stof zeer moeilijk toegankelijk. Als de lezer om wat voor reden dat ook afhaakt (wat uw recensent meerdere malen overkwam) is er geen uitweg meer via het bestuderen van achtergrond materiaal. De toegankelijkheid van het boek wordt verder bemoeilijkt door het geringe aantal uitgewerkte voorbeelden en het moeizame Engels. Dit maakt het boek eigenlijk alleen van belang voor onderzoekers die op hetzelfde terrein als Rozanov bezig zijn en die eens willen kennis maken met zijn (ongetwijfeld deskundige) kijk op de zaak. Het boek is zeker niet aan te raden als inleiding in het onderwerp stochastische partiële differentiaalvergelijkingen.

A.W. Heemink

P.I. Good

**Resampling Methods: a practical guide to data analysis**

New York: Birkhäuser-Verlag, 1999

269 p., prijs DM 138,-

ISBN 0-8176-4091-6

Dit boek is een praktisch georiënteerd elementair leerboek over wiskundige statistiek. In de eerste zes hoofdstukken (109 pagina's) komt beschrijvende statistiek aan de orde alsmede de basisbegrippen van schatten en statistische toetsen. Bij het introduceren van de basisbegrippen van de statistische toetsingstheorie vervullen van meet af aan permutatietoetsen een zeer centrale rol. Een hoofdstuk over kruistabellen (contingency tables) volgt waar permutatietoetsen prima op hun plaats zijn. Verder komen nog (ik hou Engelse termen maar aan) experimental design, multiva-

riate analysis (Hoteling's en Mantel's), discriminant analysis en survival analysis aan de orde met opnieuw een heel groot accent op resampling methods zoals permutatietoetsen en de bootstrap. Het boek bevat lijvige appendices (vanaf bladzijde 208), handig voor zelf programmeren van de resampling methods danwel het hanteren van statistische software-pakketen, en een uitgebreide lijst referenties. De schrijver heeft een goed punt om (veel) aandacht te schenken aan resampling methods. Misschien krijgen resampling methods te weinig aandacht in het statistiekonderwijs (in Nederland). De schrijver draaft echter, wat mij betreft, te veel door. In dit leerboek lijden de resampling methods aan overbelichting in plaats van de gebruikelijke onderbelichting, vooral bij de meer ingewikkelde onderwerpen.

K. Poortema

M. Bronstein et al.

### Symbolic rewriting techniques

(Progress in computer science and applied logic; 15)

Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998

288 p., prijs DM 148,-

ISBN 3-7643-5901-3

This volume contains a selection of 14 papers that were contributed to a workshop on *Symbolic Rewriting Techniques*, held in Ascona, Switzerland, from April 30 to May 4, 1995.

Symbolic rewriting techniques are of great use when investigating the structure of solutions of various systems of equations and they play a role in many areas of computer algebra research, like the Knuth-Bendix completion for groups and monoids, the Buchberger algorithm for Gröbner bases, the Ritt-Wu characteristic set method for ODE, and the Riquier-Janet method for PDE.

Though already some years have elapsed since this workshop was held, the 14 papers in this volume contain such a wealth of information that reading them will be profitable to anyone interested in computer algebra.

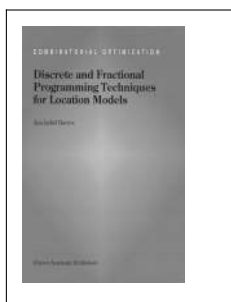
N.A. van Arkel

clearly, as well as the way the work was carried out. During the first two years she worked with one supervisor on location problems, and during the last two years she worked with a second supervisor interested in fractional programming techniques. It is not so strange that the author then tries to combine the two topics in order to complete a PhD thesis. The result is a broad thesis that reflects a lot of knowledge, but not quite a coherent textbook. In particular Chapter 2 on discrete location models forms a separate entity.

Chapter 2 is a survey of work on "traditional discrete location problems", whereas the models to which the fractional programming techniques are applied to (the content of the rest of the book) are quite different. Chapter 2 reads nicely but there are a few things I miss in such an overview. First, it completely concentrates on the maximization of profits. If one looks for approximate solutions to the problem of minimizing the cost of servicing clients, then this is essentially different from the problem of maximizing the profit of servicing the clients. This is not mentioned. Moreover, the minimization problem seems in many cases more natural than the maximization version. Second, referencing is not quite accurate. A book chapter published in 1990 is for instance given as a reference that the simple plant location problem is NP-hard, whereas this was stated much earlier. I also find the implicit statement that Manne [89], and Kuehn and Hamburger [86] originally stated the problem as a maximization problem not satisfactory. The description of the Kuehn and Hamburger heuristic is a perfect description of the greedy heuristic developed and analyzed by Cornuéjols et al. (reference [38]). Kuehn and Hamburger's heuristic is slightly different.

The remaining chapters form a more coherent piece and read nicely. My only reservation is that the models mentioned seem a bit constructed. For people not familiar with fractional programming it is a useful text, not difficult to read. The book certainly has its merits, but I still give preference to the author's research papers on the topic.

K. Aardal



A.I. Barros

### Discrete and fractional programming technique for location models

(Combinatorial Optimization; 3)

Dordrecht: Kluwer, 1998

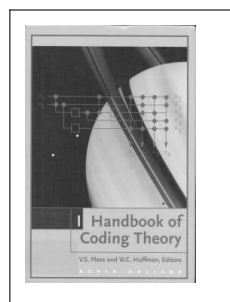
178 p., prijs NLG 180,-

ISBN 0-7923-5002-2

The book contains an introduction to discrete location models, and describes how fractional programming techniques can be applied to certain location models. The book is a revision of the author's PhD thesis completed in 1995 at the Tinbergen Institute, Rotterdam. The material handled in the book is interesting for a thesis, but the presentation is not mature enough for a textbook.

The above criticism reflects much more on the publisher Kluwer than on the author. Kluwer has a reputation of willingly publishing manuscripts as books, and I know of very few cases where the style of a PhD thesis and that of a textbook coincide. A publisher ought to recognize this.

In this case one can see the thesis character of the manuscript



V.S. Pless and W.C. Huffman

### Handbook of coding theory I, II

Amsterdam: Elsevier, 1998

2169 p., prijs NLG 650,-

ISBN 0-444-50088-X

This handbook is one of those that any library in Mathematics, Information Sciences, or Computer Science should have. The editors write, and I agree, that "the audience for this Handbook can range from an active researcher in coding theory to someone beginning to explore this far reaching subject". The handbook consists of two volumes. Volume I contains *Part 1: Algebraic Coding*, and deals with the algebraic structure of codes. The first chapter, by the editors, is a good introduction to the subject of coding, and provides the basics for the other chapters.

Volume II contains two parts: *Part 2: Connections* explores the connections between coding theory and other parts of mathematics and computer science (mainly other parts of combinatorics).

Furthermore, Volume II contains *Part 3: Applications*, which deals with, no surprise, the applications of coding.

The Handbook is set up in such a way that each chapter provides its own contents and extensive bibliography, with most chapters having over 100 references to the literature. Vardy's chapter 'Trellis structure of codes' even has a separate 'guide to the literature'.

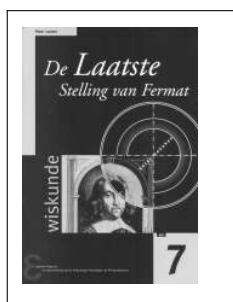
The only drawback of the Handbook is its Subject Index. Especially for a Handbook the index is an important part, as many readers will use the Handbook as some kind of encyclopaedia. However, I have occasionally been put on the wrong track by the Subject index. For example, if one wants to find information on *Kerdock codes*, the Subject index refers to several pages where there is absolutely no information on such codes. Another example is *uniformly packed code* for which there is no reference to page 134, where the basic definition of such a code is given. Let the user of the Handbook be warned. Nevertheless, this drawback should not be a reason not to use this Handbook, for it contains a lot of valuable, both basic and advanced information on Coding Theory.

Having used the Handbook of Coding Theory for some time now, I am sure that it can be very useful to any researcher or teacher in the field of coding or a related field.

E.R. van Dam

zonder klassikale uitleg van de docent. Naast Epsilon geeft ook Wolters Noordhoff een reeks Zebra-deeltjes uit zodat een leerling ruime keus heeft qua onderwerp. Duidelijk is wel dat de zelfstandigheid zeer hoge eisen stelt aan het materiaal. Is het mogelijk materiaal te maken waarmee een scholier in 40 uur kan herbedenken wat de gezamenlijke wiskundige wereld 2500 jaar heeft gekost? Nee. Maar de manier waarop Lanser zijn onderwerp behandelt en vooral: didactiseert dwingt veel respect af. Uiteraard zit er een grens aan wat er zelfontdekkend te leren valt wanneer je alleen de Wiskunde uit het Voortgezet Onderwijs in je gereedschapskist hebt. De lezer krijgt nog wel de ingrediënten aangereikt waarmee de stelling voor  $n = 3$  en  $n = 4$  wordt bewezen. Het zelfontdekkende leren houdt op wanneer de geschiedenis eenmaal bij de elliptische krommen is beland, het specialisme van waaruit Wiles zijn bewijs opbouwt. Het karakter slaat min of meer plotsklaps om van ontdekkend naar beschouwend. Maar de lezer is dan al wel zover in de materie ingevoerd dat hij of zij de speurtocht naar het bewijs als zijn of haar 'medeprobleem' beschouwt en dus graag de contouren geschetst krijgt van de wegen die Wiles op de schouders van reuzen verder deed zien dan anderen. Het aantal wiskundigen dat de afgelopen vijf jaar in staat is geweest om Wiles' 109 pagina's in extenso te volgen is op de vingers van enkele handen te tellen. Daar verandert dit boekje niets aan. Maar de eenheid zien in de activiteiten van wiskundigen waarvan de geboorten 2500 jaar uit elkaar liggen en het ervaren van de schoonheid van het strevende denken, dat lukt uitstekend. Om deze zaken was het Lanser natuurlijk eigenlijk te doen. En terecht, want belangrijker dan de zuiver technische kwesties zijn de concepten waarmee een wiskundige werkt. Het is de taak van een boek als dit om de studerende lezer dat overzicht te bieden. Dat het boek een wat saaie typografie heeft en dat er geen gebruik is gemaakt van een goede formule-editor is daarbij niet moeilijk door de vingers te zien.

J. Tolboom



P. Lanser  
**De laatste stelling van Fermat**

(Zebra reeks; 7)

Utrecht: Epsilon, 2000

51 p., prijs NLG 16,75

ISBN 90-5041-065-0

Is de wiskunde een eenheid of is zij een verzameling deelspecialismen waar geen sterveling het overzicht nog over heeft? Is dit overzicht eigenlijk nog wel mogelijk? In volume 142 van het tijdschrift *Annals of Mathematics* publiceerde Andrew Wiles op de pagina's 443-551 het bewijs voor het laatste vermoeden van Fermat: de vergelijking  $x^n + y^n = z^n$  heeft geen geheeltallige positieve oplossingen  $x, y, z, n$  met  $n > 2$ . Voor  $n = 1$  is het beschrijven van alle oplossingen volledig triviaal. Voor  $n = 2$  gaat de vergelijking over in de bekende formule uit de stelling van Pythagoras en voldoet bijvoorbeeld het drietal  $(3, 4, 5)$ . Voor grotere waarden van  $n$  zijn er dus geen positieve geheeltallige oplossingen, zo beweerde Pierre de Fermat in 1637 en zo bewees Andrew Wiles in 1995. De speurtocht naar dit bewijs, waarvan de wortels dus eigenlijk bij Pythagoras in ongeveer 550 voor Christus liggen, is één van de meest klassieke uit de geschiedenis van de Wiskunde.

Is het mogelijk VWO-scholieren niet alleen mee te nemen op deze ontdekkingsreis door 2500 jaar wiskundig denken, maar hen ook nog delen van het bewijs zelf te laten uitvoeren? In deel 7 van de Zebra-reeks die door Epsilon Uitgaven in samenwerking met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren werd gepubliceerd, doet Peter Lanser een vermetele poging om deze laatste vraag met "ja" te beantwoorden. Allereerst: van een gekozen deeltje uit de Zebra-reeks is het de bedoeling dat scholieren uit de Tweede Fase van het VWO het in 40 uur zelfstandig doorwerken,