

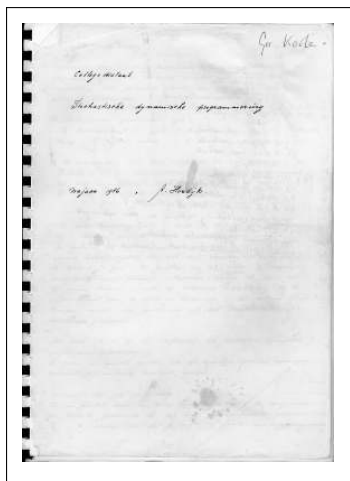
Een eeuw wiskunde in boeken

In het kader van het Wereld Wiskundig Jaar 2000 besteedt het Nieuw Archief aandacht aan de 'oogst' van een eeuw wiskundeboeken. Verschillende wiskundigen werd de volgende vraag voorgelegd: "Welk wiskundeboek heeft in uw leven op u de meeste indruk gemaakt?" In deze aflevering treft u de laatste vijf bijdragen aan.

De omslag

Ger Koole koole@cs.vu.nl

De bijdrage van een wiskundeboek aan iemands wetenschappelijke ontwikkeling hangt niet alleen af van het boek, maar ook van de fase waarin de lezende wetenschapper zich bevindt. Zo zien we het belang van bepaalde bijdragen pas in als we eerst op andere wijze met de problematiek geconfronteerd zijn. Mede om deze reden lees ik zelden een boek van begin tot eind. Een uitzondering zijn de door mij te recenseren boeken, maar ik ben dan van mening dat dezelfde recensie uitgevoerd op een ander moment in mijn wiskundige ontwikkeling een heel andere recensie tot gevolg zou kunnen hebben. Aldus zoekend naar de boeken waarmee ik op het juiste moment geconfronteerd werd om maximaal aan mijn ontwikkeling bij te dragen kom ik uit bij twee collegedictaten van



mijn toenmalige docent en latere promotor A. Hordijk, het *Collegedictaat Wachtijdtheorie* en het *Collegedictaat Stochastische Dynamische Programmering*, versie 1986.

Het betreft twee indertijd handgeschreven dictaten die de theorie behandelen van de basisgebieden in de stochastische Operations Research, gebieden die ik in mijn onderzoek sindsdien niet verlaten heb. Systematisch bouwen zij, in stellingbewijsvorm, respectievelijk de wachtijdtheorie en de Markov

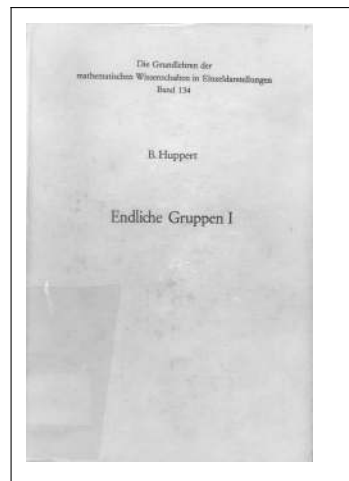
beslissingstheorie op. Beide vakken betekenden een grote omslag in mijn wetenschappelijke carrière. Zij vormden de omslag van een opportunistische studiehouding gericht op het halen van voldoende naar een intrinsieke interesse in de wiskunde. Zij vormden ook de omslag van sommetjes oplossen naar bewijzen. Had ik voorheen nog geen beeld van mijn latere beroepsuitoefening, deze vakken lieten mij zien dat deze in de wiskunde zelf zou liggen. De colleges zelf waren, mede door mijn onregelmatige aanwezigheid, te hoog gegrepen. Voornamelijk door zelfstudie van de dictaten kwam genoemde omslag tot stand. Nu nog grijp ik met enige regelmaat terug naar mijn eigen 'standaardwerken', om daarna (bijvoorbeeld ten behoeve van publicaties) een geschikte referentie in de open literatuur te zoeken.

A. Hordijk, *Collegedictaat Wachtijdtheorie* en *Collegedictaat Stochastische Dynamische programmering*, versie 1986

Getallen en groepen

Rob van der Waall waallr@science.uva.nl

Het begin van mijn wiskundestudie werd gemarkeerd door enkele uitstekende standaardwerken, zoals 'Differential and Integral Calculus' door R. Courant en 'An Introduction to the Theory of Numbers'



door G.H. Hardy en E.M. Wright. Maar pas in mijn afstudeerfase, rond 1966, vonden er twee gebeurtenissen plaats die tot mijn wetenschappelijke ontwikkeling wezenlijk hebben bijgedragen.

In 1965 vond te Brighton gedurende drie weken in september de *Instructional Conference on Number Theory* plaats. Het congresboek, geschreven door J.W.S. Cassels en A. Fröhlich, is een bestseller in de getaltheorie, ook nu nog. Dat congres en vooral de inhoud van het con-

gresboek heeft mijn wiskundig en persoonlijk leven danig beïnvloed (onder andere een jaar studie bij J.P. Serre aan het Collège de France).

De stichting ZWO bood in 1973 uitkomst uit een malaise-toestand aan de Nederlandse universiteiten door mij een verblijf van een jaar te Mainz bij de grootmeester van de groepentheorie, B. Huppert, te bekostigen. Tijdens een getaltheorie week in Oberwolfach in 1967 had ik te horen gekregen: "Vorige maand is het alomvattende boek *Endliche Gruppen* van B. Huppert van de pers gerold." Welnu, deze kloeke pil van 793 bladzijden boeide me mateloos; het vertegenwoordigde in 1967 vrijwel al het moderne onderzoek in de groepentheorie, terwijl dit alles tevens in leerboekstijl werd gepresenteerd. Thans is het het meest geciteerde groepentheorieboek.

In de zeven meter groepentheorielectuur in mijn boekenkast staat vanaf 1999 ook C.W. Curtis, *Pioneers of Representation Theory*. Dit werk verenigt concrete groepentheorie, biografieën, geschiedenis van algebra met elkaar. Een absolute aanrader *nu*, als men iemand hier te lande wil uitleggen wat rubriek 20 van de American Mathematical Society M.O.S.-classificatie eigenlijk behelst; de rubrieken 11, 14, 22 zijn namelijk wel genoegzaam bekend.

B. Huppert, *Endliche Gruppen I*, Springer Verlag, 1967; J.W.S. Cassels and A. Fröhlich, *Algebraic Number Theory*, Academic Press, 1967; C.W. Curtis, *Pioneers of Representation Theory* (Frobenius, Burnside, Schur, Brauer, Mollen, E. Noether, Deruijts), American Math. Soc., 1999.

Heel de topologie

Jan Aarts j.m.aarts@its.tudelft.nl

Mijn eerste kennismaking met de echte topologie was de studie van de syllabus *Algemene topologie* door H. de Vries, naar een college van Prof. Dr J. de Groot. Dat moet in 1960 zijn geweest. Het vijfde en laatste hoofdstuk van de syllabus ging over continua en bevatte een verwijzing naar Kuratowski voor de karakterisering van de Jordanboog. Ik was zó onder de indruk van Kuratowski dat het niet lang duurde voordat ik de beide delen *Topologie* zelf aanschafte. In die tijd waren ze overigens, net als alle Oost-Europese boeken, niet zo duur; ik betaalde 30 gulden en 70 cent per deel. Wat de delen zo bijzonder maakt is dat ze een volledige overdekking geven van de algemene topologie. Voor verschillende onderdelen van de topologie, met name Borelklassen, continua, constructie van homeomorfismen door approximatie, was Kuratowski jarenlang de enige referentie. Mijn eerste grote onderzoeksproject betrof een probleem van De Groot over compactificatie en dimensie. Door de uiteenzetting over Borelklassen in Kuratowski kwam ik tot het inzicht

dat je dat probleem op zinnige wijze kon generaliseren door de klasse van compacte ruimten te vervangen door die van de volledige ruimten en meer algemeen door een willekeurige Borelklasse. Ik vond dat een geweldige ontdekking. Uiteindelijk heeft die geleid tot nieuwe inzichten, niet alleen in het oorspronkelijke probleem, maar ook in de dimensietheorie zelf.

De presentatie van *Topologie* is uniek. De theorie wordt stapje voor stapje opgebouwd. Wanneer je het bewijs van een

stelling opzoekt, ontstaat er door de vele verwijzingen en deelbewijzen een vaak redelijk ingewikkeld boomstructuur. Door een enorm uitgebreid notenapparaat is *Topologie* een ware encyclopedie voor de theorie van de separabele metrische ruimten.

Door de Tweede Wereldoorlog verliep de productie van het boek niet zonder problemen. Het eerste deel was in 1933 verschenen. Het tweede deel was bij het uitbreken van de Tweede Wereldoorlog, in 1939, bijna voltooid. Het manuscript kon dankzij de medewerking van het Zwitserse consulaat in Warschau maar net gered worden. Omdat de ontwikkeling van de wiskunde tijdens de oorlog niet overal was blijven stilstaan, moesten na de oorlog de beide delen geactualiseerd worden. Dit leidde tot de tweede druk van deel I in 1948 en de eerste editie van deel II in 1950.

Casimir Kuratowski, *Topologie, Volume I, Quatrième édition, 1958, Volume II, Troisième édition, 1961*, PWN Warszawa; Een Engelstalige bewerking is uitgegeven door Academic Press.

Dwarsverbanden in de analyse

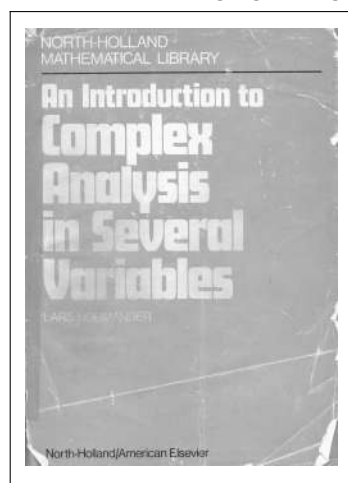
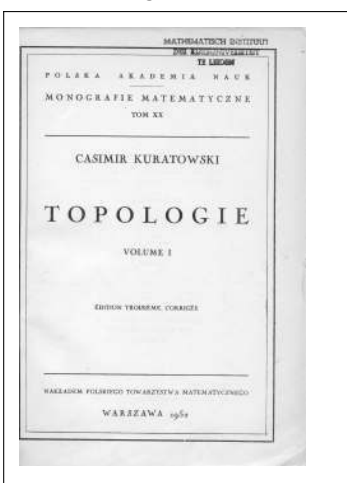
Jan Wiegerinck janwieg@science.uva.nl

Als iemand je vraagt: "Welk wiskundeboek heeft in uw leven op u de meeste indruk gemaakt?", dan is het boek dat meteen in je opkomt het beste antwoord. In mijn geval waren dat er twee: *An introduction to complex analysis in several variables* van L. Hörmander, en *Real and Complex Analysis* van W. Rudin.

Hörmander's boek maakte al na een uur lezen een verpletterende indruk. In twintig bladzijden werd bondig maar volledig ongeveer alles uit de doeken gedaan wat ik indertijd van functietheorie wist. Het duurde nog wel even voor ik verder in het boek kon lezen, ik zal net mijn kandidaats achter de rug hebben gehad. Maar die eerste indruk van Hörmander's schitterende efficiënte stijl heeft mij geholpen later de rest van het boek door te werken. De kern van het boek is Hörmander's L^2 -theorie met gewichten van de Cauchy-Riemann vergelijkingen. Oplosbaarheid van de inhomogene Cauchy-Riemann vergelijkingen op pseudoconvexe gebieden wordt gebruikt om het Levi probleem op te lossen: Op een pseudoconvex gebied in \mathbb{C}^n bestaan holomorfe functies die nergens over de rand van het gebied voortzettaar zijn. Hörmander's L^2 -theorie stelt ons in staat om het bestaan van deze holomorfe functies te bewijzen. Dat geldt ook voor andere holomorfe functies met bepaalde gewenste eigenschappen, denk aan groei, randgedrag of nulverzameling. Het boek markeert wat mij betreft dan ook de overgang van algebraïsche naar analytische tijdperk

in de theorie van functies van meer veranderlijken.

Aan Rudin's boek dacht ik omdat het een belangrijke rol heeft gespeeld bij mijn beslissing om de algebra te verruilen voor analyse. Als student was mijn beeld van analyse vóór Rudin: een stel vakken die weinig met elkaar te maken hebben, sommige saai en andere veel te veel calculus. Rudin's boek is op een aantal Amerikaanse graduate schools de standaard voor het algemeen toelatings-examen op het gebied van reële



en complexe analyse. En terecht! Het behandelt maat- en integratietheorie, lineaire analyse, Fourieranalyse, functietheorie en Banach-algebra's. Deze onderwerpen worden vanaf het begin opgebouwd. Niet al te diep, maar omdat een breed instrumentarium ontwikkeld wordt, kom je toch verder dan je in ieder vak apart zou komen. Rudin heeft erg zijn best gedaan de dwarsverbanden tussen de verschillende takken van analyse te benadrukken en zo te laten zien wat een prachtig bouwwerk dit vak is. Mij heeft hij in ieder geval overtuigd!

L. Hörmander, *An introduction to complex analysis in several variables*, Van Nostrand, 1966 (2-de editie North-Holland/American Elsevier, 1973; W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill 1966, (3-de editie 1987).

Bourbaki: mode d'emploi

Eduard Looijenga looijenga@math.uu.nl

Zonder moeite trek ik uit mijn boekenkast een aantal werken die op mijn wiskundige vorming een stevig stempel hebben gedrukt. Lastiger vind ik het één van de genomineerden tot favoriet te verklaren. Daarom kies ik maar van dit stapeltje de meest gehavende exemplaren. Een oppervlakkig criterium misschien, maar ik blijf dan in handen te hebben Serre's *Cours d'Arithmétique* en N. Bourbaki: *Groupes et Algèbres de Lie*, Ch. 4, 5 et 6, die beide in gelijke mate nog door garen bijeen worden gehouden. Het resultaat stemt mij tevreden en rechtvaardigt zo achteraf de gekozen procedure, ook al zou hierin evenzeer iets in gelezen kunnen worden over de kwaliteit van het bindwerk.

Serre's boekje is een juweel; ik kocht het in 1972 voor de prijs van 12 Francs en daarmee is het veruit de beste investering die ik ooit deed. Zoals bekend heeft Serre enkele generaties wiskundigen (waaronder de mijne) leren schrijven en alleen al om die reden zijn over zijn boeken gemakkelijk kolommen te vullen. Daarom bepaal mij verder tot het Bourbakideel (waarin Serre natuurlijk ook de hand heeft gehad).

Over wat deze schrijver met zijn werk beoogt bestaan bij een enkeling nogal wat misverstanden. De laatste keer dat ik dat ondervond was twee jaar geleden bij het NMC 1999: een spreker, die Bourbaki kennelijk een slechte invloed op het middelbaar onderwijs toeschreef, toonde een transparant, met daarop alleen in grote letters de tekst: *Heeft Bourbaki ooit zijn excuses aangeboden?* Hierover zal wel goed zijn nagedacht, maar de vraag stelde me voor raadsels: excuses waarvoor? Bourbaki maakt op verscheidene plekken duidelijk dat hem het tonen van de architectuur van de wiskunde voorop staat, zodat didactische aspecten hieraan ondergeschikt (maar zeker niet afwezig) zullen zijn. Vandaar dat vermoedelijk nooit eerder in een wiskundig werk

het woord *structuur* zo vaak gebruikt en gekoesterd werd. (Zou Weil soms Lévi-Strauss op een idee hebben gebracht?) In dit verband is het aardig nog eens *Mode d'emploi de ce traité* in Livre I, Théorie des Ensembles (Fascicule des résultats) op te slaan. Dit bestaat uit 13 genummerde paragrafen van een gevarieerd karakter: sommige lijken deel uit te maken van een manifest, andere doen een eenvoudige mededeling, zoals de betekenis van de 'tournant dangereux' (slijpgevaar), het symbool

¶ (moeilijke som) en *aldus geplaatste tekst* (wordt op verantwoorde manier behandeld in een deeltje dat 'later' zal verschijnen). Dat alles gesteld in een bestudeerd, ietwat plechtstatig-literair proza, de taal van iemand die er van overtuigd is dat hij iets gewichtigs begonnen is. Iedere twijfel hierover wordt trouwens uitgesloten door een afbeelding naast deze tekst: Heracles reinigt Augias' stal (een onderschrift ontbreekt, maar het is een foto van een metope van de aan Zeus gewijde tempel in Olympia). Een verwijzing, die in ieder geval in één opzicht tekort schiet, immers overeenkomstig zijn weddenschap voltooide Heracles dit werk in een etmaal. Een halve eeuw later lijkt een verwijzing naar Sisyphus toepasselijker.

Het deeltje waarover ik het wil hebben is mogelijk het meest populaire uit de reeks, maar is er tegelijk ook het minst karakteristiek voor. Het gaat over spiegelsgroepen en wortelsystemen en zoals de titel bevestigt, spelen die twee een voorname rol in de theorie van de Liegroepen en de Lie-algebra's. Niettemin wordt in het boek de theorie bijna zonder verwijzing daarnaar ontwikkeld; de uitzondering is de bespreking van het begrip (B, N) -paar, afkomstig van Tits (en dat Serre daarom voor een angelsaksisch gehoor wel 'pair of Tits' placht te noemen), en de opgaven. Maar het heeft die motivatie ook nauwelijks van node, want het onderwerp behoort in feite tot de kristallografie en de leer der betegelingen, gebieden die het voordeel hebben van onmiddellijke toegankelijkheid. (De definitie van een eindige spiegelsgroep en het classificatieprobleem voor zulke groepen in dimensie drie kan bijna iedereen worden uitgelegd. Er is een direct verband met de classificatie van de regelmatige veelvlakken.) Het onderwerp is een prachtig hoofdstuk uit de wiskunde, dat we op soms onverwachte plaatsen ontmoeten, zoals bij de studie van algebraïsche oppervlakken. In aard is het tegelijk exotisch en rakend aan het alledaagse en lijkt alleen al daarom nauwelijks voor een Bourbakibehandeling in aanmerking te komen. Toch is het juist deze auteur die heeft laten zien dat dit een boek waard was, daarbij trouw blijvend aan zijn stelregel dat het speciale altijd moet volgen op het algemene. Ik ben niet de enige die de invloed er van onderging, want het heeft tot veel (uitnemend) onderzoek geleid, dat hoogstwaarschijnlijk anders veel later het licht gezien zou hebben, niet het minst vanwege de fameuze collectie opgaven. Als een werk over een zeker onderwerp het eerste in zijn soort is, dan heeft de auteur de vrijheid zelf een groot deel van de terminologie (en notatie) te bedenken. Genoeg voorbeelden laten zien dat het normale beoordelingsproces niet altijd bij machte is zulke teksten van minder geslaagde vondsten te zuiveren. Alleen al daarom kunnen we ons gelukkig prijzen dat in dit geval die auteur Bourbaki was.

Sedert het verschijnen van dit deel hebben andere auteurs boeken gewijd aan dit onderwerp en zijn er ook nieuwe delen Bourbaki uitgekomen. Die staan allemaal bij me in de kast en ogen nog als nieuw.

Serre, *Cours d'Arithmétique*, Hermann?, Paris, 1970 en N. Bourbaki: *Groupes et Algèbres de Lie*, Ch. 4, 5 et 6, Hermann, Parijs, 1969

