

Jan van de Craats

Koninklijke Militaire Academie
Postbus 90154, 4800 RG Breda
j.vd.craats@mindef.nl

Ronald van Luijk

Department of Mathematics #3840,
University of California
Berkeley, CA 94720-3840, U.S.A.
rmluijk@math.berkeley.edu

Thijs Notenboom

Hogeschool van Utrecht, FEO, vakgroep wiskunde
Postbus 14007, 3508 SB, Utrecht
j.notenboom@feo.hvu.nl

Wiskunde Olympiade

Op vrijdag 19 januari 2001 wordt op de Nederlandse havo- en vwo-scholen weer de Eerste Ronde georganiseerd van de Nederlandse Wiskunde Olympiade, een wedstrijd voor alle scholieren met belangstelling voor wiskunde. Toptalent is voor deelname niet nodig: plezier beleven aan wiskunde is de hoofdzaak. Maar natuurlijk is de Olympiade ook bedoeld om getalenteerden op te sporen en te stimuleren. Voor de besten is er daarom later een Tweede Ronde, en daarna, wie weet, misschien wel een plaats in het Nederlandse team bij de Internationale Wiskunde Olympiade. Jan van de Craats, Thijs Notenboom en Ronald van Luijk vertellen er meer over.

De eerste Nederlandse Wiskunde Olympiade werd gehouden in 1962. De olympiade van 2001 zal dus de veertigste zijn. Daarmee is de Wiskunde Olympiade veruit de oudste Nederlandse olympiade voor scholieren, wat niet wil zeggen dat er in het buitenland al niet eerder olympiades en soortgelijke wiskundewedstrijden werden gehouden. Met name in Oost Europa kennen zulke competities een lange traditie. In Hongaarse, Russische en Roemeense wiskundecompetities hebben al heel wat latere topwiskundigen hun eerste successen behaald. In 1959 organiseerde Roemenië de eerste Internationale Wiskunde Olympiade, die toen nog uitsluitend een oostblokaangelegenheid was. In 1967 deden er voor het eerst landen uit het westen mee: Groot Brittannië, Frankrijk en Italië, en sinds 1969 is er ook een Nederlands team onder de deelnemende ploegen.

Die eerste Nederlandse olympiade van 1962 was overigens direct een doorslaand succes, er deden 3346 scholieren op 284 scholen aan mee. Het jaar daarna was het aantal iets kleiner (3198 leerlingen op 268 scholen), maar vermeldenswaard is wel de winnaar van de tweede prijs van dat jaar: de toen 17-jarige latere Nobelprijswinnaar Gerard 't Hooft! Die grote deelnemersaantallen zijn daarna nog maar zelden geëvenaard. De laatste jaren schommelen ze rond de 2400. De organisatoren van de olympiade zien het als hun taak om door gericht

te acties de belangstelling voor de olympiade in de toekomst weer een flinke duw in de goede richting te geven.

De Eerste Ronde

Vanaf het begin telt de Nederlandse Wiskunde Olympiade twee ronden: een Eerste Ronde op de scholen en een veel moeilijkere Tweede Ronde die centraal plaatsvindt. Voor de Tweede Ronde, die de laatste jaren steeds op de TU Eindhoven gehouden is, kan men zich kwalificeren door in de Eerste Ronde genoeg punten te scoren. In de loop der jaren is de opzet van de olympiade enige malen aangepast, maar het hoofddoel is altijd gebleven het enthousiasmeren van de jeugd voor uitdagende, creatieve wiskunde, en het opsporen en stimuleren van wiskundig talent. De Eerste Ronde kent daartoe naast leuke, puzzelachtige vragen die niet al te moeilijk zijn, ook enkele pittige opgaven. Er wordt altijd naar korte antwoorden gevraagd die gemakkelijk door de leraar op school kunnen worden nagekeken aan de hand van een correctiemodel. De scores worden vervolgens centraal verzameld, en de cesuur voor de Tweede Ronde wordt zo vastgesteld dat daar ruim honderd scholieren aan kunnen meedoen. Ter controle wordt het werk opgevraagd van degenen die de cesuur gehaald hebben en daarna krijgen de geselecteerden een officiële uitnodiging. Om geen talent verloren te laten gaan, ontvangen sinds enige jaren ook de besten van de Kangoeroe-wedstrijd en de Pythagoras Olympiade een uitnodiging voor de Tweede Ronde voor zover ze zich al niet via de Eerste Ronde hebben geplaatst.

Scholenprijs en Tweede Ronde

Sinds 1979 worden na de Eerste Ronde de scores van de beste vijf deelnemers per school bij elkaar opgeteld. De school met de hoogste totaalscore wint de door Shell ingestelde *scholenprijs*, een fraaie wissel-sculptuur waarop de namen van alle scholen vermeld staan die de prijs ooit gewonnen hebben. Daarnaast zijn er natuurlijk ook individuele be-

kers voor de vijf prijswinnaars en een permanente herinneringsbeker voor de school. De uitreiking van de scholenprijs is een feestelijke gebeurtenis die traditioneel op de prijswinnende school plaatsvindt. In 2000 was het Elzendaalcollege in Boxmeer de trotse winnaar.

De Tweede Ronde is nog pittiger. Nu gaat het niet om korte antwoorden, maar om volledige uitwerkingen van lastige opgaven, die door een deskundige jury worden beoordeeld. De beste tien zijn de prijswinnaars. Zij worden tijdens een feestelijke bijeenkomst op de TU Eindhoven in het zonnetje gezet in aanwezigheid van ouders, leraren, universitaire wiskundigen, sponsors, hoogwaardigheidsbekleders en andere belangstellenden.

Training voor de Internationale

Aansluitend op de prijsuitreiking van de Tweede Ronde vindt het eerste trainingsweekend voor de Internationale Wiskunde Olympiade plaats. Alle prijswinnaars, alsmede een aantal veelbelovende sub-toppers die nog niet in hun examenjaar zitten, worden daarvoor uitgenodigd.

De training wordt geleid door drs. J.G.M. Donkers van de TU Eindhoven, samen met enkele studenten die ooit zelf aan een Internationale Olympiade hebben meegedaan. Op dat eerste weekend in november leren zo'n vijftien leerlingen elkaar kennen. Ze ontdekken dan dat er nog heel wat leeftijdsgenoten zijn die het leuk vinden om een deel van hun vrije tijd te besteden aan wiskunde. Verder leren ze tijdens dit weekend de beginselen kennen van de euclidische meetkunde en de getaltheorie, en het principe van volledige inductie. Samen werken ze aan veel opgaven, van eenvoudig tot zeer lastig. In juni is er een tweede trainingskamp, dat een week duurt. Intussen hebben de jonge wiskundigen lesbrieven mee naar huis gekregen, waarmee ze verder kunnen werken en studeren. Door de druk van het tegenwoordige studiehuis blijken zij hier helaas steeds minder tijd voor te hebben. Mede daarom komen de scholieren sinds twee jaar naast de genoemde trainingskampen ook nog elke twee maanden een dag bij elkaar. Het afgelopen jaar was de trainingsploeg tijdens de trainingsweek te gast bij het sterrenkundig instituut ASTRON in Drenthe. De laatste dag van deze week kregen de leerlingen een toets. Mede op basis van de resultaten daarvan werd het team van de zes vertegenwoordigers van Nederland samengesteld. Een maand later, half juli, vond de wedstrijd plaats waar het allemaal om ging, de Internationale Wiskunde Olympiade, die in 2000 gehouden werd in Zuid-Korea.

Voor het komende jaar staat een soortgelijk trainingsschema op het programma. In feite is het al begonnen op het moment dat dit num-



Figuur 2 Deelnemers aan de IWO in Korea. De jongens zijn (v.l.n.r.) Vincent Groenhuis, Allard Veldman, Jeroen van Wolffelaar. De meisjes zijn deelnemers uit Trinidad en Tobago. De overige Nederlandse deelnemers waren Peter Bruin, Arjen Stolk en Jan Tuitman.

mer verschijnt. De Internationale Wiskunde Olympiade 2001 zal in juli plaatsvinden in de Verenigde Staten van Amerika.

41e Internationale Wiskunde Olympiade

Het decor van de 41e Internationale Wiskunde Olympiade werd gevormd door de Zuid-Koreaanse miljoenenstad Taejon. De Nederlandse ploeg, begeleid door Ronald van Luijk en jurylid Jan Donkers, was al drie dagen eerder in Seoel gearriveerd om de jetlag te verwerken. Het team heeft daar een van de bekendste paleizen van Korea bezocht, genoten van het lokale eten en gewandeld in het olympisch park dat is overgebleven na de zomerspelen van 1988. Natuurlijk werd er ook nog even stevig getraind. Alle 82 landenteams troffen elkaar op 13 juli in Taejon. Er waren al veel internationale vriendschappen gesloten toen de Zuid-Koreaanse premier de Olympiade officieel opende. Met typisch Koreaanse dans en muziek werd iedereen welkom geheten.

De volgende ochtenden waren het belangrijkste. Twee keer kregen de 461 deelnemers drie zeer lastige opgaven voorgeschoteld. Slechts gewapend met pen, papier, passer en geodriehoek kregen ze telkens vier en een half uur de tijd om de drie problemen aan te pakken. De olympiade is een individuele wedstrijd, dus er mag niet worden samengewerkt. Na afloop bleek de spanning niet minder dan tevoren. Terwijl de begeleiders van elk land aan het nakijken waren, was er voor de leerlingen een tweedaagse excursie georganiseerd. Na half Zuid-Korea doorkruist te hebben, kregen ze onderweg de uitslag te horen. Twee van onze strijders behoorden tot de gelukkigen die een medaille kregen, Vincent Groenhuis en Allard Veldman. De scores komen als volgt tot stand. Voor elke opgave zijn 7 punten te verdienen, wat betekent dat het maximaal te behalen aantal punten per persoon 42 bedraagt. Het is traditie dat ongeveer de helft van het totale deelnemersaantal een medaille krijgt: goud, zilver of brons, ongeveer in de verhouding 1 : 2 : 3. De moeilijkheidsgraad van de opgaven kunt u zelf beoordelen, zie de inzet op de volgende pagina, maar ze blijkt ook uit de cesuren: vanaf 30 punten goud, vanaf 21 punten zilver, en vanaf 11 punten brons. Eervolle vermeldingen waren er voor alle deelnemers die geen medaille behaalden, maar wel een opgave foutloos oplosten.

Natuurlijk worden er ook altijd officiële landentotalen opgemaakt door de scores van de zes deelnemers van elk land bij elkaar op te tellen. Het maximum bedraagt dan 252, maar dat werd bij lange na niet gehaald. Overigens, zowel de top drie, de top tien, als de top twintig van het landenklassement zijn op een permutatie na de laatste



Figuur 1 De uitreiking van de scholenprijs op het Elzendaalcollege. Van links naar rechts Roland Wind, Tim Flachs, Nellie Teunissen, Bart Kerkhoff en Frank van der Graaff. Daarachter hun docent Herman Alink. Achter de microfoon: Jan van de Craats, die de prijs uitreikte.

jaren bijna steeds hetzelfde. Met 218 punten was China ook dit jaar weer het beste, op de voet gevolgd door Rusland met 215 punten. Na de Verenigde Staten op de derde plaats met 184 punten volgde het gastland Zuid-Korea met 172. Met 60 punten kwamen Nederland en Letland op een gedeelde 46-ste plaats, dus iets onder het midden (er waren 82 landenteams). België en Luxemburg (de laatste met slechts vier deelnemers) deelden samen de 53-ste plaats, elk met 51 punten. Dat sommige landen elk jaar weer hoog scoren komt niet alleen doordat ze veel groter zijn; ook een zeer intensieve training verklaart veel van het succes. Bovendien ligt de schoolwiskunde in sommige landen veel dichterbij de academische wiskunde dan in Nederland. Er zijn zelfs landen met speciale scholen waar veel nadruk op wiskunde ligt.

Na een 'Korean culture night' met veel dans en muziek volgde de prijsuitreiking. De 12 lange dagen werden afgesloten met een grote barbecue. Tijdens dit feest deden enkele landen spontaan een klein optreden. Het meest opvallend waren de leerlingen van de verschillende landen uit het vroegere Joegoslavië, die gezamenlijk een lied ten gehore brachten.

Bij de deelnemers, die nog steeds bijna allemaal mannelijk zijn, laat de Olympiade altijd een onvergetelijke indruk achter. De meesten hebben op school bij wiskunde niet veel te doen. Het werken aan leuke en veel moeilijkere opgaven vormt een geweldige stimulans, die direct invloed heeft op de studiekeuze. De meesten gaan wiskunde studeren, vaak met een tweede studie erbij, zoals informatica of natuurkunde. Tijdens de Internationale Olympiade breiden zij hun vriendenkring uit tot in alle hoeken van de wereld. Tevens maken de deelnemers veel contacten tijdens de training in Nederland, zowel onderling als met de studenten die helpen bij de training. Wanneer ze naar de universiteit gaan voelen ze zich hierdoor snel thuis. Het is dan ook niet ongewoon dat ze zich naast hun studie nog op andere manieren voor de wiskunde gaan inzetten, bijvoorbeeld bij de stichting Vierkant, bij het blad Pythagoras of door te helpen bij de training van de Olympiade.

Drie leden van de Nederlandse ploeg in Zuid-Korea zijn wiskunde gaan studeren, in Leiden, Utrecht en Groningen. De andere drie hebben nog geen eindexamen gedaan en komen dus in aanmerking om volgende zomer weer mee te gaan. Dan zal Washington twee weken lang bevolkt worden door zo'n 500 wiskundigen-in-de-dop.

Mensen achter de olympiade

Natuurlijk steunt ook de Nederlandse Wiskunde Olympiade op de bijdragen van sponsors uit het bedrijfsleven en het onderwijsveld. Maar nog veel belangrijker is de inzet van mensen die belangeloos hun enthousiasme voor de wiskunde op de jeugd overbrengen: leraren, wiskundestudenten en beroepswiskundigen. Op meer dan tweehonderd scholen zetten leraren zich voor de Olympiade in. De leden van de vraagstukkencommissie verzinnen elk jaar weer nieuwe, verrassende en inspirerende opgaven voor de Eerste en de Tweede Ronde. Scholieren die prijzen winnen bij de Nederlandse of de Internationale Wiskunde Olympiade vormen later als student een landelijk netwerk van vraagstukkenoplossers en -bedenkers, waaruit weer instructeurs bij de IWO-training gerecruteerd kunnen worden. Met ere mag verder de steun genoemd worden die de organisatie ontvangt van twee instellingen: het CITO, waar het secretariaat gevestigd is, en de Technische Universiteit Eindhoven die Jan Donkers al jarenlang in de gelegenheid stelt om een substantieel deel van zijn tijd te besteden aan organisatie- en trainingsactiviteiten, en die ook op allerlei andere manieren faciliteiten ten behoeve van het olympiadewerk beschikbaar stelt. En ook daar zijn het weer mensen, namelijk bestuurders met visie, die dit alles mogelijk maken. ◀

Opgaven Internationale Wiskunde Olympiade 2000

Probleem 1 Twee cirkels Γ_1 en Γ_2 snijden elkaar in de punten M en N . Laat l de gemeenschappelijke raaklijn zijn aan Γ_1 en Γ_2 zodat M dichterbij l dan N . l raakt Γ_1 in A en Γ_2 in B . De lijn door M evenwijdig aan l snijdt Γ_1 nog in C en Γ_2 nog in D . De lijnen CA en DB snijden elkaar in E , de lijnen AN en CD snijden elkaar in P en de lijnen BN en CD snijden elkaar in Q . Bewijs dat $EP = EQ$.

Probleem 2 Laat a, b en c positieve reële getallen zijn zodanig dat $abc = 1$. Bewijs dat:

$$\left(a - 1 + \frac{1}{b}\right) \left(b - 1 + \frac{1}{c}\right) \left(c - 1 + \frac{1}{a}\right) \leq 1.$$

Probleem 3 Zij $n \geq 2$ een positief geheel getal. In het begin zitten er op een horizontale lijn n vlooiën, niet allemaal in hetzelfde punt. Bij een positief reëel getal λ definiëren we op de volgende manier een zet: Kies twee vlooiën, bij de punten A en B , waarbij A links ligt van B . De vlooi bij A springt naar een punt C op de lijn rechts van B waarbij $BC/AB = \lambda$.

Bepaal alle waarden van λ , zodat voor ieder punt M van de horizontale lijn en iedere beginpositie van de n vlooiën, er een eindige reeks van zetten bestaat, waarbij alle vlooiën terecht komen op plaatsen rechts van M .

Probleem 4 Een goochelaar heeft 100 kaarten, genummerd van 1 tot en met 100. Hij doet ze in drie dozen, een rode, een witte en een blauwe doos, zodat in iedere doos tenminste één kaart zit. Iemand uit het publiek kiest twee van de drie dozen, neemt uit ieder van de gekozen dozen een kaart en maakt de som van de getallen op de gekozen kaarten bekend. Met dit gegeven is de goochelaar in staat de doos aan te wijzen waaruit géén kaart is genomen. Op hoeveel manieren kan de goochelaar alle kaarten in de dozen doen zodat de truc altijd werkt? (Twee manieren worden als verschillend beschouwd als tenminste één kaart in een andere doos wordt gedaan.)

Probleem 5 Bepaal of er een positief geheel getal n bestaat, zodanig dat n door precies 2000 verschillende priemgetallen deelbaar is en $2^n + 1$ deelbaar is door n .

Probleem 6 Laat AH_1 , BH_2 en CH_3 de hoogtelijnen zijn in de scherphoekige driehoek ABC . De ingeschreven cirkel van driehoek ABC raakt de zijden BC , CA en AB in respectievelijk de punten T_1 , T_2 en T_3 . De lijnen l_1 , l_2 en l_3 zijn de gespiegelden van respectievelijk H_2H_3 , H_3H_1 en H_1H_2 in respectievelijk de lijnen T_2T_3 , T_3T_1 en T_1T_2 . Bewijs dat de hoekpunten van de driehoek, die door de lijnen l_1 , l_2 en l_3 wordt bepaald, op de ingeschreven cirkel van driehoek ABC liggen.

Meer informatie

Fred Bosman, Citogroep

Postbus 1034, 6801 MG, Arnhem

Telefoon: 026-3521294

E-mail: fred.bosman@citogroep.nl

<http://olympiads.win.tue.nl/nwo/>