

Henk Broer

Instituut voor Wiskunde en Informatica, Universiteit Groningen

Postbus 800, 9700 AV Groningen

broer@math.rug.nl

Boekbespreking

De man die de dimensiebarrière brak

Exacte wetenschappen zijn heden ten dage niet populair bij jongeren of politici. Daarentegen verschijnen met de regelmaat van de klok romans over wetenschap en wetenschappers. De levens van de twintigste-eeuwse wiskundigen John Nash en Paul Erdős zijn interessant genoeg voor hele biografieën. Hetzelfde geldt voor Steve Smale, wiens biografie hier besproken wordt door Henk Broer.

Groots en meeslepend wil ik leven
H. Marsman

Op 15 juli 2000 werd de Amerikaanse wiskundige Stephen Smale zeventig jaar oud. Dit werd gevierd in zijn huidige woonplaats Hong Kong. Smale speelde een centrale rol in verschillende deelgebieden van de wiskunde, variërend van topologie, dynamische systemen en mathematische economie tot algoritmen. Voor zijn werk aan het hogerdimensionale Poincaré-vermoeden ontving hij in 1966 op het Internationaal Mathematisch Congres te Moskou de Fields-medaille, het wiskundige analogon van de Nobelprijs.

Te zelfder tijd, midden in de Koude Oorlog, was Smale actief in het verzet tegen de Vietnam-oorlog. Tijdens een persconferentie in Moskou vergeleek hij het optreden van de Amerikanen in Vietnam met de Russische inval in Hongarije, tien jaar daarvoor. Deze moedige daad haalde de voorpagina van de New York Times. Smale kwam mede hierdoor in conflict met zijn Amerikaanse geldschieter, de National Science Foundation. Niettemin is uiteindelijk alles goed gekomen en doorliep hij een glanzende loopbaan aan de University of California te Berkeley. Daar bovenop had Smale het grootste succes dat een wetenschapper zich kan wensen: hij werd een van de Founding Fathers van een vrijwel nieuw vakgebied 'dynamische systemen'. Vanuit Berkeley verspreidde zijn school zich over Amerika en Europa. Dit proces begon in het einde der jaren '60, maar de invloed ervan breidt zich tot op de huidige dag nog steeds uit.

Als wiskundig onderzoeker moest Smale noodzakelijkerwijs veel reizen, hetgeen hem in de gelegenheid stelde een prachtige privé-collectie van minerale stenen aan te leggen. In de loop van 30 à 40 jaar is deze collectie uitgegroeid tot een der besten ter wereld. Zijn aan- en verkoopbeleid wordt zeer risicovol genoemd.

Er vallen heel wat superlatieven in deze korte levensbeschrijving van Steve Smale. Hoewel hij nogal verlegen oogt, blijkt zijn ambitie uit de risico's die hij neemt en uit de onconventionele manier waarop hij dit doet. Tijdens zijn carrière is hij regelmatig van vakgebied veranderd. Steeds opnieuw lukte het hem erkenning te krijgen en bij de top te horen. Dit stempelt Smale tot een uitzonderlijk mens en tot een interessante figuur, iets wat overigens bij goede wiskundigen lang niet altijd het geval is. In ieder geval was het reden genoeg voor Steve Batterson een biografie over hem te schrijven, met als titel *The Mathematician Who Broke the Dimension Barrier*.

Dynamische systemen

In het begin van de twintigste eeuw werden door Poincaré en Birkhoff meetkundige methoden geïntroduceerd in de theorie van niet-lineaire dynamische systemen. In de jaren 60 en 70 daarna werd deze meetkundige inbreng hernieuwd, beginnend met namen als René Thom en Steve Smale, daarna onder meer door Christopher Zeeman en vele anderen. John Milnor volgde rond 1980. Thom (1958), Milnor (1962) en Smale (1966) zijn Fields-medailisten, alle drie voor hun werk in de (differentiaal)topologie. Thom en Zeeman zijn bij een groter publiek bekend geworden door de roemruchte catastrofe-theorie.

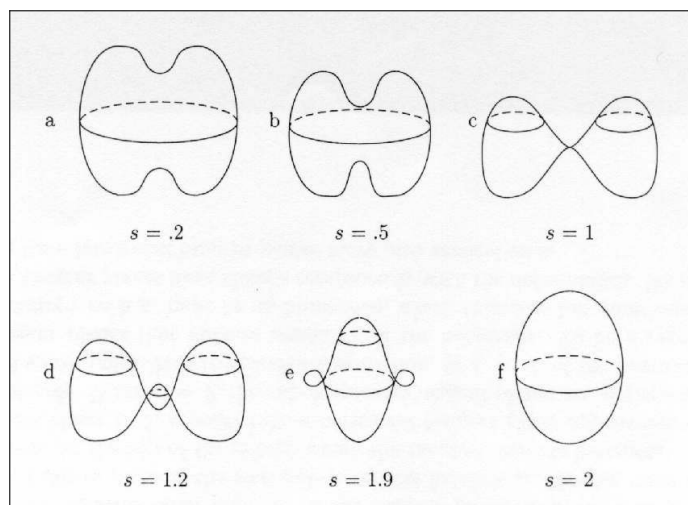
De impact van deze meetkundigen was enorm en werd versterkt door de gelijktijdige opkomst van de elektronische computer, waardoor de mogelijkheid ontstond aan concrete niet-lineaire systemen van alles en nog wat te berekenen en te visualiseren.

Vanuit Berkeley verspreidde de Smale-school zich over het Amerikaanse continent. In de Verenigde Staten via onder meer Nancy Kopell, John Guckenheimer, John Franks, Clark Robinson, Sheldon Newhouse, Bob Devaney, David Fried en Lai-Sang Young. Jacob Palis bracht deze cultuur naar Zuid-Amerika: als wetenschappelijk directeur heeft hij het instituut IMPA in Rio de Janeiro tot grote bloei gebracht. In Europa mag Floris Takens genoemd worden, die sterk door René Thom werd beïnvloed en die een bloeiende samenwerking met Palis heeft opgebouwd. Doordat de communicatie tussen Oost en West tijdens de Koude Oorlog zeer slecht was, vond een gedeeltelijk onafhankelijke ontwikkeling van het vakgebied plaats in de voormalige Sowjet Unie; ik noem slechts de namen Dmitri Anosov en Vladimir Arnol'd. Gelukkig

is de communicatie sinds de val van de Muur een stuk verbeterd.

In de jaren 60 en 70 was het vakgebied dynamische systemen nog in opkomst en had daardoor iets van de kleinschaligheid en eenheid die de hele wiskunde rond 1900 had. Vele participanten hadden een goed overzicht en deelden op internationale conferenties enthousiast elkaars vorderingen. Menigeeen hield zich met zowel fundamentele zaken als met toepassingen bezig. Thom en Smale, trendsetters van het eerste uur [10], [11], bepaalden grotendeels de agenda van het nieuwe gebied. In de geest van Morse en Whitney werd in plaats van naar individuele dynamische systemen gekeken naar de ruimte van alle systemen in een bepaalde context (conservatief, dissipatief, gradiënt-achtig, reversibel of symmetrisch, enzovoorts).

Binnen zo'n ruimte van systemen introduceerde Smale het begrip 'generieke eigenschap' — een dergelijke eigenschap geldt voor een open en dichte (of residuale) deelverzameling. Hiermee kon onderscheid gemaakt worden tussen het algemeen geldige en het pathologische. De eigenschap 'structureel stabiel' werd ingevoerd als karakterisering van systemen waarvan de dynamica nauwelijks verandert bij kleine storingen. Een tijd lang was de opdracht te bewijzen dat structurele stabiliteit, binnen de gegeven context, een generieke eigenschap is. Deze opdracht is nadien in veel opzichten genuanceerd, en ook aangepast voor klassen oneindig dimensionale systemen, zoals bepaalde partiële differentiaalvergelijkingen of delay-vergelijkingen. Het toepassingsgebied heeft zich inmiddels enorm vergroot, variërend van economie en mathematische fysica tot biologie en geneeskunde. Opgemerkt wordt dat termen als 'chaos' en 'strange attractor' van later



Figuur 1 Uit Stephen Smale: *The Mathematician Who Broke the Dimension Barrier*: een niet-gladde manier om de 2-sfeer binnenstebuiten te keren.

datum zijn, zie [6], [9] en opnieuw [5]. Een deel van het toenmalige Russische programma is te vinden in [1].

Het werk van Smale

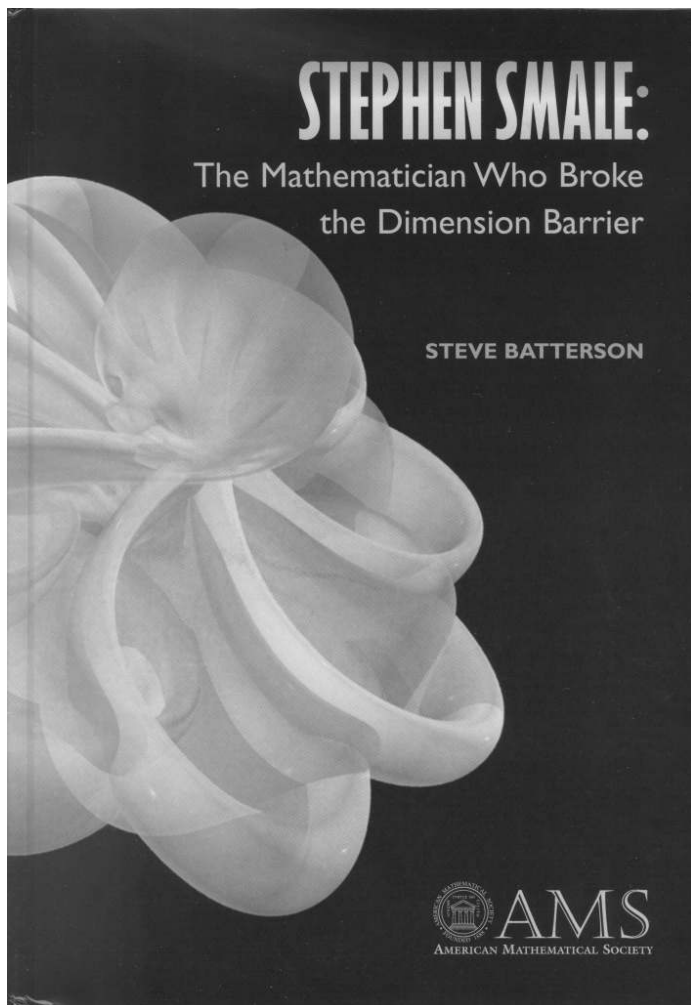
Steve Smale vestigde voor het eerst de aandacht op zich door het glad binnenste buiten keren van de 2-sfeer. Dit is een nogal tegen-intuïtief resultaat: de meest voor de hand liggende methoden geven aanleiding tot niet-gladde knikken, zie figuur 1.

Smale kreeg zijn Fields-medaille voor zijn bewijs van het Poincaré-vermoeden voor dimensies groter dan 4. Het Poincaré-vermoeden vormt onderdeel van de theorie die poogt variëteiten te classificeren met algebraïsch topologische invarianten. In dimensie 2 is dit nog gemakkelijk: oriënteerbare oppervlakken worden volledig gekarakteriseerd door hun geslacht, ofwel het 'aantal gaten' dat erin voorkomt. Zo heeft de 2-sfeer geslacht 0 en de 2-torus geslacht 1. In hoger dimensie is het ingewikkelder soortgelijke invarianten als 'geslacht' te formuleren, vandaar dat zelfs Batterson er zich niet aan waagt. Zie echter [4] voor nadere details. Het n -dimensionale Poincaré-vermoeden gaat alleen over het karakteriseren van de n -sfeer. Dat Smale dit probleem oploste voor $n > 5$ was eens te meer verrassend: alle experts hadden verwacht dat het hoger-dimensionale geval juist veel moeilijker zou zijn dan dat in de dimensies 3 en 4; vandaar de titel van de onderhavige biografie. Later bevestigde Mike Freedman het 4-dimensionale vermoeden. Het 3-dimensionale geval is nog steeds open. Het kan eenvoudig geformuleerd worden als: *elke compacte, enkelvoudig samenhangende, 3-dimensionale variëteit is homeomorf met de 3-sfeer*.

In 1959 trok Smale met zijn gezin naar Rio de Janeiro, voor een langer bezoek aan Mauricio Peixoto en IMPA. Daar, maar ook aan de stranden van Rio, werkte hij zowel aan het hoger-dimensionale Poincaré-vermoeden als aan de hoefijzer-afbeelding (horseshoe map). Hoewel hij voor zijn werk aan het eerste in 1966 de Fields-medaille kreeg, heeft zijn werk aan het tweede hem hoogstwaarschijnlijk in bredere kring beroemd gemaakt. Voor een tamelijk recent overzicht over Smales werk, zie [4].

Persoonlijke details

Battersons biografie bevat interessante geschiedenissen rond het Internationaal Mathematisch Congres en de relatie tussen Nobelprijs en Fields-medaille. Bij het laatste worden aardige roddels over Alfred Nobel verteld, — en ontzenuwd. Overigens wordt niet vermeld dat recente-



lijk Jean-Christophe Yoccoz de eerste Fields-medaille ontvangen heeft voor werk in de dynamische systemen.

De bruisende beginperiode van het vakgebied wordt goed beschreven. Het boek is voorzien van een aantal fraaie appendices over het binnenste buiten keren (everteren) van de 2-sfeer, de hoefijzer-afbeelding en het Poincaré-vermoeden.

De beschrijvingen en de oordelen over Smale zelf zijn weinig afstandelijk en soms geschreven met een humorloze Amerikaanse politieke correctheid. Zo krijgt Smale zelf het woord over zijn al dan niet vermeende promiscuïteit. Smale was jong in de tijd van Kennedy, maar de biografie is geschreven in de Clinton-periode.

Ronduit saai vond ik gedeelten waarin het conflict rond de vaste aanstelling van Jenny Harrison in Berkeley beschreven wordt. Het is niet makkelijk een smeuge biografie te schrijven over levende personen. Steve Batterson, zelf gepromoveerd bij John Franks, heeft duidelijk ontzag voor zijn wetenschappelijke grootvader.

Toch valt voor mij de balans niet negatief uit. Voor wetenschappers valt uit deze biografie veel lezenswaardigs te halen. En Steve Smale is een interessante persoon om meer over te weten. Een dergelijke 'inside look' in onze *small world* kan heel leerzaam zijn (zie [7]).

Tegen de versnippering

Wiskunde ligt op dit moment niet goed in de markt bij jongeren en politici. Waar deze trend vandaan komt is niet duidelijk, maar het spook der versnippering draagt er zeker aan bij. Vanuit de wiskunde is er een behoefte aan enthousiasmerende producten. In dat licht scoort de onderhavige biografie zeker niet slecht en kan een vrij groot publiek aanspreken. Een vergelijking met [2] en [3] dringt zich op. Het eerste werk is historisch wel erg degelijk, terwijl het tweede teveel wiskundige dieventaal bevat. Batterson heeft een tamelijk gelukkige mix gekozen, maar zijn biografie zal volgens mij toch niet zo'n kassa-succes worden als James Gleicks *Chaos* [5].

Stephen Smale, *The Mathematician Who Broke the Dimension Barrier*, American Mathematical Society, Providence 2000. 306 p., \$35, ISBN 0-8218-2045-1.

Referenties

- 1 Arnol'd, V.I., Avez, A., *Problèmes Ergodiques de la Mécanique Classique*, Gauthier-Villars, Parijs, 1967.
- 2 Barrow-Green, J., Poincaré and the Three Body Problem, *History of Mathematics* 11, American Mathematical Society, Providence / London Mathematical Society, London, 1997.
- 3 Diacu, F., Holmes, P., *Celestial Encounters, The Origins of Chaos and Stability*, Princeton University Press, New Jersey, 1996.
- 4 Hirsch, M.W. et al., eds. *From Topology to Computation: Proceedings of the Smalefest*. Springer-Verlag, New York, 1993.
- 5 Gleick, J., *Chaos – Making a New Science*, Penguin, New York, 1987.
- 6 Lie, T.-Y., Yorke, J.A., Period three implies chaos, *Am. Math. Monthly* 82 (1975), 985–992.
- 7 Lodge, D., *Small World*, Penguin Books, London, New York, 1984.
- 8 Moser, J.K., *Stable and Random Motions in Dynamical Systems*, Princeton University Press, New Jersey, 1973.
- 9 Ruelle, D. and Takens, F., On the nature of turbulence, *Commun. Math. Phys.* 20 (1971), 167–192; 23 (1971), 343–4.
- 10 Smale, S., Differentiable dynamical systems, *Bull. Am. Math. Soc.* 73 (1967), 747–817.
- 11 Thom, R., *Stabilité Structurelle et Morphogénèse*. Benjamin, New York, 362 pp., 1972.

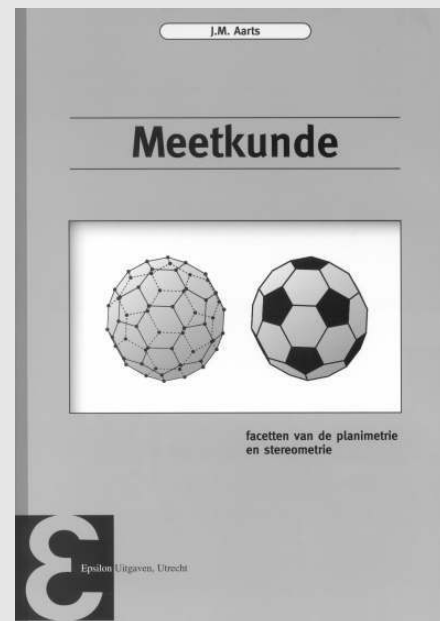
(advertentie)

Epsilon Uitgaven

Deel 47, *Meetkunde, facetten van de planimetrie en stereometrie*
auteur: J.M. Aarts

Een systematische presentatie van de vlakke- en ruimtemeetkunde. Geschreven vanuit het gevoel van: 'wat zit de wereld van de wiskunde toch mooi in elkaar'.

Prijs NLG 52,50, voor leden van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren NLG 40,-. 400 blz., ISBN 90-5041-060-X



Andere boeken over meetkunde

Deel 9, O. Bottema, *Hoofdstukken uit de elementaire meetkunde*, 144 blz., NLG 29,50

Deel 26, M. Kindt, *Lessen in projectieve meetkunde*, 288 blz., NLG 42,50

Deel 39, J. van IJzeren, *Moderne planimetrie*, 208 blz., NLG 24,50

Deel 44, Henk Broer, *Meetkunde en fysica*, 288 blz., NLG 42,50

Uit de Zebrareeks (NLG 16,75 per stuk)

Deel 2, Agnes Verweij en Martin Kindt, *Perspectief, hoe moet je dat zien?*

Deel 4, Wim Kleijne en Ton Konings, *De gulden snede*

Deel 6, Frits Beukers, *Pi*

Deel 7, Peter Lanser, *De laatste stelling van Fermat*

Deel 8, Harrie de Swart, *Verkiezingen, een web van paradoxen*

Overige nieuwe boeken

Deel 45, Jan van de Craats, *Vectoren en matrices, een inleiding in de lineaire algebra*, 240 blz., NLG 37,50

Deel 46, C.R. Traas, H.G. ter Morsche en R.M.J. van Damme, *Splines en wavelets*, 240 blz., NLG 37,50

Deel 48a, M. de Gee, *Wiskunde in werking A, vectoren en matrices toegepast*, 288 blz., NLG 42,50

Bestellen

Bij de boekhandel of door overmaking op girorekening 5660167 van Epsilon Uitgaven te Utrecht onder vermelding van de gewenste delen.