

Een eeuw wiskunde in boeken

In het kader van het Wereld Wiskundig Jaar 2000 besteedt het Nieuw Archief aandacht aan de 'oogst' van een eeuw wiskundeboeken. Verschillende wiskundigen werd de volgende vraag voorgelegd: "Welk wiskundeboek heeft in uw leven op u de meeste indruk gemaakt?" Hieronder staan zes nieuwe bijdragen. Lezers van het Nieuw Archief worden uitgenodigd een bijdrage te leveren aan de volgende nummers. Uw favoriete boek kan een wetenschappelijk werk zijn, maar ook een studieboek of populair boekwerk dat u als buitengemeen stimulerend hebt ervaren. Stuur uw tekst (ongeveer 350 woorden) naar: naw@math.leidenuniv.nl

Les tenseurs

Gijs M. Tuynman Gijs.Tuynman@agat.univ-lille1.fr

Multi-lineaire algebra, en met name de uitwendige algebra, is een onderwerp dat in het standaard curriculum van een wiskundestudent bij mijn weten nog steeds niet voor komt. En toch is dit onderwerp van fundamenteel belang voor onder andere de differentiaalmeetkunde, een onderwerp dat weer wel in het curriculum voorkomt. Daar wordt het snel af gedaan, meestal in een verkorte en ietwat verminkte vorm. Toen ik destijds als student colleges natuurkunde volgde, had ik moeite met 'tensoren'. Die werden omschreven als objecten die transformeerden, en ik kon maar niet begrijpen waarom dat nodig moest. In het inleidende college differentiaalmeetkunde kwamen tensoren niet direct aan de orde. Wel werden differentiaalvormen gedefinieerd, en wel als alternerende functies op vectorvelden. En toen, een keer op vakantie in Parijs, snuffelend in boekwinkels, viel mijn oog op het boek *Les Tenseurs* van Laurent Schwartz. De eerste pagina begon met de definitie van het tensorproduct van twee vectorruimten. Niet alleen was de definitie direct duidelijk, al verder bladerend zag ik dat ook de uitwendige algebra uitgebreid behandeld werd. Natuurlijk heb ik het meteen gekocht. Ik heb het met heel veel plezier bestudeerd en een heleboel half begrepen zaken vielen op hun plaats. Door zijn helderheid heeft dit boek grote indruk op me gemaakt, en ik raad het nog steeds al mijn studenten aan het te lezen. Bovendien is het het enige boek over dit onderwerp op dit elementaire niveau (het beperkt zich tot vec-

torruimten en maakt slechts een enkele zijdelingse opmerking over modulieren over commutatieve ringen) dat ik ken. Het is voor mij een 'eye-opener' geweest die mij gesterkt heeft om met wiskunde door te gaan.

Laurent Schwartz, *Les Tenseurs*, Hermann, Paris, 1975.

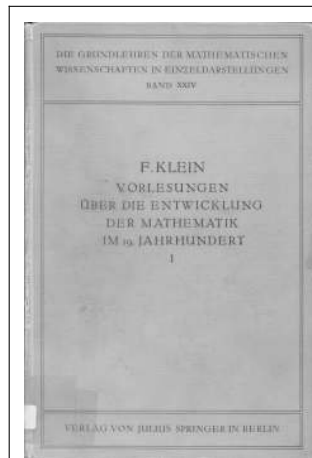
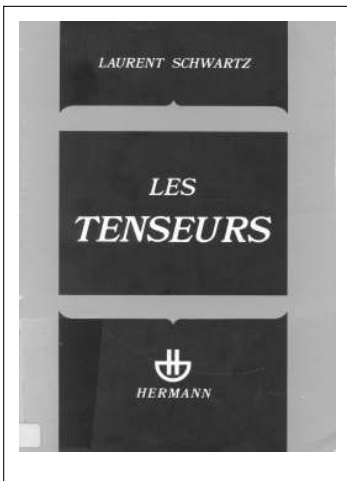
Voordrachten in kleine kring

Jan Stevens stevens@math.chalmers.se

Met het aanschaffen van wiskundeboeken ben ik eigenlijk pas als promovendus begonnen. Wat de reden was Kleins boek over de wiskunde in de 19de eeuw te kopen, kan ik niet meer achterhalen, waarschijnlijk een algemene interesse voor de geschiedenis van de wiskunde. Wat ik kreeg was een boek waar je ook nog heel wat wiskunde uit kunt opsteken.

Ontstaan uit voordrachten in kleine kring bij Felix Klein thuis tijdens de eerste wereldoorlog, richt dit boek zich (volgens de inleiding) tot een algemeen publiek, wat grote beperkingen oplegt aan de inhoud. Een boek zonder formules ligt in de lijn der verwachting. Niets van dat alles. Al het eerste hoofdstuk over Gauss gaat diep in op elliptische functies en modulaire vormen, in eigentijdse notatie (Gauss zou dit allemaal al geweten hebben). Klein heeft in de tweede helft van de 19e eeuw belangrijke rol in de wiskunde gespeeld, later vooral organisatorisch. Dat maakt Kleins memoires interessant, en dit boek kan als zijn wiskundige memoires opgevat worden. Op de voorgrond staan echter de ontwikkelingslijnen in de wiskunde. Klein schuwt daarbij niet om dieper op zaken in te gaan, zonder al te technisch te worden. Hierbij gaat de meeste aandacht uit naar gebieden waaraan hij zelf gewerkt heeft (invariantentheorie, functietheorie en meetkunde). Tamelijk uitgebreid gaat Klein in op Riemanns ideeën over algebraïsche krommen en de daarop volgende ontwikkelingen. Uit zijn uiteenzettingen heb ik bijvoorbeeld de kanonieke inbedding van krommen pas goed begrepen, veel beter dan uit moderne leerboeken.

Tenslotte is er nog een tweede deel, waarvan Klein slechts drie hoofdstukken af heeft kunnen maken. Dat heeft een meer systematisch karakter en behandelt de wiskundige achter-



grond van de relativiteitstheorie. Hier ontbreekt Lorentz natuurlijk niet en hij is daarmee de enige Nederlander die in het boek aan de orde komt.

Felix Klein, *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*. Ausgabe in einem Band, Reprint, Springer Verlag 1979.

Een schot in de roos

Duco van Straten straten@mathematik.uni-mainz.de

Het moet in de zomer van 1975 geweest zijn, tijdens een vakantie in Cornwall. Zulke vakanties met mijn ouders stonden vaak volledig in het teken van de boeken. Dit keer werd onze route bepaald door de locatie van antiquariaten en boekhuizen die mijn vader uit *The Book Browser's Guide* haalde. Ergens op die zwerftocht trok ik een boek uit een kast dat een enorme indruk op me zou maken: *Space-Time-Matter*, een DOVER uitgave van Hermann Weyl's *Raum, Zeit, Materie*.

Ruimte, Tijd en Materie! Dat waren precies de dingen die mij bezig hielden. Hier ging het niet over wrijvingsloos van een helling af rollende cilinders of andere schoolse natuurkundesommen. Hier ging het om het Wezen der Dingen in de Wereld. Op school was ik altijd wel goed in wiskunde geweest, maar één blik in dit boek leerde me dat er blijkbaar nog een heleboel meer wiskunde nodig was om zulke zaken te begrijpen. Gelukkig bestond het boek voor meer dan 50 % uit tekst, Engels weliswaar, maar dat was geen probleem. Zo werd het boek, ook gezien de lage prijs, zonder verdere aarzeling aangeschaft. Het bleek een schot midden in de roos te zijn. Verslonden heb ik het boek, waarschijnlijk ook vanwege de goed leesbare filosofische stijl van Weyl. En veel wiskunde leerde ik eruit. Lineaire algebra, nou ja, dat hadden we op school ook een beetje. Dan tensorrekening. De natuurkundeleraar had nog nooit van Hermann Weyl gehoord en reageerde geïrriteerd op mijn betweterig gevraag naar tensoren. De wiskundeleraar liet zich niet zo snel intimideren en zo begon bij mij de wiskunde langzamerhand de overhand te krijgen.

Het boek ontwikkelt de algemene relativiteitstheorie vanaf de aller-eerste intuïtieve noties van ruimte en tijd. Niet-euclidische meetkunde, Riemann-meetkunde, metriek, connecties, kromming, zwaartekracht. Alles staat er eigenlijk glashelder in uitgelegd, zonder één keer in het droge definitie-stelling-bewijs formaat te vervallen. De belangrijkste woorden staan in vetdruk.

Natuurlijk begreep ik lang niet alles wat ik las. Als het te moeilijk werd, sloeg ik hele stukken over. Wanneer ik merkte dat ik er helemaal

niets meer van begreep, dan begon ik gewoon opnieuw, op bladzijde 1. Daar was dan alles vertrouwd, en zo nam ik langzaam de begrippen op een intuïtieve wijze in me op en waagde me naar steeds hogere bladzijdenummers. Het hoogtepunt voor mij waren de veldvergelijkingen op pagina 239, de enige formule in een kadertje: *Therefore the gravitational laws are*

$$R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k R = T_i^k.$$

Raum, Zeit, Materie was bij de eerste uitgave in 1918 ook het eerste leerboek over de al-

gemene relativiteitstheorie. Weyl probeerde door een uitbreiding van de Riemann-meetkunde ook een geometrische beschrijving van het elektro-magnetisme te geven en zo de zwaartekracht met het elektro-magnetisme te unificeren. Deze theorie wordt algemeen als voorloper der moderne ijktheorien beschouwd.

Ik wist nu wat ik wilde. Het boek maakte me duidelijk dat voor een serieuze bestudering van de theoretische natuurkunde enorm veel wiskunde nodig is. Na het eindexamen begon ik met de studie WN in Utrecht: wiskunde én natuurkunde.

Ik heb er geen idee meer van hoe *Space, Time, Matter* er eigenlijk van buiten uit ziet. Dat onverslijtbare DOVERTJE heb ik zo'n 25 jaar geleden in bruin pakpapier gekaft, zoals het hoort met schoolboeken. Op de titelpagina heb ik destijds een sigarenbandje met de afbeelding van Einstein geplakt.

Hermann Weyl, *Space-Time-Matter*, Dover Publications, 1952.

Galois theory

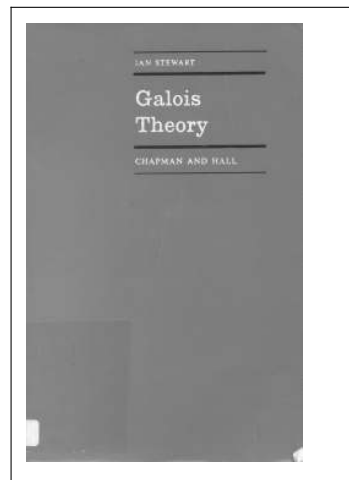
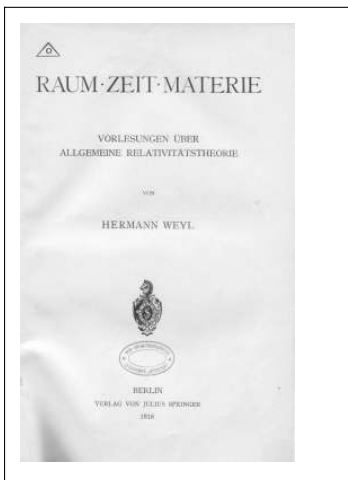
Hans Sterk sterk@win.tue.nl

Met eindig veel energie behept, hoop ik altijd boeken te vinden die me in staat stellen voor een dubbeltje op de eerste rang te zitten. Uit veel boeken heb ik hele stukken met plezier doorgeploeterd om de beoogde parels te leren waarderen, maar slechts bij een enkel boek gingen rijkdom van wiskundige ideeën en vlotte presentatie zozeer hand in hand dat een 'koninklijke weg' naar de wiskunde even leek te bestaan. In mijn herinnering heb ik Ian Stewarts *Galois Theory* in één adem uitgelezen, al is de realiteit ongetwijfeld weerbarstiger geweest.

Ogenschoijnlijk simpele overwegingen brengen diverse algebraïsche technieken in stelling om lichaamsuitbreidingen te bestuderen en en passent klassieke problemen als sneeuw voor de zon te laten verdwijnen: (het al dan niet mogelijk zijn van bepaalde) constructies met passer en liniaal, (het al dan niet bestaan van) formules voor oplossingen van veeltermvergelijkingen. Een subtiel samenspel van polynoomringen, lineaire algebra en groepentheorie blijkt onverwacht effectief. Onschuldige zijn de beginhoofdstukken over veeltermringen in één onbepaalde, onschuldige is de invoering van het begrip lichaamsuitbreiding, maar een eerste klap valt bij het opvatten van een lichaamsuitbreiding als een vectorruimte over het kleinere lichaam en de bijbehorende analyse van graden van lichaamsuitbreidingen. Situeer de drie klassieke constructieproblemen vervolgens binnen het complexe vlak, breng hen in verband met getallenlichamen en ze zwichten moeiteloos voor de opgebouwde machinerie. Een volgende imposante stap volgt bij het

ten tonele voeren van (automorfismen)groepen van lichaamsuitbreidingen. Inmiddels is wel iets meer inspanning vereist: gedetailleerdere analyse van lichaamsuitbreidingen en groepen, maar Stewart voert de lezer hier vaardig naar diverse doelen, zoals de hoofdstelling van de Galois-theorie en het oplossen van veeltermvergelijkingen.

Het echte werk begon toen ik, later, tentamen in het vak Galois-theorie wilde doen. De eerlijkheid gebiedt te vermelden dat ik het betreffende dic-



taat van Frans Keune ook helder vond, maar de primeur op de betovering was al naar Stewart gegaan. Trouwens, dictaten, dat is weer een ander verhaal.

Mijn exemplaar van Stewarts boekje is inmiddels wat vergeeld. Begrijpelijk, want het was geen duur uitgegeven boek. Voor een grijpstuiver zat ik even loge.

Ian Stewart, **Galois Theory**, Chapman and Hall, London, 1973. In 1997 is een nieuwe editie verschenen.

De juiste maat

Henk van der Vorst vorst@math.uu.nl

Toen mijn zoon twee jaar oud was en in de tuin een hommelt ontwaarde, brabbelde hij zoiets als ‘olifant’. Hij had kennelijk goed begrepen dat een olifant iets gigantisch was en vergelijking met de andere levende have in onze tuin bracht hem tot zijn logische conclusie. Mijn zoon is nu 23 en hij is geen bioloog geworden.

Mijn persoonlijke ervaring met het boek van Varga, over iteratieve oplosmethoden voor grote lineaire stelsels, vertonen een zekere parallel met de aangehaalde anekdote. Ten tijde van de verschijning van het boek, 1962, waren computers nog tamelijk krachteloos: enkele duizenden rekenoperaties per seconde en een paar duizend direct adresseerbare geheugenplaatsen markeerden het plafond van de mogelijkheden. Als student heb ik nog eens geprobeerd een 20 bij 20 stelseltje op te lossen op de Electrologica X1 en dat viel niet mee. De totale verwerking, inclusief compileren en interpreteren van de resultaten liep in de uren.

Varga maakte in zijn boek melding van stelsels met matrices van orde 20.000 en meer. Hij liet zien dat in de immense rekenbrij die daarmee gepaard gaat allerlei fijnzinnige en interessante structuren zichtbaar gemaakt kunnen worden en dat deze wiskundig zinvol geanalyseerd kunnen worden. Het gaf aanleiding tot allerlei nieuwe en diepe resultaten in de lineaire algebra; zijn boek staat bol van stellingen en bewijzen. Ik heb dat boek in 1964 vrij goed bestudeerd in het kader van een wiskundeseminarium onder leiding van Braun en van der Sluis. Het heeft een geweldige indruk op me gemaakt, maar terugblikkend op die vroege periode in mijn loopbaan moet ik bekennen dat ik er toen geen idee van had waar het in feite over ging. Zeker, ik kon de tekst lezen en de bewijzen herhalen en ook de meeste opgaven kon ik wel maken. Echter, het boek behandelde voor mij een in wezen non-existente wereld: ik had zulke stelsels nog nooit aangetroffen en geen enkel gevoel voor de bijbehorende rekenprocessen. Het gevoel voor de juiste maat ontbrak en dat stond het werkelijke zicht op de relevantie van de theorie in de weg.

Eind jaren zestig heb ik een tijdje bij het RCN (nu ECN) gewerkt en daar kreeg ik intensief te maken met zeer grote lineaire stelsels in het kader van het oplossen van reactor-diffusie vergelijkingen. De schok was groot, mogelijk vergelijkbaar met de schok die mijn zoon ervaren moet hebben bij de aanpassing van zijn model aan de werkelijkheid in Artis. Anders dan bij

mijn zoon, heeft de schok bij mij een fascinatie voor grote stelsels opgeleverd die mijn loopbaan in belangrijke mate bepaald heeft. Onderzoek in de wonder wereld van de iteratieve methoden is voor mij tot op de dag van vandaag uitdagend gebleven, zowel in analytische als in creatieve zin.

R.S. Varga, **Matrix Iterative Analysis**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1962.

Van der Waerden in zakformaat

Rien Kaashoek kaash@cs.vu.nl

Als student hield ik van kleine boekjes. Boekjes in zakformaat, beknopt en bondig, dat past bij de wiskunde. Van der Waerden's *Differentiaalrekening* is zo'n boekje, 12 bij 17 cm en 126 pagina's dik. Het verscheen in 1951 in Servire's Encyclopaedie onder nummer $\frac{A1}{5}$. De A stond voor de afdeling Natuurwetenschappen (Servire's Encyclopaedie kende drie andere afdelingen: Cultuur Wetenschappen, Technische en Toegepaste Wetenschappen en een afdeling Ideële Wetenschappen waarin kennisleer, logica, esthetica en ethica waren ondergebracht). De 1 was de label van de onderafdeling Wiskunde (die onder redactie stond van Heyting). Zover ik weet bestond de hele wiskundeserie uit zes boekjes. Van der Waerden's boekje over de differentiaalrekening was nummer 5 in de serie (vandaar de 5 in de noemer).

De encyclopaedie beoogde “enerzijds de ontwikkelde leek tot systematische bestudering in staat te stellen en anderzijds de vakman de gelegenheid te bieden zich te oriënteren over de stand der wetenschappen in verwante gebieden”. Hoewel ik destijds als eerstejaars in 1955 niet (of beter gezegd nog niet) tot één van deze doelgroepen behoorde leek me de aanschaf verantwoord. “Op de differentiaal- en integraalrekening berust vrijwel de gehele moderne natuurwetenschap”, stond in het voorwoord. Zo'n zin bevat voor een beginnend student wis- en natuurkunde een aansporing om tot aankoop over te gaan. Van der Waerden's boekje kwam mij goed van pas. De inhoud komt ruwweg overeen met wat men in die tijd in het eerste universitaire studiejaar op het gebied van de analyse onderwees; collegedictaten werden door de docenten niet verschaft. De tekst is uitnodigend geschreven en spoorde mij als jonge lezer aan mee te denken en te doen. Veel voorbeelden en ook mooie plaatjes. Ik heb er veel genoeg aan beleefd. Kenmerkend voor het boekje zijn zinnen als “Dit is aanschouwelijk duidelijk; ten overvloede zal het in §20 streng worden bewezen”. Wat nu ook opvalt is het eigen woordgebruik. De zegswijze “een rij reële getallen overschrijdt alle perken” wordt precies gedefinieerd; niet naar boven begrensd zeggen we nu. En dan midden in de tekst een zin als “De-

ze formule” — over de inhoud van de afgeknotte piramide — “kenden de Egyptenaren reeds omstreeks 2000 v. Chr. Hoe ze eraan kwamen, is een raadsel”. Mooi om te lezen voor een eerstejaars. De wiskunde kent gelukkig verschillende series met dit type aardige boekjes in zakformaat.

B.L. van der Waerden, **Differentiaalrekening**, Servire, Den Haag, 1951.

