

J.S. Cramer

Baambrugse Zuwe 194, 3645 AM Vinkeveen
mars.cram@worldonline.nl

Polemiek

Zin en onzin van de kansrekening

In het septembernummer van het Nieuw Archief stond de oratie afgedrukt van Ronald Meester, die de vraag behandelde welke waarde conclusies uit een kanstheoretisch model hebben. Mars Cramer, emeritus hoogleraar Econometrie van de Universiteit van Amsterdam, is het met de visie van de jonge professor niet eens.

Een goede oratie is amusant en prikkelend en dat is misschien nog wel belangrijker dan dat er strikt wetenschappelijk niets op aan te merken valt. De oratie van Ronald Meester¹ voldoet ruimschoots aan deze eis, want hij spreekt bij zijn intrede aan de Vrije Universiteit onbeschroomd over het Godsbewijs en de evolutie en over de Grondslag van de VU (die hem eigenlijk niet ver genoeg gaat). Ook belijdt hij *en passant* zijn geloof in de leer der synchroniciteit van Jung. Deze prikkelen-gedachten, op gepaste wijze voorgedragen, zijn echter bijzaken; de hoofdzaak is de vraag wanneer men kansrekening in de praktijk mag toepassen, en wanneer niet. Hierover bevat de oratie, trouw aan zijn titel, zowel zin als onzin, en bij de onzin wil ik enkele kanttekeningen plaatsen.

Meesters voornaamste stelling is (hij zegt dit met nadruk) “een conclusie uit een model, die niet op de één of andere manier toetsbaar is, heeft weinig betekenis”. De eis van toetsbaarheid wordt verderop aangescherpt in die zin dat één uitkomst niets zegt; alleen herhalingen hebben enige zeggingskracht. Meester geeft, vrij uitvoerig, twee voorbeelden van redeneringen die hij veroordeelt, beide uit de categorie sterke verhalen. Het eerste is de bewering dat er naast de aarde andere planeten met leven moeten zijn, hetgeen wordt

aangetoond door een heel kleine kans met een heel groot aantal planeten te vermenigvuldigen, en het tweede is een voor mij vrij onbegrijpelijke redenering om de duur van een periode te schatten als je eigenlijk alleen weet wanneer die is begonnen en dat hij nog niet is afgelopen. Het eerste wordt door Meester afgedaan als ‘onzin’ en het tweede als ‘lariekoek’. Voor voorbeelden van geoorloofde toepassing van de kansrekening moeten we het doen met een korte opsomming en met enkele voorbeelden uit Meesters eigen redeneertrant. Al spoedig verschijnt het *sceptische standpunt* op het toneel dat inhoudt dat een model eigenlijk *nooit* op de werkelijkheid mag worden toegepast. Van Meesters eigen gebruik van de kansrekening wil ik twee voorbeelden noemen. Het eerste is het herhaalde draaien aan “een rad van fortuin met genummerde vakjes” en wel zodanig dat “de uitkomst van de tweede draai op geen enkele manier afhangt van de uitkomst van de eerste draai”; volgens mij is dit een roulette. Het tweede voorbeeld is de oude vertrouwde dobbelsteen; Meester stelt daar zoveel vertrouwen in dat hij schrijft:

“Even voor de goede orde, als ik elke 10 seconden met een dobbelsteen gooi, dan duurt het naar verwachting meer dan een miljard jaar voordat ik een serie van 20 achtereenvolgende zessen te zien krijg.”²

Ik wil wel geloven dat het empirisch gehalte van de genoemde twee sterke verhalen te gering is om geloof te schenken aan de gevolgtrekkingen. Maar dit zou een vrij genuanceerd oordeel moeten zijn, dat een betere motivering behoeft dan Meester geeft. Hij maakt er

in zijn kritiek op het verhaal over de planeten met leven bijvoorbeeld een punt van dat onafhankelijkheid “een heel precies wiskundig begrip is dat je niet mag verwarren met het populaire gebruik van dat woord”; maar hij doet zelf niet anders in zijn beschrijving van de roulette. Natuurlijk is de overgang van het theoretische kansmodel naar de realiteit altijd een hachelijke zaak, maar de tweedeling tussen geoorloofde en ongeoorloofde toepassingen is niet zo gemakkelijk te maken als hij suggereert. De eisen die hij stelt zijn onrealistisch, en het lijkt er op dat het *sceptische standpunt* eigenlijk inhoudt dat het kansmodel ons *nooit* iets nieuws kan leren. Daar ben ik het niet mee eens.

Een kansmodel moet toetsbaar zijn, en wel aan herhaalde gevallen; en voor wij het gebruiken moet die toetsing zijn uitgevoerd. Deze herhaalde toetsing is een bekende eis; strikt genomen moet een toevalsexperiment niet alleen herhaalbaar zijn, het moet *onbeperkt* herhaalbaar zijn. In de woorden van Gnedenko:

“in all practical scientific applications of probability theory, probability means the probability that some event A will occur upon the realization of a certain set of conditions S which *in principle is reproducible an infinite number of times.*”³ [cursivering in het origineel]

Nu was Gnedenko marxist, en dus was van idealisme, en hij was bovendien dol op asymptotiek, maar hij heeft met zijn strenge eis volkomen gelijk — ook, omdat hij er toch maar “*in principle*” bij heeft gezet.

De enige voorbeelden die aan die eis van onbeperkte herhaalbaarheid voldoen zijn de

reeds genoemde roulette en dobbelsteen, met daarnaast de urn met knikkers en de zuivere munt. Dit zijn echter allemaal mythologische voorwerpen, die wel in de leerboeken beschreven staan maar die niet tot het dagelijks gereedschap van de statisticus behoren. Je herkent een dokter aan de stethoscoop die hij om heeft hangen maar je ziet zelden een statisticus met een urn of een dobbelsteen lopen. Ik wil er wat om verwedden dat Meester, voor het geval hij echt een miljard jaar met een dobbelsteen wil gaan werpen, geen ander exemplaar in huis heeft dan de dobbelsteen van het ganzebord of een ander kinderspel. Maar zelfs als materiele voorwerpen van hout en metaal zijn roulette, dobbelsteen, urn en zuivere munt misleidende voorbeelden, want zij zijn met opzet door mensenhand vervaardigd om een kansmodel op aanschouwelijke wijze te simuleren. Zij voldoen derhalve per definitie aan dat model. De overeenstemming van een roulette of een dobbelsteen met het kansmodel is geen bevestiging van dat model, maar een kwaliteitskeur van die voorwerpen. Als een dobbelsteen *niet* aan het model voldoet zullen wij immers niet concluderen dat het model moet worden verworpen, maar wij zullen een nieuwe dobbelsteen verlangen, "en dan nu graag een goede!"

Buiten deze artefacten, die zijn ontworpen om een kansmodel te illustreren, is de overeenstemming tussen model en realiteit *altijd* problematisch, *altijd* een kwestie van veron-

derstellingen, van gedachte-experiment, van interpretatie en extrapolatie. Het hoogste wat wij kunnen bereiken is dat bepaalde elementen van het model getoetst worden aan herhaalde experimenten opdat wij vervolgens *andere* onderdelen, die niet toetsbaar zijn, durven te gebruiken. Daar gaat het om, want die onderdelen leren ons iets nieuws; terwijl voor getoetste conclusies geen model nodig is. Het schoolvoorbeeld, ook door Meester genoemd, is dat "de hoogte van de dijken in ons land wordt vastgesteld aan de hand van een kanstheoretisch model waarin de kans op een overstroming bij een bepaalde dijkhoogte en binnen een bepaalde tijd berekend wordt". Die kans was bij de Deltawerken (bijna *eens in de 10 000 jaar*). Nu zijn allerlei onderdelen van dit kanstheoretisch model empirisch getoetst, maar *deze* conclusie is dat natuurlijk niet, want dan zou men experimenten moeten doen die een veelvoud van die periode van 10 000 jaar bestrijken. Daarmee is het net zo gesteld als met het experiment waarin Meester persoonlijk een miljard jaar lang zonder onderbreking met een dobbelsteen werpt: wij weten allemaal dat het niet kan. En toch is het daarom nog geen lariekoek.

Aan de eis die Meester met zoveel nadruk stelt dat niet alleen onderdelen van het model maar ook de *conclusie* waar het om gaat empirisch toetsbaar is wordt nooit voldaan. Het *sceptische standpunt* betekent, consequent toegepast, dat je het kansmodel nooit

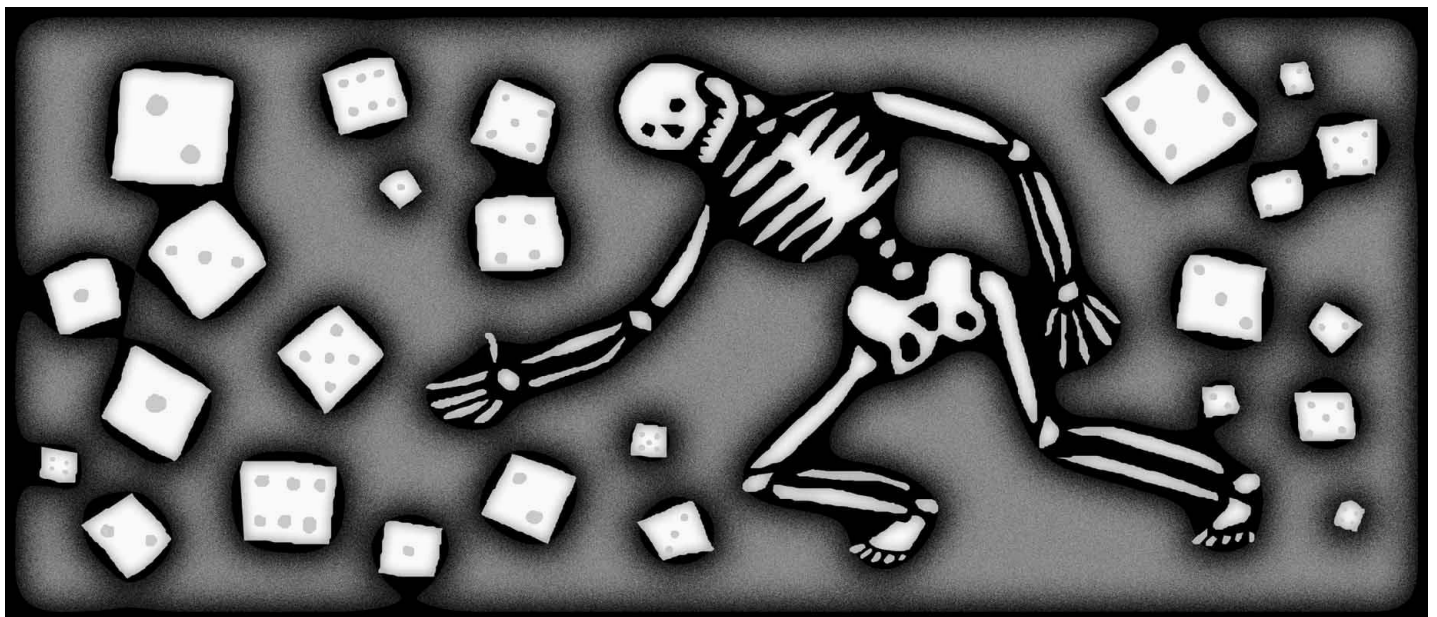
in constructieve zin gebruikt. Dat kan, bij zoveel maatschappelijke betrokkenheid, toch niet de bedoeling zijn.

Tenslotte een citaat van Van Dantzig van vijftig jaar geleden⁴ :

"Laat de statisticus ... alleen zijn wiskundige geweten spreken, dan kan hij zijn wetenschap nooit op reële problemen toepassen. Hij moet dan namelijk altijd onderstellingen maken, b.v. de veronderstelling dat verschillende waarnemingen onderling onafhankelijk zijn of dat bepaalde waarschijnlijkheidsverdelingen in de loop van de tijd onveranderd blijven. Vraagt hij zich dan af, zoals ook Harriet Freezer: "is dat nu wel zo?", dan luidt het antwoord dikwijls ontkenkend, of, in het gunstigste geval, weet hij het antwoord niet. Zijn wiskundig, of, algemener gesproken, zijn wetenschappelijk geweten zou hem dus verbieden, deze onderstellingen te maken, en zijn antwoord op de gestelde vraag zou bijna altijd moeten luiden: "Ik weet het niet" of "Men kan niets concluderen".

De statisticus heeft echter ook een maatschappelijk geweten, dat hem gebiedt, onderzoekers op velerlei gebied althans zo goed mogelijk te helpen, zij het zonder volstrekte zekerheid dat zijn conclusies juist zijn."

Het voorbeeld dat Van Dantzig vervolgens geeft is de berekening van de dijkhoogte ten behoeve van de Deltawerken. ←



Referenties

- 1 Zin en Onzin van de waarschijnlijkheidsrekening, afgedrukt in het NAW van september 2000, p.232-238.
- 2 Op cit, p.237, 1e kolom.
- 3 B.V. Gnedenko, The Theory of Probability, (Chelsea, 1962), p.26.
- 4 D. van Dantzig. De verantwoordelijkheid van de statisticus, *Statistica Neerlandica*, 7 (1953), p.199.