

R. Ramer

Universiteit van Amsterdam, Faculteit der economie en econometrie
Vakgroep kwantitatieve studies, Roetersstraat 11, 1018 WB Amsterdam
roald@fee.uva.nl

Boekbespreking

Een schitterend brein

De tien bladzijden die een schizofrene ex-geleerde op zijn tweeëntwintigste publiceerde in een wiskundig tijdschrift, blijken jaren later van doorslaggevend belang voor de theorie van de wiskundige economie. De Nobelprijs die hij daarmee verdient, veroorzaakt vanzelfsprekend een sensatie. Roald Ramer bespreekt voor het Nieuw Archief de recent verschenen biografie gewijd aan deze wetenschappelijke 'celebrity'.

Toen John von Neumann in de jaren na de Tweede Wereldoorlog de basis legde van de speltheorie, zette hij zich volledig in voor zijn eigen coöperatief oplossingsconcept. Voor de concurrerende niet-coöperatieve theorie zag hij geen toekomst. Toch is de afgelopen kwart eeuw de niet-coöperatieve speltheorie het belangrijkste onderzoeksgereedschap van de economische theorie geworden. Deze ontwikkeling werd bekroond met de toekenning van de Nobelprijs aan Nash, Harsanyi en Selten in 1994, een keuze die met algemene publieke instemming werd ontvangen. De naam van John Nash tussen de drie laureaten heeft evenwel in verschillende professionele kringen een zekere verbazing teweeggebracht.

De verdiensten van John Harsanyi en Reinhard Selten, die in de jaren zestig en zeventig fundamentele resultaten op het gebied van de niet-coöperatieve theorie geboekt hebben, waren algemeen bekend. De naam van John Nash wordt weliswaar aan het belangrijkste niet-coöperatieve oplossingsconcept verbonden, maar zijn baanbrekend speltheoretisch werk stamt uit 1950, is wiskundig uitermate eenvoudig, en is zeer beperkt in omvang. Bovendien heeft Nash al snel de speltheorie verlaten en zich met volle overgave op moeilijke meetkundige problemen gestort. In een paar jaar tijd heeft hij een reputatie van een briljante jonge wiskundige opgebouwd. In 1958, amper 30 jaar oud, viel hij ten prooi aan een schizofrenie die het einde maakte aan zijn veelbelovende wetenschappelijke carrière.

In 1994 meenden de meeste economen te weten dat Nash al lang dood was. De speltheoretici die op de hoogte waren van zijn tragedie, wisten niet dat zijn toestand dermate verbeterd was, dat hij in staat werd geacht de Nobelprijs in ontvangst te nemen. Men had bovendien de prijs liever aan Robert Aumann, de onbetwiste leider van de wereldwijde gemeenschap van de speltheoretici, gegund. Wiskundigen die Nash zelf nog hebben gekend en zijn werk zich konden herinneren, toonden zich ook verbaasd. Het zou zelfs voor een geniale geest als die van Nash niet mogelijk moeten zijn om een Nobelprijs te verdienen voor een artikel van nauwelijks 10 bladzijden lang omvattende één stelling met een bewijs van tien regels.

Biografie

Het moet gezegd worden dat *Een schitterend brein* (de titel is ontleend aan een uitspraak van Lloyd Shapley) een uitvoerig gedocumenteerde en goed geschreven biografie is. Het boek is onderscheiden met de National Book Critic's Award 1998. Het leest ook prettig hoewel op de enigzins houterige Nederlandse vertaling een en ander aan te merken valt. De auteur Sylvia Nasar heeft veel tijd uitgetrokken voor bezoeken aan het Institute of Advanced Studies, het MIT en RAND in Santa Monica en heeft iedereen gesproken die enige rol in de leven van Nash gespeeld heeft. We krijgen dan ook een zeer gedetailleerde beschrijving van de werkwijze, van de persoonlijkheid en het sociale leven van John Nash. Ze heeft zich ook verdiept in de wetenschappelijke resultaten van Nash en heeft de moeite genomen om deze in gewone taal weer te geven. Het is voor mij moeilijk te beoordelen in welke mate ze daarin geslaagd is. Een enigzins wiskundig geschoolde lezer zou de voorkeur hebben gegeven aan een technische samenvatting in een appendix.

In het artikel *A Nobel Prize for John Nash* uit *The Mathematical Intelligencer* vol. 17, no. 3 van de hand van John Milnor, een jeugdvriend van Nash, vindt u een volledig overzicht van de zuiver wiskundige resultaten van Nash, een evaluatie van hun belang en een indicatie van enkele moderne ontwikkelingen geïnspireerd door ideeën van Nash. Voor de Nederlandse lezer zal het interessant zijn te vernemen dat de onvergetelijke Nico Kuiper een grote bewondering voor John Nash koesterde en zijn stelling over C_1 -inbeddingen vervolmaakte.

Celebrity

De Nobelprijs voor een schizofrene ex-geleerde die op zijn tweeëntwintigste tien bladzijden in een wiskundig tijdschrift heeft gepubliceerd die jaren later van doorslaggevend belang bleken te zijn voor de hele economische theorie, heeft vanzelfsprekend een sensatie veroorzaakt en heeft van Nash een 'celebrity' gemaakt. In Amerika is het gebruikelijk om direct in de kleinste details van het persoonlijke leven van het 'feestvarken' te duiken, alle feiten en geruchten zo smeug mogelijk en zo nodig aangedikt wereldwijd bekend te maken.

Het alleszins degelijk te noemen onderzoek van een ervaren journaliste van *The New York Times* levert een onhuysend beeld van een zeer getalenteerde maar sociaal volstrekt onaangepaste jonge man die jaren lang met zware psychische problemen worstelde. Het is niet mals wat mevrouw Nasar gevonden heeft. Nash was hoogmoedig, hooghartig, afgunstig, ondankbaar, achterdochtig en gierig. Hij durfde niet aan

zijn ouders te vertellen dat hij een onwettig kind had met een vrouw die hij niet wilde trouwen. Hij vond zichzelf de knapste jonge wiskundige van de hele wereld en hij kon het niet hebben dat de Fields Medal in 1958 of desnoods in 1962 niet hem toegekend werd. We krijgen gedetailleerde verslagen voorgeschoteld van zijn puberale woedeaanvallen, mislukte homoseksuele avonturen en verwaarlozing van zijn twee zonen. Niets wordt de lezer bespaard. En waar is dit allemaal voor nodig?

Het lijkt alsof dat mevrouw Nasar de lezer voor een psychiatrisch onderzoek uitnodigt: laat ons proberen achter de ware oorzaak te komen van Nash' ineenstorting in 1958, van de sporadische perioden van helderheid in jaren daarna en van zijn definitieve teloorgang in 1967. Daar lust de publiek wel pap van, dat verkoopt goed en levert geld op. De voorwaarde is natuurlijk dat de protagonist de moeite waard moet zijn. En juist op dit cruciaal punt begaat onze schrijfster-onderzoekster een grote fout. Ze liet zich wijs maken dat "Nash op zijn dertigste hard op weg was een plaats in te nemen in het pantheon van de grootste wiskunde genieën uit de geschiedenis," zoals we op de flap kunnen lezen. Dat dacht Nash zelf ook.

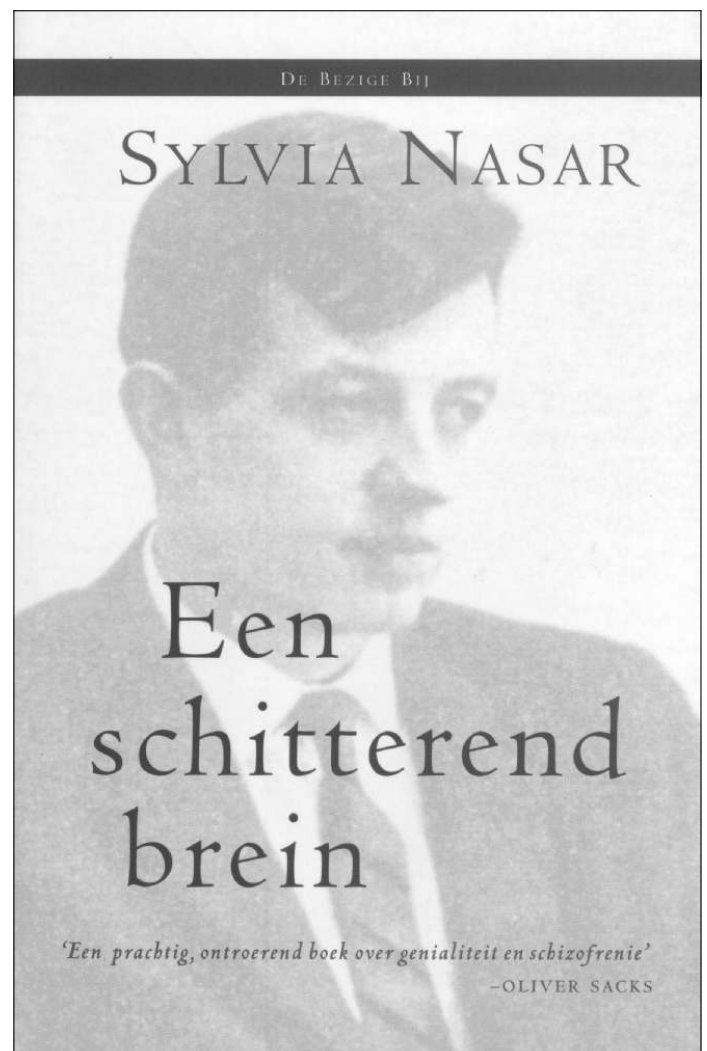
De waarheid is dat Nash over een fabelachtige meetkundige intuïtie beschikte en vier schitterende wiskundige artikelen heeft geproduceerd. Ze mogen heel origineel en vernieuwend zijn, maar geen enkele heeft een wezenlijke doorbraak bewerkstelligd. In feite heeft Nash de grote contemporaine ontwikkelingen in de algebraïsche topologie, differentiaalmeetkunde en aanverwante gebieden bewust aan zichzelf voorbij laten gaan. Als student al sloeg hij colleges over om zich niet te veel door de docenten te laten beïnvloeden en was zijn wiskundige kennis en inzicht eigenlijk alleen goed ontwikkeld op het gebied van de klassieke differentiaalmeetkunde. Hij durfde wel de moeilijkste problemen van meest uiteenlopende aard aan te pakken. Na een paar weken in Princeton maakte hij al een afspraak met Einstein om met hem zijn idee over 'zwaartekracht, frictie en straling' te bespreken. Op zijn dertigste was hij bezig met de grondslagen van de kwantummechanica en probeerde hij de Riemann-hypothese te bewijzen zonder last van veel van de relevante literatuurkennis. Nasar meent dat "[...] zijn dwangmatige ambitie om deze uiterst steile en gevaarlijke berg te bedwingen [...] een wezenlijke rol [zou] spelen in zijn ondergang." Van de Riemann-hypothese wist Nash zich later niets te herinneren, maar hij zei tijdens een lezing in 1996 voor een groep psychiaters dat "zijn poging om de tegenstrijdigheden in de kwantumtheorie op te lossen wellicht te veel gevraagd was en in psychologisch opzicht destabiliserend [werkte]." De andere verklaring voor zijn crisis in 1958 zou de afwijzing van zijn avances door Paul Cohen zijn.

Eerlijk gezegd vind ik dergelijke wetenswaardigheden en speculaties niet bijster interessant en vaak ook niet relevant. Het feit dat zijn tweede zoon John Charles ook een schizofrenie ontwikkeld heeft, bevestigt het vermoeden dat zijn ziekte voornamelijk aan erfelijke factoren toegeschreven moet worden. Nash had overduidelijk een schizofrene persoonlijkheid en leed jaren lang aan paranoïdale angsten en woedeaanvallen. Hoe goed je ook bent, je moet al zeer verward zijn om je zonder enige kennis van zaken op de Riemann-hypothese te storten. Het moest een keer definitief misgaan. De biografie van Nash illustreert ten overvloede het inherente gevaar waar dit literaire genre aan lijdt. De geportretteerde wordt onze held. Alles wat hij doet en laat moet ergens toe doen, moet ergens verband mee houden, moet ergens toe leiden. Ik houd ook van leuke roddel op zijn tijd en af en toe van wilde speculaties. Maar heeft een man als Nash geen recht op wat privacy? Moeten alle pijnlijke details van zijn privé-leven en de geschiedenis van zijn ziekte over honderden bladzijden uitgesmeerd en zeer suggestief voor algemeen gebruik geïnterpreteerd worden?

Nobelprijs

Het langste hoofdstuk van het boek beschrijft de toekenning van de Nobelprijs aan de speltheoretici. Dit is ook het meest interessante hoofdstuk. Gebaseerd op gedeeltelijk vertrouwelijke informatie geeft het een zeer geloofwaardig beeld van de geheimzinnige procedure die tot de uiteindelijke keuze van laureaten heeft geleid. Naast algemene wetenswaardigheden krijgen we ook te lezen dat de prijs voor Nash inderdaad zeer omstreken was. Meestal wordt het voordracht van de commissie door de Zweedse academie unaniem overgenomen. In het geval van Nash ontstond er een onverwacht lange discussie en werd de voordracht uiteindelijk met een krappe meerderheid geaccepteerd.

Ondanks zijn half mislukte wetenschappelijke carrière en een treurig leven moet Nash een van de gelukkigste mensen op de aardbol zijn. Hij heeft op een oude dag een Nobelprijs (en een miljoen aan contanten erbij) mogen incasseren voor een onbenullig jeugdwerkje waarvan hij zelf het belang niet heeft begrepen. Gedurende een tamelijk korte wiskundige periode is Nash veelvuldig, langdurig en belangeloos geadviseerd door Harold Kuhn, Alfred Tucker, Lloyd Shapley, John Milnor, Donald Spencer, Norman Levinson, Jürgen Moser, Louis Nirenberg, Peter Lax and Lars Hörmander. Zonder hun hulp zou hij nooit iets hebben gepubliceerd. Na zijn ineenstorting is hij jaren lang gesteund door de bovengenoemden en ook door mensen als Oskar Morgenstern, Armand Borel, Robert Oppenheimer, Atle Selberg, William Ted Martin, Felix Browder, Norman Steenrod, Richard Palais en



en vele anderen. Kan je meer vragen? Wie heeft meer mogen ontvangen zonder ooit iets terug te hebben gegeven? Nog meer heeft hij te danken aan zijn geweldige vrouw Alicia Larde. Ze heeft veertig jaar lang voor een menselijk voortbestaan voor John Nash gezorgd. Ze is ook de enige echte held van het boek.

Speltheorie

De speltheoretische ideeën en resultaten van Nash worden kort beschreven in het kader hiernaast (in het Engels — de Nederlandse terminologie is onvolledig en onhandig). U moet hierbij niet vergeten dat slechts deel I met de Nobelprijs bekroond is. Het Nash-evenwicht valt samen met de bekende economische evenwichtsbegrippen uit de 19-eeuwse mededingingstheorie — met het Cournot-evenwicht als de variabelen s en t (zie kader) geïnterpreteerd worden als de geproduceerde hoeveelheden en met het Bertrand-evenwicht als s en t de prijzen van twee concurrerende bedrijven voorstellen. Beide evenwichten werden zwaar bekritiseerd door Edgworth in 1896 en werden daarna niet als echt geloofwaardig, laat staan empirisch relevant gevonden. Von Neumann en Morgenstern besteedden in hun *Theory of Games and Economic Behavior* uit 1944 geen enkele aandacht aan deze begrippen en meenden dat er geen zinvol niet-coöperatief oplossingsconcept voor de niet-nul-som spellen kan bestaan.

Het is zeker dat Nash zelf zich niet realiseerde dat zijn evenwichtskoncept al lang in de economische theorie bekend was. Hij verwijst wel naar de mededingingstheorie in zijn artikel over de coöperatieve Nash-oplossing, in het artikel (met Mayberry en Shubik) uit 1953 over het klassieke duopolie-probleem, maar valt hem nog steeds niet op dat het Cournot-evenwicht door hemzelf heronderdekt is. Het Nash-evenwicht geeft inderdaad geen natuurlijke interpretatie van vage algemene ideeën over wat een strategische interactie eigenlijk is. Het wordt nog steeds vaak verkeerd gebruikt en geïnterpreteerd. De reden dat het Nash-evenwicht uiteindelijk door economen omarmd is en als een basis voor de moderne economische theorie dient, moet gezocht worden in de sterke overeenkomsten met het niet-strategisch algemeen competitief evenwicht bedacht door Walras in 1874. Er werd ook wel beweerd dat Nash de Nobelprijs al in 1983 had moeten delen met Debreu, die het bestaan van een algemeen evenwicht aangetoond heeft. Vele speltheoretici denken dat aan Robert Aumann een groot onrecht werd aangedaan. De naam John Nash wordt voldoende geëerd door het evenwicht dat naar hem vernoemd is. Achteraf gunt men hem de prijs natuurlijk wel, maar voor de meesten hoefde het niet.

Nog afgezien van een niet onaanzienlijk geldbedrag, heeft de prijs op Nash een gunstige therapeutische uitwerking gehad. Hij wordt overal ter wereld uitgenodigd, met grote egards ontvangen en vermaakt zich opperbest met het geven van volstrekt onbegrijpelijke lezingen. ◀

Sylvia Nasar, *A Beautiful Mind*, Simon & Schuster, New York 1999. Nederlandse vertaling: *Een schitterend brein*, De Bezige Bij, Amsterdam 2000. ISBN 9023439066, f 49,90.

Referenties

1. Roger B. Myerson, *Game Theory, Analysis of Conflict*, Harvard University Press, 1991.
2. Martin J. Osborn, Ariel Rubinstein, *A Course in Game Theory*, The MIT Press, 1994.

I A finite **2-person game** Γ consists of finite sets of *actions* A and B and real-valued *pay-off functions* f and g defined on the product set $C = A \times B$. *Mixed strategies* are elements of $\Delta(A)$ and $\Delta(B)$ — the spaces of probability measures on A and B . Actions themselves are *pure strategies*. Expected pay-offs provide natural extensions of f and g to functions defined on $\Delta(A) \times \Delta(B)$.

A **Nash equilibrium** of Γ is a pair (s^*, t^*) of (mixed) strategies such that

$$f(s, t^*) \leq f(s^*, t^*) \text{ for all } s \in S \text{ (} s^* \text{ is a best reply to } t^*),$$

$$g(s^*, t) \leq g(s^*, t^*) \text{ for all } t \in T \text{ (} t^* \text{ is a best reply to } s^*).$$

Depending on the context a Nash equilibrium can be:

- a *self-enforcing agreement*,
- a *public recommendation*,
- an equilibrium *steady state*,
- a limit point of a *Darwinian evolutionary process*.

Equilibria in mixed strategies are best interpreted as:

- stationary distributions of actions of *large populations* playing against randomly drawn anonymous opponents,
- *consistent rational beliefs* of Bayesian decision takers.

Most important extensions and refinements of the notion of the Nash equilibrium are:

- (Subgame) perfect equilibrium — Selten (1965, 1975),
- Bayesian equilibrium — Harsanyi (1967/68),
- Correlated equilibrium — Aumann (1974).

II A **2-person bargaining problem** consists of a pair (F, d) where F is a compact convex subset of \mathbf{R}^2 and $d \in F$. Here F is the set of *feasible payoff allocations* and d is the *disagreement payoff vector*. A **bargaining solution** is a function that assigns to every bargaining problem (F, d) an element of F . The **Nash bargaining solution** assigns to the bargaining problem (F, d) the element of F for which the *Nash product* $(x_1 - d_1)(x_2 - d_2)$ attains its maximal value.

The Nash solution is the unique bargaining solution $\Phi(F, d)$ satisfying the obvious axioms of Scale Covariance, Symmetry, Efficiency (there is no point y in F such that $y > \Phi(F, d)$) and the problematic axiom of Independence of Irrelevant Alternatives (if $d \in G \subset F$ and $\Phi(F, d) \in G$, then $\Phi(G, d) = \Phi(F, d)$).

III A *cooperative transformation* is any mapping Ψ such that, if Γ is a game, then $\Psi(\Gamma)$ is another game (more complicated and still non-cooperative) that represents the situation existing when, in addition to the given strategic options specified in Γ , each player has some wide range of options for bargaining with the other players to jointly plan cooperative strategies. **Nash's program** for cooperative game theory is to identify cooperative solution concepts which can be implemented as Nash equilibria of some cooperative transformations.

It has been noted that Nash equilibria of various bargaining protocols coincide exactly or approximately with the cooperative Nash solution as in the following important case.

The agreements proposed by the players in the (subgame perfect) equilibrium of the bargaining game of alternating offers associated with the bargaining problem (F, d) in which there is a probability p of breakdown after any rejection, converge to the Nash solution of (F, d) as $p \rightarrow 0$.