

Boekbesprekingen

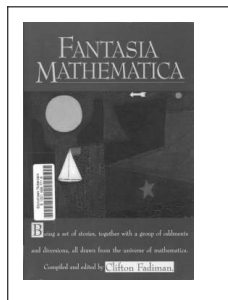
| Book Reviews

Een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen is te vinden op Internet via:
<http://www.math.rug.nl/revwg/>
 Indien lezers er prijs op stellen een van deze verslagen te bespreken, dient men dit binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) te melden bij de redactie van deze rubriek.

Eindredactie: Jaap Top
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG
 Instituut voor wiskunde en informatica
 Postbus 800, 9700 AV Groningen
revwg@math.rug.nl

In NAW 5/1 nr. 1 van maart 2000 verscheen een door R.J. Stroeker geschreven bespreking van het boek *A primer of infinitesimal analysis* van J.L. Bell. Helaas zijn daarin een groot aantal overwegend evidente fouten geslopen; zelfs de titel van het boek werd daarbij foutief weergegeven. De bespreking door J.G.M. Mars van het boek J. Elstrodt et al., *Groups acting on hyperbolic space* onderging een niet veel beter lot; zo werd een 'kleinste eigenwaarde' een 'kleinste groep eigenwaarden' en behoeften zekere binaire vormen niet langer 'hermiets' te zijn.

De redactie biedt de lezers en in het bijzonder de genoemde recensenten hiervoor haar welgemeende excuses aan.



C. Fadiman

Fantasia mathematica
The mathematical magpie

New York: Springer-Verlag, 1997.

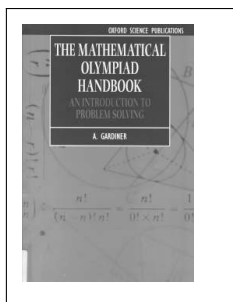
300 p. resp. 304 p., prijs DM 29,90

ISBN 0-387-94931-3 resp. 0-387-94950-X

Het gaat hier om twee boeken die eerder zijn verschenen bij Simon & Schuster, 1958, 1962. Ze zijn nu herdrukt bij 'Copernicus', een handelsmerk van Springer. Het zijn bloemlezingen van wat de editor noemt 'stories and imaginative oddments' (voorwoord deel 1), ook 'stories mainly transcendental, plus subjects of essays, rhymes, music, anecdotes, epigrams, and other prime oddments and diversions, rational and irrational, all derived from the infinite domain of mathematics' (titelpagina deel 2).

Eerst de 'stories'. Het zijn bijdragen van een grote verscheidenheid aan auteurs: de klassieke Plato met het vaak geciteerde fragment uit *Meno* dat de oorsprong van de Socratische (les-)methode beschrijft, bekende auteurs van science fiction zoals H.G. Wells, A. Koestler, A. Huxley, Lewis Carroll en M. Gardner, maar ook, in dit verband misschien wat verrassender, R. Llewellyn, I. Asimov, Mark Twain en Bertrand Russell. Onder de 'imaginative oddments' vallen ook echte gedichten, zoals *Geometry* van W. Wordsworth, maar veel talrijker zijn de rijmen zoals we die ook wel kennen uit de *American Mathematical Monthly*, maar dan minstens een halve eeuw ouder; bijvoorbeeld 'No power on earth, however great, can pull a string, however fine, into a horizontal line that shall be absolutely straight', naar William Whewell's *An elementary treatise on mechanics* (1819). Ook is er een collectie anekdoten die vaak verder verteld worden, maar hier met 'bron'-vermelding. En zo kunnen deze boeken ook het beste functioneren, als bron van verhalen om verder te vertellen. Sommige, waarvan de verbazing vijftig jaar geleden berustte op wiskundige mirakelen zoals oneindigheid (het 'Hilberthotel'), de vierde dimensie, het éézijdig oppervlak (de Möbiusband), hebben nu zélf iets anekdotisch gekregen. Een van de aardigste verhalen gaat over een bediende in een computercentrum van de computergestuurde wereld; hij vindt daar het gewone rekenen weer uit; maar het loopt slecht met hem af. Nu ja, lees het allemaal maar zelf. Uw moeite wordt rijk beloond.

W. van der Meiden



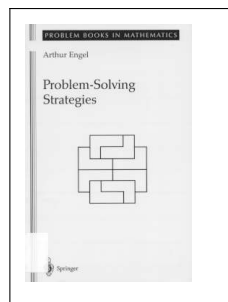
A. Gardiner
The mathematical olympiad handbook

Oxford: Oxford University Press, 1997.
 229p., prijs £14.95
 (Oxford science publications).
 ISBN 0-19-850105-6

De eerste IMO (International Mathematical Olympiad) werd gehouden in Roemenië in 1959. Er namen zeven landen deel (alle uit het toenmalige Oostblok) met in totaal 52 leerlingen. In 1999 organiseerde Roemenië de 40e IMO, waaraan 81 landen deelnamen met in totaal 450 leerlingen. In de loop der jaren is men in verschillende landen nationale wiskunde-olympiaden gaan organiseren. De eerste BMO (British Mathematical Olympiad) werd gehouden in 1965 en sedert 1967 neemt een Brits team deel aan de IMO. In *The mathematical olympiad handbook*, dat als ondertitel draagt *An introduction to problem solving*, brengt Gardiner, die een aantal jaren de leider was van het Britse team bij de IMO, de 227 opgaven van de eerste ronde van de BMO van de jaren 1965 - 1996 bijeen. "This is unashamedly a book for beginners. Unlike most Olympiad problem books, my aim has been to convince as many people as possible that Mathematical Olympiad problems are for them and not just for some bunch of freaks." Daarmee richt Gardiner zich direkt tot de betere wiskundeleerlingen, "...who are capable of performing at a much higher level than is required by the ordinary school curriculum."

Het boek bestaat uit drie delen. Deel één begint met "a little useful mathematics", waarin op 35 bladzijden de beginselen van de getaltheorie, algebra (polynomen en ongelijkheden), wat combinatoriek, meetkunde en enkele goniometrieformules worden behandeld. Hierna volgen enkele bladzijden met titels van olympiade- en problem solving boeken, 'voor de boekenplank'. In deel twee zijn de 227 opgaven van de BMO 1965-1996 bijeengebracht. Het derde (en grootste) deel van het boek wordt in beslag genomen door de oplossingen van 124 opgaven, namelijk alleen die vanaf 1975. Hierin toont de auteur zijn rijke ervaring met olympiadetrainingen. Op een wat paternalistische toon wordt de lezer aan de hand van vragen, antwoorden en invuloefeningen door de oplossingen heen geleid. Dat leidt soms tot lichte irritatie omdat de auteur wat al te nadrukkelijk aanwezig is en in wijdloperige bespiegelingen vervalt waarbij een oplossing een gehele pagina in beslag neemt terwijl enkele regels zouden volstaan zoals bijvoorbeeld bij BMO 1991 no 1: bewijs dat $3^n + 2 \cdot 17^n$ voor geen enkel niet negatief geheel getal n een kwadraat is. Maar over het geheel genomen valt het erg mee en zijn de oplossingen met de daarin opgenomen heuristische beschouwingen duidelijk geformuleerd. Uiteindelijk hoef je de oplossingen pas te raadplegen als je er zelf niet uit komt en dan is het wel handig als het antwoord niet meteen verklapt wordt. In de appendix vinden we de samenstelling van de teams waarmee Engeland van 1967 tot en met 1996 aan de Internationale Olympiade heeft deelgenomen en de resultaten die daar zijn behaald. De moeilijkheidsgraad van de meeste opgaven van de BMO ligt iets boven die van de opgaven van de tweede ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade. Goed oefenmateriaal dus voor de betere leerling met belangstelling voor een extra wiskunde uitdaging.

J. Donkers



A. Engel
Problem-solving strategies

New York: Springer-Verlag, 1998.
 413p., prijs DM 69,-
 (Problem books in mathematics).
 ISBN 0-387-98219-1

Geheel anders van toon, opzet en pretentie dan het voorgaande boek is *Problem-solving strategies* van Arthur Engel. De auteur was in de jaren zeventig en tachtig jarenlang de trainer en leider van het toenmalige West-Duitse team bij de IMO. Door zijn grote deskundigheid en goed doordacht trainingsprogramma, waar hij niet geheimzinnig over deed, genoot hij groot aanzien in de olympiadewereld. Zijn ideeën hebben grote invloed gehad op de trainingsprogramma's in andere landen en velen waren in afwachting van de verschijning van dit boek.

Het boek bevat ruim 1300 opgaven en voorbeelden, verdeeld over 14 hoofdstukken waarbij naast de internationale olympiade enkele tientallen nationale en internationale wiskundewedstrijden zijn geraadpleegd. Vele opgaven zijn van Russische of Hongaarse oorsprong. De verdeling in hoofdstukken is deels gebaseerd op bruikbare strategieën voor de oplossingen, deels op de wiskundige inhoud van de vraagstukken. Zo zijn er hoofdstukken over het invariantieprincipe, het extremumpincipe, het ladenprincipe, het inductieprincipe en hoofdstukken over getaltheorie, combinatoriek, ongelijkheden, polynomen, rijen, functievergelijkingen, meetkunde en spelen (algoritmen). In ieder hoofdstuk zijn de opgaven willekeurig gerangschikt en niet bijvoorbeeld naar moeilijkheidsgraad, omdat die, volgens de auteur, van de meeste opgaven niet te bepalen is. Slechts enkele hoofdstukken bevatten een paar bladzijden theorie. Bijna alle hoofdstukken beginnen met een aantal goed gekozen en uitvoerig uitgewerkte voorbeelden. Soms worden er meerdere oplossingen behandeld. Bijvoorbeeld in hoofdstuk 7 voorbeeld 21, bewijs dat voor een driehoek met zijden a, b en c en oppervlakte O geldt: $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4\sqrt{3}O$ (IMO 1961), hiervan worden elf oplossingen gegeven. Na de voorbeelden en de opgaven volgen in ieder hoofdstuk de oplossingen. Deze zijn meestal zeer bondig geformuleerd, vaak slechts enkele regels, soms niet meer dan een hint.

Leren probleemoplossen doe je door veel, heel veel problemen zelf op te lossen, is het terechte devies van de auteur. Daarom weinig theorie en weinig bespiegelingen in dit boek. Toch kan de auteur zo nu en dan de verleiding niet weerstaan en worden we getraakteerd op een anekdote betreffende een IMO-jury discussie, een historische opmerking omtrent de afkomst van een opgave of een moment van bespiegeling waarbij we plotseling de vraag voorgelegd krijgen wat eigenlijk een goede olympiade-opgave is. Het kernachtige antwoord luidt: "Its solution should not require any prerequisites except cleverness. A high school student should not be at a disadvantage compared to a professional mathematician." Proberen iets zinnigs te zeggen over de moeilijkheidsgraad van een opgave blijft een onduidelijke bezigheid. Ieder jaar vinden er in de IMO-jury discussies plaats omtrent de volgorde van de gekozen opgaven (zes opgaven ruwweg te rangschikken naar opklimmende moeilijkheidsgraad) en ook ieder jaar weer ervaren

we hoe de leerlingen daar anders over oordelen. De auteur geeft hiervan een prachtig voorbeeld in hoofdstuk 6. Als $n \geq 3$ kan 2^n worden voorgesteld in de vorm $2^n = 7x^2 + y^2$ waarbij x en y oneven zijn. Dit probleem uit de Moskouse Olympiade in 1985, is volgens de auteur afkomstig van Euler. Hiervan werd door een professionele getaltheoreticus bewaerd dat het ver boven de mogelijkheden van de leerlingen zou liggen en zonder kennis van de algebraïsche getaltheorie niet kon worden opgelost. Een van de leerlingen van het West-Duitse team kwam bij de training met een eenvoudige korte oplossing.

Alhoewel dit boek geen boek is voor beginners bevat het mijns inziens voldoende eenvoudige opgaven die dit boek geschikt maken voor leraren die materiaal zoeken om hun betere leerlingen met wat extra's te stimuleren. Voor trainers en deelnemers aan wiskundewedstrijden, van de eenvoudigste tot de allermoeilijkste, zoals bijvoorbeeld de IMO en de Putnam Competition, is dit boek een "must". Het boek is verzorgd uitgegeven en bevat naast een inhoudsopgave en een literatuurlijst een beknopte index.

J. Donkers



M.J.H. Kool

Die conste vanden getale, Een studie over Nederlandstalige rekenboeken uit de vijftiende en zestiende eeuw, met een glossarium van rekenkundige termen

Hilversum: Verloren BV, 1999.

404p., prijs NLG 75,-

ISBN 90-6550-050-2

Graag wil ik eerst Mevrouw Kool geluk wensen met haar indrukwekkende en unieke dissertatie. Iedereen, die dit boek bestudeert, zal deze lofzang zeker begrijpen. Van harte wil ik dan ook gebruik maken van het voorrecht om haar werk te bespreken. Naast eerst een inleiding, en aan het einde nog een toevoegsel, zijn er acht hoofdstukken. Hoofdstuk 1: Over het rekenen met de pen, en met penningen. Hoofdstuk 2: Over de verschillende scholen, en wel de kloosterscholen (vóór de 12^e eeuw) tot en met de eerste universiteiten alhier, in Leuven en in Leiden. Hoofdstuk 3 en 4: Over de inhoud van de rekenboeken. Hoofdstuk 3 gaat over de basis der rekenkunde, onder andere verdubbelen en halveren, decimale breuken, wortels en penningreeksen. Hoofdstuk 4 bevat vervolgens toepassingen, te beginnen met de 'regel van drieën', waarnaast ook nog de 'omgekeerde-, de dubbele-, de tegengestelde-, en de bijzondere regel van drieën, en verder (we noemen slechts enkele) de regels van gezelschap, van mensels, van winst en verlies, de 2^e-of meerdere graads vergelijkingen, reeksen, verhoudingen, enzovoort, enzovoort. In totaal zijn er 58 onderwerpen. Hoofdstuk 5: Doelgroep, doelstelling, leerstof en didaktiek van de rekenkunde. Ik zelf vind dit hoofdstuk het meest interessante. Ter sprake komen: voor welke scholen zijn de rekenboeken. Praktische en realistische voorbeelden maar ook onpraktische en onrealistische zoals bijvoorbeeld: Een dronkaard drinkt een ton bier uit in 14 dagen. Samen met zijn vrouw in 10 dagen; hoe lang doet zij alleen erover? En: Gevraagd wordt om een vat met 8 stopen bier te verdelen in twee gelijke hoeveelheden; daarbij heeft men ook nog de beschikking over lege vaten van 5 en van 3 stopen. Men ziet dat deze, ook thans niet onbekende vraagstukken, al zeer oud zijn.

Mevrouw Kool vermeldt ook nog de invoering van het = teken, voor het eerst in Engeland, in 1557, "bicause noe 2 thynges, can be moare equalle". Hoofdstuk 6: Over de relaties tussen rekenboeken. Hoofdstuk 7: De rekenwoordenschat, met Latijnse en Nederlandse termen, de invloed van het Frans en Duits, de nieuwgevormde Nederlandse rekentermen, enzovoort. Hoofdstuk 8: Het glossarium van rekentermen. In het toevoegsel komt nogmaals dit glossarium, dat ook uitvoeriger op de bij het boek gevoegde diskette staat, ter sprake. Verder zijn er nog vele illustraties. Naar mij lijkt, vormen die iets unieks bij een proefschrift.

Welnu, het moge duidelijk zijn, dat het om een omvangrijke, uitvoerig en uiterst werk gaat. Na zovele tientallen jaren, dat er door verschillende auteurs over dit onderwerp geschreven is, meen ik nu wel te mogen zeggen, dat het volledig behandeld is. Daarom: onze hartelijke dank daarvoor en alle lof voor U, Mevrouw Kool.

A.J.E.M. Smeur

R. Fritsch, G. Fritsch

The four-color theorem

New York: Springer-Verlag, 1998.

260 p., prijs DM 69,-

ISBN 0-387-98497-6

De ondertitel van het boek is *History, topological foundations and idea of proof*. De eerste 85 bladzijden van het boek handelen over de geschiedenis van het vierkleurenprobleem en de topologische achtergronden. Het deel over geschiedenis bevat veel interessante informatie, in het bijzonder korte levensbeschrijvingen van diegenen die een belangrijke bijdrage aan de formulering en de oplossing van het probleem hebben bijgedragen. Het deel over de topologische achtergronden vind ik nogal zwaar aangezet. Een kaart wordt gedefinieerd als een eindige verzameling van bogen in het vlak met de eigenschap dat de doorsnede van ieder tweetal verschillende bogen óf leeg is, óf bestaat uit een gemeenschappelijk eindpunt van de bogen. Voordat het zover is, wordt de lezer geleid langs de stellingen van Jordan en Schoenflies en leert hij zelfs iets over *arcwise accessible points*. Voor de formulering van het vierkleurenprobleem zijn beschouwingen over bogen echter niet nodig en kan worden volstaan met lijnentrekken, dat zijn krommen die zijn opgebouwd uit stukjes rechte lijn; dat zou de zaken stukken eenvoudiger maken. Vanaf bladzijde 100 wordt de lezer via dualiteit, de Euler-identiteit en Hamilton-circuits gevoerd naar de kern van het probleem: als er een kaart zou bestaan die niet gekleurd kan worden met vier kleuren dan is er een niet kleurbare kaart met een minimaal aantal landen. Zo'n kaart (en ook de ermee geassocieerde graaf) wordt een *minimal criminal* genoemd. Dan volgt een opsomming van *reducibele configuraties*: dat zijn onderdelen van kaarten die je in een minimal criminal niet tegen kan komen. De kunst is nu om te laten zien dat er een collectie van configuraties bestaat die niet te vermijden is en waarvan iedere configuratie reducibel is. De opsporing van een *onvermijdelijke collectie* gebeurt met behulp van zogenaamde *ontladingstechnieken*. Hieraan wordt jammer genoeg maar weinig aandacht besteed. Het artikel *An update on the four-color theorem* van Robin Thomas in de Notices van de A.M.S. (45, 1998, 848-859) geeft wat dat betreft veel meer informatie. In de inleiding van het boek wordt gezegd dat het boek geschreven is om het vierkleurenprobleem aan leken uit te leggen. Daarom ook is er

een hoofdstuk gewijd aan de geschiedenis van het probleem. Om dezelfde reden hadden, mijns inziens, de topologische beschouwingen minder benadrukt hoeven te worden. Toch denk ik dat de auteurs in hun opzet zijn geslaagd.

J.M. Aarts

K. Ciesielski

Set Theory for the working mathematician

Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

236 p., prijs £13.95 (pb)

(London Mathematical Society student texts; 39).

ISBN 0-521-59465-0

Wie is de 'working mathematician' en wat vindt hij/zij van de verzamelingenleer? Omdat deze vraag natuurlijk onzinnig is heb ik in gedachten een grove verdeling van de wiskundigen gemaakt naar afstand tot de verzamelingenleer. De meeste wiskundigen staan vrij ver van de verzamelingenleer en zullen wellicht met instemming de laatste zin uit het voorwoord van Halmos' *Naive set theory* citeren: "In other words, general set theory is pretty trivial stuff really, but, if you want to be a mathematician, you need some, ...". Een wiskundige moet inderdaad niet bang zijn om, bijvoorbeeld, een functie als punt in een functieruimte te zien of een verzameling als element van een andere. Een grote groep, in onder meer de functionaalanalyse en de algemene topologie, kan niet zonder wel-orderingen en het Keuze-axioma. De reden hiervoor is dat men, als het ware, de aftelbaarheid ontstegen is en derhalve substituten voor gewone rijtjes en volledige inductie nodig heeft.

Een wat kleinere groep, waaronder algebraïci en algemeen topologen, is tegen de grenzen van de naïeve verzamelingenleer aangelopen en heeft de wondere wereld van de combinatorische verzamelingenleer ontdekt waarin zaken als bomen, partitiecalkulus, stationaire verzamelingen te vinden zijn. De lieden in deze groep weten ook wat ZFC is: het axiomasysteem van Zermelo en Fraenkel, aangevuld met het Keuze-axioma. Deze mensen hebben in de regel ook een andere beperking van de naïeve verzamelingenleer ondervonden, namelijk dat die verzamelingenleer inherent onvolledig is: sommige problemen laten zich niet binnen ZFC oplossen. Het zogeheten Whitehead probleem bijvoorbeeld: als G een abelse groep is met $\text{Ext}(G, \mathbf{Z}) = 0$ is G dan een vrije groep? (De formule $\text{Ext}(G, \mathbf{Z}) = 0$ betekent: telkens als $H/K \cong G$ dan is elk homomorfisme van K naar \mathbf{Z} uit te breiden over H .) Het antwoord is op basis van alleen de axioma's van ZFC niet te geven: een ja-antwoord is consistent met en onafhankelijk van deze axioma's — dit werd in de zeventiger jaren door Shelah bewezen. De meeste leden van onze groep zijn in staat, door het toepassen van met ZFC consistente principes, aan te tonen dat veel van hun problemen niet op basis van ZFC alleen op te lossen zijn. Een nog kleinere groep heeft zich methoden uit de verzamelingenleer eigen gemaakt, zoals forcing, die hen in staat stellen op eigen houtje onafhankelijkheidsbewijzen te geven. Helemaal in het midden staan de echte verzamelingtheoretici; voor hen is de verzamelingenleer een waar paradijs (hoewel volslagen anders dan wat Hilbert met *Cantors paradijs* bedoelde) waarin zij spelen met de zaken die de mensen in de grotere groepen als gereedschap beschouwen en nog veel meer.

Voor welke van deze 'Working mathematicians' vind ik dit

boek nu een aanrader? Voor niemand eigenlijk. Om weer van buiten naar binnen te werken: de buitenste twee groepen zouden aan de inhoud van de eerste twee delen van het boek genoeg hebben maar zouden zich mijns inziens door de presentatie bekocht moeten voelen. Mijn indruk was dat de schrijver te veel haast had om bij deel drie — the core of the book — te komen. In dit deel behandelt hij zaken uit zijn eigen vakgebied, de 'Verzamelingtheoretische analyse'; we vinden hier een heel rareitenkabinet vol functies en verzamelingen met eigenschappen die tegen de gewone intuïtie ingaan: niet-continue functies met de tussenwaarde-eigenschap, niet-continue additieve functies en nog veel meer. Persoonlijk houd ik wel van pathologische verschijnselen, maar ik kan me voorstellen dat dit deel voor anderen toch wel wat veel wordt. In het vierde deel wordt de verzamelingenleer weer opgepakt; in het eerste hoofdstuk maken we kennis met enige welbekende combinatorische principes zoals Martin's Axiom en lozenging en in het tweede hoofdstuk krijgen we een korte cursus forcing waarin de consistentie en onafhankelijkheid van de principes uit het eerste hoofdstuk wordt vastgesteld. Het materiaal in dit deel is vrij standaard en is veel beter en uitdagender beschreven in *Set theory, an introduction to independence proofs* van K. Kunen.

Voor mij is dit een overbodig boek, maar de eerlijkheid gebied mij te vermelden dat een collega (uit de derde groep van boven) zeer te spreken was over het forcing-hoofdstuk. Het ware interessant geweest als dit boek besproken was door iemand die wat verder van de verzamelingenleer af staat dan Uw recensent; ik pleit er hierbij voor dat leerboeken zo veel mogelijk door niet-specialisten gerecenseerd worden opdat wij niet te horen krijgen dat iemands favoriete stelling ontbreekt maar of het boek een buitenstaander heeft kunnen boeien.

K.P. Hart

P.J. Eccles

An introduction to mathematical reasoning: numbers, sets and functions

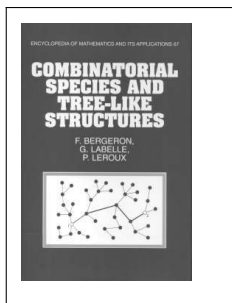
Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

350 p., prijs £14.95 (pb)

ISBN 0-521-59269-0

Dit boek is gebaseerd op een cursus voor eerstejaars wiskundestudenten aan de Universiteit van Manchester. Het moduul Wiskundig Redeneren maakt deel uit van de nieuwe opzet van de wiskundestudie die erop gericht is de kloof tussen schoolwiskunde en universitaire wiskunde te overbruggen. De auteur wil de studenten leren een bewijs netjes op te schrijven. De volgende onderwerpen komen aan de orde: bewijs uit het ongerijmde, volledige inductie, verzamelingen en functies, eindige verzamelingen, algoritme van Euclides, modulair rekenen, er zijn oneindig veel priemgetallen. Het boek kan voor iemand die voor eenzelfde taak staat als de auteur een bron van inspiratie zijn, ook waar hij misschien de neiging voelt sommige dingen anders te doen. Het belangrijkste is, denk ik: probeer te laten zien hoe een goed opgeschreven bewijs bijdraagt aan ons begrip van de zaak. Probeer te vermijden dat de indruk ontstaat dat we de dingen alleen zo doen omdat we nu eenmaal gewend zijn ze zo te doen. In dit licht vind ik de keuze en de uitwerking van de voorbeelden van de auteur niet altijd gelukkig. De auteur noemt Euclides' bewijs dat

er oneindig veel priemgetallen zijn een mooi voorbeeld van een 'proof by contradiction'. Dat is jammer. Het is duidelijk dat dit bewijs eigenlijk constructief is en een algoritme levert dat oneindig veel priemgetallen produceert. De auteur geeft er ook op andere plaatsen blijk van dat hij geen gevoel heeft voor het al of niet constructief zijn van een argument. Het is ook jammer dat de auteur de stelling: $\sqrt{2}$ is niet-rationaal, pas bewijst na de hoofdstelling van de rekenkunde. Het klassieke bewijs gebruikt niet meer dan: het kwadraat van een oneven getal is oneven, en zulke uitspraken zijn in een eerder hoofdstuk aan de orde geweest. Zo valt er meer te zeggen. Een schoolmeester vindt nu eenmaal moeilijk genade in de ogen van een andere schoolmeester. *W. Veldman*



F. Bergeron, G. Labelle et al.
Combinatorial species and tree-like structures

Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

457 p., prijs £55.-

(*Encyclopedia of Mathematics and its applications*; 67).

ISBN 0-521-57323-8

De auteurs beginnen het boek met de volgende woorden: "This book is the first complete presentation in English of the combinatorial theory of species, introduced by A. Joyal in 1980. It gives a unified understanding of the use of generating functions for both labeled and unlabeled structures and also provides a tool for the specification and analysis of these structures. Of particular importance is the capacity of combinatorial species to transform recursive definitions of tree-like structures into functional or differential equations, and conversely. Some of the features of this book are:

- A detailed analysis of classes of combinatorial structures such as permutations, total orders, graphs, rooted trees, data structures, et cetera, including the basic constructions and operations that can be performed on them and on their various generating series.

- A thorough study of data structures defined by functional equations: binary trees, $(2, 3)$ -, (a, b) - and B-trees, AVL-trees, PQ-trees, leftist trees, ordered rooted trees and many other classes of enriched rooted trees.

- Extensive discussions of various links between combinatorics and other parts of mathematics: orthogonal polynomials, Lagrange inversion formula, implicit function theorem, Newton-Raphson iteration, differential equations, symmetric functions, and asymptotic analysis.

- An extension of Pólya theory to classes of structures defined by combinatorial operations or by functional equations and to asymmetric structures.

This book will be valuable reference to graduate students and researchers in combinatorics, analysis, probability theory, and theoretical computer science."

Als spreker zou men geneigd zijn het hierbij te laten, de tekst geeft voortreffelijk weer waar het boek over gaat. Ik wil echter toch enige opmerkingen maken. Het voorwoord is geschreven door niemand minder dan Gian-Carlo Rota, die waarschuwt het boek af te doen als 'te abstract'. De auteurs werken in Montreal en zijn duidelijk leerlingen uit de Franse school. Rota's volgende woorden zijn illustratief: "I dare make a prediction on the futu-

re acceptance of this book. At first, the old fogies will pretend the book does not exist. This pretense will last until sufficiently many younger combinatorialists publish papers in which interesting problems are solved using the theory of species. Eventually, a major problem will be solved in the language of species, and from that time on everyone will have to take notice. The rewriting, copying and imitating will start, and mathematicians who capitulate to the new theory will begin to tell us what species really are. Considering the speed at which mathematics progresses in our day, that time is more likely to come sooner than later." Ik reken mijzelf zo langzamerhand tot de 'old fogies', maar wil zeker niet aanbevelen het boek links te laten liggen. Hier is sprake van bewonderenswaardig werk dat tot doel heeft de combinatoriek op een wiskundig hoger niveau te brengen. De presentatie is zeer duidelijk en alleen al de literatuurlijst is voor iemand die op het gebied werkt goud waard. Kortom, een mooi boek dat zeker de prijs waard is. Een ding moet ik nog kwijt: Weet U wat een "open Camembert-shaped region" is? Zo niet, zie pagina 253. *C. Hoede*

G.E. Bergum, A.N. Philippou, et al. (eds.)

Applications of Fibonacci numbers (vol. 7)

Dordrecht: Kluwer, 1998.

484 p., prijs NLG 395,-

ISBN 0-7923-5022-7

Waar te beginnen met de recensie van een boek van 400 gulden, met dik 500 bladzijden, dat bestaat uit 50 bijdragen van 125 auteurs? Met de inhoudsopgave, waar alle titels van de voordrachten volledig in kapitalen gezet zijn. Of met het *Report on the seventh international conference* door Herta T. Freitag, dat er direct op volgt en waarin we de volgende onvergetelijke volzin terugvinden: 'Even just listening to the titles of the presentations, no one could doubt that there is more imagination in the mind of a mathematician than, possibly, in that of a poet.' Dat doet ons direct weer terugbladeren naar de inhoudsopgave, in de hoop dat in het kapitalenbos ons de prachtige bomen waren ontgaan, maar helaas. Het leuke van GROWING A SELF-SIMILAR TREE was me bij eerste lezing ontgaan, maar ik begin Herta van sarcasme te verdenken bij titels als GENERALIZATIONS TO LARGE HEXAGONS OF THE STAR OF DAVID THEOREM WITH RESPECT TO GCD. Nou ja, zo'n hoge pet had ik toch al niet op van Oostenrijkse poëzie. In dat sarcastische licht klinkt de opmerking 'How befitting that Graz was chosen as the site' trouwens opeens wel heel anders. Raadselachtig, maar toch is de toon van dit rapport, dat voor het overige voornamelijk als dat van een over-enthousiaste akela klinkt ('We did work hard. The sessions started at 9:00 A.M. and extended to the early evening, followed by enjoyable social events, planned by the Local Committee.'), me aanzienlijk liever dan die van de editors in hun *Introduction*. Waar we overigens pas aan toe zijn na de tientallen bladzijden die de *List of Contributors*, het *Foreword*, de *Organizing Committees*, en de *List of contributors to the conference* beslaan. Het drietal weet namelijk met stelligheid: 'It is impossible to overemphasize the importance and relevance of the Fibonacci numbers to the mathematical and physical sciences as well as other areas of study.' Slechts de ware meesters van de ironie krijgen zo'n zichzelf tegensprekende zin uit hun pen. Pas wanneer je je aldus realiseert dat hier een heel team bezig is iemand voor de gek te houden, wordt het leuk!

Natuurlijk is het niet sportief te verraden *wie* hier bij de neus genomen wordt. Maar ik kan wel verklappen dat, anders dan in de affaire Sokal, niet de redacteurs gefopt zijn met nep-artikelen die ze niet van echt hebben weten te onderscheiden: alle bijdragen hadden zo in de Fibonacci Quarterly terecht kunnen komen. Dat de meeste bijdragen minstens twee auteurs hebben, die vaak met meer dan één artikel vertegenwoordigd zijn (in Freitags onnavolgbare proza heet dat 'fertile soil for joint authorship research'), en dat ze voortdurend naar elkaar en naar eerdere boeken uit deze serie verwijzen, maakt ook niet speciaal argwanend. Neen, het ronkende proza van de redacteurs zelf (ditmaal geciteerd van de achterflap) lag er gewoon wat te dik op: '...a carefully refereed collection of papers dealing with number patterns, linear recurrences and the application of Fibonacci Numbers to probability, statistics, differential equations, cryptography, computer science and elementary number theory. This volume provides a platform for recent discoveries [...] and shows the growing interest in, and importance of, the pure and applied aspects of Fibonacci Numbers in many areas of science.' Prijsvraag voor de lezer is dus: vind uit wie hier in de maling genomen wordt. Deelname slechts mogelijk op vertoon van de aankoopbon.

W. Bosma

een *must* is voor de Nederlandse Getaltheoreticus. Is het niet voor hem (haar) zelf, dan kan hij het boek altijd gebruiken om aan derden uit te leggen wat zijn vak inhoudt.

M. Coster

P. Ribenboim

Fermat's last theorem for amateurs

New York: Springer-Verlag, 1999.

407 p., prijs DM 79,-

ISBN 0-387-98508-5

This book discusses the literature on Fermat's Last Theorem (FLT) and restricts itself to those papers involving mainly elementary methods. Some of the beautiful results and clever ideas on FLT contained in obscure or old journals are in this way preserved for posterity. The book is divided into several chapters. A large chapter deals with exponents 4, 3, 5 and 7. There are two chapters on restrictions on hypothetical solutions, one on Sophie Germain's theorem and its generalizations and several more. The book is rather encyclopedic in nature. There are even tables where the years and names of authors are given that proved FLT for a certain exponent.

Remarkably, a considerable amount of space is devoted to papers with false proofs. On page 383 there is even a table of wrong proofs, including three by Lindemann, who proved the transcendence of π (indeed reading this book really drives home how broad the variety and range of people is who tried their hand at FLT over the centuries, making Wiles' accomplishment all the more impressive). Typically it is stated that X claimed to have proved something and then a disclaimer, for example 'his proof was erroneous' follows. The reviewer has never before set eyes on a book where so many shades in incorrectness and correctness are distinguished. What for example is the difference between 'X proved that...' and 'X correctly proved that...'? For professionals and amateurs alike an elucidation on these matters would have been helpful.

On page 272 the author discusses what happens if one perturbs exponents in the Fermat equation; namely one gets infinitely many solutions. There is no mention of coprime solutions. This would have led the author into discussing some exciting new developments (with contributions due to Beukers, Bruin, Darmon, Granville, Tijdeman and Zagier). There is a reasonable chance for amateurs to still make a contribution in this direction. In general though, this book gives a quite excellent overview of what has been done by elementary methods on FLT.

The drawback of the author's encyclopedic approach is that it makes the book, in my opinion, rather unsuited for amateurs. They will miss guidance. There is no indication as to how one should think about certain concepts. There is also no stress on the importance of certain mathematical methods and concepts. Results or concepts are not placed in a wider context.

I strongly suspect that an amateur will get lost in the first 70 pages that are almost exclusively filled with elementary diophantine arguments. A concise and opinionated approach would be more in line with the amateur's need, in my point of view. An amateur will find a guided tour through the world of FLT in Ribenboim's earlier book *13 lectures on Fermat's last theorem*, Berlin 1979, or if she wants a good laugh in the bargain, A. van der Poorten's *Notes on Fermat's last theorem*, John Wiley, New York



F. Beukers

Getaltheorie voor beginners

Utrecht: Epsilon Uitgaven, 1999.

232 p., prijs NLG 34,50

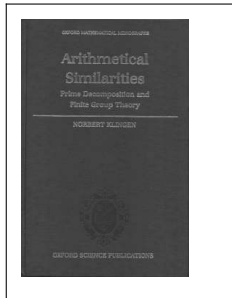
ISBN 90-5041-049-9

Dit boek omvat capita selecta uit de getaltheorie. Het boek is bedoeld voor studenten wiskunde, leraren VWO en HBO, liefhebbers van de getaltheorie, boksenpoffers. Het ingangsniveau is VWO met wiskunde. De indeling van het boek is als volgt: Het eerste hoofdstuk omvat een aantal korte beschrijvingen van de levens van getaltheoretici door de eeuwen heen. De eerst behandelde getaltheoreticus is Diophantus van Alexandrië, de laatste is Andrew Wiles. Vervolgens volgt een aantal hoofdstukken waarin een aantal elementaire begrippen uit de getaltheorie wordt behandeld zoals gehele getallen, volledige inductie en priemgetallen. De hoofdstukken daarna werken alle toe naar een hoogtepunt, en dat maakt het lezen van elk hoofdstuk weer tot een leuke bezigheid. De meeste hoofdstukken kunnen los van elkaar worden gelezen. In de opeenvolgende hoofdstukken komen ondermeer Mersenne- en Fermatgetallen, priemtesten, de kwadratische zeef, zero-knowledge proofs, de wet van Benford, de Stelling van Fermat-Wiles, het *abc*-vermoeden, de Riemann-zeta-functie, transcendentie en het $3n + 1$ -probleem.

De nadruk van het boek ligt niet bij het bewijs van de stellingen. Vele stellingen worden slechts genoemd. Maar daarom juist is dit boek zeker te bestuderen door een beginnend student, of zelfs een gemotiveerd scholier met enkele jaren wiskundeonderwijs. Dit wordt nog eenvoudiger door de vele voorbeelden die het boek rijk is. De tekst zelf bevat geen verwijzingen naar diepgravender literatuur. In de bibliografie is een lijst boeken opgenomen die als vervolg kunnen dienen. Al bij al denk ik dat dit boek

1996. At an easier level there is the very readable book *Fermat's enigma* by Simon Singh, New York 1997. It is my feeling that on knowing already a bit about FLT, say after having read one of these books, the amateur should be able to read more profitably in Ribenboim's book.

P. Moree



N. Klingen
Arithmetical similarities: prime decomposition and finite group theory

Oxford: Clarendon Press, 1998.

275 p., prijs £55.-

(Oxford mathematical monographs).

ISBN 0-19-853598-8

Al kwam de titel van dit boek op mij in eerste instantie wat raadselachtig over, de inhoud blijkt uit een boeiend stuk algebraïsche getaltheorie te bestaan. Om een idee van het onderwerp te krijgen volgt hier een voorbeeld. De polynomen $X^8 - 3$ en $X^8 - 48$ zijn beide irreducibel over \mathbf{Q} , dus als we een nulpunt ervan aan \mathbf{Q} adjungeren krijgen we twee getallenlichamen van graad 8, namelijk $\mathbf{Q}(\sqrt[8]{3})$ en $\mathbf{Q}(\sqrt{2} \cdot \sqrt[8]{3})$. Deze twee lichamen zijn niet isomorf (een aardige opgave in Galoistheorie: beide zijn op te vatten als deellichamen van de Galoisuitbreiding $\mathbf{Q}(\sqrt[8]{3}, e^{2\pi i/8})$ van \mathbf{Q} , maar de ondergroepen van de Galoisgroep waarmee ze corresponderen zijn niet geconjugerd). Toch lijken de lichamen in een aritmetische zin sprekend op elkaar; de technische term die hiervoor is bedacht, is dat ze 'aritmetisch equivalent over \mathbf{Q} ' zijn. Een van de manieren om dat te omschrijven is dat (met hooguit een eindig aantal uitzonderingen; in ons voorbeeld geen enkele) modulo priemgetallen p , de ontbindingen van beide genoemde polynomen in irreducibele factoren in $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}[X]$ er hetzelfde uitziet. Dus als de ene een product van vier verschillende tweedegraads factoren wordt, dan evenzo de andere, enzovoort. Dat dit voor ons voorbeeld geldt, is eenvoudig na te gaan met behulp van het gegeven dat 16 modulo elke priem p een achtste macht is. Voor $p = 2$ is dat duidelijk, voor priemen $p \equiv 1 \pmod{4}$ volgt het uit het feit dat -4 dan een vierde macht is, voor priemen $p \equiv 3 \pmod{8}$ is -2 een kwadraat en tenslotte voor $p \equiv 7 \pmod{8}$ is $+2$ een kwadraat. Ziehier uw voorbeeld. Een andere manier om deze aritmetische equivalentie te omschrijven, is dat je zo twee getallenlichamen met precies dezelfde Dedekind-zetafunctie verkrijgt.

In het boek komen nog andere vormen van 'aritmetisch overeenkomen' voor; zo is er de Kronecker-equivalentie, die vereist dat (alweer met hooguit eindig veel uitzonderingen) voor de priemen modulo welke het ene polynoom een eerstegraads factor heeft, ook het tweede zo'n factor bezit. Als bijvoorbeeld $\mathbf{Q}(\beta)$ de normale afsluiting over \mathbf{Q} van $\mathbf{Q}(\alpha)$ is, dan hebben de minimumpolynomen van α en β deze eigenschap; Kronecker-equivalentie impliceert dus niet eens, dat de lichamen dezelfde graad hebben. Een andere, veel sterkere vorm van op elkaar lijken heet 'lokaal isomorf zijn', oftewel isomorfe adele-ringen hebben. Dit soort begrippen, met vele voorbeelden en literatuurverwijzingen, komt uitvoerig aan de orde in het boek. En dat zowel voor getallenlichamen als ook kort voor meer algemene globale lichamen en zelfs voor semi-simpele algebras.

Al met al een leuk boek, waarbij ik me afvraag of de expo-

sitie af en toe niet wat eenvoudiger had gekund. Als voorbeeldje moge de behandeling van lineaire equivalentie van representaties van eindige groepen dienen. Het is overigens heel jammer dat het boek uitkwam vlak voor de resultaten in deze richting van Bart de Smit en Hendrik Lenstra. Hiermee wordt voor oplosbare eindige groepen precies beschreven wanneer er permutatie-representaties bestaan die isomorf zijn over \mathbf{Q} maar niet over \mathbf{Z} . Als een specialistisch boek zoals hier beschreven een tweede druk haalt, dan hoort een hoofdstuk over dit onderwerp plus de consequenties ervan voor aritmetische equivalentie van radicale uitbreidingen daar zeker aan te worden toegevoegd.

J. Top



N. Jacobson
Finite-dimensional division algebras over fields

Berlin: Springer-Verlag, 1996.

278 p., prijs DM 98,-

ISBN 3-540-57029-2

Toen de recensent het boek opgestuurd kreeg, was de eerste gedachte "Nathan Jacobson, die herinner ik me van de studententijd, bijna 40 jaar geleden. Dit zal dan wel een of andere herdruk zijn". Mis dus! Nathan Jacobson (geboren in 1910, overleden op 5 december 1999) heeft in 1996 dit (nieuwe, zijn veertiende) boek daadwerkelijk het licht doen zien. De in de titel genoemde algebras bepalen de half-enkelvoudige eindig-dimensionale algebras over een lichaam. Op hun beurt leidt dit tot de definitie van Brauergroep en tot de Brauer-Severi variëteiten. In dit boek worden die algebras beschouwd die een involutie toelaten. Op instigatie van Lefschetz startte Albert (~1939) met het bestuderen ervan. De laatste loste het classificatieprobleem op door het zogeheten 'algebraïsche probleem' en het 'aritmetische probleem' aan te pakken.

In dit boek houdt Jacobson zich met het algebraïsche probleem bezig en geeft tevens hedendaagse ontwikkelingen. Hier volgen enkele hoogtepunten: Skew Polynomials and division algebras, Brauer factor sets and Noether factor sets, Galois descent and generic splitting fields, p -algebras, simple algebras with involution.

Het boek is zeer precies en gedetailleerd geschreven (met vrij dichte bladspiegel), zeer geschikt voor seminars en voor zelfstudie (voor dit laatste dient dan wel voldoende tijd uitgetrokken te worden). Het brengt een prachtig stuk algebra voor het voetlicht. Zoals gezegd ook moderne ontwikkelingen staan erin (werk van Auslander, Brown, Formanek, Jacob en Wadsworth, Knus, Lam, Leroy, Merkurjev, Tignol, Saltman, Van den Bergh, bijvoorbeeld). De literatuurlijst is een prachtige reis door vrijwel de gehele 20e eeuw. U begrijpt het wel: zonder meer aanbevolen. Een knap stuk werk van deze 86-jarige grootmeester in de algebra.

R.W. van der Waall

S. Caenepeel

Brauer groups, Hopf algebras and Galois theory

Dordrecht: Kluwer, 1998.

488 p., prijs NLG 345,-

(*K-Monographs in mathematics*; 4).

ISBN 0-7923-4829-X

Dit boek geeft een zeer uitvoerige en gedetailleerde uiteenzetting van de theorie der Brauergroepen en wat dies meer zij. Grondbeginselen van groepentheorie, ringtheorie, lichaamstheorie (zoals bijvoorbeeld het gehele boek van Th. Hungerford: *Algebra*) worden bekend verondersteld. In hoofdstuk 1, The Brauer group of a commutative ring, treffen we onderwerpen aan als: Moritatheorie, Azuyama-algebra's en Taylor algebras, de Rosenberg-Zelinsky exacte rij, semi-locale ringen, de Brauergroep, centraal separabele algebras, Amitsur-cohomologie en étale cohomologie, Grothendieck topologieën, schoven, cohomologie en Brauergroepen, de Mayer-Viëtoris exacte rij. In hoofdstuk 2, Hopf algebras and Galois theory, vinden we onder meer terug: Galoisobjecten en Moritatheorie, Sweedler- en Harrisoncohomologie, Picardgroep, monogene Larsonordes. In hoofdstuk 3, The Brauer-Long group of a commutative ring, staan zaken als: H -Azuyama algebras, Hopf algebras, Brauer-Long group in allerhande verschijningsvormen, Brauer-Long group van Yetter-Drinfel'd-modulen, abelse categorieën, elementaire K -theorie.

Dit is een boek, ofschoon in leerboekstijl geschreven, dat meer geschikt is voor (zeer) gevorderde studenten en specialisten. Er staan veel (abstracte?) voorbeelden in. Het geheel ontbreken van opgaven is opmerkelijk. Het is ook een boek dat in geen bibliotheek mag ontbreken, maar of U nu direct deze zwaargewicht op de plank moet hebben, acht ik zeer de vraag. Nogmaals, de theorie der Brauergroepen, tot en met de meest recente ontwikkelingen, staat er goed en uitvoerig in. De literatuurlijst beslaat 209 items. De inhoud van het boek is stellig net zo diepgaand als de prijs van het boek hoog is.

R.W. van der Waall

Dit geval staat niet op zich. Er wordt een overmaat aan terminologie gebruikt, maar het kost dikwijls (soms vergeefse) moeite om te achterhalen waar die wordt ingevoerd en/of gedefinieerd, en die plekken vallen niet altijd samen. Ook overigens noodt het werk niet tot lezen. De druk is adequaat maar niet meer dan dat, de bladzijden zijn te druk en uniform. Het Engels (van de auteur of van een vertaler, wij komen het niet aan de weet) is doorgaans correct, maar vlak en beperkt. Gebrek aan motivering, vrijwel geen heuristiek: welke de grote lijn is die de auteur ons wil tonen — het blijft verborgen. Hoofdstukken beginnen met teksten als 'For a ring A , the following conditions are equivalent: ...'

Een naslagwerk, dan? Hier valt iets voor te zeggen, want er staat een hoop informatie in en de auteur maakt een deskundige indruk. Hoewel? In paragraaf 6.3 behandelt hij semiperfecte ringen en laat zien, dat elk eindig voortgebracht rechtsmoduul een projectief dek heeft. Maar ik heb niet kunnen vinden, dat deze eigenschap (elk enkelvoudig moduul heeft een projectief dek is al voldoende) semiperfecte ringen karakteriseert. Daar semiperfect een symmetrische eigenschap is, zijn er dan ook projectieve dekken voor linksmodulen, vanuit de eerste beginselen verre van evident.

Een volgend rood lampje gaat branden wanneer men telt dat van de 214 titels in de bibliografie, er 67 zijn geschreven door Tuganbaev. Een geducht algebraïcus, denkt men in een eerste opwelling. Vervolgens bekruipt ons de twijfel. Het lijkt er eerder op, dat andere wiskundigen en passant een bijdrage leveren en dan weer verder gaan, het nogal beperkte speelterrein over latend aan de auteur.

Gezien de prijsstelling van deze serie, mikt de uitgever al lang niet meer op individuele wiskundigen als kopers van de boeken. Wat mij betreft mogen ook de bibliotheken deze keer verstek laten gaan.

J.R. Strooker

W. Fulton

Young tableaux

Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

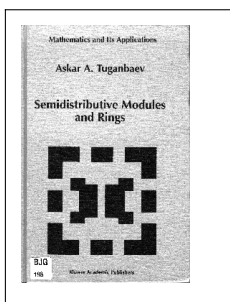
260 p., prijs £14.95

(*London Mathematical Society student texts*; 35).

ISBN 0-521-56724-6

This book, of which the subtitle 'with applications to representation theory and geometry' appears (only!) on the inside title page, has three parts, and various appendices, each part and the collected appendices being of roughly equal size. Part I treats the combinatorics of (semistandard) Young tableaux, part II the representation theory of symmetric and general linear groups, and part III geometrical and homological questions concerning flag varieties. Although the focus (and the assumed background) of each part is different, the parts form a logical succession, and occasionally use facts obtained in previous parts. The approach throughout emphasises explicit descriptions over abstract facts.

Each part forms a welcome addition to the literature, for varying reasons. Part I, which treats the Robinson-Schensted correspondence and Schützenberger's jeu de taquin, leading to the Littlewood-Richardson rule, is the first accessible treatment of these matters in book form; before one had a section in Knuth's *The Art of Computer Programming*, Vol 3 (1973), and Schützenberger's paper on jeu de taquin in LNM 579 (1977).



A.A. Tuganbaev

Semidistributive modules and rings

Dordrecht: Kluwer, 1998.

prijs NLG 290,-

ISBN 0-7923-5209-2

Dit boek gaat over ringtheorie, of nauwkeuriger moduultheorie. Probeer ringen te classificeren wanneer de modulen aan een bepaalde eigenschap voldoen. Zulke eigenschappen zijn er natuurlijk vele, en het boek is dan ook dik. Een moduul heet distributief wanneer voor elk drietal deelmodulen X , Y en Z geldt dat de doorsnee van X met de som van Y en Z gelijk is aan de som van de afzonderlijke doorsneden. Een directe som van distributieve modulen heet semidistributief. In de inleiding is geregeld sprake van een distributieve ring, maar waar is de definitie? Is een ring R distributief wanneer alle, zeg rechtsmodulen distributief zijn, of hoeft alleen R als rechtsmoduul over zichzelf distributief te zijn? De index helpt ons niet, het lemma komt niet voor.

Part II develops the classical relation between the representations of the symmetric and general linear groups while giving explicit constructions for both; these examples provide complements to the general representation theory of finite and (semisimple) Lie groups that deserve to be better known than they are. Part III explicitly links the geometry of Grassmannians and general flag varieties to the representation theory of general linear groups; this may provide a motivation for the study of homological algebra that is often missing in general texts on the subject. Clearly, this is a very useful textbook, to be advised to anybody interested in its subjects. That being said, there are also some disappointing aspects to the book. While giving explicit its constructions facilitates understanding the theory, one risks losing elegance, and ending up with overly technical descriptions; at some points the book is found wanting in this respect. Reading through parts II and III, the reader has to absorb an increasing number of algebraic constructions and combinatorial orderings, making it increasingly difficult to follow the text in detail. Indeed, at some points it is clear that the author is himself confused, and goes astray; for instance on page 110, references to 'smallest' monomials should be replaced by 'largest' (this is not merely due to a specific choice made, but to a misunderstanding of monomial orderings). Fortunately such glitches do not adversely affect the general development. The combinatorial part I will become a standard reference. It is therefore unfortunate that the text does not much reflect the advances in understanding made over the last two decades, even if it does occasionally refer to such research. Basically the development follows Schützenbergers 1977 paper, albeit more readably and with more prominence for Schensted's construction. Instead of trying to isolate the combinatorial structures that most cleanly underly the algorithms considered, one finds a reliance on visual descriptions and plastic formulations (apart from Knuth's 'bumping' we find 'digging a hole' for jeu de taquin sliding, and the supposedly new 'matrix ball construction' for an operation on posets already described by Knuth in 1971); this tendency seems common to many American authors. One also senses a division between (mostly) American and European schools in the 6-page bibliography: while the author seems well aware of work by young American researchers, European references since 1990 are limited mostly to big names. The attempt at combinatorial completeness by listing in an appendix variations of the constructions considered, without seeking a unifying point of view, is boring. Altogether an important book; any misgivings are largely *because* of its importance.

M. van Leeuwen

van krommen van geslacht g genoemd en de bijbehorende parameter ruimten M_g zijn algebraïsche variëteiten, die de 'moduli ruimten' van algebraïsche krommen van geslacht g heten. Het heeft lang geduurd voordat het goede wiskundige begrippenapparaat voorhanden was om op een solide manier met moduli ruimten om te gaan; in feite hebben Grothendieck en Mumford hiervoor pas de basis gelegd. Vanaf de jaren zeventig is het onderzoek naar de moduli ruimten in een stroomversnelling geraakt. Het gebruik van deze moduli ruimten in de theoretische fysica (snarentheorie) heeft recent nog een extra impuls gegeven.

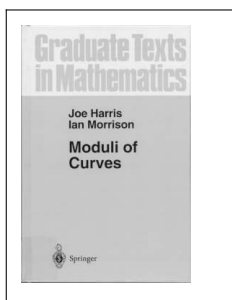
De moduli ruimten M_g behoren tot de meest fundamentele voorbeelden van algebraïsche variëteiten met fascinerende meetkundige en getaltheoretische eigenschappen en blijkbaar ook van belang voor de beschrijving van het gedrag van elementaire deeltjes. Enkele hoogtepunten in de ontwikkeling van het onderwerp tot dusver zijn de compactificatie van Deligne en Mumford, de bepaling van de Kodaira-dimensie van M_g voor $g \geq 24$ door Harris-Eisenbud en Mumford, de bepaling van het Euler-getal van M_g door Harer and Zagier, en de bepaling van de snijgetallen van de tautologische klassen door Witten en Kontsevich. Ondanks de stormachtige vooruitgang is onze kennis van deze ruimten nog erg beperkt, bijvoorbeeld afgezien van enkele dimensies hebben we geen idee van de Betti-getallen van M_g .

Als een student geïnteresseerd is in onderzoek op dit gebied staat hij/zij voor de formidabele taak zich de technieken en resultaten die bij de studie, of eerder al bij de constructie van M_g gebruikt worden, eigen te maken. In mijn ogen is het beste advies dan maar in het diepe te duiken en niet te verdrinken. Precies in deze situatie kan het onderhavige boek uitstekende diensten verlenen. Het kan een panoramisch overzicht bieden, hulp bieden bij het leren van een aantal basistechnieken en met veel voorbeelden testmateriaal voor het begrip verschaffen. Alhoewel dit boek verschijnt in de 'Graduate texts in mathematics' is het geen leerboek in de gebruikelijke zin van ons vak, maar is eerder een mengvorm van een leerboek en de schriftelijke neerslag van voordrachten. Desondanks lijkt mij dit een uiterst nuttig boek en ik denk dat er, ondanks de bezwaren die er aan deze vorm kleven, meer boeken van deze soort zouden moeten zijn.

Het boek begint met een globaal overzicht van parameter ruimten zoals Hilbertschema's, Severi-variëteiten en Hurwitzschema's. Daarna volgt een hoofdstuk dat schetst hoe de moduli ruimten geconstrueerd worden en een overzicht van allerlei resultaten, i.h.b. over de cohomologie (resultaten van Harer, tautologische ring, vermoedens van Faber, snijgetallen van tautologische klassen volgens Witten-Kontsevich). De stijl is hier eerder die van een voordracht dan van een systematisch leerboek.

Vervolgens gaat het boek verder met een veel gedegener hoofdstuk over basistechnieken zoals deformatietheorie, stabiele reductie, toepassingen van de Grothendieck-Riemann-Rochstelling; dit levert bij elkaar een heel nuttig hoofdstuk op. Dit wordt vervolgd met een inleiding in de constructiemethoden van M_g zonder veel gedetailleerde bewijzen, en een hoofdstuk over limieten van lineaire reeksen en Brill-Noethertheorie. Dit is zeker ook een nuttig hoofdstuk, alhoewel de precisie duidelijk afneemt naarmate we nu verder in het boek komen. Dit geldt ook voor het laatste hoofdstuk waarin diverse zaken, zoals ampele divisoren en het hellingvermoeden, irreducibiliteit van Severi-variëteiten en Kodaira-dimensie aan de orde komen.

Het gebruik van dit boek moet aangevuld worden met de stu-



J. Harris, I. Morrison

Moduli of curves

Berlin: Springer-Verlag, 1998.

336 p., prijs DM 118,-

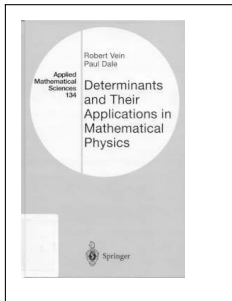
(Graduate Texts in Mathematics; 187).

ISBN 0-387-98438-0

Riemann heeft in 1857 de essentiële parameters van algebraïsche krommen van gegeven geslacht ingevoerd en laten zien dat er $3g - 3$ zulke parameters zijn. Deze parameters worden de *moduli*

die van een systematisch leerboek en de oorspronkelijke bronnen. Zo een systematisch leerboek vormt het standaardwerk van Arbarello, Cornalba, Griffiths en Harris: *Geometry of algebraic curves, I*. We wachten al jaren op deel II van dit leerboek waarin ook de moduli-ruimten aan de orde komen; het schijnt er nu toch aan te komen. Maar de lezer moet niet verwachten in het besproken boek een opvolger van deel I van het A-C-G-H-boek te vinden. Er is een poging gedaan het manuscript voor dit boek te gebruiken voor deel II, maar daarvan is verder afgezien en het valt te begrijpen waarom. Het besproken boek bezit daar niet de precisie en systematiek voor. Desondanks kan het van grote waarde zijn voor de student die zijn weg in dit moeilijke, maar boeiende gebied wil vinden. Die moet dan de onnauwkeurigheid op de koop toe nemen. Die zit deels in een zekere schetsmatigheid of zelfs vaagheid hier en daar, maar ook in onjuistheden, zoals bijv. op pagina 57 waar de existentie van complete oppervlakken in M_6 impliciet gemeld wordt. Voorzover ik weet is dat niet bekend.

G. van der Geer



R. Vein, P. Dale
Determinants and their applications in mathematical physics
 New York: Springer-Verlag, 1999.
 384 p., DM 144,-
 (Applied mathematical sciences; 134).
 ISBN 0-387-98558-1

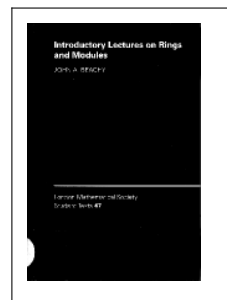
This book should have been given the title: *The analytic theory of determinants with applications to the solutions of certain nonlinear equations of mathematical physics*, which however lacks the virtue of brevity according to the authors in their preface. This title as well as the actual one indicates that the book contains two parts which can be clearly distinguished. The first and by far greater part treats the (analytic) theory of determinants. It consists of five chapters, running from page 1 to page 234. The treatment deviates from the usual course taken by texts on determinants where often the algebraic-geometric significance is emphasized. The addition 'analytic' points to the fact so much attention is paid to differentiating (and differencing) procedures. Lots of recent results are incorporated. The first part of this book therefore constitutes an interesting contribution to the theory of determinants. Chapter 6 forms the second part (pages 235–303) and is devoted to verifications of solutions of equations from mathematical physics, particularly from lattice, relativity and nonlinear wave theory, solutions in which determinants figure in one way or another.

The determinantal theory in chapters 1–5 gradually proceeds to rather specialized results on a long range of specific determinants. These results are presented in theorems and formulas designed to be directly applicable for the verification procedures in chapter 6. As an example I mention Hankelians, the discussion of which covers the larger part of chapter 4 on Particular Determinants. A Hankel determinant is the determinant of an (n, n) -matrix A with elements $a_{ij} = \phi_{i+j-2}$, where the $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{2n-2}$ allow a single-suffix notation and can be functions of one or several variables. Functions $\phi_n(X)$, which satisfy the Appell equation

$\phi'_m = m\phi_{m-1}$ or a generalized Appell equation $\phi'_m = mF\phi_{m-1}$ for some function F , play an important part. A typical example shows up in chapter 6.3 on the Dale equation. This nonlinear ordinary equation $(y'')^2 = y'(y/x)'((y + 4n^2)/(1+x))'$ arises in the study of stationary gravitational fields. It is demonstrated that this equation is satisfied by the function $y = 4(c-1)xA^{11}$, where c is an arbitrary constant and A^{11} is a scaled cofactor (cofactor divided by the original determinant) of a particular Hankel determinant $|A|$ of order n .

From the other equations that appear in chapter 6 and of which determinantal solutions are verified I mention the Kay-Moses equation (a special case of the Schrödinger equation), the Toda equations (differential-difference equations), the Korteweg-de Vries equation and a 2-dimensional generalization of it, the Benjamin-Ono equation (a nonlinear integro-differential equation), the Einstein equation for the potentials of a special relativistic gravitational field. Again and again the apparatus developed in part 1 is used in extensive calculations in order to demonstrate that a given determinantal expression is a solution. The authors, of whom especially the first one contributed substantially to the subject, come with the following call-up. "Pure mathematicians are strongly recommended to make themselves acquainted with these applications, for they will undoubtedly gain inspiration from them. They will find plenty of scope for purely analytical research and may well be able to refine the techniques employed by mathematical physicists, prove a number of conjectures, and advance the subject still further." The bibliography is carefully elaborated and covers 30 pages.

The book is not without minor errors. It is often more appropriate to consult the list of contents in stead of the index, the latter being not very complete. After a short period of time one gets used to the way of cross-referencing and to the style of the book in general. I found it very interesting and intriguing. L.R.J. Westerman



J.A. Beachy
Introductory lectures on rings and modules
 Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
 238 p., prijs £15.95
 (LMS student texts; 47).
 ISBN 0-521-64407-0

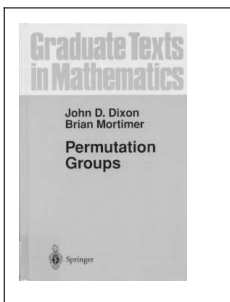
Dit werk is de neerslag van een serie colleges. De auteur verwacht van de lezer enige voorkennis op het gebied van de groepteorie. Er zijn vier hoofdstukken. Het eerste is gewijd aan ringtheorie met de nadruk op integriteitsgebieden en matrixringen. Het wordt afgesloten met een 'extraatje' over de endomorfismenring van een abelse groep en de ring van scheve polynomen, uitmondend in de differentiaalpolynoomring, in het bijzonder de Weyl-algebra. In het tweede hoofdstuk komen uitgebreid de moduli ter sprake: Noether- en Artin-moduli, tensorproducten en alles wat mede van belang is voor de overige hoofdstukken. In de afsluitende sectie behandelt de auteur moduli over de Weyl-algebra's. In het derde hoofdstuk wordt de structuur van non-commutatieve ringen behandeld met als hoofddoel het Artin-Wedderburn-theorema, waardoor de structuur van halvenkelvoud

dige Artinringen duidelijk wordt. Het extraatje is nu een niet-commutatief analogon van de inbedding van een integriteitsgebied in zijn quotiëntenlichaam: in plaats van in een lichaam wordt een inbedding in een enkelvoudige Artinring beschouwd. In het slothoofdstuk behandelt de schrijver de representatietheorie van eindige groepen, steunend op het werk van Emmy Noether. Elk hoofdstuk wordt afgesloten met een serie vraagstukken. Het definitieve slot is een appendix, waarin onder andere onderwerpen als Zorns lemma, eigenwaarden en karakteristieke polynomen (stelling van Cayley-Hamilton) en de ring van algebraïsche getallen ter sprake komen. Samenvattend: De behandelde stof wordt zeer nauwkeurig gepresenteerd. Het boek verdient warme aanbeveling.

A.H. Boers

of answers to any of them. Often the real exercise is to find out what was intended, and to reformulate the question accordingly; just scanning the first two chapters we found exercises 1.5.5, 1.8.3, 2.3.7, and 2.5.6 asking for proof of false statements. This, together with the rather steep pace of progression through the subject matter makes it doubtful whether the book meets its goal of being an introductory text at the graduate level, or is suited for independent study. The book does include a lot of interesting material though; its first chapter could form the basis for a course on symmetry groups, provided a knowledgeable instructor carefully selects the material and provides solutions to important exercises. For those already well acquainted with the basics of permutation groups, the further chapters provide a useful reference text for the more advanced topics they treat.

M. van Leeuwen



J.D. Dixon, B. Mortimer

Permutation groups

New York: Springer-Verlag, 1996.

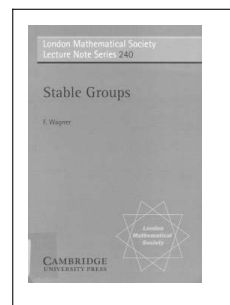
346 p., prijs DM 84,-

(Graduate texts in mathematics; 163).

ISBN 0-387-94599-7

The subject of this book is the study of groups equipped with an action on a (mostly finite) set, and correspondingly of subgroups of symmetric groups. Its intended audience is, as appropriate for the series, that of graduate students, but the level varies from quite elementary in the initial chapters to some advanced research topics in the later ones. The first two chapters, treating group actions and various associated constructions, are of general interest to anybody working with symmetry groups. The prerequisites are somewhat curious: the basics of group theory, such as the Sylow theorems, are assumed known, but absolutely nothing about group actions of symmetric groups; this is probably motivated by a wish to develop the subject matter from the most basic definitions up. Anyway, one is supposed to rapidly overcome this relative ignorance about group actions, and to obtain fluency with many specialised concepts. Somewhat confusingly, the numerous notions pertaining to the action of the group (like 'degree', 'regular', 'transitive', 'primitive') are systematically applied to the group itself. In the third chapter the emphasis shifts from the study of group actions to an analysis, in terms of the set being permuted, of the permutation groups themselves; the text quickly becomes more specialised and technical. The subjects discussed here are important in the computational study of finite groups.

The remaining six chapters develop more or less independent subjects, where often important contributions have been made by relatively recent research: the structure of primitive groups, bounds on the order of permutation groups, Mathieu groups and Steiner systems, multiply transitive groups, the structure of (infinite) symmetric groups, and applications of infinite permutation groups. Many exercises are integrated into the text of this book, and without them the text would be quite hard to follow: many examples and properties essential for understanding the notions in the main text are developed in the exercises. Unfortunately however, the exercises have been rather carelessly edited, and their difficulty varies greatly; also there is no indication



F.O. Wagner

Stable groups

Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

309 p., prijs £27.95

(LMS lecture note series; 240).

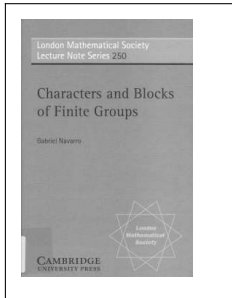
ISBN 0-521-59893-7

In model theory mathematical structures and the truth of first order sentences in these structures are considered. (Sometimes richer languages are used.) If it is possible to classify all models of a complete first order theory by 'simple invariants', then this theory is stable (S. Shelah). The converse is not true. In the book under review stable groups are groups that live in a first order context in a structure with a stable first order theory. For instance abelian groups and algebraic groups over an algebraically closed field have a stable first order theory. It is an interesting question how concrete group-theoretic and model-theoretic properties influence each other. But there are deeper connections between general and geometric stability theory and stable groups. They appear naturally in model-theoretic investigations as for instance in E. Hrushovski's contribution to the Mordell-Lang conjecture.

In 1987 Bruno Poizat's book 'Groupes stables' appeared and gave an important impulse for the development of the theory of stable groups. It was a good idea of the author to present the subject again ten years later. He starts with short introductions of prerequisites from group theory and model theory and gives examples. In chapter 1 group theoretical consequences of stability are considered. Stable groups satisfy several chain conditions. The author studies the consequences of these chain conditions. Therefore this is a very group-theoretical part of the book. Chapter 2 is devoted to generic types. They are a main tool for working in stable groups. Hrushovski's notions foreignness, internality, and analysability have a special significance for stable groups. They are introduced in chapter 3. In the rest of the chapter and in the remaining chapters 4 (geometrical stability theory) and 5 (\mathcal{R} -groups) the developed model-theoretic machinery is applied. The author follows his aim 'to develop the theory in full generality, avoiding repetition as far as feasible'. He presents the classical results in a much more general situation. For instance his Φ -component generalizes both the characteristic normal subgroup of monomial U -

rank given by Berline and Lascar and Hrushovski's p -connected component. Most of these generalizations of the theory are based on the work of the author. This makes the book an original contribution to the theory.

A. Baudisch



G. Navarro

Characters and blocks of finite groups

Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

287 p., prijs £24.95

(LMS lecture note series; 250).

ISBN 0-521-59513-4

Dit boek is gebaseerd op een cursus modulaire karaktertheorie voor 'graduate students' die reeds vertrouwd waren met de gewone representatietheorie van eindige groepen. De lezer die het onderhavige boek wil gaan bestuderen doet er goed aan zijn/haar kennis van die gewone representaties wat op te halen of aan te vullen, want de auteur doet wat dit betreft geen enkele concessie. Met name zou men I.M. Isaacs, *Character theory of finite groups*, Dover, New York, 1994 kunnen raadplegen. Naar dit boek wordt veelvuldig verwezen, terwijl ook de relevante notatie in beide boeken nagenoeg identiek is.

Zoals bekend zal zijn, bestudeert men in de representatietheorie de homomorfe afbeeldingen tussen de groepsalgebra RG van een eindige groep G en de R -algebra $\text{Mat}(n, R)$ van $n \times n$ -matrices met elementen in een commutatieve ring R met eenheidselement. Equivalent hiermee is de studie van R -vrije RG -modulen. Irreducibele representaties corresponderen met irreducibele modulen. In het bijzonder kan men voor R een lichaam F nemen. Het karakter χ van een F -representatie ψ van G is de functie gedefinieerd door $\chi(g) = \text{Tr } \psi(g)$, $g \in G$. Karakters van irreducibele representaties heten irreducibele karakters. De 'gewone' karakters zijn de irreducibele \mathbf{C} -karakters, als verzameling aangeduid met $\text{Irr}(G)$.

Als F een lichaam is van karakteristiek p , dan heet een homomorfisme $G \rightarrow \text{Mat}(n, F)$ een F -representatie. In navolging van R. Brauer worden F -representaties bestudeerd met behulp van functies die nauw gerelateerd zijn aan karakters. Deze worden Brauerkarakters of modulaire karakters genoemd en als volgt gedefinieerd. Zij R de ring van algebraïsch gehele getallen en zij M een maximaal ideaal dat pR bevat. Dan is $F := R/M$ een lichaam van karakteristiek p , waarvan de multiplicatieve groep F^* isomorf is met de verzameling $U = \{\xi \in \mathbf{C} \mid \xi^m = 1 \text{ voor een } m \text{ die priem is met } p\}$. Laat nu ψ een F -representatie zijn. Is voorts G° de verzameling van p -reguliere elementen g van G (p is niet deler van $\text{ord}(g)$), dan geldt voor $\psi(g)$, $g \in G^\circ$, dat alle n eigenwaarden van de matrix in F^* liggen. Via het genoemde isomorfisme horen hier n complexe getallen $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ bij. Men definieert nu het Brauerkarakter $\varphi : G^\circ \rightarrow \mathbf{C}$ als $\varphi(g) = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$. Het karakter φ heet irreducibel als ψ dat is. De verzameling van irreducibele Brauerkarakters wordt aangeduid met $\text{IBr}(G)$. Vanzelfsprekend is de samenhang tussen enerzijds $\text{Irr}(G)$ en anderzijds $\text{IBr}(G)$ (voor verschillende priemgetallen p) een belangrijk onderzoeksgebied.

Na al deze definities en na het gebruikelijke exposé van algebraïsche begrippen vervolgt het boek in hoofdstuk 2 met enige

elementaire eigenschappen. Bij het lezen hiervan wordt duidelijk dat het gedrag van de karakters van $\text{IBr}(G)$ en van $\text{Irr}(G)$ soms analoog is, maar ook sterk verschillend kan zijn. Zo hoeft de graad $\varphi(1)$ van een irreducibel Brauer karakter geen deler te zijn van $|G|$. In hoofdstuk 3 worden p -blokken ingevoerd. Dit zijn equivalentieklassen in $\text{Irr}(G) \cup \text{IBr}(G)$ onder een zekere equivalentierelatie. Met behulp van dit begrip en van gerelateerde zaken als defect en hoogte van een karakter is een deel van de structuur van een gewone karakertafel te verklaren.

In de volgende drie hoofdstukken worden de drie hoofdstellingen van Brauer bewezen. Met behulp daarvan volbrengt de auteur in hoofdstuk 7 een zich zelf opgedragen missie, namelijk het bewijzen van Glaubermans Z^* -Theorema, hetgeen een mooie toepassing is van modulaire karaktertheorie op eindige groepen. In de aanloop naar dit bewijs wordt het Brauer-Suzuki-Theorema bewezen, eveneens met bloktheorie. In hoofdstuk 8 worden de Brauerkarakters op een wat fundamenteelere manier onderzocht. Met name komt de samenhang aan de orde tussen de Brauerkarakters van een groep en die van zijn ondergroepen. De relatie tussen blokken en normale ondergroepen is het onderwerp van hoofdstuk 9. Tenslotte worden in de laatste twee hoofdstukken toepassingen behandeld op respectievelijk p -oplosbare groepen en op groepen met een Sylowse p -ondergroep van orde p . Terecht beschouwt de auteur dit als hoogtepunten van de theorie. Een aantal fraaie aansprekende stellingen is het resultaat. Zo begint hoofdstuk 10 met de opmerkelijke stelling van Fong en Swan, die zegt dat als de groep G p -oplosbaar is, er voor elke $\varphi \in \text{IBr}(G)$ een $\chi \in \text{Irr}(G)$ bestaat met $\chi^\circ = \varphi$ (hier is χ° de beperking van χ tot G°). Een aardige toepassing is voorts de berekening van de graden $\chi(1)$ van de gewone irreducibele representaties van de Mathieugroep M_{11} .

Al met al een goed leesbaar boek, mits men het in het begin gegeven advies ter harte neemt dan wel dit niet nodig heeft.

A.J. van Zanten

J.D. Dixon, M.P.F. du Sautoy et al.

Analytic pro- p groups 2nd edition

Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

368 p., prijs £37.50

(Cambridge studies in advanced mathematics; 61).

ISBN 0-521-65011-9

Dit boek is oorspronkelijk verschenen in de 'LMS lecture notes series' in 1990, en besproken door R.J. Schoof, *Mededelingen van het WG 36* (1993) #7, p. 355. Deze tweede druk is bewerkt door Du Sautoy en Segal, en bevat in het voorwoord een uitvoerige beschrijving van de verschillen met de eerste druk. In het bijzonder is deze met vier hoofdstukken uitgebreid.

W. van der Meiden

A.W. Knapp

Lie groups beyond an introduction

Basel: Birkhäuser-Verlag, 1996.

604 p., prijs DM 94,-

(Progress in mathematics; 140).

ISBN 3-7643-3926-8

Dit is een zorgvuldig geschreven tekstboek, zoals we van de auteur gewend zijn. De eerste helft van dit boek is een uitgebalanceerde weg beginnend met inleidende Lietheorie tot aan de karakterformule van Weyl (via de 'unitary trick'). De algebraïsering van Weyls methode is allereerst opgepakt door Casimir en Van der Waerden (1935) voor wat betreft volledige reducibiliteit, en is later afgemaakt door Freudenthal (1954) met een algebraïsch bewijs van de karakterformule. Het algebraïsch gereedschap is in beide gevallen de Casimir-operator. Deze eerste verwijzing treft men in de meeste tekstboeken aan, de verwijzing naar Freudenthal ontbreekt echter ook in dit boek. We zijn nu halverwege het boek beland.

Wat nog volgt is structuurtheorie van reële halfenkelvoudige groepen zoals $G=KAN$, $G=KAK$, et cetera. De uiteindelijke classificatie gaat in termen van een zo compact mogelijke CSA en leidt tot het begrip Vogan-diagram, dit in tegenstelling met de door Helgason gevolgde strategie van een zo gespleten mogelijke CSA en het begrip Satake-diagram. Dit ziet er interessant uit als alternatieve aanpak. De theorie van symmetrische ruimten wordt benaderd vanuit een Lietheorie kant, terwijl bij Helgason de differentiaalmeetkunde het uitgangspunt is. In het slothoofdstuk worden enkele integraalformules afgeleid en Helgasons ontbinding van de functieruimte voor een compacte symmetrische ruimte U/K gegeven. Ieder hoofdstuk besluit met een keur van opgaven, en zoals we van de auteur gewend zijn, krijgen voorbeelden ruim aandacht. Kortom een weloverwogen geschreven boek, dat ik een ieder kan aanraden.

G. Heckman

aan. De benamingen fundamenteelgroep voor homotopieklassen van wegen met gebruikelijke groepsstructuur en Poincarégroep voor de inhomogene Lorentz-groep zijn toch universeel in gebruik.

In hoofdstuk 1 wordt het fundament gelegd voor het verder boek. Een heel stel algebra's wordt besproken (matrix, Hjelmslev, Frobenius, Clifford, Jordan, Grassmann, alternatieve, Freudenthal) en de structuurtheorie en (eindigdimensionale) representatietheorie van simpele algebraïsche groepen (over reële en complexe getallen) wordt uitgelegd. Met name bij dit laatste onderwerp wordt een aantal hoofdstellingen niet bewezen, en met referenties (veelal naar het oorspronkelijke werk van Cartan of Weyl; zou het voor een beginner niet handiger zijn ook meer toegankelijke moderne verwijzingen te hebben?) afgedaan. Dit is begrijpelijk want anders zou het boek veel te dik worden, en bovendien is deze theorie in diverse tekstboeken goed uiteen gezet (met uitzondering van een stelling van Vinberg, die voor de constructie van de meetkunde van exceptionele groepen een essentiële rol speelt, waarbij met een verwijzing naar het Russisch origineel (van 3 bladzijden!) wordt volstaan). Soms ook staan de dingen in vreemd perspectief uitgelegd, zoals bijvoorbeeld op bladzijde 94 waar de stelling van Cartan over de classificatie van irreducibele representaties door hun hoogste gewicht wordt vervolgd met de stelling van Weyl dat de basisovergang van simpele wortels naar fundamentele gewichten wordt gegeven door de Cartanmatrix. Maar dit laatste is toch juist de definitie van de Cartanmatrix! Het boek behandelt veel onderwerpen maar vaak wel oppervlakkig. De $W(E_6)$ -symmetrie in de 27 lijnen op een kubisch oppervlak en de $W(E_7)$ -symmetrie in de 28 bitangenten aan een vierdegraads kromme worden in één bladzijde afgedaan zonder verwijzing naar de hiervoor uitstekende referenties Demazure, LNM 777, of Manin, *Cubic forms*.

De kern van het boek gaat over de meetkunde van exceptionele groepen, met dingen als het magisch vierkant van Freudenthal. Eens was dit een populair onderwerp, dat met enthousiame door velen in Utrecht werd beoefend. Thans verkeert het in rustiger vaarwater. Als zodanig had ik graag een soort definitieve versie van deze theorie uiteengezet willen zien. Ondanks dat ik er met belangstelling in heb gelezen beantwoordt dit boek helaas niet aan deze (wellicht te hoog gestelde) verwachting.

G. Heckman

K. Bichteler

Integration - A functional approach

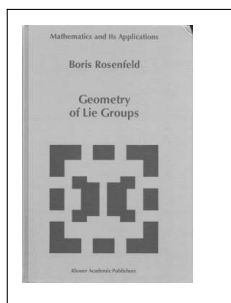
Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998.

193p., prijs DM 78,-

(Birkhäuseradvanced texts).

ISBN 3-7643-5936-6

Het manuscript van dit boek bestaat uit de aantekeningen bij een inleidend college integratietheorie aan de universiteit van Texas in Austin. Bij dit college wordt niet de traditionele weg naar de integraal gevolgd: een volumefunctie eerst uitbreiden (Carrathéodory) tot een maat op een σ -algebra en vervolgens de stap maken naar integreerbare functies via een limietproces. De *Functional approach* maakt gebruik van seminormen en reduceert beide stappen tot één: de elementaire integraal op de klasse van trapfuncties (*integral = sum of the products step-size \times height-of-step*) wordt continu uitgebreid met behulp van de Daniell-



B. Rosenfeld

Geometry of Lie groups

Dordrecht: Kluwer, 1997.

393 p., prijs NLG 295,-

(mathematics and its applications; 393).

ISBN 0-7923-4390-5

Dit boek gaat, zoals de titel aangeeft, over meetkunde en groepen. Onderwerpen die zoal aan bod komen, zijn affiene en projectieve meetkunde (hoofdstuk 2), elliptische en hyperbolische meetkunde (hoofdstuk 3), symplectische meetkunde (hoofdstuk 6) en (metasymplectische) meetkunde van exceptionele groepen (hoofdstuk 7). Het boek begint in hoofdstuk 0 met een invoering van relevante begrippen en notaties. Hierbij viel me op dat voor een homogene ruimte $X = G/H$ de groep G de 'fundamental group' van X wordt genoemd (in navolging van E. Cartan), terwijl in een volgend hoofdstuk waar de fundamenteelgroep van G ter sprake komt, deze dan maar de 'Poincarégroep or connectedness group' van G heet. Ten tijde van Cartan waren deze begrippen wellicht niet voldoende uitgekristalliseerd, maar thans doet dit vreemd

seminorm. Deze benadering doet volgens de schrijver recht aan de moderne analyse en zegt ons dat *measure theory is, despite its name, not so much about measuring sets as about sizing functions!* Een elementaire integraal wordt gedefinieerd als een paar (\mathcal{E}, f) met \mathcal{E} een traliëring van begrensde functies op een verzameling en f een lineaire afbeelding $\mathcal{E} \rightarrow \mathbf{R}$. Vervolgens wordt de Daniell upper integral geconstrueerd volgens $f^* h = \sup \{ \int \varphi : h \geq \varphi \in \mathcal{E} \}$ voor functies h die puntsgewijs suprema zijn van een aftelbare collectie in \mathcal{E} (*Daniell's up-and-down procedure*). De Daniell-seminorm van f is dan juist $f^* |f|$. Na invoering van verwaarloosbare verzamelingen heet een bijna overal gedefinieerde functie f integreerbaar als er een rij (φ_n) in \mathcal{E} bestaat met $f^* |f - \varphi_n| \rightarrow 0$ voor $n \rightarrow \infty$. De stellingen over monotone en gedomineerde convergentie worden eenvoudig afgeleid. Uiteraard valt de Lebesguetheorie hieronder. Het boek vervolgt met 3 hoofdstukken over meetbaarheid (definitie met behulp van het principe van Littlewood: *integrable sets are nearly elementary sets*), de Banachruimten L^p , en toepassingen van deze integratietheorie. Het boek is aangevuld met vele analyse-achtige opgaven (met deels antwoorden) en is als zodanig aan te bevelen als studieboek bij een college voortgezette Calculus. Gezien de prima uitvoering, de heldere schrijffrants en de rijke inhoud is de prijs alleszins redelijk.

G. Jeurink

M.G. Nadkarni

Basic ergodic theory

Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998.

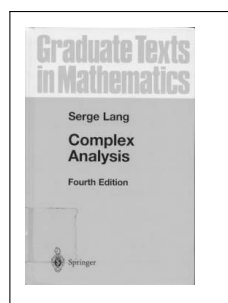
149 p., prijs DM 68,-

(Birkhäuseradvanced texts).

ISBN 3-7643-5816-5

The following review of this book has been taken from its cover. This is an introductory book on ergodic theory. The presentation has a slow pace and the book can be read by anyone with a background in basic measure theory and metric topology. In particular, the first two chapters, the elements of ergodic theory, can form a course of four to six lectures at the advanced undergraduate or the beginning graduate level. A new feature of the book is that the basic topics of ergodic theory such as the Poincaré recurrence lemma, induced automorphisms and Kakutani towers, compressibility and E. Hopf's theorem, the theorem of Ambrose on representation of flows are treated at the descriptive set-theoretic level before their measure-theoretic or topological versions are presented. In addition, topics centering around the Glimm-Effros theorem are discussed, topics which have so far not found a place in texts on ergodic theory. In this second edition, a section on rank one automorphisms and a brief discussion of the ergodic theorem due to Wiener and Wintner have been added.

D.A. Overdijk



S. Lang

Complex analysis 4th edition

Berlin: Springer-Verlag, 1998.

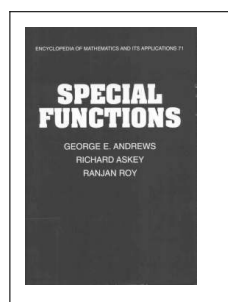
485 p., prijs DM 129,-

(Graduate texts in mathematics; 103).

ISBN 0-387-98592-1

The first edition of this book has been published by Addison-Wesley (1977). The second edition came in Springer's *Graduate texts* series (1985) with some 50 pages added and reviewed by the late P.J. de Doelder (Meded. 30 (1987) #3), who gave a rather detailed survey of its contents. In the 3rd (1993) as well as in this new 4th edition again some new material is added, described by the author in the foreword: "Some material on harmonic functions and conformal maps, on the Borel theorem and Borel's proof of Picard's theorem, as well as D.J. Newman's short proof of the prime number theorem ... I have made more complete the treatment of the gamma and zeta functions ... added an appendix ... the first part [of which] recalls summation by parts and its application to uniform convergence. The others cover material which is not usually included in standard texts on complex analysis: difference equations, analytic differential equations, fixed points of fractional linear maps (of importance in dynamical systems), Cauchy's formula for C^∞ functions, and Cauchy's theorem for locally integrable vector fields in the plane". So we fall in with De Doelder's conclusion of twelve years ago: 'a profound book, well published by Springer, as usual'. A final remark: the author announces that an answer book is prepared (by R. Shakarchi) to be published in 1999.

W. van der Meiden



G.E. Andrews, R. Askey et al.

Special functions

Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

661 p., prijs £55,-

(Encyclopedia of mathematics and its applications; 71).

ISBN 0-521-62321-9

The chapter titles include: Gamma and Beta Functions, Hypergeometric Functions, Bessel and Confluent Hypergeometric Functions, Orthogonal Polynomials, the Selberg Integral and Its Applications, Spherical Harmonics, Introduction to q -Series, Partitions, and Bailey Chains. There are six appendices on Infinite Products, Summability and Fractional Integration, Asymptotic Expansions, the Euler-Maclaurin Summation Formula, the Lagrange Inversion Formula, and Series Solutions of Differential Equations. Each chapter has many exercises; the Bibliography contains many historic references (Baily, Barnes, Bateman, Cauchy, Euler, Gauss, Jacobi, Pfaff, Ramanujan), and a wealth of recent contributions; there is an author, subject and symbol index. The emphasis is on functions of hypergeometric and basic hypergeometric type. A hypergeometric series is a series $\sum a_n$ with a_{n+1}/a_n a rational function of n ; in a basic hypergeometric series $\sum c_n$ the ratio

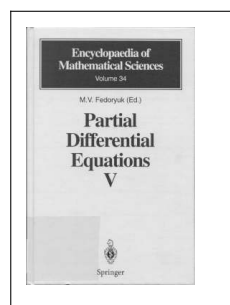
c_{n+1}/c_n is a rational function of q^n for a fixed parameter q . One important example is the theta function $\sum_{-\infty}^{\infty} q^{n^2} x^n$, $|q| < 1$.

Apart from the standard topics on special functions, there are many notable other topics in this book: binomial sums, terminating ${}_pF_q$ -functions of unit argument (contiguous relations and transformations between these quantities), summation methods (a discussion of the algorithms of Gosper, Wilf and Zeilberger), linearization of products of orthogonal polynomials, matching polynomials (connections of orthogonal polynomials with combinatorial objects), connection coefficients (which appear in, for example, the expansion $P_n^{(\gamma, \delta)}(x) = \sum_{k=0}^n c_k P_k^{(\alpha, \beta)}(x)$), positive polynomial sums and the Bieberbach conjecture, the irrationality of $\zeta(3)$, Aomoto's and Anderson's proofs of the Selberg formula, and an extension of Aomoto's integral formula, the Stieltjes problem on the unit interval and the unit circle, the Hasse-Davenport relation (in connection with finite fields) and a finite-field analog of Selberg's integral, spherical harmonics (including the Funck-Hecke formula), the addition theorem for ultraspherical polynomials, finite-dimensional representations of compact groups and the role of $SU(2)$, Koornwinder's addition theorem and product formula for Jacobi polynomials, elliptic and theta functions in connection with q -series, the q -gamma function and the q -beta integrals, generating functions of certain partition functions, graphical methods in studying partitions, the Rogers-Ramanujan identities.

This is a valuable addition to the existing literature on special functions, and it is written in a lucid and unsurpassable style. It will be important for students as well as for researchers in special functions, mathematical physics, number theory and combinatorics. Many historic comments are included to give an understanding how classical results have been discovered and how new topics fit into classical ideas. I expect that the book will serve for a long time as an important reference work. N.M. Temme

de. De hoofdstukken 17–21 behandelen differentievergelijkingen en de laatste drie hoofdstukken houden zich bezig met integraal- en integro-differentiaalvergelijkingen.

Het boek heeft de vorm van een verzameling artikelen. Elk hoofdstuk begint met een introductie van het te beschouwen randwaardeprobleem inclusief een niet altijd inspirerende lijst van referenties (in hoofdstuk 7 volgen 60 nummers zonder uitleg) en de mededeling dat ze verder het probleem zullen aanpakken zoals in een eerder verschenen publikatie. Het voordeel van dit boek voor de in het onderwerp geïnteresseerde onderzoeker ligt in het feit dat de laatste bijdragen aan de wetenschap van bovenstaande auteurs overzichtelijk bij elkaar in een verzorgd boek te vinden zijn. Dat scheelt in het napluizen van bergen publicaties. G. Sweers



M.V. Fedoryuk (ed.)

Partial differential equations V

Berlin: Springer-Verlag, 1999.

247p., prijs DM 158,-

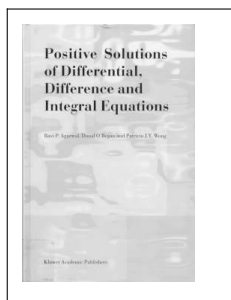
(Encyclopedia of mathematical sciences; 34).

ISBN 3-540-53371-0

Dit laatste te verschijnen deel in deze serie liet lang op zich wachten, mogelijk door het overlijden van de redacteur. Onderwerp van deze bundel is asymptotische methoden voor partiële differentiaalvergelijkingen. Het is een (goede) vertaling van een Russisch origineel uit 1988 — dat, om maar met het voornaamste punt van kritiek te beginnen, nu in 1999 zo ongeveer de stand van zaken anno 1977 weerspiegelt.

Het bevat zes opstellen. De eerste vier hebben betrekking op de klassieke asymptotische methoden uit de mathematische fysica, bekend als de quasi-klassieke benadering in de quantummechanica, als hoge-frequentie benadering in de akoestiek en de electrodynamica. Locale oplossingen kunnen dan betrekkelijk gemakkelijk worden verkregen met behulp van door het Hamilton-Jacobischema geleverde transportvergelijkingen, maar globaal loopt de constructie vast in de buurt van caustische oppervlakken. Ook diverse niet-lineaire problemen, bijvoorbeeld uit de stromingsleer, vertonen een dergelijke structuur. Methoden voor het vinden van locale asymptotische oplossingen buiten de caustische lijnen werden in 1911 door Debije gegeven.

1. *Equations with rapidly oscillating solutions*, door M.V. Fedoryuk (52 bladzijden). In 1965 baanden J.B. Keller en V.P. Maslov, onafhankelijk, de eerste wegen in het caustische gebied. Hun methoden werden, nog lang daarna, tot de categorie 'heuristisch', respectievelijk 'sterk intuïtief', gerekend. Met veler inspanning werd de kern daarvan tenslotte begrepen als ontvouwing van singulariteiten en gecanoniseerd als de Fourier-integraaloperator met, als variant daarvan, de kanonieke-Maslovoperator. In deel II van de serie gaven Egorov en Shubin een geslaagde moderne, compacte inleiding. Fedoryuk was co-auteur met Maslov van diverse bekende studies over dit onderwerp. Zijn meer klassiek opgezette expositie is een didactisch hoogstandje, met bij elke stap illustratieve voorbeelden, en diverse aansprekende toepassingen. Zeer aanbevolen.



R.P. Agarwal, D. O'Regan, P.J.Y. Wong
Positive solutions of differential, difference and integral equations

Dordrecht: Kluwer, 1999.

417 p., prijs NLG 350,-

ISBN 0-7923-5510-5

De drie auteurs verzamelen in dit boek hun recente bijdragen aan existentie-resultaten voor positieve oplossingen van gewone differentiaalvergelijkingen en verwante differentie- en integraalvergelijkingen. Beginnend met desbetreffende stellingen voor het beginwaardeprobleem $y' = q(t)f(t, y)$, $y(0) = 0$ worden achtereenvolgens $y'' = q(t)f(t, y, y')$ met $y(0) = y'(0) = 0$, met $y(0) = a \geq 0$ en $y(T) = b \geq a$, met $y(0) = a \geq 0$ en y begrensd op $[0, \infty)$ en met randvoorwaarden voor $y'(0)$ en $y(1)$ beschouwd. In hoofdstuk 7 wordt $f = f(t, y)$ singulier voor $y = 0$ en in hoofdstuk 8 mag f ook weer van y' afhangen. In de volgende hoofdstukken wordt y'' vervangen door het niet-lineaire $(\varphi(y'))'$, komen 'delay'-vergelijkingen, hogere orde differentiaalvergelijkingen met diverse typen van randvoorwaarden, en stelsels van gewone differentiaalvergelijkingen aan de or-

2. *Asymptotic expansions as $t \rightarrow \infty$ of the solutions of exterior boundary value problems for hyperbolic equations and quasiclassical approximations* door B.R. Vainberg (38 bladzijden). Dit betreft toepassingen van de Maslovoperator op generalisaties van het principe van Huygens, in verstrooiings problemen en bij de asymptotiek van de spectrale projector. Vainberg geeft een overzicht van zijn originele eigen bijdrage als een afsluitende samenvatting van de Russisch inspanning die voortbouwde op het werk van Lax, Phillips en Morawetz uit de jaren zestig. Prima.

3. *The higher-dimensional WKB method or ray method. Its analogues and generalizations*, door V.M. Babich (38 bladzijden). Nog meer toepassingen: de door randen geïntroduceerde problemen van asymptotische oplossingen, zoals bij op het oppervlak gelocaliseerde puntbronnen, strijkende reflecties, fluïstergalerijen. Het accent ligt op de constructie van oplossingen door middel van een welgekozen *Ansatz*, van verificatie wordt meestal afgezien. Met enige nadruk wordt naar het indertijd befaamde boek van Whitham verwezen. Bij gebrek aan materiaal is heuristisch moeilijker dan wat ook te leren, ook aanbevolen dus.

4. *Semiclassical asymptotics of eigenfunctions*, door V.F. Lazutkin (42 bladzijden). Een kort, maar inspirerend uitstapje in de meer geavanceerde theorie van de WKB-methode. Een inmiddels klassiek probleem is de karakterisering van meetkundige eigenschappen van Riemannvariëteiten door de asymptotische eigenschappen van het spectrum van een daarop gedefiniëerde Laplace-operator; Duistermaat en Guillemin leverden daaraan rond 1975 een belangrijke bijdrage. Lazutkin generaliseert de operator tot een Schrödingeroperator, waarbij de kleine parameter h de asymptotische overgang bestuurt naar een klassiek dynamisch systeem. De spectrale grootheden van de oorspronkelijke operator kunnen dan met succes worden benaderd voor het deel overeenkomend met de Kolmogorov-tori van het klassieke systeem, en het betreffende deel is groter naarmate het klassieke deel de volledige integreerbaarheid beter benaderd (KAM-theorie). Lazutkin geeft een aantrekkelijk overzicht van de constructies via de Maslov-operator en diverse toepassingen volgens de stand van 1983 en verwijst naar zijn boek uit 1991.

5. *The boundary layer*, door A.M. Il'in (40 bladzijden). Il'in geeft een inleiding in de grenslaagtheorie door een gedetailleerde bespreking van vijf voorbeelden uit eigen productie, aangevuld met een panoramisch overzicht van de rijke Russische literatuur in dit veld. Grenslagen uit de stromingsleer blijven geheel buiten beschouwing, het accent ligt op wiskundig respectabele toepassingen van de methode van *matched asymptotic expansions*. Eckhaus' boek van 1973 wordt geciteerd, niet dat van 1979. Overigens een heel goede introductie.

6. *The averaging method for partial differential equations (homogenization) and its applications*, door N.S. Bakhvalov, G.P. Panasenko, en A.L. Shtaras (38 bladzijden). De laatste bijdrage ligt dichterbij dan de andere bij problemen uit de industriële praktijk. Het gaat over de behandeling van evenwichts- en evolutieproblemen bij aanwezigheid van sterke niet-homogeniteit: snel oscillerende coëfficiënten, gelaagde media, mechanische constructies met roosterstructuur. De techniek is dan de gehomogeniseerde vergelijkingen numeriek op te lossen, dit overzicht concentreert zich op de wiskundige methoden om vervolgens de fout te schatten. Prijzenswaardig.

Als geheel misschien niet het meest klinkende besluit van deze roemruchte serie, maar ook zeker niet het minste deel. In ie-

der geval worden hier in didactisch opzicht heel hoge ogen gegooid.

G.Y. Nieuwland

B. Burk Hubbard

The world according to wavelets

Wellesley, MA: AK Peters, 1996.

(verbeterde tweede druk: 1998).

285 p., prijs \$ 40.-

ISBN 1-56881-047-4

The world according to wavelets is een bijzonder aardig boek, geschreven door Barbara Burk Hubbard met de bedoeling om de fraaie theorie van Fourieranalyse en wavelets toegankelijk te maken voor een breed publiek, waarvan de kennis in de wiskunde niet verder hoeft te gaan dan dat van een gemiddelde Amerikaanse high school student. Barbara zegt zelf geen professionele wiskundige te zijn, des te meer werd ik getroffen door haar wijze van presenteren, die getuigt van een wiskundig abstractieniveau dat menig professionele wiskundige zou sieren. Of het boek gemakkelijk te lezen is door bijvoorbeeld een VWO-leerling met Wiskunde B in het pakket valt te betwijfelen. Mij lijkt enige kennis van de analyse op een propedeuseniveau zeker aan te bevelen.

Het boek valt uiteen in twee delen. Het eerste deel mijdt formules, want zoals Barbara schrijft "in the beginning, formulas can seem more of a hindrance than a help". Echter om Fourieranalyse en wavelets echt te begrijpen, is het nodig te zien hoe ze werken en zijn wiskundige formules onontbeerlijk "it is easier to understand Fourier analysis and wavelets if you see how it actually works, rather than clinging to generalities and metaphors". Daarom kent het boek een tweede deel met korte inleidende verhandelingen over Fourierreeksen, de Fast Fourier-Transform, de Fast Wavelet Transform, het berekenen van Fouriercoëfficiënten, Multiresolutie-analyse en filters, functieruimten en beste bases, de onzekerheidsrelatie van Heisenberg, enzovoort. Deze verhandelingen, bedoeld om de nodige wiskundige verdieping te leveren voor wat in het eerste deel prozaïsch werd uitgesteld, spreken duidelijk de filosofie van het boek uit. Het zijn geen verhandelingen zoals die in leerboeken vaak worden aangetroffen, wel degelijk maar vaak eentonig. In dit boek wordt de introductie van praktisch elk wiskundig begrip of formule vergezeld van een 'spannend' verhaal, dat elke lezer zal stimuleren om meer van de wiskundige achtergrond te willen weten. Een mooi voorbeeld is de convergentie van Fourierreeksen. Deze wordt gekoppeld aan het probleem van de stabiliteit van ons zonnestelsel.

Het meest bijzondere deel van het boek is ongetwijfeld het eerste deel. Het is het verhaal van het ontstaan van de wavelets uit de Fourieranalyse met nadruk op de impact van dit wiskundig gereedschap op nieuwe technische ontwikkelingen. In dit deel leert de lezer de belangrijke acteurs en actrices kennen die een grote rol in de Fourieranalyse en wavelets hebben gespeeld of nog spelen. In een levendige stijl verhaalt Barbara dat de huidige wavelettheorie het feitelijke resultaat is van vraagstellingen vanuit verschillende vakgebieden. Natuurlijk komen dan de bekende toepassingen aan de orde: wavelets and fractals; denoising, compression. Om enigszins een indruk te krijgen van deel 1 is hieronder een opsomming gegeven van de hoofdstukken die tot dit deel behoren met daarbij titels van enkele specifieke paragrafen: Hoofdstuk 1: Fourier analysis: A poem transforms our world. – The explanation

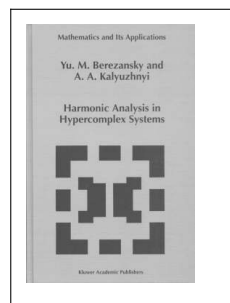
of natural phenomena. – The public good. Hoofdstuk 2: Seeking new tools. – ‘This must be wrong’: Morlett’s wavelets of constant shape. – Wavelets: A mathematical microscope. Hoofdstuk 3: A new language acquires a grammar. – Mother or amoeba? – Evading infinity: Daubechies wavelets. Hoofdstuk 4: Applications. – The construction rule of fractals. – Wavelets and compression. – Wavelets and turbulence. – Sensual or austere: Continuous versus discrete.

Heel typerend voor de stijl waarin het boek is geschreven, is het deel over de Malvar wavelets. Er wordt duidelijk gemaakt dat in feite een ‘hybride wavelet’ nodig is, om muzieksignalen goed te kunnen beschrijven. Het boek vertelt hoe tijdens een internationaal congres in Kyoto, Meyer en Coifman, twee gevestigde namen op het gebied van wavelets, een voor dit type signalen mogelijke geschikte wavelet hebben ontwikkeld. Er worden geen formules gegeven, wel plaatjes. Opvallend in het eerste deel zijn de tekstvensters. Deze vensters bevatten teksten die verwijzen naar gedeelten uit deel 2 van het boek. Hierdoor wordt de lezer gestimuleerd zich in de bijbehorende wiskundige achtergrond te verdiepen. Het boek bevat een appendix, waarin onder andere een review van de elementaire goniometrie voorkomt, naast bewijzen van de onzekerheidsrelatie van Heisenberg en het bemonsterings-theorema van Shannon. Door deze keuze van onderwerpen van ongelijksoortig niveau, laat de schrijfster blijken dat ook de meer wiskundig onderlegde lezer aan zijn trekken kan komen. Kortom een boek met een unieke plaats in de serie boeken over wavelets. Voor zowel toepassers, specialisten als algemeen belangstellenden is dit boek een waardevol bezit.

H.G. ter Morsche

van filters, compressiemethoden, ruisonderdrukking door wavelet thresholding of numerieke toepassingen. Deze onderwerpen komen niet alleen niet aan bod in dit boek, ze worden ook niet eens genoemd. Een laatste opvallendheid in dit boek is het niet up-to-date zijn van de literatuurlijst. Aangezien deze Engelstalige druk slechts één jaar oud is, hadden verwijzingen naar originele werken van Meyer en Louis et al. vervangen mogen worden door de reeds enige tijd geleden verschenen Engelstalige versies. Verdere standaardwerken over wavelets van de hand van Holtschneider, Kovacevic, Mallat en Strang ontbreken op de lijst, die bedoeld is als bron van verdere inspiratie. Aangezien het aanbod van literatuur over dit onderwerp nogal groot en ook goed is, zie ik in dit boek helaas geen echte aanvulling op de reeds bestaande werken.

P.J. Oonincx



Yu.M. Berezansky, A.A. Kakyuzhnyi
Harmonic analysis in hypercomplex systems

Dordrecht: Kluwer, 1998.

404 p., prijs NLG 440,-

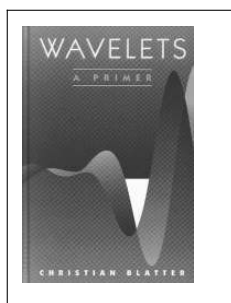
(*Mathematics and its applications*; 434).

ISBN 0-7923-5029-4

The book concerns a generalization of the convolution algebra $L^1(G)$ of a locally compact group G to so-called hypercomplex systems, in which an analogue of the convolution product is defined. The theory has its roots in the work of J. Delsarte and B.M. Levitan on generalized translation operators, of 1938, but after 1950 M. Berezanski and S. Krein, following a suggestion of I.M. Gelfand, took up the systematic study of generalized convolution algebras, a very natural step given the stimulus of the then new theory of Banach algebras. But, according to the book’s introduction, after 1953 interest in the subject faded, due to the limited number of mathematicians working in the field and to the lack of examples. This changed after 1973 with the appearance of the theory of hypergroups, objects close to hypercomplex systems.

Before a more detailed description some minor criticisms: It seems unfortunate that integrals with respect to a measure m are written in a pseudo Stieltjes integral notation such as $\int f(r)d_r m(E_r)$, or, as $\int f(r)dr$, rather than $\int f(r)m(dr)$. This makes fundamental formulas such as (1.1) chapter 1 harder to decipher, or, as in (1.6), to correct. The subject index of just over two pages is poor. Although there are analogues of the Bochner, Plancherel and inversion theorems for commutative normal hypercomplex systems, none of these names or terms occur in the index. This might have been remedied with the translation.

The book is composed of three chapters and a supplement, best read first, summarizing and completing the theory. The first chapter concerns generalities but contains no examples. The second chapter contains initiations into subjects connected with non-commutative harmonic analysis. It also contains the first example: the algebra of central functions on a non-commutative compact group, as well as treatments of the connection between Delsarte generalized translation operators and Gelfand pairs, of hypercomplex systems associated to classes of orthogonal polynomials and of hypercomplex systems associated to Sturm-Liouville pro-



C. Blatter

Wavelets: a primer

Natick, MA: A.K. Peters, 1998.

202 p., prijs \$ 32,-

ISBN 1-56881-095-4

Het boek onder bespreking is de Engelse bewerking van het boek *Wavelets: eine Einführung* verschenen bij Vieweg-Verlag, en bestaat uit cursusmateriaal dat de auteur uit de bestaande literatuur bijeen gebracht heeft. Aan dit reeds bestaande materiaal heeft de auteur slechts weinig toegevoegd, waardoor het boek in mijn ogen niets toevoegt aan de bestaande literatuur. Sterker nog, het boek zit nogal onevenwichtig in elkaar. Zo wordt er gemeld dat onder niet nader te noemen voorwaarden de reconstructieformule voor de continue wavelettransformatie (CWT) geldt, terwijl het bewijs van het bestaan van een waveletframe uitgaande van de CWT een stukje technisch gemanipuleer met formules oplevert van zes pagina’s.

Dit boek maakt naar mijn smaak geen echte keuze voor een wiskundig strenge behandeling van het onderwerp of voor een toepassingsgerichte aanpak. Voor de eerste keuze zou het boek minder aandacht moeten vestigen op het formeel afleiden van resultaten of het presenteren van resultaten zonder bewijs. Voor de praktische aanpak zou de auteur op zijn minst in mogen gaan op aspecten zoals de relatie met signaalverwerking door middel

blems. The last chapter attempts Lie theory within the framework of hypercomplex systems, the analogue of $L^1(G)$ being replaced by an algebra analogous to the convolution algebra of distributions with compact support, the subalgebra of objects carried by an appropriate identity being identified to an analogue of the left invariant differential operators. In the supplement the relation between hypercomplex systems and the independently discovered hypergroups is discussed, among other topics, such as a generalization for hypercomplex systems, involving bi-algebras, close to some of the present-day notions of quantum group. At the end of the supplement the authors discuss the question of the standardization of the terminology regarding generalized translations, hypercomplex systems, hypergroups, convolution algebras, etc, and magnanimously propose to use the notion of hypergroup as a basis for the terminology. The book contains seven pages of useful bibliographical notes, with references, in some cases somewhat outdated, to the literature.

E. Thomas

H. Triebel

Fractals and spectra, related to Fourier analysis and function spaces

Basel: Birkhäuser-Verlag, 1997.

271 p., prijs DM 148,-

(Monographs in mathematics).

ISBN 0-8176-5776-2

In this book connections are studied between fractal geometry and spectral theory for (pseudo)differential operators. According to the preface, it is the fractal twin of the book by the author and D.E. Edmunds *Function spaces, entropy numbers, differential operators*, published in 1985, where spectral properties of degenerate pseudodifferential operators on \mathbf{R}^n and on bounded domains with smooth boundaries were considered.

The book contains five chapters. In the first chapter fundamental facts about fractals are listed, mostly without proof. In chapter 2, (weighted) ℓ^p -spaces and entropy numbers of embeddings between these spaces are considered (also for $p < 1$). This serves as a prerequisite to the analysis of the spaces B_{pq}^s and F_{pq}^s of tempered distributions on \mathbf{R}^n . The definition of these spaces is so general that it comprises all Sobolev, Hölder-Zygmund and Besov spaces. The (quasi-)norms on B_{pq}^s and F_{pq}^s are defined such that the norm of an element f is a weighted ℓ^p -sum of $(\varphi_j \hat{f})^\vee$, where $\{\varphi_j\}$ is a partition of unity on \mathbf{R}^n and $\hat{\cdot}$ and \vee are the Fourier transform and its inverse, respectively. This explains why Fourier analysis plays an important rôle in the book. In chapter 4, the B_{pq}^s are defined on fractals as the images of the corresponding spaces on \mathbf{R}^n under trace maps.

As an illustration of the relation between fractal geometry and function spaces, I quote the following theorem: 'the Hausdorff dimension of a non-empty Borel set Γ with n -dimensional Lebesgue measure zero, is equal to the supremum of all numbers d for which the Hölder spaces $C^{-n+d}(\Gamma)$ are non-trivial'. The impressive analytical machinery developed in the first four chapters is used in the final chapter to derive estimates for eigenvalues of (pseudo)differential operators on fractals. In an application, the author considers the Dirichlet Laplacian Δ on a smooth bounded domain Ω . When Ω is considered as an n -dimensional drum with mass density $m(x)$, the eigenfrequencies of the drum are the ei-

genvalues λ_k of the operator $f \mapsto (-\Delta)^{-1}m(x)f$.

According to Weyl's classical result: $\lambda_k \sim k^{-n/2}$. Now suppose that the mass is concentrated on a compact fractal $\Gamma \subset \Omega$. If Γ is a d -set and m is the corresponding Borel measure on Γ , then under certain assumptions one has: $\lambda_k \sim k^{-(2-n+d)/d}$. The author also considers Schrödinger operators with fractal potentials. Interest in fractal potentials in quantum mechanics stems from attempts to model short range potentials. In summary, this book contains many interesting and new results. The book is very well written and the author carefully explains and motivates definitions and proofs. Sometimes the reader will need the aforementioned book with D.E. Edmunds or the books *Theory of function spaces I, II* (1983, 1992) by the same author, for details and for a number of proofs that have been omitted.

H.P. Urbach

C. Zong

Strange phenomena in convex and discrete geometry

Berlin: Springer-Verlag, 1996.

159 p., prijs DM 44,-

(Universitext).

ISBN 0-387-94734-5

In dit boek worden enkele beroemde problemen uit de convexe en discrete meetkunde behandeld. Het voornaamste gemeenschappelijke aspect is, dat de oplossing 'verrassend' of 'vreemd' is, terwijl het probleem vaak in intuïtieve termen te formuleren valt. Er worden zeven 'klassen' van problemen bekeken, en aan elk wordt een hoofdstuk gewijd.

Het eerste is het Borsuk Probleem (1933): gegeven een verzameling van eindige diameter in \mathbf{R}^n , opgedeeld in $n + 1$ delen, heeft elk deel een kleinere diameter dan het geheel? In 1993 bewezen Kahn en Kalai dat het antwoord negatief is in dimensies ≥ 21.800 . Voor zover ik weet is die grens momenteel $n \geq 946$.

In hoofdstuk 2 wordt de Sausage Conjecture behandeld (L. Fejes Tóth, 1975): gegeven een aantal niet-overlappende eenheidsbollen in \mathbf{R}^n , met $n \geq 5$, is het volume van het convexe omhulsel minimaal als de bolcentra op een rechte lijn liggen met opeenvolgende afstand 2? In 1994 bewezen Betke, Henk en Wills de geldigheid van deze bewering in dimensies ≥ 13.387 . In 1995 verlaagde Henk die grens tot 45.

Hoofdstuk 3 gaat over tegeling. Er wordt gekeken naar een stel disjunkte translaties $x + M$, $x \in X$ van een convexe lichaam M , waarmee de ruimte \mathbf{R}^n geheel overdekt wordt. De stelling van Venkov (1954), herontdekt door McMullen (1980), zegt dat in die omstandigheden de verzameling X een tralie moet zijn.

In hoofdstuk 4 wordt gekeken naar het grootst mogelijke aantal disjunkte translaties van een convexe lichaam K die alle raken aan K (het *kusgetal* van K). Voor K een bol in \mathbf{R}^3 gaat het probleem terug op Isaac Newton, die dacht dat het getal 13 was (het juiste aantal is 12). Met voor de hand liggende aanpassingen kan het kusgetal van K met betrekking tot een tralie van translaties worden beschreven. Voor K een tetrahedron blijkt de hoogste stapeldichtheid (*packing density*) niet het hoogste tralie-kusgetal op te leveren, en omgekeerd (Hoylman 1970 en Zong 1996).

Het topologische begrip 'magere verzameling' (verzameling van eerste categorie) komt aan de orde in hoofdstuk 5. Men zegt dat een fenomeen geldt voor *de meeste punten van een ruimte* wanneer het komplement van betreffende verzameling magere

is. De ruimte van alle convexe lichamen in \mathbf{R}^n is onder de zogenaamde *Hausdorffmetriek* een lokaal kompakte ruimte. Gruber bewees in 1977 dat de meeste convexe lichamen een differentieerbaar randoppervlak hebben, maar dat de meeste convexe lichamen geen tweemaal differentieerbare rand hebben. Andere categorie-stellingen hebben betrekking op de kromming van het randoppervlak van een convex lichaam.

Het verband tussen volume van een convex lichaam en oppervlakte van zijn vlakke secties komt aan bod in hoofdstuk 6. Het probleem van Busemann-Petty (1956) luidt als volgt: Gegeven twee centraal-symmetrische convexe lichamen C_1 en C_2 zo dat elke sectie van C_1 door zijn centrum een kleinere 'oppervlakte' heeft dan de parallelle sectie door het centrum van C_2 . Is het volume van C_1 kleiner dan dat van C_2 ? Larman en Rogers bewezen in 1975 dat het antwoord nee is in dimensies ≥ 12 . Die grens werd later verlaagd tot 7.

Als laatste komt een probleem van Grothendieck (1953) aan bod. Laat B_r de bol met straal r voorstellen in \mathbf{R}^n . Een convex lichaam $K \subseteq \mathbf{R}^n$ heet een ε -bol (waar $0 < \varepsilon < 1$) als een getal r bestaat zo dat $B_r \subseteq K \subseteq B_{r(1+\varepsilon)}$. Grothendieck vroeg zich het volgende af. Gegeven n en ε , is er een geheel getal M zódat voor alle $m \geq M$ en voor elk centraal symmetrisch convex lichaam $K \subseteq \mathbf{R}^m$ een n -dimensionale sectie van K bestaat die een ε -bol is? Dvoretzky gaf hierop een positief antwoord in 1961.

Elk probleem wordt ingeleid met de nodige definities, en beëindigd met commentaren over de geschiedenis van het onderwerp en verwijzing naar aanverwante onderwerpen. Het boek is redelijk goed leesbaar, ook voor de (geharde) niet-specialist.

M. van de Vel

– In de zin van de Gromov-Hausdorff-(semi)metriek op de klasse van volledige Riemannruimten worden vragen bestudeerd in hoeverre bepaalde door krommingsongelijkheden vastgelegde subklassen (pre-)compact zijn, en in hoeverre Riemannruimten in zo'n klasse 'op elkaar lijken'. De Hausdorffafstand van twee gesloten deelverzamelingen in een metrische ruimte is de benedengrens van de positieve ε 's waarvoor beide deelverzamelingen in elkaars ε -omgeving liggen. De Gromov-Hausdorffafstand van twee volledige metrische ruimten is de benedengrens van de Hausdorffafstand tussen de beelden bij simultane isometrische inbedding in een metrische ruimte. Op de klasse van volledige metrische ruimten is de G - H -afstand een semimetriek. G - H -afstand nul betekent dat de ruimten isometrisch zijn. Voorbeelden: Een compactheidsuitspraak voor de klasse van evendimensionale Riemannruimten met sectionele kromming begrepen tussen 1 en een positieve k (< 1), met als gevolg dat deze klasse slechts eindig veel diffeomorphietypen bevat.

– Een andere uitspraak is die waarbij voor Riemannruimten met een sectionele kromming weinig afwijkend van een constante $\lambda > 0$ wordt geconcludeerd dat ze in de zin van G - H -metriek dicht bij een ruimte van constante kromming k liggen. Voor de preciezere formulering van de genoemde voorbeelden, zie pagina 300 en 312 van het boek.

Met deze summiere opsomming van onderwerpen, die de inhoud onvolledig tot zijn recht doet komen, willen we hier volstaan.

De tekst zelf bevat uitvoerige commentaren die op dwarsverbanden wijzen, hier en daar summier de historie belichten, en in ieder geval een zeer leesbare tekst opleveren. Ieder hoofdstuk wordt besloten met een korte paragraaf 'Further Study' die commentariseerde literatuurverwijzingen bevat, en in de meeste gevallen ook een uitvoerige vraagstukkenparagraaf die veelal de theorie voortzet. Al met al is het een opmerkelijk boek in de bestaande literatuur en figureert het terecht in de serie Graduate Texts. Niettemin lijkt het voor de lezer niet ondienstig reeds te beschikken over een iets meer meetkundig georiënteerde differentiaalmeetkundige kennis.

W.T. van Est

P.L. Antonelli, T.J. Zastawniak

Fundamentals of Finslerian diffusion with applications

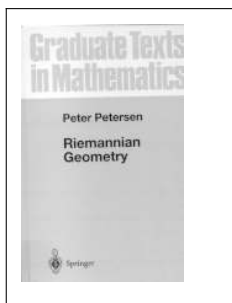
Dordrecht: Kluwer, 1999.

205 p., prijs NLG 340,-

(Fundamental theories in physics; 101).

ISBN 0-7923-5511-3

This is an interesting treatise on Finslerian geometry and stochastic differential equations on manifolds. Finslerian geometry is related to Riemannian geometry. There is a fundamental length function, defined on the tangent bundle, that is to be used for the length of curves. This length function is homogeneous of degree 1 with respect to multiplication with positive scalars, and is smooth on the slit bundle, i.e. the complement of the zero section in the tangent bundle. The important condition is that at any nonzero tangent vector the Hessian of the square of the length function restricted to the tangent space is positive definite. The length function is called the Finsler metric function and its tangent space-wise Hessian is called the Finsler metric tensor. This starting point in geometry was already proposed by Riemann in



P. Petersen

Riemannian geometry

Berlin: Springer-Verlag, 1998.

432 p., prijs DM 89,-

(Graduate texts in mathematics; 171).

ISBN 0-387-98212-4

Het boek begint met een nogal formulematige inleiding/samenvatting van de belangrijkste grondbegrippen uit de theorie van de Riemannruimten zoals: Riemannmetriek, connecties, covariante differentiatie, krommingstensenoren, parallelverschuiving, Laplace-operator, volledige ruimten. Hierna bepaalt het zich tot een vrij uitvoerige discussie van een paar grote thema's. Zonder de stricte volgorde van het boek aan te houden noemen we de volgende.

– Uitvoerige discussie van de verbanden tussen krommingsgrootheden en topologische structuur. Voorbeeld: Een volledige Riemannruimte met naar beneden positief begrensde sectionele kromming is compact en heeft een eindige fundamenteelgroep.

– Een discussie van resultaten van het Bochner-type. Voorbeeld: Op een compact oriënteerbare n -dimensionale Riemannruimte met positieve krommingstensor is een harmonische p -vorm met $1 \leq p \leq n - 1$ identiek nul.

– Symmetrische ruimten en holonomiekwesties worden besproken.

1854, but it is called after Finsler, who dedicated his thesis to this subject in 1918. Finslerian geometry is a natural concept from the viewpoint of calculus of variations.

Many notions in Riemannian geometry extend to Finslerian geometry, although not necessarily in a unique way. Notice that tensor fields, like the metric tensor, will be defined on the slit bundle, rather than on the manifold itself. The notion of a connection is somewhat involved and interesting new tensor fields are associated with it. E. Cartan developed the concept of a Euclidean (nowadays called Cartan) connection that replaces the Levi-Civita connection, and which is unique. In applications other connections are important. The concepts are introduced very clearly, expounding the concept in a simpler setting first. In particular, development of Finslerian diffusions starts with an exposition of stochastic differential equations first, generalizing them to manifolds, introducing Brownian motion on Riemannian manifolds and extending it to the Finslerian context. The approach results in a very understandable text, which is a pleasure to study.

The first author was enticed into the subject when recognizing that the Volterra-Hamilton systems of coupled differential equations, used for almost twenty years in mathematical biology of ecology, evolution and so on, can be described in terms of a Finslerian connection. The present book is the result of the effort of the authors to put random noise terms to these systems of equations, in such a way that their solutions reflect observed biological properties. Moreover relations of properties of the solutions to the underlying Finslerian geometry are pointed out. The authors also have pure mathematical aspirations. They spend an appendix using heat kernel methods from p.d.e. theory developing a new Finslerian version of a Laplacian, different from already existing proposals. This leads to a Hodge theory. Another appendix is about the classification of certain 2-dimensional Finslerian manifolds.

The hardcover book is slim and attractive, and paper and printing quality are impeccable. It is invaluable for students and researchers with a background in differential geometry and/or stochastic differential equations.

H.W.M. Hendriks

H.J. Baues

Combinatorial foundation of homology and homotopy

Berlin: Springer-Verlag, 1999.

362 p., prijs DM 159,-

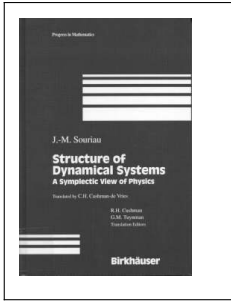
(Springer monographs in mathematics).

ISBN 3-540-64984-0

Als je iets te vertellen hebt dat uitermate abstract is, dan valt dat niet mee. Met dit probleem zit ook de auteur van dit boek. Hij wil een zeer algemene theorie in de categoriële algebra, de *homologie en homotopietheorie voor T-complexen*, introduceren. Omdat zoiets natuurlijk een goede rechtvaardiging vereist, gebeurt deze introductie ook pas in het tweede deel van het boek, vanaf bladzijde 127. Het eerste deel, bestaande uit hoofdstukken A, B, C en D, wijdt hij aan voorbeelden en toepassingen in verschillende gebieden van algebra en topologie. Natuurlijk is het begrip *voorbeeld* een relatief begrip, afhankelijk van het gekozen niveau van abstractie, hetgeen hier erg hoog is (bijvoorbeeld bladzijde 2: "For example, C is a category of cofibrant objects in a Quillen model category."). In hoofdstuk A wordt ingegaan op topologische ca-

tegoriën. Onder meer worden de *homologische Whiteheadstelling*, de *Hurewiczstelling* en *hindernis-theorie* behandeld — maar dan in een categoriële taal. Hoofdstuk B houdt zich bezig met theorieën uit de algebraïsche homotopie en kan als voortzetting van A worden beschouwd. In C en D komen er dan meer algemene homotopietheorieën aan de orde: homotopietheorieën van simpliciale objecten (met onder meer algebra's over een operaad) en *Quillenmodel categorieën*. In deel II wordt de nieuwe combinatorische homologie — en homotopietheorie ingevoerd. Deze combinatorische grondlegging ontstaat door middel van een axiomatische karakterisering van de voorwaarden, waaronder de hoofdresultaten uit A, B, C en D gelden. Het uitgangspunt van deze hele theorie is de aldaar ingevoerde theorie van cogroepen oftewel cowerkingen. Het boek is zorgvuldig geschreven, wat betreft de wiskundige inhoud. Je kunt er de *schoonheid* van abstractie in proeven. Het feit dat de introductie van de algemene theorie uitgebreid wordt voorbereid, lijkt me leuk maar ook noodzakelijk. Desalniettemin wil ik mijn beoordeling van het onderhavige boek vergezeld laten gaan van een duidelijke waarschuwing. In de aankondiging van Springer-Verlag staat vermeld: "Numerous explicit examples and applications in various fields of topology and algebra are given". De verwachtingen, die deze zin in mij heeft opgeroepen, worden enigszins teleurgesteld. Want ook het begrip *expliciet* hangt blijkbaar sterk af van het gekozen niveau van abstractie. Zelfs de meest concrete voorbeelden en toepassingen, hoofdstukken A en B, van de voorgestelde theorie zijn al op zichzelf zó abstract, dat de meetkundig-topologische intuïtie nauwelijks te voorschijn komt, laat staan dat er te denken zou zijn aan een voorbeeld bestaande uit een enkel topologisch of meetkundig voorwerp (misschien nog met een plaatje ervan?). Dit lijkt mij een boek voor experts en mensen die van abstracte categoriële constructies houden. Studenten of belangstellenden, die de bekende, bovengenoemde resultaten uit de homologie- en homotopietheorie willen leren kennen, zullen vast van een koude kermis thuis komen — maar voor hen is het boek ook niet bedoeld. Het lezen van dit boek vergt enige kennis in homotopietheorie. Af en toe zou de auteur de lezer, zonder al te veel moeite, een handje kunnen helpen. Bij de inleiding van hoofdstuk A bijvoorbeeld, waar het begrip *homotopie* in de categorie van topologische ruimtes wordt geïntroduceerd, zou het alleen maar consequent zijn geweest ook de paar regels voor de definitie van een simpel begrip als *covezeling* op te nemen. In plaats daarvan gaat de auteur naar zijn eigen boek verwijzen. Evenzo met het begrip *vrij H-module* op bladzijde 8. Voor het begrip *cylinder object* word je van bladzijde 4 naar bladzijde 221 gestuurd. Ik zou wat meer referenties op prijs hebben gesteld van dingen die aldus de auteur "*well-known*" zijn. Bijvoorbeeld de 'onder D - versie' van CW-approximatie op bladzijde 6. (Of op bladzijde 9 wordt zomaar verondersteld dat S_α^n een object in Top_C^D is, hetgeen inhoudt dat $D \rightarrow S_\alpha^n$ een covezeling is. Voor het bewijs hiervan zou een verwijzing naar de geschikte plaatsen in leerboeken over homotopietheorie, zoals dat van tom Dieck, Kamps en Puppe, wel behulpzaam zijn geweest.) Vervelend is dat het briefje met *Errata* behalve een fout in de inhoudsopgave ook de gehele literatuurlijst bevat, omdat deze bij het drukken werd vergeten. Behalve de errata ben ik nog een aantal, meestal onschuldige drukfouten tegengekomen. Gezien deze slordigheden, kan ik niet echt aanraden het boek voor eigen gebruik te kopen. Bibliotheken zouden het toch wel moeten hebben.

R.H. Kaenders



J.-M. Souriau
**Structure of dynamical systems
 A symplectic view of physics**

Boston: Birkhäuser, 1997.
 406 p., prijs DM 188,-
 ISBN 0-8176-3695-1

Dit boek is een vertaling van Souriaus klassieke tekst uit 1970 *Structure des systèmes dynamiques*. De 'translation editors' hebben de ondertitel 'A symplectic view of physics' toegevoegd. Deze ondertitel geeft heel duidelijk de filosofie achter dit boek aan. Souriaus boek was in 1970 het eerste tekstboek dat aan de hand van de 'taal' van de symplectische meetkunde een consistente en samenhangende aanpak van de klassieke mechanica, de statistische mechanica en de quantummechanica ontwikkelde. Het boek was, en is nog steeds, de inspiratiebron voor de enorme ontwikkelingen die er sinds die tijd hebben plaatsgevonden in, met name, de symplectische (klassieke) mechanica en de kwantisatie van zulke klassieke systemen tot quantumsystemen (de 'geometric quantisation'-methode). Het boek is ingedeeld in vijf delen. In deel I ('Differential Geometry') wordt een aantal standaardbegrippen die essentieel zullen zijn voor het lezen van de rest van het boek geïntroduceerd (variëteiten, differentiaalvormen, foliaties, Lie-groepen, enzovoort). Deel II ('Symplectic Geometry') gaat dieper in op symplectische structuren en in het bijzonder op dynamische (Lie-)groepen van (pre)symplectische variëteiten. In deel III ('Mechanics') wordt nu de meetkundige structuur van de klassieke mechanica (relativistisch en niet-relativistisch) uitgewerkt. Een hoofdrol wordt hierin gespeeld door de zogenaamde Lagrangevorm, een gesloten 2-vorm. Deel IV ('Statistical Mechanics') bestudeert vervolgens de statistische mechanica vanuit eenzelfde standpunt. Als voorkennis wordt eerst dieper ingegaan op het maatbegrip op een variëteit. Het laatste deel (V: 'A Method of Quantisation') is wellicht het bekendste deel van het boek: hierin worden, aan de hand van het begrip 'prequantum manifold', de ideeën achter de theorie van 'geometrische kwantisatie' geschetst.

Het boek is goed te lezen, ook voor iemand met een beperkte voorkennis op dit gebied (zoals deze recensent). De schrijfstijl is zeker inspirerend. Het is dan ook goed te begrijpen dat de oorspronkelijke versie van dit boek zo'n grote impact gehad heeft. De vertaling en de afwerking zijn zeer zorgvuldig. De vertaler (C.H. Cushman-de Vries) en de 'translation editors' (R.H. Cushman en G.M.M. Tuynman) hebben wat dit betreft een zeer goed stuk werk afgeleverd. Er kan dus zonder twijfel worden geconcludeerd dat deze vertaling een aanwinst is voor iedere wiskunde- of natuurkundebibliotheek. Het boek is ook een 'must' voor specialisten die werkzaam zijn in een van de gebieden die in de laatste drie delen van dit boek behandeld worden (als ze nog niet in het bezit zijn van de franstalige versie en als ze bereid zijn meer dan 200 gulden voor dit boek te betalen).

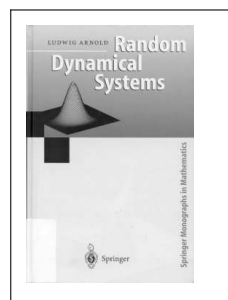
Echter, juist omdat de oorspronkelijk editie zo inspirerend is geweest voor de ontwikkeling van de symplectische mechanica en de geometrische kwantisatie, is het jammer dat er zo weinig moeite is gedaan om deze tekst te laten aansluiten op de huidige 'stand van zaken' op deze twee onderzoeksgebieden. Slechts hier en daar zijn in de tekst enkele 'editors' notes' te vinden met

zeer schetsmatige verwijzingen. De lijst van referenties is, om deze reden, ook sterk verouderd te noemen. De meest recente tekst uit de lijst is van 1997, maar dat blijkt op een typefout te berusten: *Lectures in geometric quantization* van D.J. Simms en N.M.J. Woodhouse is uit 1976. Als er aan dit boek bijvoorbeeld alleen maar een extra deel VI zou zijn toegevoegd, waarin de ontwikkelingen in de theorie van na 1970 zouden zijn geschetst, dan zou dit boek waarlijk aan te raden zijn geweest voor een groot lezerspubliek. Zonder dit extra deel kan een beginnend onderzoeker (of een andere geïnteresseerde) in de symplectische mechanica, respectievelijk de geometrische kwantisatie, veel beter de modernere teksten *Introduction to mechanics and symmetry. A basic exposition of classical mechanical systems*. van J.E. Marsden en T.S. Ratiu (Texts in Applied Mathematics 17, Springer, 1994), respectievelijk *Geometric quantization* (2nd ed.) van N.M.J. Woodhouse (Oxford mathematical monographs, 1992), lezen. A. Doelman

R. Falk
**Understanding probability and statistics
 A book of problems**

Wellesley: A.K.Peters Ltd, 1993.
 239 p., prijs \$ 25.-
 ISBN 1-56881-071-7

Het boekje bestaat uit drie delen. Het eerste deel bevat 119 open vragen over beschrijvende statistiek, kansrekening en statistische besluitvorming. Het tweede bevat 66 meerkeuzevragen over dezelfde onderwerpen. Het derde deel bevat uitwerkingen van de meeste open vragen en de antwoorden op alle meerkeuzevragen. Aan het eind is een lange lijst met referenties en een index. De vragen zijn zeer verschillend van moeilijkheidsgraad en ze zijn in deze zin, per hoofdstuk, min of meer geordend. De moeilijkheden zijn overigens niet van technische (wiskundige), maar meer van conceptuele aard. Veel wiskundige kennis is daarom niet vereist. Evenmin is rekenapparatuur nodig: alle vraagstukken kunnen met potlood en papier (en, niet opgenomen, tabellen van standaardnormale en Student's verdeling) worden gemaakt. De uitwerkingen van de open opgaven zijn vaak zeer uitvoerig met verwijzingen naar literatuur. Een eenduidig antwoord is niet altijd voorhanden, zodat discussies worden uitgelokt. Het is een verzameling soms heel originele opgaven (zelfs Repelsteeltje speelt mee), waarmee studenten veel inzicht kunnen verwerven. J.Th.M. Wijnen



L. Arnold
Random dynamical systems

Berlin: Springer-Verlag, 1998.
 586 p., prijs DM 149,-
 (Springer monographs in mathematics).
 ISBN 3-540-63758-3

A comprehensive presentation of ergodicity of random dynamical systems is provided in this book. The intended audience of the book is formed by researchers in stochastic processes, dyna-

mical systems, and stochastic system theory. The reading of the book is easier if the reader has elementary knowledge of the theory of stochastic processes, of dynamical systems, and of differential geometry. A random dynamical system is a combination of a dynamical system in the form of a difference or differential equation and of a measure-preserving map in the sense of ergodic theory. A stochastic differential equation for a process taking values in \mathbf{R}^n , in particular the associated flow of random diffeomorphisms, is an example of a random dynamical system. Other examples are random differential equations and products of random mappings. Problems and questions for random dynamical systems include the existence and properties of global or local invariant manifolds, stochastic stability, ergodicity, and qualitative changes in the behavior of a family random systems depending on a parameter. Researchers may be fascinated by the interplay of analysis, of dynamical systems, and of probability. A brief description of the book by parts follows.

Part I introduces the concept of a random dynamical system and provides examples. There is theory on invariant measures and on which random dynamical systems admit the existence of infinitesimal generators. Part II contains first the classical multiplicative ergodic theorem for products of random matrices in \mathbf{R}^d and various of its modifications. These results form the heart of the book and are based on V.I. Oseledec's publication on the subject. His results and concepts allow the formulation of a local theory of nonlinear random dynamical systems which can then be used to study problems of invariance and stability. Secondly it contains the multiplicative ergodic theory for the linearization of smooth random dynamical systems on manifolds. Specific cases concern linear random dynamical systems on the unit sphere, the projective space, and on Grassmannian manifolds. Formulas for Lyapunov exponents of such systems are provided. Part III concerns nonlinear random dynamical systems. The first problem discussed is the construction of invariant manifolds for which the method of T. Wanner is used. The second problem discussed is the smooth coordinate transformation of a random dynamical system so as to obtain a simpler representation, preferably a linear dynamical system. The third problem discussed is random bifurcation theory for parametrized families of random dynamical systems which is treated by examples only. The reviewer recommends the book as a basic reference for random dynamical systems. The availability in one book of so many topics of invariant manifolds and ergodic theory makes it valuable. The author states in the introduction that the book is not suitable for a course. It is intended for a seminar or for self study.

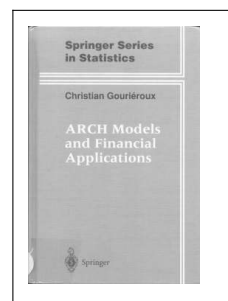
J.H. van Schuppen

corresponding autocorrelation function for large lags. This phenomenon is referred to as 'Hurst effect', 'long-range dependence' or 'long memory' in the time series literature and has attracted the interest of various researchers in different fields such as hydrology, finance, physics and telecommunications. The book aims at an extension of the theory to stationary processes with multivariate continuous index sets (so-called fields) whose spectral density has a singularity at zero. The author collects a large variety of facts about limit theorems for such fields (non-central limit theorems for functionals of random fields, limit results for the excesses and sojourns of Gaussian and χ^2 fields, for solutions to Burgers's equation under weak and strong dependence, for the estimation of parameters, covariance structure and spectrum).

The specialist who knows the underlying theory can use the monograph as a reference book (the bibliography contains 421 references, 45 by the author) and will find detailed proofs which are usually scattered over the literature. The non-specialist, in particular graduate students, will find this book hard to read. It contains plenty of technical details, but does not give the reader much guidance about the whys and wherefores of the theory and its real-life applications.

It is hard to believe that the publisher gave permission to print this latex manuscript. It contains hundreds of misspellings and typos, and nobody seems to have checked the English language. Sentences like "These papers are contained some variantes Feynman-Kac formula." (page 213) are typical. The printing of the book is of low quality. On each page, there are almost no left and right margins left. Since the text or long formulae sometimes flow over the right margins parts of them are chopped off. Finally, this books costs 320 Dutch guilders. It will not become a bestseller.

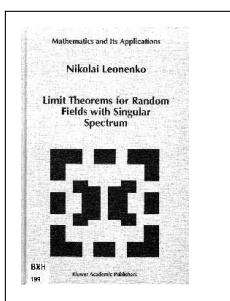
T. Mikosch



C. Gouriéroux
ARCH models and financial applications

Berlin: Springer-Verlag, 1997.
228 p., prijs DM 88,-
(Springer series in statistics).
ISBN 0-387-94876-7

In moderne financiële toepassingen wordt de onderzoeker veelal geconfronteerd met de situatie dat de klassieke lineaire ARMA modellen niet voldoen om de data voldoende nauwkeurig te beschrijven. Ondanks het feit dat rendementen in het algemeen ongecorrleerd zijn, hangt de volatiliteit sterk af van het verleden. Om deze niet-lineariteit te modelleren, wordt tegenwoordig vaak gebruik gemaakt van modellen met tijdsafhankelijke conditionele varianties. In dit boek worden GARCH modellen besproken. Ruwweg gesproken, wordt in deze modellen het waargenomen rendement beschreven met een lineair ARMA model (vaak volstaat een constante term plus een verstoring gezien de bovengenoemde ongecorrleerdheid). De innovaties in dit ARMA model zijn niet onderling onafhankelijk en identiek verdeeld; de gekwadeerde verstoringen volgen eveneens een lineair ARMA model met witte ruis als verstoringsterm. Hoofdstuk 1 beschrijft de ontwikkeling van GARCH modellen sinds de introductie in Engle



N. Leonenko
Limit theorems for random fields with singular spectrum

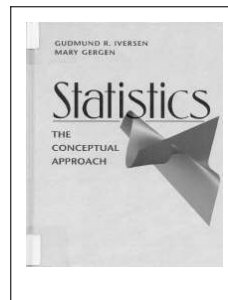
Dordrecht: Kluwer, 1999.
404 p., prijs NLG 320,-
(Mathematics and its applications; 465).
ISBN 0-7923-5635-7

If the spectral density of a stationary time series has a singularity at zero, this fact can be interpreted in terms of slow decay of the

(1992). In het tweede hoofdstuk worden in het kort de meest belangrijke aspecten van lineaire en niet-lineaire tijdreeksen besproken, waaronder de verschillende vormen van witte ruis. Univariate GARCH modellen worden in hoofdstuk 3 ingeleid met een uitgebreide discussie van het AR(1)-ARCH(1) model. In tegenstelling tot Engle (1992) wordt dit model niet beschreven via conditionele momenten, maar direct in de vorm van een AR(1) model voor de observaties en een AR(1) model voor de gekwadrateerde innovaties uit de eerste autoregressieve vergelijking. Uitbreidingen van dit basismodel worden in de tweede sectie van het hoofdstuk kort aangestipt. Het volgende hoofdstuk gaat vooral in op een tweetal eenvoudige schattingstechnieken. In de eerste plaats wordt de quasi maximum likelihood methode besproken. Dit is een schattingmethode die gebaseerd is op (de eventueel onjuiste) veronderstelling dat de conditionele verdeling van de observaties normaal is. Deze methode geeft wortel- n -consistente schattingen, ook als de normaliteit niet waar is. Als een alternatief wordt de volgende methode gegeven: schat eerst de parameters in de ARMA vergelijking van de observaties zonder rekening te houden met de complexe structuur van de innovaties. Schat vervolgens de ARMA vergelijking voor de gekwadrateerde innovaties ook met de klassieke ARMA methoden (maar dan toegepast op gekwadrateerde residuen). Eventueel kan dit proces nog worden verbeterd door een tweede ronde. Deze tweede schattingmethode blijkt minder efficiënt te zijn dan de quasi maximum likelihood methode, maar heeft als voordeel dat deze uitvoerbaar is met standaard ARMA pakketten. Echter, gegeven de beschikbaarheid van GARCH-modules, verdient de tweede methode geen aanbeveling meer. De efficiënte parametrische maximum likelihood methode wordt in het boek niet besproken. Dit is redelijk omdat specifieke verdelingsveronderstellingen op de onderliggende innovaties niet goed te motiveren zijn. In hoofdstuk 5 komt een aantal additionele onderwerpen aan de orde: (i) Op welke waarnemingsfrequentie lijkt een normale verdelingsveronderstelling voor de hand liggend? (ii) Is er een onderliggend proces in continue tijd dat het discrete-tijd GARCH model kan genereren? (iii) Toetsen van de Random Walk Hypothesis; (iv) Threshold modellen; en (v) I-GARCH modellen (ondanks een unit root toch stationair). Voor zover nodig wordt de noodzakelijk probabilistische achtergrond kort toegelicht. Gegeven de grote afhankelijkheid tussen beschikbare financiële grootheden, is de bestudering van univariate modellen slechts een beperkte aanzet. In hoofdstuk 6 worden de belangrijkste multivariate modellen uit de literatuur besproken tezamen met de manier waarop het grote aantal parameters beperkt kan worden. In de hoofdstukken 7, 8 en 9 worden achtergronden gegeven omtrent de relevante achtergronden over efficiënte portfolio's, diversificatie en het CAPM model. Hoewel deze onderwerpen op zichzelf zeer interessant zijn, is de link met de GARCH literatuur zwak en daardoor minder relevant voor lezers van het *Nieuw Archief voor Wiskunde* (als men echter juist over deze onderwerpen iets wil weten, zijn deze hoofdstukken zeer lezenswaardig).

Het boek vormt een aardige introductie op de beschikbare literatuur rondom GARCH modellen en een aantal relevante financiële theorieën. Met behulp van een literatuurlijst per onderwerp kunnen aanvullende artikelen snel gevonden worden. De specifieke onderwerpen die relevant zijn voor deze modellen worden ingeleid met een korte introductie van de relevante literatuur (bijvoorbeeld tijdreeksanalyse, Ito-calculus, enzovoort). Dit heeft als

voordeel dat de lezer deze onderwerpen bij de hand heeft. Anderzijds heeft dit als gevolg dat er een groot aantal onderwerpen aan de orde komt. Gegeven de gelimiteerde omvang, zal een lezer die meer geïnteresseerd is in de precieze condities die bij definities en afleidingen gebruikt worden, te rade moeten gaan bij de oorspronkelijke artikelen (een bundeling van de meest relevante artikelen op dit terrein is te vinden in *ARCH Selected Readings 1995*, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press, edited by R.F. Engle). Dit speelt zelfs al een rol bij de definitie van GARCH modellen, aangezien de formulering voor het simpele model in 3.1 niet samenvalt met de uitbreidingen in 3.2. Verder zijn de schattingmethoden zoals die besproken worden in hoofdstuk 4 wel eenvoudig, maar naar meer efficiënte benaderingen wordt niet eens verwezen. Ook de onderwerpen in Hoofdstuk 5 komen door deze wijze van presenteren niet geheel uit de verf. Tezamen met de opmerking hierboven dat de laatste drie hoofdstukken niet goed aansluiten bij het onderwerp van het boek, is de conclusie ook dat een duidelijke lijn in het boek ontbreekt. Door de opzet is het vooral geschikt als een kennismaking en introductie met de breedte van het onderwerp, bijvoorbeeld voor gevorderde studenten of beginnende AIO's. F.C. Drost



G.R. Iversen, M. Gergen
Statistics: the conceptual approach
 New York: Springer-Verlag, 1997.
 735 p., prijs DM 88,-
 (Springer undergraduate textbooks in statistics).
 ISBN 0-387-94610-1

Zoals de ondertitel van het boek aangeeft, ligt de nadruk op de conceptuele aspecten van de statistiek. Het is ontstaan uit teksten voor een van de cursussen, die tot doel hadden studenten in de vrije kunsten iets te vertellen over de uitdagingen van de 21ste eeuw. Statistiek leek daarvoor een goed onderwerp: het lijkt vaak een moeilijk te begrijpen, zelfverheerlijkende en esoterische discipline te zijn vooral voor mensen, die niet ontvankelijk zijn voor wiskundige abstractie. De opzet van het boek is zo dat alle begrippen en concepten verbaal worden ingevoerd aan de hand van voorbeelden uit vele verschillende toepassingsgebieden. De bronnen daarvan zijn publicaties in tijdschriften, rapporten, kranten en dergelijke. Ieder hoofdstuk wordt afgesloten met een samenvatting, een lijstje met aanvullende literatuur, een paragraaf met de voor berekeningen benodigde formules (met voorbeeld) en een paragraaf met opgaven. Deze paragraaf met opgaven bestaat uit 3 delen. De eerste serie test kennis van de begrippen en concepten. Dan volgt een aantal interpretatievragen, waardoor studenten de betekenis van statistische informatie leren. Tenslotte zijn er vragen, waarmee studenten leren de concepten toe te passen met behulp van statistische software. De stof omvat de beschrijvende statistiek, enige kansrekening, schatten en toetsen, kruistabellen, regressie en correlatie, variantie-analyse, enkele niet-parametrische methoden. Aan het eind van het boek vindt men een verklarende woordenlijst, tabellen, antwoorden van de oeven opgaven en een index. Het boek is uitstekend verzorgd: groot lettertype, mooie foto's, illustraties, strips, kleur. Het bevat ook

aardige, sprekende voorbeelden en anecdotes. Een boek als dit bevat onvermijdelijk de nodige onnauwkeurigheden: zo wordt niet of te laat opgemerkt dat de normale benadering van de binomiale verdeling alleen te gebruiken is als het aantal waarnemingen, n , voldoende groot is. Een geslaagd boek voor de doelgroep met heel bruikbare elementen voor ieder die statistiekonderwijs verzorgt.

J.Th.M. Wijnen

B.S. Everitt

The Cambridge dictionary of statistics

Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

360 p., prijs £19.95

ISBN 0-521-59346-8

Dit statistisch woordenboek geeft omschrijvingen voor termen uit alle gebieden van de statistiek voor zowel specialisten als niet-specialisten. Sommige definities bevatten alleen tekst, andere vereisen mathematische formules en nomenclatuur, hopelijk passend bij de behoefte van de lezer. Het boek beschrijft ongeveer 3000 lemma's en geeft een honderdtal korte biografieën van belangrijke statistici. Waar nodig wordt daarbij verwezen naar relevante boeken of tijdschriftartikelen en naar de door de auteur gebruikte bronnen. In zijn voorwoord geeft de auteur al aan dat zijn keuze van termen voor een deel bepaald wordt door zijn eigen interesses, zodat een lezer wel eens mis zal grijpen als zijn belangstelling op een ander terrein ligt. Dat geldt bijvoorbeeld voor iemand, die begrippen uit de industriële statistiek zoekt: de lemma's Pareto chart, EWMA chart, producers' risk, consumers' risk, capability index, noise factor staan er niet in. En er zijn er ongetwijfeld meer, ook uit andere gebieden van de statistiek. Niettemin lijkt dit boek me voor velen die zich op de een of andere manier met statistiek bezig houden een redelijk geprijsd en heel bruikbare aanvulling van de eigen bibliotheek. Ook iemand die in het bezit is van het bekende *A dictionary of statistical terms* van Kendall en Buckland (Marriott bewerkte de 5de editie) kan er zijn voordeel mee doen: de overlap tussen beide woordenboeken is merkwaardig klein (vergelijk een bespreking van dit boek door J. Dragt in *Kwantitatieve Methoden*, 20, 159-160, 1999). Bovendien bevat het boek van Marriott geen biografieën.

J.Th.M. Wijnen

vertoont, met verschillende methoden per domein aan te pakken. Men kan hierbij denken aan een deeldomein rond een singulariteit, deeldomeinen waar de oplossing lokaal sterk varieert, en deeldomeinen waar de oplossing voldoende glad is.

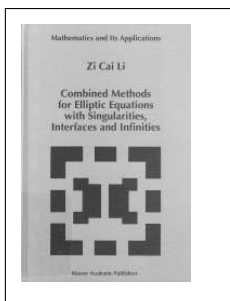
Natuurlijk moeten de numerieke technieken goed op elkaar aansluiten; de verschillende deeldomeinen kunnen bijvoorbeeld met verschillende roostergroottes gediscrèteerd worden. Het is dan niet de bedoeling dat approximatiefouten op het ene deeldomein de oplossing op een ander deeldomein essentieel veranderen. Dit soort aansluitingsproblemen wordt wel gerangschikt onder de *interface* problemen. Het is een mooi onderwerp dat een zorgvuldige studie verdient.

Het te bespreken boek richt zich op het zinvol aaneenkoppelen van deeldomeinen voor elliptische problemen met singulariteiten (bijvoorbeeld in een hoek of ergens langs de rand van een domein). Het is wel jammer dat het boek beperkt blijft tot tweedimensionale problemen. Echter, ook zonder dit aspect wekte het boek bij mij al snel verbijstering op. Hoe kan een uitgever een wetenschappelijk werk zo onzorgvuldig doen uitgeven? Het boek zou geschikt moeten zijn voor *graduate courses*, maar als voorbeeld voor hoe het niet moet, lijkt het me veel te duur. Niet alleen is het Engels abominabel, ook bevat het boek tal van fouten en nietszeggende zinnen. De index is zeer onvolledig en de afwijkende symbolen zijn wel in een lijst opgenomen, evenwel zonder verwijzing naar de pagina waar ze gedefinieerd zijn. De referenties worden op bizarre wijze, vrijwel zonder enige toelichting, aan het eind van hoofdstukken op de lezer afgevuurd. Pagina 51 bestaat bijvoorbeeld vrijwel uitsluitend uit namen en jaartallen. Deze publicaties worden aangekondigd als *reports*, of voorafgegaan door een zin als *'The references on CM are given in ...'*.

Stellingen en Lemma's volgen elkaar in hoog tempo op, vrijwel zonder commentaar, en vaak zonder bewijs of adequate verwijzing, en het komt niet zelden voor dat een sectie plompverloren eindigt met een stelling of corollarium. Die verwijzingen zijn, gezien het grote aantal fouten en onvolkomenheden in de formuleringen, wel van essentieel belang. Lemma's en stellingen worden dan vaak nog voorafgegaan door een verhelderende zin als *Below we give a lemma*. De lezer van deze recensie verwacht ongetwijfeld enkele voorbeelden. Die kan hij op vrijwel elke pagina van dit boek aantreffen, maar vooruit, hier een paar illustraties.

Op pagina 50 worden de *Tefttz procedures of Trefflz (1926)* genoemd. De auteur blijkt in de referentie *Trefftz* te heten maar wordt niettemin verder nog aangeduid als *trefttz* en *Trafftz*. Voor de numerieke vergelijking van verschillende technieken wordt het zogenaamde *Motz's problem* gebruikt. Rond een singulariteit op de rand wordt de oplossing in een reeks ontwikkeld en verschillende oplosmethoden worden beoordeeld op het aantal correcte decimalen, rekenend in ongeveer 15 decimalen, waarin de coëfficiënten van de reeks worden afgeleverd. Om dit te kunnen vergelijken zijn de eerste 10 coëfficiënten in ongeveer 1000 (!) decimalen afgedrukt (Tabel 2.1, blijkens het bijchrift berekend *...using Mathematics with 1000 significant digits*).

Ook een aardige opmerking, pagina 47, is *'...the mesh generation and entry evaluation of the associated matrix consume a lot of CPU time, although they can be done by computer'*. Dit mag nog als ongelukkig Engels overkomen, echter ook elders geeft de auteur blijk van zijn onwetendheid van het numerieke werk. We lezen op pagina 44 dat voor een groot overbepaald stelsel *'...a better method is ...using the singular value recomposition in Go-*



Z.C. Li

Combined methods for elliptic equations with singularities, interfaces and infinities

Dordrecht: Kluwer, 1998.

476 p., prijs NLG 395,-

(*Mathematics and its Applications*; 444).

ISBN 0-7923-5084-7

Voor het numeriek oplossen van elliptische partiële differentiaalvergelijkingen over begrensde domeinen, met bijpassende randvoorwaarden, zijn tal van methoden bekend. Ik noem slechts de Eindige differentiemethode, de Eindige volumemethode, Eindige elementen en collocatie. Elk van deze methoden heeft zijn specifieke sterke en zwakke kanten en het ligt voor de hand om problemen, waar de oplossing over deeldomeinen verschillend gedrag

lub and Loan (1989) . . .'. Afgezien van het feit dat deze zin meerdere fouten bevat en naar een oude versie van het boek van Golub en Van Loan schijnt te verwijzen, wordt de meer efficiënte QR-decompositie niet eens genoemd, om over iteratieve technieken nog maar te zwijgen. Deze zijn cruciaal voor het oplossen van het soort stelsels dat in de besproken applicaties optreedt; de niet nader aangeduide stelsels zouden met SVD slechts voor relatief lage orde oplosbaar zijn. Halverwege pagina 119 merkt de auteur op: ' . . . we need to estimate the values of condition numbers using the least squares method (see Golub and Loan (1989)).'

Lineaire stelsels worden om de haverklap opgevoerd als $Ax = b$, keurig met formule nummer, evenwel zonder ook maar A , of b te specificeren (zie bijvoorbeeld pagina 8). Er zijn in het boek dus vele stelsels $Ax = b$, allemaal kennelijk verschillend en daarom allemaal van hun eigen nummer voorzien, maar vrijwel nergens gespecificeerd. Zo'n niet gespecificeerde matrix is dan bijvoorbeeld wel ' . . . M -Matrix-like (see Varga (1962))', zie pagina 33. Op pagina 59 lezen we 'In this book, the analytic functions are said if $u \in X^\infty(S)$; the singularity exists at some points if the solution derivatives there are unbounded, often being as $u = O(r^\alpha)$ '. Op pagina 50 leest men 'Because of the fewer requirements $A1$. . .'; bedoeld is waarschijnlijk dat $A1$ een zwakkere aanname is. Overigens, men zoekt de aanname $A1$ vergeefs in de Index; men komt twee verschillende aannamen in het boek tegen (pagina 49 en 214).

Pagina 81: *The conception of infinity element methods is interesting, since the refinements can go over and over without an end. However, from the viewpoint of application, the local refinements do not need to go to the limitation, for the accuracy required in application is not very small, though. Note that the examples shown in Thatcher (1976, 1978) are a kind of combinations, the combinations of FEM and the infinitesimal elements methods.'*

Ach, ik kan zo wel door blijven gaan, ik heb pagina's vol met aantekeningen over de meest opvallende eigenaardigheden. Wat dacht u van het volgende begin van een bewijs (pagina 314): 'Let u be the exact solution of u .? Het vervelende is dat het ook niet eenvoudig is om na te gaan wat de auteur dan wel bedoeld kan hebben.

Wellicht kan de uitgever de reeds verspreide exemplaren nog terugnemen en vernietigen. Ik zou me als koper van dit boek, afgaand op de goede naam van de uitgever en het onderwerp, toch redelijk opgelicht voelen.

H.A. van der Vorst

process. One basic premise in the modeling is that the proposed class is rich enough as to include the 'true' system; in other words, it is assumed there exists a specific model in the model class that matches with the measurements available. In the above text, the model class consists of parametrized DAEs, and thus the basic problem studied is that of 'identifying' the parameters on the basis of — possibly noisy — discrete time measurements. Different fitness criteria that may be used for the parameter estimation are discussed. These include the weighted least squares, where as to be minimised criterion the weighted mean square error is used, or the total least squares method (Chapter 2), maximum likelihood estimation and L1-estimation methods (Chapter 3). Some further aspects on nonlinear regression theory are reviewed in Chapter 4. A short discussion on optimal experiment design — for example, how to improve the measurements — is given in Chapter 5. A large part of the book is dedicated to the case studies given in Chapter 6. These (practical) examples are from various areas and include bio-chemical models, macroeconomic time series and chemical processes. Finally, Chapter 7 describes the software used in the worked examples, which is contained in the software package simulation and parameter Identification in dynamical systems (spIDs). For the specialist, this book — a rewrite of the author's dissertation — may offer interesting and useful reading.

H. Nijmeijer

O. Goldreich

Modern cryptography, probabilistic proofs and pseudorandomness

Berlin: Springer-Verlag, 1999.

182 p., prijs DM 29,-

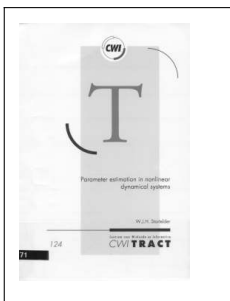
(Algorithms and combinatorics; 17).

ISBN 3-540-64766-X

This is the first book entirely devoted to theoretical aspects of modern cryptography and some closely related topics. Modern cryptography is about rigorous analysis of cryptosystems, digital signatures schemes and protocols for more general tasks, often relying on number-theoretic intractability assumptions or the assumption that $P \neq NP$. Since the introduction of public cryptography by Diffie and Hellman in 1976 and the subsequent invention of RSA, a huge amount of work has been done to deal with these fundamental cryptographic tasks. Over the past ten years an increasing number of cryptography textbooks have been written, opening up the topic to a wide audience of practitioners.

The present book aims at extending the horizon to the advances that have been made in establishing suitable foundations for cryptographic systems. Here, Goldreich distinguishes the *definitional activity*, which strives to find the right concepts and definitions, and the *constructive activity*, which shows what kind of tasks can be feasibly implemented, how and under which assumptions. For instance, when exactly a signature scheme is to be considered secure, falls in the first category; corresponding results from the second category are that signature schemes exist iff one-way functions exist, and also what signature schemes can be constructed assuming that the RSA function cannot be inverted.

Chapter 1 elaborates on these aspects and gives an impression of what has been achieved in this area, not by showing the detailed results but by focusing on the essentials. The general frame-



W.J.H. Stortelder Parameter estimation in nonlinear dynamical systems

Amsterdam: CWI, 1998.

176 p., NLG 40,-

(CWI-tract; 124).

ISBN 90-6196-482-2

This monograph studies statistical and numerical aspects in the estimation of parameters in sets of nonlinear differential algebraic equations (DAEs). Often, on the basis of physical modeling principles a model class is identified that describes some dynamical

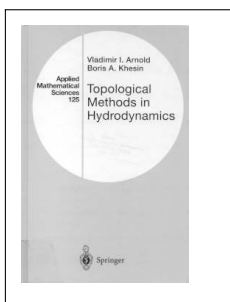
work for multi-party protocols is also briefly considered, which is not so much the topic of the rest of the book. Chapter 2 is on the powerful notion of interactive proof systems, a two-party game involving a prover and a verifier. Zero-knowledge proofs are probably the best known example; probabilistically checkable proofs (PCPs) form another important class. The chapter presents a wide variety of results and proof sketches for famous theorems such as $IP=PSPACE$, relating all kinds of complexity classes in an accessible way. Chapter 3, the final chapter, is about (pseudo)randomness. In contrast with Shannon's information-theoretic view and with Solomonov, Kolmogorov, and Chaitin's view, the view most useful to cryptography is defined relative to an observer: a distribution is considered random if it cannot be *efficiently* distinguished from the uniform distribution. Such pseudorandom generators are known to exist iff one-way functions exist. This and more specific constructions are presented, again by showing the essential ingredients of the proofs. The appendices, which cover about 50 pages, present more of such ingredients. Appendix B is particularly nice, as it introduces a few randomized algorithms in a self-contained way, e.g., for finding a perfect matching and for testing whether two multivariate polynomials are identical. Although the book covers a wide variety of results, clearly a selection has been made. In fact, Goldreich released several manuscripts with some overlap between them (e.g., 'Foundations of cryptography — fragments of a Book' which is much more detailed). There is also some overlap in the organization of the present book but this serves to present some notions from different perspectives. As another editorial remark, the reader will be able to spot some typos, but it is not really annoying to read about the 'Chinese Remainder Theorem'.

All in all, a welcome book and since an increasing number of protocols that provably meet stringent definitions of security and are also practical and efficient have been constructed over the last couple of years, it is now realistic to hope for books in which theory and practice will actually converge. *B. Schoenmakers*

ans that if in an Euler flow the position of the fluid element, which is for $t = 0$ at x , is given by $\varphi_t(x)$, then, for each t , φ_t is in $SDiff(M)$ (because the fluid is incompressible) and $t \mapsto \varphi_t$ is a geodesic with respect to the right invariant metric defined by the kinetic energy. There are some problems with this point of view. First, $SDiff(M)$ is not a Lie-group in a natural way (for the C^k -Banach-structure the left multiplication is not differentiable, but only continuous). This leads to some mathematical problems which we ignore in this review. They are avoided, in part, by restricting as much as possible to the Lie-algebra $SVect(M)$ (consisting of divergence free vector fields) and its dual. Second, the Euler equation is an evolution equation on $SVect(M)$ while the geodesic equation is an evolution equation on the tangent bundle of $SDiff(M)$. This corresponds to the well known difference between the Eulerian and the Lagrangian point of view: if $t \mapsto \varphi_t$ is a geodesic in $SDiff(M)$, then the corresponding evolution in $SVect(M)$ is given by $t \mapsto v_t \in SVect(M)$, with $v_t(x) = (d/d\tau)(\varphi_{t+\tau}(\varphi_t^{-1}(x)))$. It is indeed a simple formal calculation which shows that in this way the geodesic equation becomes the usual Euler equation. Using the kinetic energy we have an isomorphism between $SVect(M)$ and its dual $SVect(M)^*$. The elements of $SVect(M)^*$ can be identified with divergence free vector fields on M , not necessarily tangent to the boundary ∂M , so that the dual of a vector field $v \in SVect(M)$ is $\text{curl}(v)$. So, changing to the dual of the Lie-algebra, the Euler equation transforms to the Helmholtz (vortex) equation. In this dual form certain aspects of the equations of motion can be formulated in a very natural way: the Helmholtz theorem (integral curves of the vorticity field flow with the fluid) implies that evolutions in the dual $SVect(M)^*$ stay in the same orbit of the co-adjoint representation of $SDiff(M)$ in $SVect(M)^*$. So in each of these orbits there is a dynamical system, which turns out to be Hamiltonian (the natural Poisson-structure on a dual Lie-algebra induces a symplectic structure on each orbit of the co-adjoint representation).

In the present volume, this group theoretic origin of the hydrodynamic equations is exploited, both to derive known facts from a different viewpoint and to obtain new results. From the latter category I mention the relation between sensitive dependence on initial conditions (i.e. chaotic dynamics) and the curvature of the $SDiff$ -groups: it is known that geodesic flows on manifolds with negative sectional curvature are chaotic. The curvature of the $SDiff$ -groups can be calculated. In this way the authors arrive at heuristic arguments for the chaoticity of the meteorological system of the earth and even give realistic estimates for the time it takes, in average, for predictions to get twice as inaccurate. Apart from these applications of the geometric point of view to hydrodynamic systems, there is also a discussion of the many other dynamical systems which admit a similar geometric origin. The simplest of these is the dynamics of a rigid body where the group is $SO(3)$ or its extension with the Euclidean translation group E^3 , depending on whether the rigid body has a fixed point or not. Another surprising example is a family of KdV-equations which is derived from the Virasoro-Bott group.

Though this description is far from complete, I hope that it gives the flavor of the contents of this volume. The style of this book is what one could call 'anti-Bourbaki': the authors point to many relations with many other fields, many more than I could mention in this review. As a consequence this work could not be really 'self-contained', and is probably not very suitable as a textbook



V.I. Arnold, B.A. Khesin
**Topological methods
in hydrodynamics**

New York: Springer-Verlag, 1998.

374 p., prijs DM 108,-

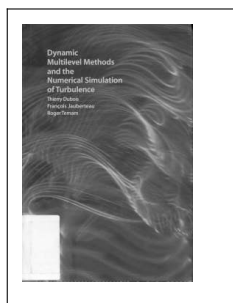
(Applied mathematical sciences; 125).

ISBN 0-387-94947-X

In this volume the authors describe the new insights in hydrodynamics and related subjects which came from topological (and geometrical) considerations. Since the interaction between these two fields is not very common, I will start with a description of the main geometric ideas in this book and how they are relevant in hydrodynamics.

A fundamental observation, which is essential for almost everything treated in this book, is the fact that the Euler equations, for an incompressible and inviscous fluid in a domain M , can be interpreted as the equations for the geodesic flow on the 'Lie-group' $SDiff(M)$ of volume preserving diffeomorphisms of M . This needs some explanation. In first approximation this me-

for a course. But this presentation has the advantage of being very lively and full of surprises. I enjoyed reading this work. *F. Takens*



T. Dubois, F. Jauberteau et al.

Dynamic multilevel methods and the numerical simulation of turbulence

Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

289 p., prijs £ 37,50

ISBN 0-521-62165-8

De achterkant van het boek geeft een korte doch goed-getroffen samenvatting, waarmee ik deze recensie wil beginnen: 'This book describes the implementation of multilevel methods in a dynamical context, with application to the numerical simulation of turbulent flows. The general ideas for the algorithms presented stem from dynamical systems theory and are based on the decomposition of the unknown function into two or more arrays corresponding to different scales in the Fourier space'.

Het boek is goed opgebouwd, en begint met een zeer leesbaar overzicht van de theoretische resultaten aangaande existentie en regulariteit van oplossingen van de Navier-Stokes vergelijkingen. Vervolgens een hoofdstuk over statistische theorieën van turbulentie. Daarna gaat het richting numerieke aanpak in hoofdstuk 3 met de spectraalmethode waarmee de ruimtelijke afgeleiden worden gediscretiseerd. Voor homogene turbulentie, zoals bestudeerd in dit boek, is dit een goede keuze, maar in het algemeen wordt tegenwoordig toch van eindige-volumemethodes gebruik gemaakt. Hoofdstuk 4 gaat kort in op turbulentiemodelering (LES, RNG, PDF), terwijl hoofdstuk 5 het lange-tijdsgedrag van dynamische systemen beschrijft (attractors en inertial manifolds).

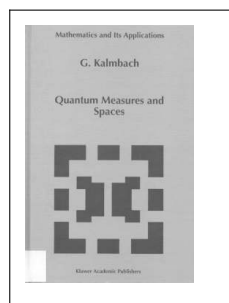
Het basisidee van de gepresenteerde multilevelmethode is het opspannen van de oplossingsruimte door kortere en langere golven die ieder hun eigen numerieke aanpak krijgen. Dit opdelen (filteren) wordt in hoofdstuk 6 besproken, terwijl hoofdstuk 7 ingaat op de verschillen in tijdsintegratie voor de beide schalen: de lange schalen expliciet, de korte schalen impliciet of via subcycling. Hoofdstuk 8 breidt uit tot de dynamische multilevel methode (DML). De laatstgenoemde drie hoofdstukken zijn zeer technisch van aard. Het grote probleem is dat de benaderende behandeling van de korte schalen onnauwkeurigheden veroorzaakt, en gezien de subtiele invloed die soms door de korte schalen wordt uitgeoefend, vereist dit veel a priori zorg. Hoofdstuk 9 beschrijft de (lastige) implementatie van de DML methode, met nogmaals veel theoretische zorg ten aanzien van alle doorgevoerde benaderingen.

Het laatste hoofdstuk bevat de validatie: een vergelijking wordt gemaakt tussen de resultaten behaald met de methode van de auteurs, en de meer traditionele eindige-volume-aanpak voor DNS. Alleen op deze manier is vast te stellen of de verwachtingen ten aanzien van nauwkeurigheid en efficiëntie uitkomen. Teststromingen hierbij zijn homogene isotrope turbulentie en niet-homogene turbulente kanaalstroming. De auteurs merken op dat voor beide testgevallen hun aanpak 2.5 keer sneller is dan de gebruikelijke eindige-volumemethoden. Echter, laatstgenoem-

de methoden zijn de afgelopen jaren razendsnel geëvolueerd: ze zijn inmiddels een á twee ordes sneller.

Hoewel de auteurs heel enthousiast hun methode presenteren, heb ik daarom niet het gevoel dat ontwikkelaars van eindige-volumemethoden voor DNS de hete DML adem in de nek hoeven te voelen. Niettemin, in principe spreekt de multilevelaanpak mij aan, en ik ben dan ook blij dat dit boek nu onder handbereik in mijn kast staat.

A.E.P. Veldman



G. Kalmbach

Quantum measures and spaces

Dordrecht: Kluwer, 1998.

343 p., prijs NLG 295,-

(Mathematics and its applications).

ISBN 0-7923-5288-2

Dit boek brengt wiskundig materiaal bijeen dat relevant is voor de bestudering van de grondslagen van de quantummechanica. Er wordt aandacht besteed aan tralies, Hilbert-ruimten, maten op tralies en Hilbert-ruimten (de stelling van Gleason), Lie-groepen, en aanverwante onderwerpen. Als zodanig is het boek een nuttig naslagwerk. De pretenties van de auteur gaan echter verder. Hij heeft een eigen elementaire-deeltjes-theorie ontwikkeld, waarin alle elementaire deeltjes een plaats vinden als geometrische structuren in een 9-dimensionale ruimte. Ook zwarte gaten, en het universum als geheel, blijken binnen dit schema te passen. Als ik het tenminste goed begrijp, want de hoofdstukken hierover zijn aanzienlijk minder goed te volgen dan de zuiver wiskundige hoofdstukken.

Bij het lezen van het boek wordt trouwens pas duidelijk dat sommige van de wiskundige hoofdstukken niet van de hand van Kalmbach zelf zijn, maar gevormd worden door artikelen van andere auteurs (van wie naam en adres aan het eind van de hoofdstukken in kwestie wordt vermeld). Op het omslag en in het voorwoord worden deze mede-auteurs niet genoemd. De laatste 100 pagina's van het boek worden ingenomen door korte inleidingen in een aantal zeer uiteenlopende onderwerpen, bijvoorbeeld topologie, posets, logica, verzamelingenleer en relativistische quantummechanica. Sommige van deze hoofdstukken zijn nuttige compendia. Maar het verband met de hoofdtekst is niet altijd duidelijk. Al met al een nogal excentriek boek, dat geen hoogtepunt is in de serie *Mathematics and its applications*. *D. Dieks*

T. Rapcsak

Smooth nonlinear optimization in R^n

Dordrecht: Kluwer, 1997.

374 p., prijs NLG 295,-

(Nonconvex optimization and its applications).

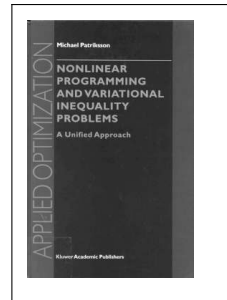
ISBN 0-7923-4680-7

Het boek verschijnt in de serie 'Nonconvex optimization and its applications' van Kluwer. In deze serie zijn vele monografische werken verschenen die een deelgebied van de globale optimalisering (GLOP) beschrijven. Het boek van Rapcsák is voornamelijk wiskundig theoretisch en bevat de lange onderzoekservaring van de auteur op het gebied van optimaliteitsvoorwaarden. Het bevat geen discussie ten aanzien van algoritmen. Dat was mij uit titel en samenvatting niet meteen duidelijk.

Object van studie is een continu optimaliseringsprobleem, waarbij de nadruk ligt op de gelijkheidsvoorwaarden (Lagrange-verhaal). In het algemeen is de toegelaten verzameling dan niet convex, wordt bepaald door het manifold (topologisch vlak) van (actieve) voorwaarden. Centraal staat in het boek het begrip 'geodesic convexity', wat gezien kan worden als een veralgemening van convexiteit via een transformatie van de ruimte en het manifold te bekijken vanuit alle mogelijke trajectoriën (geodesics). Wanneer kan worden aangetoond dat een optimaliseringsprobleem geodesic convex is, erft het de eigenschap dat elk lokaal minimum tevens een globaal minimum is. Voldoende en nodige voorwaarden voor optimaliteit worden in het boek vanuit verschillende gezichtspunten, voornamelijk het geometrische, bekeken. Nadruk ligt op niet-lineaire transformatie van het optimaliseringsprobleem; op die manier kan zelfs de Rosenbrock-functie een lieverdje worden. De schrijver heeft een sterk historisch besef en ook wordt de zaak verlevendigd door het gebruik van diverse voorbeelden.

De eerste vijf hoofdstukken bespreken optimaliteitsvoorwaarden zowel vanuit een historisch gezichtspunt, als vanuit verschillende geometrische gezichtspunten. In hoofdstuk 6 volgt dan de introductie en uitwerking van het begrip geodesic convexity. Dit wordt toegepast op het complementariteitsprobleem in hoofdstuk 7 en de gedachte van transformatie, door de auteur 'niet-lineaire coördinatenrepresentatie' genoemd, in hoofdstuk 8. In hoofdstuk 9 komen de tensors op de proppen, een concept dat volgens mij vooral door de auteur als analysemiddel is bestudeerd. Tensors zijn functies op een flink cartesisch product van de raakruimte in een punt van het manifold. Eigenlijk een heel specifieke manier om tegen NLP-problemen aan te kijken. In hoofdstuk 10 wordt de geodesic-convexitygedachte toegespitst op het positieve deel van de ruimte. Dit geeft de mogelijkheid om variable metric methoden te bekijken en inwendig punt methoden voor LP in resp. hoofdstuk 11 en 12. Hoofdstuk 13 bekijkt een aantal problemen met een specifieke geodetische structuur. Hoofdstuk 14 is een buitenbeentje en onderzoekt in een zijpad het probleem van Fenchel (1953) ten aanzien van level sets. Hoofdstuk 15 probeert de gedachte van Lagrange (1788) te verbeteren met behulp van de in het boek geïntroduceerde begrippen. Het boek is nuttig voor onderzoekers op het gebied van optimaliteitsvoorwaarden en gaat redelijk diep.

E. Hendrix



M. Patriksson

Nonlinear programming and variational inequality problems A unified approach

Dordrecht: Kluwer, 1999.

334 p., prijs NLG 280,-

(Applied optimization; 23).

ISBN 0-7923-5455-9

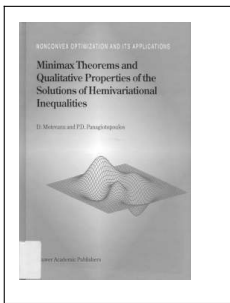
Two closely related subjects, Nonlinear programming (NP) and Variational inequality problems (VIP) have both become mature disciplines after more than 30 years of research since their introduction. Particularly the past decade saw many exciting developments in the area of VIPs. As stated in the preface of the book, many algorithm for NPs and VIPs, scattered in the literature, fall in a similar line. This has inspired Michael Patriksson to write this book which proposes an unified framework for a lot of existing algorithms for NPs and VIPs.

The book consists of four parts covering respectively introduction to the framework, merit functions for VIPs, convergence of the algorithms and some extensions about the implementation of the algorithms. The framework of algorithms presented in the book is called *Cost approximation* (CA). This is the first time I saw this usage and I am not sure that it has been widely recognized.

Naturally the book begins with a brief description of the considered problems and the framework in chapter 1. The undertaken problems of the book range from linear optimization to generalized VIPs (GVIP). The reader is required to have a background in convex theory and numerical analysis. Chapter 2 presents some preliminary technical results about properties of the subproblems and search directions in the CA algorithms. Several line search rules are introduced as well. In chapter 3 the author lists a lot of CA instances. Although I am not familiar with some of them, the amount of instances surprised me a little. These three chapters form a basis for the study of CA. Chapter 4 is devoted to VIPs which do not have available objective functions to minimize in general. As a remedy for this point, a VIP is usually reformulated and a merit function is derived which is used to guarantee the convergence of the algorithm. Various merit functions and their properties are summarized here including types of gap functions, functions based on primal and dual VIPs. The merit functions for the specialized VIP (complementarity problems) are also mentioned. The main theoretical results of the framework are contained in chapter 5 and 6. In chapter 5, the author discusses the convergence properties of the CA algorithms for nonlinear programming under different conditions. Global convergence of the algorithms with exact and inexact line search, linear convergence of the projection method, and local superlinear convergence are established. The nonmonotone strategy for CA algorithms is also considered. In chapter 6, most of these convergence results are extended to the case of VIPs under slightly stronger conditions. Chapter 7 studies the identification of active sets near a solution and the finite termination of the CA algorithms. In chapter 8, the author considers a parallel decomposition of CA algorithms for a subclass of the problems with special data structure. Global and linear convergence of the algorithms are presented. In the last chapter of the book, the author proposes a column generation/simplicial decomposition scheme for the CA algorithm.

The book is well written and organized. All the discussions are well motivated. Concise proofs for most of the main results are given. A lot of short remarks compare the numerous methods and discuss the limitations of them as well. A researcher in the area of NPs and VIPs will find the reading of this book enjoyable. There is still room for improvements in the book. It is understandable that the author's effort is to build the major theory for the most general and complex model GVIP in the book. However, this makes the book not easily readable. Furthermore, if more details in implementation issues and applications are addressed, then the book will be more attractive.

The book is suitable for a review of the recent developments in the area of NPs and VIPs, particularly for the latter which form the main motivation of this book in my opinion. The collection of over 800 references provides the reader a rich source to the subject. The book is helpful for postgraduate students and researchers in the area, to whom I highly recommend it. *J. Peng*



D. Motreanu, P.D. Panagiotopoulos
Minimax theorems and qualitative properties of the solutions of hemivariational inequalities

Dordrecht: Kluwer, 1999.

309 p., prijs NLG 260,-

(Nonconvex optimization and its applications; 29).

ISBN 0-7923-5456-7

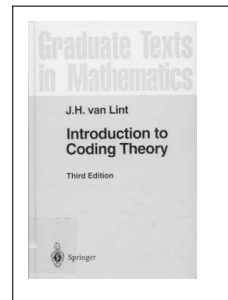
Boundary value problems which have variational expressions in the form of inequalities can be divided into two main classes. The class of boundary value problems leading to variational inequalities and the one leading to hemivariational inequalities. The latter class of problems is analysed in the book. Boundary value problems leading to hemivariational inequalities find applications in mechanics and the engineering sciences and are for instance related to nonconvex energy functions. The investigation of the qualitative properties of the solutions to such problems calls for a mathematical theory of eigenvalue problems for hemivariational inequalities, which is the subject of the book.

The eigenvalue problems related to hemivariational inequalities have the following structure. Suppose that V is a Hilbert space, a is a bilinear form on $V \times V$, J is a locally Lipschitz functional on V and B is an operator mapping V into V^* , the dual space of V . When the duality pairing is denoted by $\langle \cdot, \cdot \rangle$, one eigenvalue problem consist of finding $\lambda \in \mathbf{R}$ and $u \in V$ to satisfy $a(u, v - u) + J^0(u, v - u) \geq \langle \lambda B u, v - u \rangle$ for all $v \in V$. Here J^0 is the Clarke directional differential. These types of eigenvalue problems are generalizations of the classical eigenvalue problems for variational inequalities because J might be nonconvex. Another eigenvalue problem consists of finding $\lambda \in \mathbf{R}$ and $u \in V$ to satisfy $a(u, v - u) + J^0(u, v - u) \geq \langle \lambda \bar{B} u, v - u \rangle$ for all $v \in V$, where (\cdot, \cdot) denotes the inner product in V and \bar{B} maps V into V .

The book consists of 9 chapters. Chapter 1 presents a number of results in the field of nonsmooth analysis that are used in later chapters. Chapters 2 presents a number of general results on nonsmooth critical point theory that are applicable to locally Lipschitz functionals. The minimax principles presented in this chapter are based on a deformation theorem that unifies several

classical deformation results. Chapter 3 extends the nonsmooth critical point theory of Chapter 2 to the case where the functionals involved are no longer locally Lipschitz. The development of this new critical point theory is essential for the treatment of the eigenvalue problems for hemivariational inequalities. Chapter 4 studies two types of eigenvalue problems for hemivariational inequalities. The chapter focuses on general existence results and applies the theory to a number of problems derived from mechanics. Multiplicity results for these eigenvalue problems are the topic of Chapter 5. That chapter develops a general minimax approach, which permits the use of linear eigenvalue problems for the determination of the eigenvectors of the hemivariational inequality. Chapter 6 considers a new type of eigenvalue problem for hemivariational inequalities whose solutions must belong to a sphere. This type of eigenvalue problem finds its origin in network flow problems. Chapter 6 discusses both existence and multiplicity of solutions to this problem. Chapter 7 is also devoted to the study of a new type of eigenvalue problem that arises in the stability analysis of mechanical systems subject to nonmonotone boundary conditions. Chapter 8 studies yet another new type of eigenvalue problem, called 'double eigenvalue problems.' It develops three different approaches to study those problems: minimization, minimax methods and critical point theory on a sphere. It treats existence, multiplicity and perturbation results. The final chapter, Chapter 9, studies three types of problems: hyperbolic hemivariational inequalities modeling nonlinear wave equations with nonlinearities, homoclinic solutions for second order Hamiltonian systems with discontinuous nonlinearities, and multiplicity results for hemivariational inequalities containing periodic energy functionals.

Although the book aims to be self-contained to a large extent, it only partially succeeds in this ambition. For non-specialists in the field the book is rather inaccessible. The specialist on the other hand, will find a rich source of interesting and challenging eigenvalue problems, which will most certainly stimulate him or her in further research. *P.J.J. Herings*



J.H. van Lint

**Introduction to coding theory
(3rd revised and expanded edition)**

Berlin: Springer-Verlag, 1999.

227 p., prijs DM 108,-

(Graduate texts in Mathematics, 86).

ISBN 3-540-64133-5

In 1982 verscheen van Van Lint's *Introduction to coding theory*. Het boek werd allerwege zeer goed ontvangen; het voorzag kennelijk in een grote behoefte. In 1991 verscheen de tweede druk. In het voorwoord daarvan lezen we: 'The second edition has been largely expanded and revised. The main editions (bedoeld zal zijn additions) in the second edition are: (1) a long section on the binary Golay code; (2) a section on Kerdock codes; (3) a treatment of the Van Lint-Wilson bound for the minimum distance of cyclic codes; (4) a section on binary cyclic codes of even length; (5) an introduction to algebraic geometry codes.'

En dan, in 1998, heeft Van Lint bij de derde druk zich weder-

om ingespannen om nieuwe ontwikkelingen te beschrijven. De twee bladzijden over algebraïsche-meetkunde codes zijn verdwenen en daarvoor in de plaats is gekomen het hoofdstuk 10 (29 bladzijden) met onderwerpen als: algebraïsche krommen, divisoren, differentiaal op een kromme, de Riemann-Roch stelling, codes 'onttrokken aan' algebraïsche krommen, enkele meetkundige codes, verbeteringen op de Gilbert-Varshamov grens. Zoals bij elk hoofdstuk, zijn er opgaven. Een recente ontwikkeling vinden we in binaire codes afgeleid van codes over de ring $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$. Ook hier een nieuw (vernieuwd) hoofdstuk daaromtrent (11 bladzijden).

Uit de Springer Lecture Notes 201 is enig materiaal opgenomen wat niet in editie 1 en 2 voorkwam, zoals veralgemeniseerde Reed-Solomon-codes en veralgemeniseerde Reed-Muller-codes. In hoofdstuk 2 vinden we als toevoeging een 'coding gain': waar toe het goed is voor ingenieurs om fouten-verbeterende codes te gebruiken. Uiteraard is er meer toegevoegd. Bij aanvullingen en veranderingen is het onvermijdelijk dat nieuwe begrippen en definities, soms op basisniveau, ingevoerd moeten worden. Een (korte) controle leerde dat dat ook hier gebeurd is, soms al opgenomen in hoofdstuk 1. Zo is hier en daar een grote hoeveelheid details op de juiste plaatsen ingepast. Hulde voor deze precisie! Ten opzichte van de eerste druk is het boek zo'n 55 bladzijden dikker geworden.

Beginnelingen en/of (nieuw)geïnteresseerden die de eerste en tweede druk niet kennen, adviseer ik de derde druk van dit boek onmiddellijk aan te schaffen; degenen die de eerste of tweede druk al eens gelezen hebben, adviseer ik het eventuele exemplaar op hun boekenplank niet zozeer te vervangen door de derde druk, maar deze ernaast te zetten om goed een vergelijk te kunnen trekken tussen heden en verleden. De inhoud van dit schitterende boek verdient het telkens gelezen, herlezen, en vooral ook in de praktijk gebruikt te worden (zoals gebeurde in CD-speler en CD-schijf, om maar eens wat te noemen). *R.W. van der Waall*

het boek zwaarder te verteren zijn dan de voordrachten. Het verschil zit hem in de demonstraties en experimenten; Stewart behandelt onder meer het beruchte 'Monty Hall probleem': aan het eind van de quiz *Let's make a deal* kreeg de winnaar drie deuren voor zich met daarachter respectievelijk een auto en twee geiten. Als de winnaar een deur gekozen had opende de presentator (Monty Hall) één van de deuren waar een geit achter stond; de winnaar kreeg daarna het aanbod van deur te wisselen. Op diverse manieren legt Stewart uit dat de kans op een auto bij wisselen toch echt $2/3$ is (en niet $1/2$): voorwaardelijke kansen, gezond verstand en zelfs met een simulatie. Toch vond ik zijn uitleg tijdens de lezing vele malen duidelijker: hij deed het met één auto en negenennegentig geiten (op papiertjes, dat wel) en gaf een meisje uit het publiek de keuze te wisselen nadat hij achtennegentig geiten had onthuld; het meisje begreep meteen dat de kans op een auto bij wisselen $99/100$ was omdat de kans dat haar eerste keuze een auto op zou leveren vóór het onthullen $1/100$ was geweest en dat dit door het onthullen niet veranderd was.

Voor wie het werk van Stewart kent, bevat dit boek niet veel nieuws. In acht hoofdstukken behandelt hij achtereenvolgens: getaltheorie (modulo-rekenen en andere (bijna-)periodiciteit), enige algoritmiek (efficiënt zoeken en werken), kansrekening (DNA-bewijsvoering en Monty Hall), symmetrieën (slijmzwampatronen en de strepen van de tijger), patronen (waarom verwante zaken altijd enige synchroniteit vertonen), berekenbaarheid (Turingmachines, treintjes en Gödel), optimalisering (isoperimetrisch probleem, optimaal schoenveteren) en, tenslotte, chaos en fractals. Het boek kan uitstekend dienst doen als eerste inleiding in wat er met wiskunde mogelijk is. Om cadeau te geven en stiekum zelf af en toe door te bladeren. *K. P. Hart*



I. Stewart
Het magisch labyrint
De wereld gezien door wiskundige ogen

Amsterdam: Uitgeverij Nieuwezijds, 1998.

245 p., prijs NLG 39,50 (pb)

ISBN 90-5712-036-4

In 1826 organiseerde Michael Faraday aan The Royal Institution of Great Britain voor het eerst een serie populair wetenschappelijke lezingen voor de jeugd; deze 'Christmas Lectures' worden nog elk jaar gegeven. Een vooraanstaand wetenschapper vertelt een verhaal, doorspekt met experimenten en demonstraties, over de (soms zeer recente) ontwikkelingen in haar (of zijn) gebied.

In 1997 viel Ian Stewart de eer te beurt de lezingen te verzorgen; hij was – na Zeeman in 1978 – pas de tweede wiskundige die dit mocht doen. Het onderhavige boek is naar aanleiding van de lezingen geschreven, het is echter niet een weerslag ervan. Stewart heeft het boek vooraf geschreven en ongeveer de helft van de inhoud daadwerkelijk verteld.

Hoewel de toon van het boek ongeveer dezelfde is als die van de lezingen – Stewart richt zich duidelijk op de jonge lezer – zal