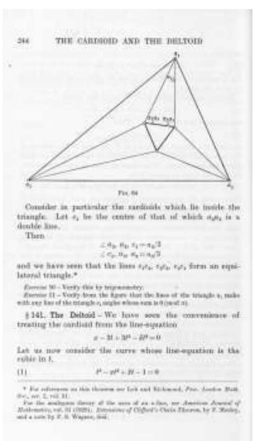
Een eeuw wiskunde in boeken

In het kader van het Wereld Wiskundig Jaar 2000 besteedt het Nieuw Archief aandacht aan de 'oogst' van een eeuw wiskundeboeken. Verschillende wiskundigen werd de volgende vraag voorgelegd: "Welk wiskundeboek heeft in uw leven op u de meeste indruk gemaakt?" Hieronder staan de eerste zes bijdragen. Lezers van het Nieuw Archief worden uitgenodigd een bijdrage te leveren aan de volgende nummers. Uw favoriete boek kan een wetenschappelijk werk zijn, maar ook een studieboek of populair boekwerk dat u als buitengemeen stimulerend hebt ervaren. Stuur uw tekst (ongeveer 350 woorden) naar: naw@math.leidenuniv.nl

Een combinatie van stijl en resultaten

J. van de Craats *J.vd.Craats@mindef.nl*

Een boek dat me al meer dan dertig jaar blijft achtervolgen, is de in 1933 verschenen monografie *Inversive Geometry* van Frank Morley en zijn zoon F.V. Morley. Frank Morley was een Amerikaanse meetkundige van Engelse afkomst, die rond 1900 de stelling ontdekte dat zekere drietallen snijpunten van de trisectrices van een driehoek *gelijkzijdige* driehoeken vormen. De 'elementaire' verificatie van die stelling, waar nadien nog heel wat andere wiskundigen energie in hebben gestoken, vond hij een triviale zaak. Op bladzijde 244 van zijn boek staat de bekende figuur van de binnentrisectrices van een driehoek en de gelijkzijdige Morley-driehoek. Daaronder vindt de lezer de formulering van het resultaat, en dan: *Exercise 10 – Verify this by trigonometry.* Waar het Morley echter om ging, was de op de voorafgaande bladzijden beschreven algebraïsch-meetkundige achtergrond van de stelling, die te maken heeft met de verzameling van alle cardioiden die de zijden van een gegeven driehoek raken. In de complete configuratie is er dan sprake van niet minder dan 27 snijpunten van paren trisectrices die, in de juiste combinaties genomen, 18 verschillende gelijkzijdige 'Morley-driehoeken' vormen. Wat Morley's boek zo intrigerend maakt, is de combinatie van stijl en resultaten. Het gaat over vlakke meetkunde; je zou kunnen zeggen over algebraïsche krommen in het vlak, maar dan helemaal behandeld met complexe getallen. Het vlak is meestal het met één punt uitgebreide reële, euclidische vlak, dat wil zeggen de Riemann-sfeer, en de transformatiegroep is de groep die voortgebracht wordt door de inversies in cirkels. Daarmee is de titel van het boek verklaard. De stijl is voor een wiskundeboek ongebruikelijk: nergens definities, nergens stellingen, nergens bewijzen, maar een lopende tekst waarin geen woord te veel staat, en veel aan de zelfwerkzaamheid van de lezer wordt overgelaten. Het is dus geen gemakkelijke kost, ook al zullen de auteurs de moeilijkheden die de lezer ondervindt, niet bedoeld hebben. Maar wat je van de tekst begrepen hebt, blijft in je herinnering gegrift. Ik denk dat ik in de loop der jaren driekwart van het boek onder de knie heb gekregen; de rest staat nog op het programma. Het inmiddels aardig versleten rode bandje (ik heb de Chelsea herdruk uit 1954) zal ik nog vaak van de boekenplank halen. Laat ik besluiten met een citaat uit het voorwoord: "We believe that the tradition that simple geometric and mechanical questions are to be handled only as Euclid or Descartes might have handled them is very hampering; that the ideas of Riemann, Poincaré, Klein and others have pleasant reverberations in the investigation of elementary questions by students of proper maturity and leasure."

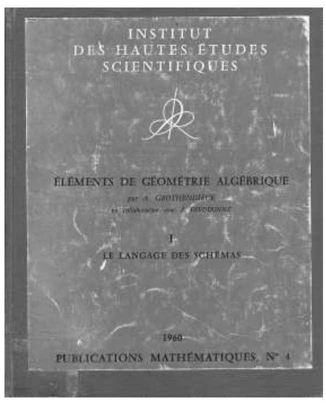

244 THE CARDIOID AND THE DELTOID

Frank Morley and F.V. Morley, ***Inversive Geometry****, Ginn, Boston, 1933, heruitgave Chelsea Publishing Company, New York, 1954.*

Eléments de Géométrie Algébrique

B. Edixhoven *edix@maths.univ-rennes1.fr*

De *Eléments de Géométrie Algébrique* zijn geschreven door Alexander Grothendieck, met medewerking van Jean Dieudonné. Het gaat om een serie van acht boeken, verschenen in de Publications Mathématiques van het IHES tussen 1960 en 1967 (het eerste deel is later ook door Springer-Verlag uitgegeven). Ik was niet alleen zeer onder de indruk van de resultaten die in deze boeken staan, maar ook van de fantastische methode waarmee ze worden bewezen: problemen worden in stukken gehakt, van alle onnodige context ontdaan, en vervolgens gegeneraliseerd tot ze werkelijk triviaal worden, dit alles natuurlijk een aantal keer geïtereerd. Indrukwekkend is eveneens het overzicht dat al in het eerste deel wordt gegeven van de vele delen van de serie die nooit het daglicht hebben gezien. Ook zonder enige kennis van zaken kan men zien waarom het is misgegaan: de delen I en II bestaan elk uit één boek, deel III uit twee boeken, en deel IV uit vier boeken. De



delen V tot en met XII zijn er nooit gekomen. (De kladversie is er wel, in de series *Fondéments de la Géométrie Algébrique* en *Séminaire de Géométrie Algébrique*.) Het geheel getuigt van een uitzonderlijk groot werk, verricht door slechts twee personen, en daardoor bijzonder coherent. Laat ik preciseren dat deze boeken niet de boeken zijn waaruit ik het meest heb geleerd, of waaraan ik de meeste tijd heb besteed. Dan zou mijn antwoord anders zijn geweest. De gestelde vraag is welk boek de meeste indruk heeft gemaakt. Ik raad niemand aan om uitsluitend uit deze serie algebraïsche meetkunde te gaan leren, maar als voorbeeld hoe men problemen op kan lossen is deze serie zeer nuttig. En natuurlijk ook als naslagwerk.

Alexander Grothendieck, met medewerking van Jean Dieudonné, ***Eléments de Géométrie Algébrique****, Publications Mathématiques de l'IHES tussen 1960 en 1967, het eerste deel is later ook door Springer-Verlag uitgegeven.*

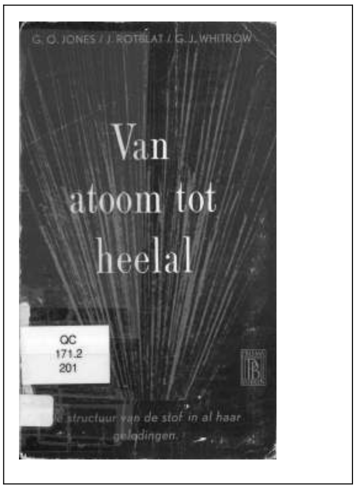
Van atoom tot heelal

T.H. Koornwinder *thk@wins.uva.nl*

Hoewel ik veel wiskundeboeken bezit en er nog veel meer onder ogen heb gehad, ben ik met geen enkel van deze boeken helemaal tevreden. Eigenlijk is het wiskundeboek dat de meeste indruk op me heeft gemaakt het boek dat ik zelf zou moeten schrijven maar tot nu toe niet geschreven heb. Als ik met een wiskundeboek bezig ben, of het nu is voor zelfstudie, een seminar of onderwijs, zijn er altijd vele plekken waar ik het óf anders wil doen óf waar ik het zelf nader wil invullen. De meest stimulerende boeken zijn voor mij die welke veel aan de lezer overlaten om uit te zoeken. Ook bij onderwijs is het mijn ideaal dat de student veel zelf gaat invullen en uitwerken, maar het succes hiervan hangt natuurlijk af van de fase van de studie en van niveau en aard van de student. Als ik met een nieuw stuk onderwijs begin, dan neem ik bij voorkeur een boek als uitgangspunt, maar als ik het vak een of twee jaar gegeven heb, heb ik er doorgaans een aanvulllende syllabus bij geschreven die het boek vrijwel overbodig maakt. Laat ik toch drie boeken noemen, die mij in verschillende fases van mijn leven beïnvloed hebben:

1. In mijn middelbare schooltijd: het Prismaboekje (no. 262) *Van atoom tot heelal* van G. O. Jones, J. Rotblat en G. J. Whitrow. In mijn (niet-academisch) milieu werd ik er mee geplaagd dat ik een boek van drie professoren las. Het is weliswaar geen wiskundeboek, maar het stimuleerde me om natuurkunde te gaan studeren. Later zwaaide ik om naar wiskunde.

2. In de tijd dat ik promovendus was: de delen 1 en 2 van *Higher transcendental functions* door A. Erdélyi e.a., McGraw-Hill, 1953. Deze staan vol met formules voor speciale functies. Wat me er aan fascineerde was dat de lezer achter veel van die formules een hele wereld van interpretaties kan ontdekken, bijvoorbeeld in harmonische analyse, groepentheorie en combinatoriek.



3. In de eerste helft van de jaren '80: het boek *Groups and geometric analysis* van S. Helgason (Academic Press, 1984). Een hoogtepunt van dit boek is het bewijs van de expliciete Plancherel-formule voor de sferische Fourier-transformatie op een niet-compacte reële halfenkelvoudige Liegroep. Ik had dit materiaal eerder in ander verband gehoord en gelezen, maar dit boek (of eigenlijk het manuscript er van dat Helgason me had toegezonden) bracht me er toe om mijn eigen weg vanaf de basisbegrippen tot aan het eindresulaat van de Plancherel-formule uit te werken en te vertellen in een reeks seminariumvoordrachten op het CWI.

Primzahlen

H.J.J. te Riele *herman@cwi.nl*

In mijn boekenkast staat een zes centimeter dik donkerblauw boek met de volgende goudkleurige opdruk op de zijkant: *Primzahlen, Landau, 2 Vols. in 1, Chelsea.* Dit boek is een herdruk uit 1953 van Edmund Landau's beroemde tweedelige *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen*, dat in 1909 bij Teubner in Leipzig is verschenen. Dit boek heb ik in april 1969 aangeschaft nadat professor Sikkema het tijdens een college Functionaalanalyse in Delft warm had aanbevolen.

Het boek begint met een *Historische Übersicht über die Entwicklung des Primzahlproblems*, waarin de bijdragen van Euclides, Legendre, Dirichlet, Tschebyschef, Riemann, Gauss, Hadamard, Von Mangoldt, De la Vallée Poussin en Landau zelf aan de Theorie der Priemgetallen worden beschreven. Dan volgen zes "Bücher", waarvan het eerste gewijd is aan de belangrijkste stelling uit de Theorie der Priemgetallen, namelijk de in 1896 zowel door De la Vallée Poussin als Hadamard bewezen 'Primzahlsatz':

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x},$$

waarbij $\pi(x)$ het aantal priemgetallen $\leq x$ aanduidt. De historische inleiding geeft een goed beeld van hoezeer de voorgangers van De la Vallée Poussin en Hadamard met het probleem hebben geworsteld, alvorens eindelijk Het Bewijs kon worden geleverd. Het tweede 'Buch' behandelt het probleem van priemgetallen in rekenkundige rijen van de vorm $a, a+b, a+2b, \ldots$ met $\mathrm{ggd}(a,b) = 1$. De beroemde stelling van Dirichlet dat iedere dergelijke rij oneindig veel priemgetallen bevat wordt bewezen, alsmede het resultaat dat iedere dergelijke rij asymptotisch precies zoveel priemgetallen bevat als je zou verwachten, dat wil zeggen

$$\Pi(x) \sim \frac{1}{\phi(b)} \frac{x}{\log x},$$

waarbij $\Pi(x)$ het aantal priemgetallen $\leq x$ in die rij aanduidt en $\phi(b)$ het aantal getallen tussen 1 en b dat onderling ondeelbaar is met b.


HANDBUCH
DER LEHRE VON DER VERTEILUNG
DER PRIMZAHLEN.

VON

DR. EDMUND LANDAU,

ZWEITER BAND.

LEIPZIG UND BERLIN.
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1909.

In Boek Drie worden de getaltheoretische functies $\mu(n)$ (de functie van Möbius) en $\lambda(n)$ (de functie van Liouville) behandeld. Boek Vier doet hetzelfde voor de getallen in een rekenkundige rij. Boek Vijf bevat toepassingen van het voorgaande op enkele problemen uit de Theorie der Priemgetallen en in Boek Zes, tenslotte, worden eigenschappen van speciale Dirichletrijen van de vorm

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n/n^s$ en van het algemenere type $\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$ bestudeerd, waarbij λ_n een willekeurige rij van monotoon stijgende reële getallen is. Een uitvoerig Appendix van de hand van Paul T. Bateman is in de Chelsea-editie van 1953 opgenomen, en beschrijft de ontwikkelingen van 1909 tot 1953, in het bijzonder de in 1949 door Selberg en Erdős (onafhankelijk van elkaar) gevonden “elementaire bewijzen” van de “Primzahlsatz”.

Dit boek mag wat mij betreft tot ‘wiskundeboek van de eeuw’ verkozen worden. Dat het belangrijkste onbewezen vermoeden in de wiskunde, de Riemann hypothese, een cruciale rol speelt in de theorie van de verdeling van de priemgetallen (in het bijzonder in de grootte van de fout die we maken als we $\pi(x)$ benaderen door de veel gemakkelijker te berekenen functie $\mathrm{li}(x) = \int_2^x dt/\log t$) is geen verdienste van Landau, maar heeft wel bijgedragen tot mijn affiniteit met dit boek.

*Edmund Landau, **Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen**, Teubner, Leipzig, 1909, heruitgave **Primzahlen**, Chelsea, 1953.*

Voorjaar 1941

J. Korevaar *korevaar@wins.uva.nl*

In het ‘Kloosterman-jaar 2000’ wil ik graag spreken over het ‘boek’ dat de meeste invloed gehad heeft op mijn wiskundige loopbaan. Het was eigenlijk een collegedictaat: *Analyse,* naar het college van H.D. Kloosterman. Om nog preciezer te zijn, een copie van het dictaat dat een zekere M.J. Steenland in 1937-38 gemaakt had, en dat ik, toen velen van ons in de oorlog niet meer aan de universiteit konden studeren, in de winter 1940-41 netjes heb overgeschreven.

Het zij een oude man vergeven dat hij nog iets verder teruggaat. Op de lagere school was ik goed in rekenen, en ik mocht van mijn vader, de bovenmeester, ver vooruitwerken. Op de H.B.S. in Dordrecht had ik het geluk in klassen twee, drie en vier een zeer stimulerende wiskundeleraar te treffen: Cornelis Visser (later hoogleraar geworden). Hij liet me veel leuke dingen zien. De vijfde klas, het eindexamenjaar 1939-40, was wiskundig niet interessant; Visser was in militaire dienst en zijn vervanger liet ons alleen eindexamensommen maken. Maar mijn keuze voor de wiskunde was gemaakt en half tegen het advies van Visser, die in Utrecht gestudeerd had, ging ik naar Leiden. Het feit dat Kloosterman daar was heeft hem met mijn keuze verzoend.

Het begon goed: ik ging heel veel colleges lopen. Behalve de differentiaal- en integraalrekening (niet op de H.B.S. onderwezen!) volgde ik bij Kloosterman het college getaltheorie voor ouderejaars. Zijn zorgvuldige, heldere en droog-uitdagende manier van college geven maakte grote indruk. Maar de vreugde duurde niet lang. Al na twee maanden, eind november 1940, werd Leiden door de bezetter gesloten, na de protestrede van Cleveringa tegen het ontslag van de Joodse hoogleraren. Achteraf ben ik onder de indruk hoe snel er door de studenten, die voorlopig van universitaire studie waren uitgesloten, iets geregeld werd. Boeken gebruikte men nauwelijks, maar er circuleerden goede collegedictaten van ouderejaars. Ik kon voor enige maanden een dictaat Analyse lenen. Bedoeld voor het eerste jaar na Kerstmis en voor het tweede jaar, bevatte het college veel en heel respectabele stof.

Ik doe een greep. Reële getallen, een continue nergens differentieerbare functie, subtiele convergentiekenmerken voor reeksen, dubbelreeksen, uniforme convergentie, machtreeksen in het complexe vlak (complexe logaritme, hoofdstelling van de algebra), oneindige producten, Gammafunctie, impliciete-functiestellingen, enkele partiële differentiaalvergelijkingen van de tweede orde, Riemann-integraal, meervoudige integralen, Fourier-reeksen. Dankzij het goede dictaat en enig studeren in Konrad Knopp’s boek *Unendliche Reihen* kon ik in juli 1941 bij Kloosterman het tentamen Analyse afleggen.

In het voorjaar van 1941 had ik intussen weer contact gekregen met mijn vroegere leraar Visser die ook onder de indruk was van Kloostermans Analyse. In het dictaat was bij machtreeksen de Tauberstelling van Hardy en Littlewood voor Abel-sommeerbaarheid geformuleerd, met de aantekening: “Bewijs is lastig”. Daar vroeg ik Visser dus naar. Als antwoord gaf hij mij als sommetje om de (eenvoudigere) corresponderende Tauberstelling voor Cesàro-sommeerbaarheid te bewijzen, zonder er bij te zeggen dat dit een stelling was van Hardy (en Landau) uit 1909-10:

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \to A \quad \text{en} \quad n a_n \geq -K \quad \Rightarrow \quad s_n = \sum_1^n a_k \to A.$$

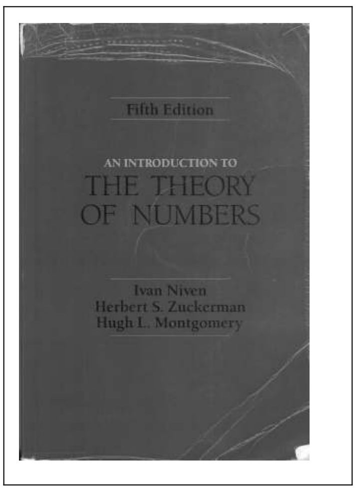
Ik kon dat resultaat bewijzen en heb later vele malen over Tauberstellingen gepubliceerd.

Een zwarte kaft met roodgouden opdruk

P. Moree *moree@math.leidenuniv.nl*

Rond mijn veertiende jaar las ik veel populair wetenschappelijke boeken over allerlei onderwerpen. Na veelvuldig zinsnedes tegengekomen te zijn als ‘men kan bewijzen dat . . .’, waagde ik me, nieuwsgierig geworden, aan het bestuderen van echte wetenschappelijke boeken. In die boeken werd een voor mij tot op dat moment nieuwe (gedachten)wereld op heldere en voor beginners toegankelijke wijze uiteengezet. Dat maakte een diepe indruk, meer dan enig lesuur of leraar. Eén van die boeken was *An introduction to the theory of numbers* van I. Niven en H. Zuckerman. De zwarte kaft met roodgouden opdruk zie ik nog duidelijk voor me.

Bij natuurkundeboeken zat ik altijd met vragen als ‘wat is een elektron nu eigenlijk’. In dit boek ging het over getallen. Concreter kon haast niet. Erg indrukwekkend vond ik de zorgvuldigheid waarmee dit boek geschreven is. De redeneringen zijn erg fraai en transparant en uiterst helder opgeschreven. Nergens wordt gepoogd te imponeren. De materie wordt op een glasheldere manier voor het voetlicht gebracht. Het is zeker niet zo dat ik door dit boek uiteindelijk getaltheorie ben gaan doen, wel gaf het mij het idee dat wiskunde een tak van wetenschap is waarin ik zaken op een voor mij bevredigend niveau zou kunnen begrijpen (een gevoel dat ik niet had met quantumfysica-boeken). Dat het boek van Niven en Zuckerman een succes is, blijkt ook wel uit het feit dat er inmiddels een vijfde editie is (met Hugh Montgomery als derde auteur), Wiley & Sons, 1991. Ter vergelijking, het veel bekendere en qua inhoud vergelijkbare boek *An introduction in the theory of numbers* van Hardy en Wright is ook in zijn vijfde editie.



*I. Niven en H. Zuckerman, **An introduction to the theory of numbers**, Wiley & Sons, 1991.*