

Jens Bossaert en Sara Chiers

Bollebus
Tiegem, België
info@bollebus.be

Evenement MathFest, Brugge, 17 september 2023

Aperiodiek betegelen: een wereldrecord

Op 17 september vond in Brugge het eerste MathFest plaats, een wiskundefestival voor het hele gezin, georganiseerd door Platform Wiskunde Vlaanderen [4], in samenwerking met Cozmix [3]. Een van de hoogtepunten van het festival was de wereldrecordpoging aperiodiek betegelen, waarbij iedereen zijn of haar steentje kon bijdragen aan een aperiodieke betegeling bestaande uit wel 6250 einsteinhoedjes. Om dit in goede banen te leiden, moest een wiskundig bewijs dat nog maar enkele maanden oud is worden omgezet in een concrete en praktische strategie waar iedereen aan kon meewerken. Hieronder volgt een kort verslag door Jens Bossaert en Sara Chiers, waarin ze vertellen hoe ze dit huzarenstukje hebben afgeleverd.

Nog even ter herinnering

Begin dit jaar toonden David Smith, Joseph Samuel Myers, Craig Kaplan en Chaim Goodman-Strauss aan dat je het vlak aperiodiek kan betegelen met één specifieke tegel, het einsteinhoedje, en zijn spiegelbeeld [2]. Een cruciaal ingrediënt in hun bewijs is de vaststelling dat de stukjes slechts op bepaalde manieren in elkaar passen. Daarin herken je een aantal patronen: driehoekige bouwstenen in twee groottes, gelegen tussen spaakachtige structuren. De onderzoekers toonden met computerzoektochten aan dat het figuurtje alleen volgens die bouwstenen in elkaar past en dat er eigenlijk ook maar één manier is om die stapsgewijze uit te breiden.

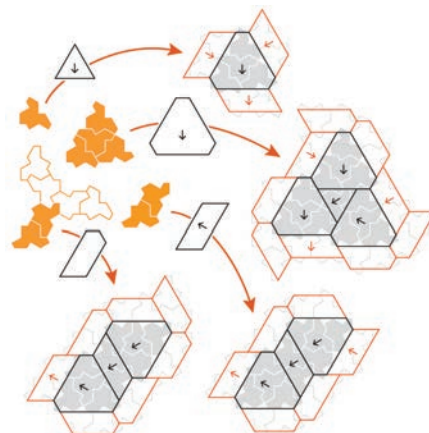
Het bouwplan hieronder geeft een indicatie hoe dat in z'n werk gaat: een enkel tegeltje kan worden 'opgeblazen' naar een viertal in een driehoekige vorm, die vervolgens alleen maar kan worden opgeblazen naar een grotere combinatie driehoekjes omgeven door spaken, die ..., enzovoorts.

Een plan van aanpak

De praktische inzetbaarheid van deze methode voor ons wereldrecord was helaas beperkt: het bewijs instrueert in feite hoe je tegels moet vervangen door grotere clusters tegels die op een soortgelijke manier in elkaar blijven passen. De tegels van die clusters worden dan opnieuw vervangen door diezelfde clusters en dat kan je blijven herhalen om de betegeling zo groot te maken als je maar wilt. Vanuit abstract wis-

kundig standpunt een heel elegant bewijs, maar praktisch gezien valt dat toch dik tegen: we willen de constructie natuurlijk niet non-stop blijven opschuiven, herinvullen en weer aaneenpuzzelen tijdens de recordpoging.

Daarom gingen we omgekeerd te werk: we genereerden op voorhand de betegeling en markeerden daarin die steeds terugkerende clusters, of zoals die gewoonlijk worden genoemd, *metategels*. Onze hoop was om die afzonderlijk af te drukken op stevige bladen papier, die de bezoekers konden helpen volleggen met losse tegels, om daarna door te spelen naar een centraal team dat alles systematisch aan elkaar puzzelde. Zo zou de recordpoging ook nog eens een interactief evenement worden! De grootste metategel bestaat echter nog steeds uit slechts dertien tegeltjes. Voor



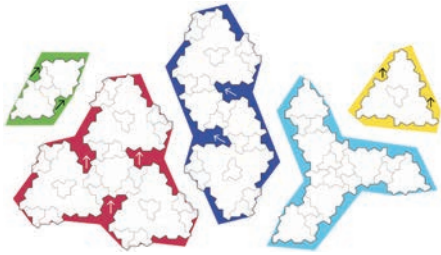
Figuur 1 Instructies hoe de tegels worden 'opgeblazen' naar een grotere betegeling.

de bezoekers geeft zo'n beperkte bijdrage gewoon geen voldoening, en voor het centrale team is de hulpfactor te klein. Daarom kregen we een stap verder in de constructie naar de *metametegels*, de bouwstenen opgebouwd uit metategels. Het was een serieuze evenwichtsoefening: we zochten naar een beperkte set van voorgedrukte patronen die toch voldoende groot en herkenbaar waren. Uiteindelijk vonden we een bruikbare combinatie van vijf metategels en metametegels, die we voor het gemak gewoon *templates* noemden. De organisatie was enthousiast over onze strategie (mede omdat het op die manier ook haalbaar leek om ineens een grootteorde hoger te mikken). Wij werkten dan ook gemotiveerd het template-idee verder uit. Daarnaast ontwierpen we enkele posters om op te hangen bij de recordpoging en het publiek zo een idee te geven wat er juist gebeurt en hoe.

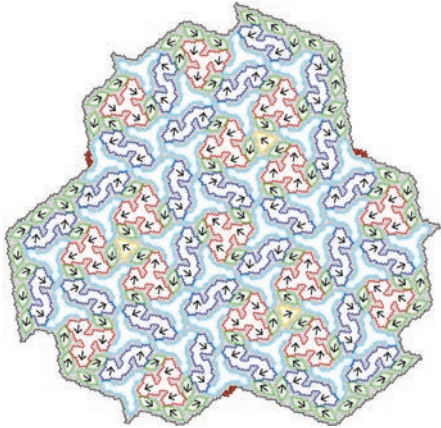
Templates

De vijf templates in kwestie staan in Figuur 2 afgebeeld. We puzzelden die zo efficiënt mogelijk binnen A3-formaat. De ideale grootte van de tegeltjes bleek zo een slordige 36 op 50 mm en ze werden op die schaal en hoeveelheid uitgesneden door MathFest-partner Ingegno. Wijzelf zorgden voor de templates op stevig papier, voorzien van een kleine rand met een kleurencode. De ochtend van MathFest zelf hielpen enkele vrijwilligers om alle templates — meer dan 160! — uit te knippen.

Op het moment zelf werd alles in goede banen geleid door een vijf koppig team: vier tussenpersonen die interageerden met het publiek en die de opgevulde templates op hun juiste plek legden, en één bouwmeester die alles overzag. Voor hen drukten we enkele bouwplannen af op groot formaat en met dezelfde kleurencode. Geen overdige luxe, want het is nog steeds onbegonnen werk om die templates blindelings aan elkaar te proberen leggen.



Figuur 2 De vijf templates voor de bezoekers.



Figuur 3 Het bouwplan om alle templates samen te leggen. De grijze tussenruimte is één tegel breed en naderhand eenvoudig op te vullen met losse tegels, de pijltjes voorkomen subtiel fout georiënteerde templates.

Betegelen in praktijk

Op zondagmiddag 17 september werd de aftrap gegeven met de symbolische eerste-steenlegging door professor Jean Paul Van Bendegem van de Vrije Universiteit Brussel. We hadden op voorhand natuurlijk een vastomlijnde strategie afgesproken met de bouwers, en eenmaal aan de slag verliep alles eigenlijk bijzonder vlot. Niet alleen het centrale team maar vooral ook het publiek was veel gemotiveerder en talrijker dan we hadden durven hopen! Onze vrees dat we zelf een tandje gingen moeten bijsteken met het opvullen van de 160 templates bleek onterecht, want die waren binnen de kortste keren volgelegd. Enkele toeschouwers zagen een uur later tot hun spijt al geen lege templates meer liggen ...

Een anekdote tussendoor. De twee deurwaarders afgevaardigd door International World Records Organisation kwamen uit Nederland. Ze stelden oprecht geïnteresseerde vragen naar de achtergrond en praktische uitvoering van de recordpoging, maar kwamen natuurlijk stereotiep streng over. Halverwege werd onze concentratie



Figuur 4 De bouwmeester en zijn team.

doorbroken met een gearticuleerd “Nou jongens...” — ik hield mijn hart vast, was er een onregelmatigheid vastgesteld, zagen we ons officiële wereldrecord in rook opgaan? — “... willen jullie een stroopwafel?”

Op de foto's herken je geen stroopwafels maar wel enkele rode tegels, gesneden uit acryl. De symbolische eerste tegel was een dergelijk opvallend exemplaar. Op het evenement werden die acryltegels (voornamelijk door jongere kinderen) maar al te graag gemengd onder de bedoelde tegels. Achteraf gezien hadden we die kunnen opnemen in het ontwerp om extra kleur toe te voegen op strategische plekken, maar dat ging het publiek wellicht meer moeite kosten en verwarring opleveren dan het waard was. En het resultaat mag er zeker en vast nog steeds wezen! Na in totaal zo'n drie uur puzzelen, met nog een klein halfuurtje over

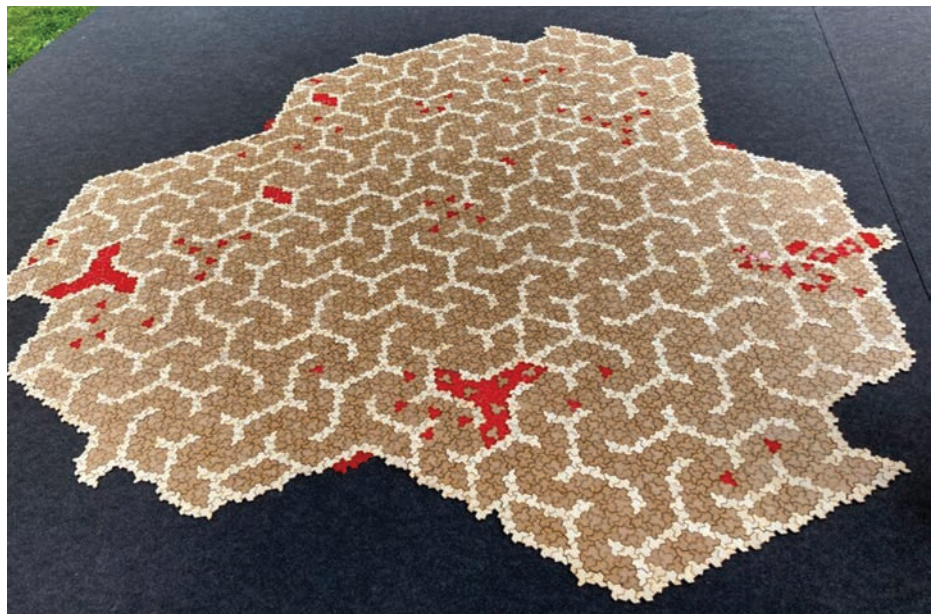


Figuur 5 Het certificaat.

op de klok, werd de betegeling afgerond. Daarna was het tijd voor het opmeten en certificeren van de resultaten, foto's, speeches en interviews [1]. Het deed pijn om de betegeling zo snel alweer te moeten afbreken! De laatste aanwezigen konden elk een van de reservetegels meenemen naar huis als aandenken aan deze bijzonder geslaagde eerste editie van MathFest.

Wie weet doen we het volgend jaar over, maar dan met 12 000 tegeltjes? Kun je zo lang niet wachten en wil je zelf aan de slag, of geloof je niet wat er zo lastig is aan puzzelen zonder bouwplan, neem dan ook eens een kijkje op onze website www.bollebus.be, daar vind je het benodigde materiaal en extra informatie. ☞

Dit artikel is een ingekorte versie van een blogpost die te vinden is op <https://bollebus.be/blog/wereldrecord-aperiodiek-betegelen>.



Figuur 6 Het resultaat.

Referenties

- 1 *Eos Wetenschap* (20 september 2023), 6250 einsteinhoedjes: wereldrecord aperiodieke betegeling tijdens MathFest Brugge.
- 2 David Smith, Joseph Samuel Myers, Craig Kaplan, Chaim Goodman-Strauss, An aperiodic monotile (2023), arXiv:2303.10798.
- 3 <https://www.cozmix.be>, Cozmix is het bezoekerscentrum van Volkssterrenwacht Beisbroek vzw in Brugge.
- 4 <http://www.platformwiskunde.be>, Platform Wiskunde Vlaanderen is de zusterorganisatie van Platform Wiskunde Nederland.