

Onverwachte implicaties

“Heb je wel gedacht aan de gevolgen?” vroeg mijn vrouw. Daar was ik inderdaad mee bezig. Mijn oudste dochter is dit jaar gestart in de middelbare school en had haar eerste toets wiskunde achter de rug. Een van de onderwerpen op het menu was de introductie van een aantal wiskundige symbolen, waaronder de implicatiepijl. Om dit te testen kreeg ze op de toets de volgende vraag.

Vul aan: $3|x$ en $5|x \Rightarrow \dots$

Een duidelijke vraag met een voor de hand liggend antwoord, ware het niet dat mijn dochter ‘ $1|x$ ’ had ingevuld. Technisch gezien correct, maar helaas volgens de juf geen punten waard. “Moeten we daar niet iets over zeggen”, opperde ik. Maar ja, is het wel verstandig om in de eerste maanden op een nieuwe school al een reputatie op te bouwen als wiskundige wijsneus?

Terwijl dit dilemma voor me opdook, dwaalden mijn gedachten af. Voor Nieuw Archief was er namelijk net een bijdrage binnengekomen over *automated proof checking*. In dat artikel, dat u in dit nummer kan lezen, vertelt Johan Commelin over het Liquid Tensor Project. Dit project is opgezet om een stelling van Peter Scholze te checken met behulp van het software-pakket Lean. De reden hiervoor is dat Scholze zichzelf niet honderd procent zeker voelt over zijn bewijs, en er eigenlijk niemand anders voldoende overzicht heeft op hoe alle puzzelstukjes precies in elkaar vallen.

Lean is een programmeertaal waarin je bewijzen kan formaliseren en checken. Als het Liquid Tensor Project erin slaagt het bewijs te implementeren, dan biedt het resultaat van Scholze heel wat toepassingen in verschillende vakgebieden uit de topologie, analyse en algebraïsche meetkunde. Maar hoe moeilijk zou zo’n implementatie zijn? Om de proef op de som te nemen, bedacht ik dat ik zelf iets in Lean zou kunnen programmeren. Ik zou bijvoorbeeld het antwoord van mijn dochter en dat van de juf kunnen checken in Lean. Mijn vermoeden was dat dat van mijn dochter zonder problemen zou passeren maar dat van de juf niet omdat dat immers impliciet gebruikmaakt van de Chinese reststelling.

Aan de slag dus. Ik opende een online emulator met tutorial en begon me de syntax van deze computertaal eigen te maken. Dat bleek niet zo evident en enkele uren later was ik nog niet veel verder geraakt dan een bewijs dat de som van twee even getallen even is. Mijn bewondering voor Johan en zijn collega’s steeg met de minuut.

“Ben je er al uit?” vroeg mijn vrouw. “Nee”, antwoordde ik, “en dat zal nog wel even duren...”