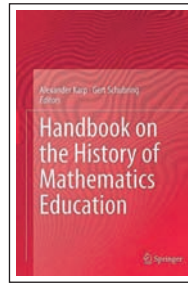


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 7.092
 Faculteit Wiskunde & Informatica
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513
 5600 MB Eindhoven
reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Alexander Karp, Gert Schubring (Eds.)

Handbook on the History of Mathematics Education

Springer, 2014

ix + 634 p., prijs €202,29

ISBN 9781461491552

Dit is het eerste wereldwijde overzichtswerk over de geschiedenis van wiskundeonderwijs, een betrekkelijk nieuw domein van onderzoek. Het boek geeft een impressie van wiskundeonderwijs in verschillende periodes, culturen en landen; in de Inleiding schrijven de redacteurs dat ze zowel streven naar weergave van de huidige stand van zaken van het onderzoek als naar stimulering van nieuw onderzoek. Veel gerenommeerde onderzoekers hebben aan dit boek meegewerkt; de 40 auteurs zijn afkomstig uit 16 verschillende landen, waarbij opvalt dat drie landen samen maar liefst 21 auteurs leveren: de Verenigde Staten (8), Frankrijk (7) en Italië (6). De 29 hoofdstukken zijn gegroepeerd in zes delen, de nummers van de hoofdstukken staan achter de titel. I. History and Methodology of the Field (1–2). II. Mathematics Education in Different Epochs and in Different Regions: Antiquity and the Middle Ages (3–6). III. Mathematics Education in Different Epochs and in Different Regions: Premodern Period (7–9). IV. Mathematics Education in Different Epochs and in Different Regions: Modern Period (10–20). V. History of Teaching Mathematical Subjects in School (21–26). VI. Issues and Processes Across Borders (27–29). De behandeling per hoofdstuk is in een overzichtswerk noodzakelijk beknopt. De referenties aan het eind van elk hoofdstuk vormen echter een goed uitgangspunt voor verdere studie. De focus van de artikelen ligt, voor zover van toepassing, op het pre-universitair onderwijs, dat wil zeggen theoretisch onderwijs tussen lager onderwijs en universitair onderwijs en bij voorkeur gegeven in onderwijsinstellingen. Hier volgt een beknopt overzicht van de delen II–VI.

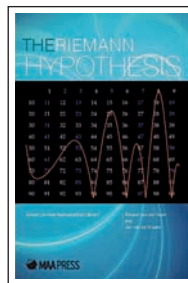
In de delen II–IV staat het wiskundeonderwijs in verschillende regio's en tijden centraal. Het hoofdstuk over de Oudheid behandelt in vogelvlucht wiskundeonderwijs in Mesopotamië, het Oude Egypte en de Grieks-Romeinse wereld. Vervolgens zijn er hoofdstukken over de Oosterse wereld (voornamelijk China, Japan en India), Europa (West en Oost) en de Islamitische wereld, tot de zeventiende eeuw. In het deel over de Vroegmoderne tijd is een hoofdstuk over Amerika opgenomen, wiskundeonderwijs in de Islamitische wereld ontbreekt hier. Voor Noord-Amerika bespreekt de auteur wiskundeonderwijs vanaf de kolonisatie door Engelse en Franse settlers. Een van de eerste scholen was door de West-Indische Compagnie in 1628 opgericht in Nieuw Amsterdam (New York); evenals in het moederland gebruikelijk was, stond de school onder toezicht van de Gereformeerde Kerk. Wat betreft Latijns-Amerika is er een paragraaf over wiskundeonderwijs bij de oorspronkelijke bevolking voor de kolonisatie door Europeanen. De auteur richt zich vervolgens op voortgezet onderwijs van de zestiende tot de achttiende eeuw. Voor Europa kozen de twee auteurs weer voor een indeling op grond van religie: West-Europa (rooms-katholiek en protestants) en Oost-Europa (orthodox). Het onderscheid tussen rooms-katholiek en protestants was vooral voor het institutionele onderwijs in de Duitse landen belangrijk,

met ook gevolgen voor het wiskundeonderwijs, denk bijvoorbeeld aan het zeer gestructureerd ontworpen curriculum door de Jezuïeten en het betrekkelijk grote aantal gemeentelijke scholen in protestantse gebieden. Voor wiskundeonderwijs ten behoeve van beroepsbeoefenaren, zoals stuurlied, vestingbouwers, militaire ingenieurs en molenbouwers, zou deze indeling op basis van religie niet zinvol zijn. Echter de geschiedenis van dit wiskundeonderwijs komt niet of nauwelijks ter sprake. Voor de periode vanaf 1800, gekenmerkt door de ontwikkeling van de huidige onderwijsstructuren, zijn er meer hoofdstukken over de geschiedenis van wiskundeonderwijs per land: Europese, Amerikaanse, Aziatische en enkele Afrikaanse landen (benoemd als voormalige Franse, Britse en Portugese koloniën en Zuid-Afrika). Tunesië dient als voorbeeld van de geschiedenis van wiskundeonderwijs in de Islamitische wereld in de moderne tijd. Men heeft geprobeerd alle werelddelen aan de orde te laten komen. Dat was voor Australië kennelijk wat lastig. Voor dit werelddeel is in deel V (History of Teaching Mathematical Subjects in School) toch nog een plek gevonden, in een hoofdstuk over beroepsonderwijs, 'History of teaching vocational mathematics', een wat vreemde eend in de bijt. Het hoofdstuk gaat over de geschiedenis van wiskundeonderwijs in beroepsopleidingen voor 15–19-jarigen in Duitsland en in Australië.

De overige hoofdstukken in deel V behandelen achtereenvolgens de geschiedenis van onderwijs in rekenen, in algebra, in meetkunde en in differentiaal- en integraalrekening en de geschiedenis van onderwijspraktijken. De nadruk bij de behandeling van de wiskundige onderwerpen ligt op de ontwikkelingen in het onderwijs in Frankrijk, Duitsland, Italië en Engeland, andere landen komen soms aan de orde. In het hoofdstuk over de geschiedenis van meetkundeonderwijs noemen de auteurs ook Hans Freudenthal en het echtpaar Van Hiele-Geldof. Niet behandeld worden bijvoorbeeld de geschiedenis van het onderwijs in trigonometrie of statistiek. De geschiedenis van onderwijspraktijken behandelt kennis verwerven, kennis vastleggen en kennis toetsen. In het zesde en laatste deel vinden we enkele onderwerpen die niet in eerdere delen pasten of op het laatste moment toegevoegd zijn: de geschiedenis van internationale samenwerking in het wiskundeonderwijs, een hoofdstuk over de geschiedenis van hulpmiddelen en technologieën in wiskundeonderwijs en als laatste een hoofdstuk over de opleidingen voor leraren wiskunde, vanaf de negentiende eeuw, geschreven door de enige Nederlandse auteur.

Tot slot enkele opmerkingen. Het hier besproken handboek geeft een breed overzicht over de huidige stand van zaken van onderzoek naar de geschiedenis van wiskundeonderwijs over de hele wereld. Dat is waardevol voor onderzoekers, docenten en studenten. Het streven naar een brede dekking is geografisch geslaagd in de zin dat elk werelddeel in minstens één hoofdstuk aan de orde komt. De behandeling is wat onevenwichtig, sommige auteurs schrijven zeer gedetailleerd, anderen nogal globaal. Dat is moeilijk te vermijden bij deze opzet, een positief effect hiervan is de vermindering van monotonie. De focus van beide redacteuren op voortgezet pre-universitair wiskundeonderwijs is potentieel een stevige beperking; gelukkig hebben verscheidene auteurs zich hierdoor niet laten weerhouden om ook iets over andere vormen van wiskundeonderwijs te schrijven. Wiskundeonderwijs is al vele duizenden jaren zeer belangrijk voor de verspreiding van wiskundige kennis. Hoe zou een handboek van de geschiedenis van wiskundeonderwijs eruitzien als we zou-

den uitgaan van vragen zoals: wie kregen wiskundeonderwijs, waarom werd wiskundeonderwijs gegeven, welke wiskunde werd onderwezen, wie waren de wiskundeleraars? In het hier besproken handboek komen deze onderwerpen soms, meestal zijdelings, aan de orde. Voorbeelden zijn de vraag welke onderwerpen uit de wiskunde een moslim het best kon bestuderen om daarmee zijn brood te verdienen (hoofdstuk 5) en de inhoud en vorm van meetkundeonderwijs in scholen voor de lagere sociale klasse in Frankrijk in de negentiende eeuw (hoofdstuk 11). In een dergelijk boek zou voortgezet pre-universitair onderwijs een van de vele vormen van wiskundeonderwijs zijn. Een handboek over de geschiedenis van verspreiding van wiskundige kennis door middel van onderwijs zou een welkome aanvulling zijn. Hier ligt een uitdaging voor Springer of een andere uitgever. Ondanks de genoemde leemtes is dit handboek een rijke bron van informatie en een aanrader voor elke zich zelf respecterende bibliotheek van instellingen voor hoger onderwijs waar wiskunde deel van uitmaakt. Een snelle inspectie van catalogi van Nederlandse universiteiten leert dat de universiteitsbibliotheken in Utrecht, Leiden, Groningen, Enschede, Eindhoven en Amsterdam een exemplaar hebben, als e-boek. In Tilburg, Maastricht, Rotterdam, Delft en Nijmegen ontbreekt het in de bibliotheek, hoewel de beide laatstgenoemde universiteiten een masteropleiding leraar wiskunde aanbieden. Dat is dus een gemis. *Jenneke Krüger*



Roland van der Veen, Jan van de Craats

**The Riemann Hypothesis
A Million Dollar Problem**

Anneli Lax New Mathematical Library, vol. 46
MAA, 2015
144 p., prijs \$45.00
ISBN 9780883856505

This booklet is a translation of the Dutch version published by Epsilon Uitgaven (*De Riemann-hypothese: Een miljoenenprobleem*, Epsilon Uitgaven, deel 69). The present English translation, published by the Mathematical Association of America (MAA) in 2015, soon found its way to success and recently won the Beckenbach Book Prize in 2017. This prize is awarded by the MAA for books that are exemplary in the field of expository mathematics writing for a wide audience.

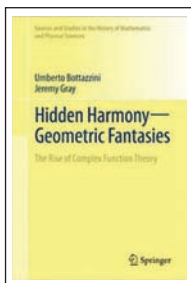
Of course the subtitle 'A Million Dollar Problem' refers to the fact that the Riemann hypothesis occurs on the list of seven Millennium Prize problems with a one million dollar award for a solution of any of them. The Riemann hypothesis is the oldest among them and still unsolved.

The Riemann hypothesis itself concerns the function $\zeta(s) = \frac{1}{n^s} + \frac{1}{2^s} + \dots + \frac{1}{n^s} + \dots$ of the complex variable s . Riemann showed in his famous 1859 paper that $\zeta(s)$ can be continued analytically throughout the complex plane minus 1 and he showed that the distribution properties of the primes are intimately linked to the zeros of $\zeta(s)$ in the critical strip given by $0 < \text{Re}(s) < 1$. Riemann stated that it would be nice to be able to show that all these zeros have real part $\frac{1}{2}$. Thus the Riemann hypothesis was born. If true it has many implications in number theory, in particular the theory of the primes.

The book under review arose from the material belonging to a webclass for high school students which was run by the authors at the University of Amsterdam between 2006 and 2010. No other mathematical knowledge beyond high school mathematics is assumed and everything else is explained in the book. In about sixty pages the authors start with Eratosthenes' sieve and the prime counting problem and end with Riemann's formula which connects the prime counting function in an explicit way with the zeros in the critical strip. The nice feature is the presence of many exercises, both during the text and at the end of each chapter in the form of problems that delve a bit deeper. And if one of these problems may be too hard, one can consult the solutions in an appendix to the book. In some exercises of the last chapters the reader is invited to do some explicit computations with $\zeta(s)$. For example, evaluate $\zeta(s)$ at special points, or find a numeric approximation for a zero. The computational tool is website Wolfram Alpha (www.wolframalpha.com) which knows how to do these calculations for you. In this way the reader gets a hands-on experience with $\zeta(s)$.

I often meet students who want to know more about Riemann's hypothesis and I always refer them to this excellent introduction. Mathematical colleagues who work far away in a different field may also benefit from reading it. The book makes light reading for mathematicians and a great opportunity to learn about one of the greatest mysteries in mathematics.

Frits Beukers



Umberto Bottazzini, Jeremy Gray

Hidden Harmony—Geometric Fantasies
The Rise of Complex Function Theory

Springer, 2013

xvii + 848 p., prijs €137,79

ISBN 9781461457244

Cauchy (1789–1857) leefde in een roerige tijd waarin de macht in Frankrijk nogal eens wisselde. Hoe de carrière en het werk van Cauchy hierdoor beïnvloed zijn, beschrijven Bottazzini en Gray helder en uitgebreid in *Hidden Harmony—Geometric Fantasies*. Cauchy was vurig katholiek en even vurig royalist. Hij werd (schandaal!) benoemd in de Académie door Louis XVIII in de plaats van Monge die er door Louis om politieke redenen uit werd gezet. Na de revolutie van 1830, die leidde tot het afzetten van Charles X, volgde Cauchy zijn koning in een vrijwillige ballingschap van acht jaar. Dit leidde tot wetenschappelijk isolement, dat mede door zijn politieke standpunten ook na zijn terugkeer in Parijs bleef bestaan. Misschien daarom (mijn interpretatie, de auteurs laten dit soort gepyschologiseer graag aan de lezer over) ontwikkelde Cauchy een enorme publicatiedrift, die leidde tot zijn baanbrekende werk over de fundamente van de reële en complex analyse en partiële differentiaalvergelijkingen, maar ook tot te veel onbetekenende artikelen. Ook zijn waardering voor andermans werk was nogal beperkt.

Cauchy speelde een grote rol in de geschiedenis van het artikel van Abel waarin deze zijn stelling over integralen van algebraïsche functies bewees. Abel bood het artikel in 1826 aan de Académie aan, er gebeurde drie jaar niets, Cauchy nam niet de tijd om het te beoordelen. Abel overleed in 1829, Jacobi begon druk uit te oefenen en toen kwam er snel een (oppervlakkig) positief rapport van

Cauchy. Het duurde tot 1840 voor het artikel gepubliceerd werd. De publicatie kwam tot stand onder de verantwoordelijkheid van Libri, die het manuscript achterover drukte. Deze schurkachtige Libri stal een aanzienlijk aantal waardevolle boeken en manuscripten en moest in 1848 Frankrijk ontvluchten. Pas in 1952 werd Abels manuscript grotendeels in Florence teruggevonden tussen Libri's bewaarde stukken. De laatste bladzijden kwamen pas in 2002 terecht.

Ook de geschiedenis van Goursats bewijs van de stelling van Cauchy vind ik opmerkelijk. Je zou denken dat er over het Lemma van Goursat niet veel te doen zou zijn geweest. Niets is minder waar. Goursat gaf zijn eerste bewijs in 1884, Pringsheim had hier onmiddellijk commentaar op, wees op lacunes in het bewijs, en gaf in verschillende artikelen andere bewijzen van de stelling. Op verzoek van Osgood kwam Goursat met een verbeterd bewijs in de eerste aflevering van de *Transactions AMS* in 1900. Ook daarop reageerde Pringsheim met enkele artikelen en in 1903 gaf hij het 'definitieve' bewijs. Het feit dat topologie in die tijd nog nauwelijks bestond, is een van de oorzaken van de langdurige controverse.

Hidden Harmony—Geometric Fantasies is een boek over de geschiedenis van de functietheorie. Het is geen leerboek functietheorie, sterker nog, behoorlijke kennis van de functietheorie is wel handig om het boek volledig te appreciëren. De auteurs nemen wel degelijk de moeite op belangrijke momenten zaken op een hedendaagse manier uit te leggen, maar dit is niet hun voornaamste doel en maakt de tekst nog niet geschikt om als leerboek te dienen.

Voor zover ik dat kan beoordelen — ik ben geen geschiedkundige — is het boek een geweldige bijdrage aan de geschiedenis van de wiskunde. De auteurs blijven zo dicht mogelijk bij de oorspronkelijke notatie. Dat maakt het volgen van de wiskundige redeneringen lastiger, maar is verre te verkiezen boven het in moderne notatie weergeven van een bewijs, omdat dat bijna onvermijdelijk tot *hineininterpretieren* leidt. Op bescheiden toon, maar met harde argumenten afkomstig uit de talrijke originele bronnen, ondersteunen zij hun interpretaties en conclusies. In het bijzonder geven zij zo aan wanneer en waarom zij met andere wiskundige geschiedschrijvers van mening verschillen.

Een goed voorbeeld (p.102) is hun verschil van mening met F. Smithies' *Cauchy and the Creation of Complex Function Theory* (CUP, 1997), over het inzicht dat Cauchy al in 1814 al dan niet zou hebben in de meetkundige betekenis van zijn stelling.

In de inleiding geven Bottazzini en Gray aan dat dit boek de eerste allesomvattende geschiedenis van de complexe functietheorie beschrijft. Het verbaast me niet dat een werk van deze breedte en diepgang over de opkomst van de complexe analyse niet eerder geschreven is. De auteurs hebben bijkans het onmogelijke gedaan door in een tekst van 759 pagina's het ontstaan en de ontwikkeling van de functietheorie tussen 1790 en 1914 te beschrijven en te analyseren. Om een idee te geven van de ongelooflijke hoeveelheid arbeid die in dit boek zit: er staan 137 publicaties van Cauchy in de bibliografie, en die komen allemaal op een of andere manier inhoudelijk in de tekst terug. De bibliografie zelf beslaat 62 pagina's en de lijst van personen (niet helemaal terecht auteurslijst genoemd, Napoleon en Bismarck staan er ook in) bestaat uit 735 namen. *Iedereen* die in de negentiende eeuw iets met functietheorie gedaan heeft, staat erin!

Iets over de inhoud van dit boek is onontkoombaar. Cauchy, Riemann en Weierstrass worden algemeen als de *founding fathers*

van de functietheorie gezien. Aan hen en hun werk zijn respectievelijk de hoofdstukken 3, 5 en 6 gewijd, waarin hun resultaten, inzichten en levensloop, alsook de interactie met de wiskundige wereld worden behandeld. Legendre, Jacobi, Abel en Gauss en hun werk over elliptische functies vormen een passend begin van het boek, want met elliptische functies werden voor het eerst complexwaardige functies op het complexe vlak bestudeerd.

Hoofdstuk 2 bespreekt de overgang ‘van reëel naar imaginair’. We zien daar dat tot in het begin van de negentiende eeuw de meeste wiskundigen (uitzonderingen zijn Euler en Gauss) de complexe getallen vooral als een doos met slimme, maar niet goed begrepen rekentrucs gebruikten om problemen uit de mathematische fysica aan te pakken. Vervolgens zien we Cauchy op het toneel verschijnen, en wordt aandacht besteed aan zijn memoir uit 1814 en zijn *Cours d’Analyse*, waarin de reële analyse voor het eerst rigoureus werd behandeld en een min of meer moderne definitie van continuïteit werd gegeven.

Onderwerp van Hoofdstuk 4 is het werk, van begin tot het midden van de negentiende eeuw, van Abel, Jacobi, Gauss, Hermite en Liouville over elliptische en hyperelliptische integralen. De worsteling met de meerwaardigheid van de integrand, het inverteren van de integralen en het gebruik van thetafuncties om elliptische functies te beschrijven, alsook hun toepassingen in getaltheorie en mathematische fysica, het wordt allemaal besproken.

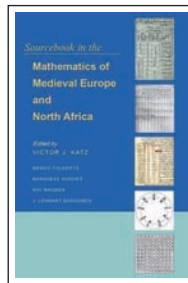
Hoofdstuk 7 gaat over toepassingen van de functietheorie in andere gebieden van de wiskunde zoals die in de tweede helft van de negentiende eeuw gevonden en ontwikkeld werden. Onderwerpen zijn speciale functies, differentiaalvergelijkingen in het complexe vlak, asymptotische expansies en de zadelpuntmethode, het Dirichletprobleem, conforme afbeeldingen en het drielichamenprobleem. Het gaat om werk van onder meer Kovalevskaya, Schwarz, Gauss, Bonnet en Fuchs.

Meer geavanceerde onderwerpen komen in Hoofdstuk 8: de historie en de moeizame tocht naar het bewijs van de Riemannafbeeldingstelling en de Uniformiseringsstelling worden uitgebreid uit de doeken gedaan. Herman Weyls *Die Idee der Riemannsche Fläche* wordt onder de loep genomen. Hier vinden we ook de grote Franse bijdragen: Goursats bewijs van de stelling van Cauchy, de stelling van Hadamard over gehele functies van eindige orde en hun nulpunten, de priemgetalstelling, de kleine en grote stelling van Picard en de complexe dynamica van Julia en Fatou.

De eerste ontwikkelingen in de theorie van holomorfe functies van meer complexe veranderlijken vormen het onderwerp van Hoofdstuk 9. Weierstrass’ analyse van de nulverzamelingen, het niet biholomorf equivalent zijn van bol en polyschijf, de Cousinproblemen (de pogingen tot generalisatie naar meer veranderlijken van de stellingen van Weierstrass en Mittag-Leffler over het bestaan van analytische functies met lokaal voorgeschreven nulpunts-, respectievelijk poolgedrag) en de stellingen van Hartogs over analytische voortzetting. In het laatste hoofdstuk bespreken de auteurs de belangrijkste leerboeken uit de periode, te beginnen bij Briot en Bouquet (1875) en eindigend met Hurwitz-Courant (1922), Bieberbach (I, 1921; II, 1931), Copson (1935), Knopp (1913) en Pincherle (1932). We zien hoe de leerboeken zich in vijftig jaar ontwikkelden van enigszins zoekende, rivaliserende boeken, die zeker niet foutloos waren, tot boeken met min of meer de huidige kanonieke basisinhoud, mogelijk aangevuld met enige speciale voortgezette onderwerpen. De ideeën van Cauchy, Riemann en

Weierstrass zijn dan geïntegreerd en van de rivaliteit tussen hun opvattingen is niets overgebleven.

Geen boek is perfect en in hoofdstuk 9 over meer complexe veranderlijken, staan een paar fouten. In Sectie 9.4.5 lijkt het alsof Reinhardt in navolging van Poincaré bewees dat de sfeer $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 1$ niet holomorf equivalent is met de polyschijf $|z_1| \leq 1, |z_2| \leq 1$. Dat is wel waar, maar niet wat Poincaré en Reinhardt bewezen: het gaat natuurlijk om de bol $|z_1|^2 + |z_2|^2 < 1$ en de polyschijf $|z_1| < 1, |z_2| < 1$, zoals ook uit de eerste alinea van dezelfde sectie kan worden opgemaakt. Even verderop in Sectie 9.5 wordt beweerd dat een gebied in \mathbb{C}^n holomorfegebied is dan en slechts dan als het een *strikt* pseudoconvex gebied is. Het moet zijn: dan en slechts dan als het een pseudoconvex gebied is. Al met al zijn dit kleine onvolkomenheden en is dit een bijzonder waardevol boek voor ‘ieder die de functietheorie een warm hart toedraagt’. Vanzelfsprekend geldt dat des te meer voor wie functietheorie of geschiedenis van de wiskunde doceert. *Jan Wiegerinck*



Victor J. Katz et al. (Eds.)

Sourcebook in the Mathematics of Medieval Europe and North Africa

Princeton University Press, 2016

ix + 574 p., prijs \$95.00

ISBN 9780691156859

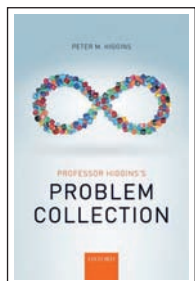
Het millennium van de jaren rond 500 tot ongeveer 1500 is voor velen gehuld in duisternis en donkerte. Zij realiseren zich te weinig dat de essenties van het leven zich onder dezelfde zon en in hetzelfde licht voltrokken als tegenwoordig. Dat de omstandigheden weliswaar verschilden van die van nu, maar dat de drijfveren van de mens dezelfde waren als tegenwoordig. En onder dat gesternte werd ook toen hartstochtelijk wiskunde bedreven. In die duizend jaren was Europa in feite een ontmoetingsplaats van christelijke, joodse en islamitische beschavingen. Geleerden uit vele windstreken trokken heen en weer, schreven hun verhandelingen en studeerden met vakgenoten dat het een lieve lust was. Dus niets nieuws onder de zon, wij doen nog steeds hetzelfde. Ik kan niet nalaten om dat telkens weer naar voren te brengen, met name om de huidige arrogantie van de 21ste-eeuwse wat te temperen. Kort en goed, er is in die middeleeuwse gewesten van Europa en Noord-Afrika heel wat gereisd, gestudeerd en geschreven. Brokstukken van die overvloedige productie zijn weliswaar bekend gebleven, maar ook liggen vele teksten tot op de huidige dag nog onontsloten in diverse archieven van kloosters en bibliotheken. Het is een prijzenswaardig initiatief van de schrijvers om — althans een deel van — die teksten in Engelse vertaling te publiceren. Onder redactie van prof.em. Victor J. Katz, prof.em. Menso Folkerts, prof.em. Barnabas Hughes, prof. Roi Wagner en prof.em. J. Lennart Berggren schreven zij met medewerking van andere geleerden de uitgebreide hoofdstukken van dit boek: 1. The Latin Mathematics of Medieval Europe; 2. Mathematics in Hebrew and Medieval Europe; 3. Mathematics in the Islamic World in Medieval Spain and North Africa. Omvangrijke hoofdstukken met in ieder van die hoofdstuk-

ken een mooi doorlopend historisch verhaal, gelardeerd met in het Engels vertaalde originele middeleeuwse stukken. Niet in hapklare brokken geknipt, maar zo volledig mogelijk gepresenteerd. Kruisverbanden met culturele invloeden worden daarbij veelvuldig gegeven. Verschillende van de Hebreeuwse en Arabische ‘Sources’ verschijnen in dit boek voor het eerst in Engelse vertaling. Het boek biedt op deze wijze een overweldigende rijkdom aan teksten in een samenhangende historische beschouwing met referentie naar moderne deelstudies. In een bespreking als deze is het niet mogelijk om alle onderwerpen te noemen, daarom noem ik slechts één willekeurig gekozen voorbeeld. Ik kies daarvoor de bijdrage over Levi ben Gershon (op p. 253) met betrekking tot zijn *Ma’ase Hoshev, the Art of the Calculator*. Levi ben Gershon (1288–1344), woonde voornamelijk bij Orange in de Provence; hij staat in het Latijn bekend onder de naam Gersonides. Hij schreef over een grote diversiteit van onderwerpen, waarbij de schrijver van dit stuk refereert aan ‘onze’ Freudenthal en naar de tijd waarin de *Ma’ase Hoshev* verscheen. De tekst behandelt 68 theorema’s en problemen over onder andere Combinatoriek, waarbij hij in sommige gevallen een vorm van inductie gebruikt. Deze algemene beschouwing wordt gevolgd door een veertien pagina’s lange vertaling van het oorspronkelijke Hebreeuwse stuk: interessante stof.

Op soortgelijke wijze passeren zeer vele andere onderwerpen de revue, zoals de *conchoïde* (Abner van Burgos), bewijzen van theorema’s van Heron en Ceva (Al-Mu’taman Ibn Hüd), Euclides’ parallellenpostulaat (Muhÿi al-Din al-Maghribi) en vele vele andere.

Het boek opent met een algemene inleiding en de talloze deelsecties starten eveneens met algemene inleidingen op het betreffende onderwerp. Een groot aantal (voet)noten en referenties openen wegen naar verdere studie. Het taalgebruik in het boek is zodanig dat het gemakkelijk leest. De gebruikte typografie is zorgvuldig gekozen: Times Roman en Arial, zodat de tekst van de schrijver zich in typografische zin onderscheidt van de vertaalde bronnen. De opgenomen tekeningen zijn prachtig uitgevoerd. Kortom, een geweldig rijk boek, van belang voor historici van ons vak, maar niet alleen voor hen. Ieder die geïnteresseerd is in de bronnen van de pre-moderne wiskunde zal met plezier veel van zijn/haar gading hierin vinden.

Wim Kleijne



Peter M. Higgins

Professor Higgins's Problem Collection

Oxford University Press, 2017

vii + 126 p., prijs €19,99

ISBN 9780198755470

De presentatie van de vijftig in dit boekje door Peter M. Higgins (geboren in Australië en na aldaar en in Californië gewerkt te hebben vanaf 1990 verbonden aan *Essex University* in Colchester, UK) bij elkaar gebrachte problemen (vaak onderverdeeld in meerdere deelproblemen) is wat mij betreft (afgezien van een nogal vreemde notatie van een decimaal getal) boven elke lof verheven. Een kristalhelder en uitermate precies taalgebruik, vaak bekende maar

altijd interessante problemen en een zeer prettige lay-out met als bonus dat de oplossingen telkens direct op de pagina erna (op de achterkant van de pagina met het probleem zelfs) staan. Voor mij (die regelmatig dit soort *problem collections* doorwerkt) is het meestal een crime om telkens elders in zo’n boek naar de oplossingen te moeten zoeken. Het boekje lijkt me vooral heel bruikbaar voor een bevlogen wiskundedocent, zeker als die is gezegend met geïnteresseerde B- en/of D-leerlingen, want het niveau van de problemen loopt van 4 vwo tot eerstejaars universitaire wiskunde. Aan het eind van elk van de vijf secties (Getallen, Algebra, Meetkunde, Kans en Combinaties, en Beweging, met tien problemen per sectie) staan een toepasselijk stukje theorie (wellicht een handige opfrisser voor de docent) en nog een aantal probleem-gerelateerde opmerkingen en tips.

De problemen zijn vaak puur wiskundig van aard (zoals bijvoorbeeld het vinden van de sinus van 36 graden met behulp van de lengte van een diagonaal van een regelmatige vijfhoek) en minder vaak puur recreatief (zoals bijvoorbeeld het beroemde — in 2015 toen het online ging een wereldwijde buzz veroorzakende — *Cheryl's Birthday Problem*, waar wiskundig, logisch redeneren niet het hoofddoel maar het hulpmiddel was), dus in die zin wijkt het af van de gebruikelijke *problem collections* (zoals bijvoorbeeld die van de bij de lezer hopelijk meer dan bekende Martin Gardner), maar desondanks een waardevolle aanvulling op mijn uitdijende boekenverzameling op het gebied van de zogenaamde recreatieve wiskunde. Erg nuttig voor ondergetekende (mezelf beschouwend als bevlogen docent) was het om weer eens te lezen hoe je *Newtons ladderprobleem* ook al weer exact kon oplossen zonder al na drie minuten te verzanden in een schier onoplosbare vierdegraadsvergelijking. Ook heel nuttig om een 4 vwo-klas (en de lezer?) wat realiteitszin bij te brengen door na te rekenen hoe klein of toch hoe groot de kans eigenlijk is dat de vier Engelse clubs die zich in 2014 geplaatst hadden bij de laatste zestien van de FA Cup tegen elkaar moesten spelen in de kwartfinales, uiteraard na eerst de leerlingen te hebben gevraagd (of jezelf te hebben afgevraagd) hoe groot zij (of jij) die kans achten. Tot slot uit de — kleine — deelsectie *Logische Puzzels*, als een aardig voorbeeld van hoe je iets kan weten als anderen hebben geconcludeerd dat zij iets niet weten, het volgende mopje: “Drie logici A, B en C gaan een bar in. De barman vraagt ze of ze allemaal wat willen drinken, waarop A zegt dat zij dat niet weet. Vervolgens zegt ook B dat hij dat niet weet. Tot slot antwoordt C bevestigend.”

Joop van der Vaart



Franz Lemmermeyer, Peter Roquette (Hrsg.)

Die Briefwechsel Hasse-Scholz-Taussky

Universitätsverlag Göttingen, 2016

xxii, 574 p., prijs €51,00

ISBN 9783863952532

Nadat eerder de briefwisseling tussen Hasse en Emmy Noether en die tussen Hasse en Artin door de auteurs werd verzorgd, is nu door hen de voorhanden zijnde correspondentie tussen Hasse en

Taussky, die tussen Hasse en Scholz en die tussen Scholz en Taussky in boekvorm uitgegeven. De auteurs motiveren in de Inleiding over het belang van hoe en waarom van juist deze drie personen bij elkaar in één band.

Het leven en werk van Arnold Scholz (1904–1942) komt in het boek voor het eerst volledig tot zijn recht. Hij heeft in zijn korte leven heel wat wiskundige concepten bedacht, in artikelen uitgewerkt, maar ook daarbuiten zijn een grote hoeveelheid zaken in brieven vermeld. Een overzicht van de wiskunde en het belang ervan in het tijdsgewricht wordt uit de doeken gedaan in een apart hoofdstuk van 46 bladzijden, van de hand van Lemmermeyer, geheten: ‘Arnold Scholz: Zwischen Mathematik und Politik’. Het voorwoord van het boek rept over dit hoofdstuk als een ‘schets’, doch er is hier sprake van valse bescheidenheid; het is behoorlijk uitvoerig en informatief. Evenzo behandelt Lemmermeyer in 24 bladzijden een ‘schets’ van leven en werk van Olga Taussky (1906–1995). Als trefwoorden in het overzicht over Scholz treffen we bijvoorbeeld aan: klassenlichamentheorie, constructie van getallenlichamen met voorgegeven Galoisgroep, knopentheorie, het roemruchte begrip ‘Abelsche Durchkreuzung’, vertakkingsgroepen. Evenzo bij Taussky: klassenlichamentheorie, de hoofdideaalstelling, groepsuitbreidingen, Hilberts stelling 94, groepentorens en klassenlichamentorens.

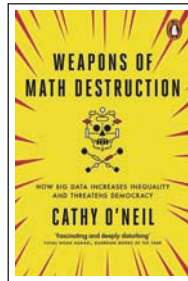
Het behoeft geen betoog dat de wiskundige inhoud van de brieven (verdeeld over zo'n 470 bladzijden) een prachtige inzicht geeft in, en een openbaring is van, nu bekende en ook niet-algemeen-bekende ontwikkelingen in de getaltheorie van destijds. Bovendien hebben de auteurs daarbij een redelijke hoeveelheid commentaar opgenomen ten behoeve van het huidige lezerspubliek. Voorts is in het boek opgenomen, Scholz's ongepubliceerde manuscript ‘Spezielle Körper’. De inhoud had in de *Mathematische Enzyklopädie* terecht moeten komen, maar dat is niet gelukt door de oorlogsomstandigheden en de voortijdige dood van Scholz. De auteurs zijn erin geslaagd, voor het eerst nu in drukvorm, een gedegen uiteenzetting te geven van Scholz's aantekeningen aangaande: discriminanten, eenheden, ideaalklassen, kwadratische alsmede kubieke en abelse getallenlichamen, lichamen met zeker type van voorgegeven Galoisgroep, inbedding van een gegeven Galoislichaam in lichamen met voorgeschreven ‘Aufspaltungsgruppe’. De auteurs voegen daar nog zes bladzijden met modern commentaar aan toe. De allerlaatste voetnoot in dat commentaar gaat (weer) over de Abelsche Durchkreuzung, met de vermelding dat dit concept telkenmale zijn belang heeft bewezen en nog steeds bewijst, zoals bijvoorbeeld bij het bewijs van de Stelling van Scholz–Reichardt van de hand van Serre (Proposition 2.1.7 in diens *Topics in Galois Theory*, Lecture Notes van Henri Darmon, 1991) en bij elliptische krommen. Trouwens, de techniek van de Abelse Durchkreuzung is door Hilbert gebruikt in diens bewijs van de Stelling van Kronecker–Weber. Ook Tschebotarev kon daarmee zijn Dichtheidstelling bewijzen en Emil Artin gebruikte het bij zijn bewijs van de Reciprociteitsstelling. Een ieder die geïnteresseerd is in de ontwikkelingen van algebra en getaltheorie in Duitsland tot aan zo 1950, kan ik de inhoud van het boek ten sterkste aanbevelen. Tot slot zij de lezer verwezen naar de recensies over de briefwisseling Hasse–Artin van de auteurs (NAW 5/17, 2016, pp. 143–144), idem over de wiskunde-dagboeken van Hasse (NAW 5/15, 2014, p. 147) en idem over de briefwisseling Hasse–Noether (NAW 5/8, 2007, p. 231).

Robert van der Waal



Cathy O'Neil, Rachel Schutt
Doing Data Science
Straight Talk from the Frontline

O'Reilly Media, 2013
xii + 408 p., prijs € 31,51
ISBN 9781449358655



Cathy O'Neil
Weapons of Math Destruction
How Big Data Increases Inequality and Threatens Democracy

Penguin, 2016
x + 258 p., prijs € 9,99
ISBN 9780141985411

Cathy O'Neil is haar carrière begonnen als universitair wiskundige op het gebied van de aritmetische algebraïsche meetkunde. Op een gegeven moment heeft zij de overstap gemaakt naar het bedrijfsleven en ging ze als een zogenaamde quant werken in de financiële wereld. Uiteindelijk heeft ze die wereld verlaten uit onvrede over de gang van zaken daar en is ze actief geworden in de Occupy Wall Street beweging. Verder is Cathy O'Neil actief als blogger over wiskunde (mathbabe.org). Met deze achtergrond is zij een interessant persoon om inzicht te verschaffen rondom de vaak gehypte begrippen data science en big data. Deze recensie behandelt twee van haar boeken, die sterk verschillen van elkaar en beide een interessante kijk geven op data science.

Het boek *Doing Data Science* is gebaseerd op een college ‘Introduction to Data Science’ aan de Columbia University dat destijds gegeven werd door Rachel Schutt. Columbia University is een van de leidende Amerikaanse universiteiten op het gebied van data science met een uitgebreid multidisciplinair Data Science Institute (<http://datascience.columbia.edu>). Het college had een brede doelgroep op het oog waarbij nauwelijks voorkennis op het gebied van wiskunde werd vereist en had als doel studenten voor te bereiden op een baan als data scientist in het bedrijfsleven. Het college werd daarom opgezet als een reeks gastcolleges met sprekers vanuit het bedrijfsleven, die elk een specifieke case uit hun bedrijf behandelden. Het boek vult dit aan door op een praktische manier met een minimum aan wiskundige details uit te leggen wat de gebruikte technieken doen maar vooral ook waarvoor ze gebruikt dienen te worden. De behandelde onderwerpen bevatten geheel in de traditie van data science niet alleen onderwerpen uit de statistiek en data-mining zoals lineaire regressie, logistische regressie en principale componenten analyse, k -nearest neighbours, random forests enzovoort, maar ook praktische zaken als het voorbereiden van data, visualiseren van data en opslaan en het bewerken van grote databestanden met bijvoorbeeld Hadoop en MapReduce. Verder komen er nog allerlei andere actuele wiskundige onderwerpen voorbij zoals random grafen, MCMC simulatietechnieken en causaliteit. Hoewel het college inmiddels niet meer in deze vorm schijnt te bestaan, zijn alle data sets en R-code nog via de website van de uitgever beschikbaar (https://github.com/oreillymedia/doing_data_science).

Zoals eerder gezegd richt het boek zich niet op wiskundigen en zal men dus tevergeefs naar wiskundige details zoeken. Als men wiskundige details wil zien zonder te veel technische details kan men beter andere boeken raadplegen zoals bijvoorbeeld *Computer Age Statistical Inference* van Efron en Hastie. Ook gaan de bespiegelende delen over wat data science is niet heel diep en kan men over details van sommige statistische zaken van mening verschillen met de auteurs. Het boek geeft ondanks dit alles een inspirerend beeld over wat er allemaal komt kijken bij data science, en het is een verademing dat, in tegenstelling tot veel andere boeken over dit onderwerp, de auteurs een stevige wiskundige achtergrond hebben. Ten slotte wordt er in het boek ook enige aandacht besteed aan ethische aspecten van data science. Die ethische aspecten komen naar voren bij toepassingen van data science in het dagelijkse leven zoals het verkrijgen van hypotheeken van een bank of sollicitatieprocedures. Dit thema is het onderwerp van het tweede boek. Hoewel ik als wiskundige niet helemaal gelukkig ben met de woordspeling in de titel (veel van de algoritmen waar het om gaat zijn niet specifiek wiskundig en dit geeft wiskunde ten onrechte een slechte reputatie), geven de specifieke voorbeelden die genoemd worden in de verschillende hoofdstukken een onthutsend beeld van het gebruik van niet-transparante algoritmen die voor individuen grote gevolgen hebben. O'Neil heeft dit thema (met name het verkeerde of slordige gebruik van wiskunde) al voor het verschijnen van het boek uitgebreid behandeld in bovengenoemde blog. Persoonlijk vond ik het voorbeeld van het gebruik van algoritmen om onderwijzers op basisscholen in de stad Washington te beoordelen schokkend. Het begon met een op zich goed bedoelde actie van de burgemeester van Washington om de kwaliteit van het basisonderwijs te verbeteren. De uitvoering via een geautomatiseerde analyse van toetsresultaten van leerlingen leidde echter tot ontslag van uitstekende leerkrachten die de pech hadden in achterstandsbuurten te werken. Protesten van zulke leerkrachten

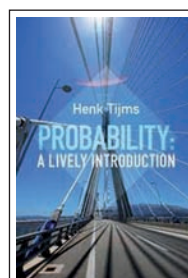
werden niet ontvankelijk verklaard en de redenen van het ontslag werden ook niet anders onderbouwd dan door te zeggen dat een (niet-transparant) algoritme aangaf dat de betrokken leerkrachten ondermaats waren. Vergelijkbare verhalen in andere situaties zoals afwijzingen van kandidaten bij sollicitatieprocedures, weigeringen van hypotheeken of vaststellen van verzekeringspremies worden uitvoerig beschreven. Het hoofdstuk over Facebook is op het moment dat ik deze recensie schrijf (april 2018) uiterst actueel geworden door de rel over het lekken van Facebook-gegevens aan Cambridge Analytica. Hoewel O'Neil terecht de grote gevaren voor de samenleving van big data beschrijft en het goed is dat het grote publiek zich hiervan bewust wordt, schetst ze toch wel een enigszins eenzijdig beeld. Ik zou het persoonlijk passend hebben gevonden als in het laatste hoofdstuk aandacht besteed zou zijn aan pogingen in de academische wereld om tegenwicht te bieden. Ik denk hierbij aan de FAIR-principes van data management (FAIR staat voor vindbaar (Findable), toegankelijk (Accessible), interoperabel (Interoperable), en herbruikbaar (Reusable)) zoals beschreven door Wilkinson en anderen (waaronder de nodige Nederlanders). In dezelfde lijn en nog relevanter is de recente opgang van 'responsible predictive analytics'. Tenslotte zien we dit ook terug in onze nationale wetenschapsagenda, in het bijzonder in de titel van de route die betrekking heeft op data science: *Waardecreatie door verantwoorde toegang tot en gebruik van big data*.

Beide boeken zijn vlot geschreven en geven ieder op hun eigen manier een interessante en leerzame kijk op de ontwikkelingen rond data science. Het eerste boek is niet geschikt als leerboek voor een vak dat voor wiskundestudenten bedoeld is, maar het kan voor docenten wel een inspiratiebron zijn door de vele echte toepassingen die behandeld worden. Het tweede boek belicht op heldere wijze de ethische aspecten van data science. Ik zou graag zien dat studenten dit boek lezen en zich hierdoor bewust worden van de vele aspecten van data science. *Alessandro Di Bucchianico*

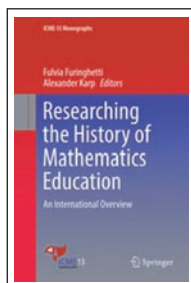
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



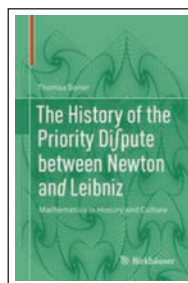
Klaas Landsman
Naar alle onwaarschijnlijkheid
Toeval in de wetenschap en filosofie
 Prometheus, 2018
 ISBN 9789044636321
webwinkel.uitgeverijprometheus.nl/book/klaas-landsman



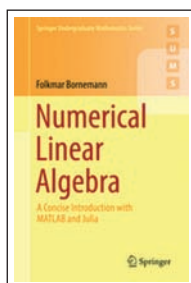
Henk Tijms
Probability: A Lively Introduction
 Cambridge University Press, 2017
 ISBN 9781108407847
cambridge.org/9781108407847



Fulvia Furinghetti, Alexander Karp (Eds.)
Researching the History of Mathematics Education
 An International Overview
 Springer, 2018
 ISBN 9783319682945
springer.com/9783319682945



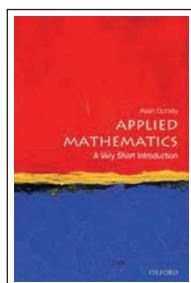
Thomas Sonar
The History of the Priority Dispute between Newton and Leibniz
 Mathematics in History and Culture
 Springer, 2018
 ISBN 9783319725635
springer.com/9783319725611



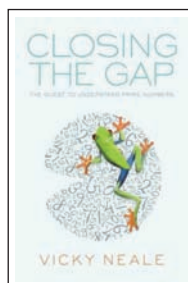
Folkmar Bornemann
Numerical Linear Algebra
 A Concise Introduction with MATLAB and Julia
 Springer, 2018
 ISBN 9783319742229
springer.com/9783319742229



John MacCormick
What can be computed?
 A Practical Guide to the Theory of Computation
 Princeton University Press, 2018
 ISBN 9781400889846
press.princeton.edu/titles/11348.html



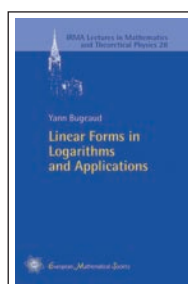
Alain Goriely
Applied Mathematics
 A Very Short Introduction
 Oxford University Press, 2018
 ISBN 9780198754046
oup.com/academic/product/9780198754046



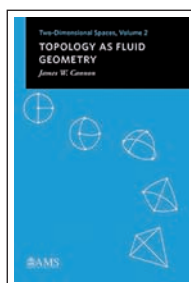
Vicky Neale
Closing the Gap
 The Quest to Understand Prime Numbers
 Oxford University Press, 2017
 ISBN 9780198788287
oup.com/academic/product/9780198788287



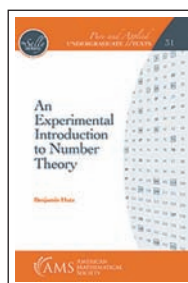
Alex van den Brandhof
Priemwoestijnen
 Hoogtepunten uit de wiskunde van de 21e eeuw
 Prometheus, 2018
 ISBN 978904463683
webwinkel.uitgeverijprometheus.nl/book/alex-van-den-brandhof



Yann Bugeaud
Linear Forms in Logarithms and Applications
 European Mathematical Society, 2018
 ISBN 9783037191835
ems-ph.org/books/book.php?proj_nr=228



James W. Cannon
Topology as Fluid Geometry
 American Mathematical Society, 2017
 ISBN 9781470437152
bookstore.ams.org/mbk-109



Benjamin Hutz
An Experimental Introduction to Number Theory
 American Mathematical Society, 2018
 ISBN 9781470430979
bookstore.ams.org/amstext-31