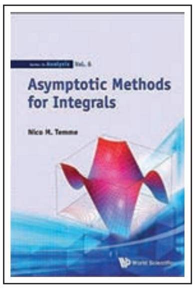
Boekbesprekingen

Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 7.092
Faculteit Wiskunde & Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven

reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Nico M. Temme

Asymptotic Methods for Integrals

World Scientific Publishing, 2015
xxii + 605 p., prijs $158.00
ISBN 9789814612159

Op het gebied van de asymptotiek als onderdeel van de wiskundige analyse zijn natuurlijk al verscheidene boeken verschenen, elk met een eigen doelstelling en vaak gekoppeld aan een toepassingsgebied. Vaak betreft dit het asymptotische gedrag van oplossingen van differentiaalvergelijkigen bij grote/kleine parameterwaarden of de asymptotiek van speciale functies bij grote/kleine argumenten. Het boek van Nico Temme kent een gedetailleerde behandeling van de asymptotiek van speciale functies zoals we die aantreffen in de fysica en de stochastiek met niet alleen aandacht voor het opzetten van asymptotische ontwikkelingen, maar ook voor het efficiënt numeriek berekenen van coefficiënten hierin. Er is een overzichtelijke indeling van de te behandelen stof. Het boek is opgedeeld in zeven delen, die verder weer in hoofdstukken zijn onderverdeeld. Aan het einde treft de lezer een uitgebreide bibliografie aan van boeken die tot ongeveer 2010 zijn verschenen. Het boek is een nieuw standaardwerk op het gebied van de asymptotiek van speciale functies en kent een hoge informatiedichtheid. Voor bewijzen wordt de lezer vaak verwezen naar het bekende standaardwerk *Asymptotics and Special Functions* uit 1997 van F.W.J. Olver. Met publicaties van een groot aantal artikelen heeft de schrijver al eerder een belangrijke bijdrage geleverd aan het onderzoek van de asymptotiek van speciale functies. In het boek wordt frequent naar die artikelen verwezen. Zoals te verwachten is bij het thema van dit boek, wordt er een overvloed van methoden en technieken aangeboden die van de lezer enig doorzettingsvermogen vereist. Hierna wordt kort ingegaan op de inhoud van de zeven delen die dit boek kent.

Het eerste deel van het boek behandelt standaardbegrippen en basismethoden uit de asymptotiek, zoals de Laplace-methode en de zadelpuntsmethode. Het is een algemene inleiding met methoden die niet alleen worden geïllustreerd aan de hand van vele voorbeelden maar ook geplaatst worden in een historisch perspectief, wat dit boek doet uitstijgen boven een gemiddeld leerboek. Voor bewijzen wordt veelal verwezen naar het eerder genoemde boek *Asymptotics and Special Functions* van Olver, zoals het bewijs van het klassieke lemma van Watson. Menigmaal verwijst de auteur naar zijn eigen artikelen. Die veelvuldige verwijzigingen van bewijzen werken enigszins belemmerend voor een lezer die voor het eerst kennismaakt met asymptotiek en niet van 'bladeren' houdt. Het eerste deel wordt afgesloten met een heldere behandeling van het zogenaamde Stokes-phenomenon aan de hand van het asymptotische gedrag van de Airy-functie.

In het tweede deel worden de basismethoden toegepast op de gammafunctie, de incomplete gammafunctie, de Airy-functies, de Bessel-functies, de Kummer-functies en de hypergeometrische functies. Het gaat niet alleen om het vinden van geschikte asymptotische ontwikkelingen, maar ook om het numeriek berekenen van coëfficiënten en functiewaarden. Fundamenteel in dit deel, maar in feite in het gehele boek, zijn de integraalrepesentaties en integraaltransformaties voorafgaande aan het bepalen van asymptotische ontwikkelingen. Zo wordt een apart hoofdstuk gewijd aan de Mellin–Barnes-integralen en de Mellin-transformaties.

Het derde deel opent met de methode van de stationaire fase toegepast op integralen van het type $F(\omega)=\int_a^b e^{i\omega\phi(t)}\psi(t)\,dt$. Het asymptotische gedrag van deze integraal wordt in belangrijke mate bepaald door het gedrag van de functies $\phi(t)$ en $\psi(t)$ in de buurt van kritieke punten. De auteur gaat hier uitgebreid op in.

Vanaf het vierde deel is de focus gericht op de uniforme asymptotiek. Dit is van belang in geval meerdere parameters in de integraal voorkomen en ook bij de analyse van typische verschijnselen die optreden wanneer bijvoorbeeld zadelpunten en singulariteiten 'dicht' bij elkaar liggen. Door middel van een nauwkeurige analyse wijst de auteur gebieden voor parameterwaarden aan waarvoor bepaalde asymptotische ontwikkelingen gelden. De schrijver geeft hierbij een overzicht van standaardvormen die hierbij optreden en die daarna aan de hand van verschillende voorbeelden worden behandeld. Een van die voorbeelden verwijst naar het bekende boek van De Bruijn, *Asymptotic Methods in Analysis*, waarin de invloed van polen in de buurt van een zadelpunt wordt geanalyseerd. Het vierde deel wordt afgesloten met Hermite-type ontwikkelingen van integralen. Verschillende klassen van polynomen spelen daarbij een rol, zoals de Hermite-, Gegenbauer- en Laguerre-polynomen.

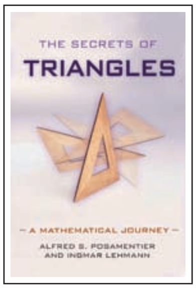
Een afzonderlijk deel (deel 5) wordt besteed aan uniforme methoden gerelateerd aan integralen van het type Laplace: $\int_0^\infty t^{\lambda-1}e^{-zt}f(t)\,dt$. Door een keuze van verschillende functies $f(t)$ leidt deze integraal naar zekere klassen van speciale functies, zoals de gemodificeerde Bessel-functies, de Kummer-functie, de parabolic cylinder functie en ratio's van de gammafunctie.

Deel 6 verzamelt uitputtend vele voorbeelden van uniforme asymptotische ontwikkelingen voor speciale functies zoals de Legendre-functies, parabolische cilinderfuncties en de gegeneraliseerde Bessel-functies. In een apart hoofdstuk wordt een methode ontwikkeld waarmee asymptotische ontwikkelingen van de Stirling-getallen van het eerste en tweede soort gevonden kunnen worden. De auteur gaat ook in een separaat hoofdstuk in op de asymptotiek van de integraal $\int_0^1 \cos(bx+a/x)\,dx$ voor grote waarden van a en b. Blijkbaar is voor het asymptotisch gedrag de verhouding b/a bepalend.

In het laatste deel (deel 7) behandelt de auteur de asymptotiek van verdelingsfuncties uit de stochastiek. Het inverteren van een cumulatieve verdelingsfunctie is een voor de praktijk belangrijke opgave. Uitgaande van een algemene representatie van een verdelingsfunctie, die bruikbaar is voor verschillende klassen van verdelingsfuncties, zoals de incomplete gammafunctie, wordt een asymptotische reeks voor de inverse afgeleid bij grote/kleine parameterwaarden.

Afsluitend mogen we zeggen dat het boek een waardevolle toevoeging is aan de uitgebreide literatuur op het gebied van de asymptotiek voor speciale functies. Het boek is zeer constructief en technisch van aard en gericht op een praktische gebruiker in technisch/wetenschappelijke toepassingsgebieden van de wiskunde. De lezer zal er dan ook weinig abstracte analyse in aantreffen.

Hennie ter Morsche



Alfred S. Posamentier, Ingmar Lehmann

The Secrets of Triangles
A Mathematical Journey

Prometheus Books, 2012
387 p., prijs € 21,99
ISBN 9781616145873

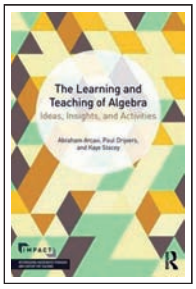
De titel is niet overdreven, want ook voor degenen onder u die denken best wel veel te weten over driehoeken onthult dit boek vele (ook voor mij tot nu toe) onbekende en vaak uiterst opmerkelijke eigenschappen van driehoeken en fraaie relaties tussen wat je daar zoal in of omheen kan tekenen of construeren. Wie bijvoorbeeld de *negenpuntscirkel van Feuerbach* kent (met daarop de middens van de drie zijden van een driehoek, de voetpunten van de drie hoogtelijnen en de middens van de drie lijnstukken van de hoekpunten naar het hoogtepunt van de driehoek) weet misschien niet dat die beroemde cirkel bovendien niet alleen de ingeschreven cirkel maar ook nog eens de drie aangeschreven cirkels van die driehoek raakt en daarmee kan deze cirkel gepromoveerd worden tot de *dertienpuntscirkel van Feuerbach*. En hij/zij weet misschien ook niet dat de straal ervan exact de helft is van de straal van de omgeschreven cirkel van de driehoek!

Voor een tweede voorbeeld van relatief onbekende maar waarlijk schitterende eigenschappen verbinden we de eerder genoemde voetpunten van de drie hoogtelijnen van een driehoek ABC zodat er een driehoek DEF ontstaat. Nu blijken die hoogtelijnen van driehoek ABC tevens de bissectrices te zijn van de hoeken van driehoek DEF! Verrassend! En, de drie driehoeken die nu om driehoek DEF heen liggen zijn ook nog eens niet alleen onderling gelijkvormig, maar zelfs gelijkvormig aan de oorspronkelijk driehoek ABC! Fraai! En, driehoek DEF heeft ook nog eens de kleinste omtrek van alle driehoeken PQR met P, Q en R op de respectievelijke zijden van driehoek ABC! Grappig! Nog een laatste voorbeeld. Neem een willekeurig punt P op de omgeschreven cirkel van een driehoek ABC. Teken door P loodlijnen op de zijden van driehoek ABC. De drie voetpunten daarvan liggen altijd op één lijn!

Een ander erg leuk hoofdstuk gaat over het construeren (met een ongemarkeerde liniaal en een passer) van een driehoek als drie elementen daarvan zijn gegeven. In het eerste deel van dit hoofdstuk geven de auteurs een overzicht van alle 95 mogelijke — essentieel verschillende — combinaties van drie uit de groep van 15 basiselementen van een driehoek (de drie zijden, de drie hoeken en de lengtes van de drie zwaartelijnen, de drie hoogtelijnen en de drie bissectrices van de hoeken), vervolgens welke van die 95 combinaties een construeerbare driehoek bepalen en ten slotte hoe die (63) gevallen uitgevoerd kunnen worden. Neem nu even de tijd om te proberen driehoek ABC te construeren waarvan gegeven is de grootte van hoek A, de lengte van zijde a ertegenover en de lengte van de hoogtelijn uit A. De prachtige oplossing die bestaat uit negen stappen zou al een reden kunnen zijn onverwijld dit boek aan te schaffen. In het tweede deel van dit hoofdstuk staan ook nog voorbeelden van constructies van driehoeken waarvan twee van de bovengenoemde elementen zijn gegeven en tevens de straal van de omgeschreven cirkel.

In dit schitterende boek waar de pure schoonheid van de meetkunde in al zijn glorie van de pagina's kan worden geschept, wordt een en ander gelukkig helder en zorgvuldig stap voor stap uitgelegd en bewezen in een taal en een notatie die zeer goed te volgen is voor iemand met het niveau van 6 vwo met wiskunde B in het profiel (maar dan liefst wel onder het oude programma, dus inclusief de mijns inziens uiterst nuttige bewijshoofdstukken) en dus zeker ook voor de huidige 6 vwo-leerling die dus het nieuwe — qua bewijzen helaas uitgeklede — programma wiskunde B volgt, maar die zo gelukkig is wiskunde D in het profiel te hebben opgenomen (mits zijn/haar leraar er natuurlijk voor heeft gekozen een of meerdere bewijsmodules aan te bieden).

Het laatste op zich niet oninteressante hoofdstuk over driehoeken en fractals (met ook een klein uitstapje naar de driehoek van Pascal) past mijns inziens niet in de opzet van dit boek, want het is juist het meetkundige deel (dat gelukkig bijna 90 procent uitmaakt van het geheel) dat boeit, verrast en je af en toe doet achterover slaan van ongeloof. Kortom, dit boek is een schatkamer voor de meetkundig geïnteresseerde en voor elke wiskundeleraar een inspiratiebron (ook voor het maken van vele intrigerende en originele bewijsopgaven). *Joop van der Vaart*



Abraham Arcavi, Paul Drijvers, Kaye Stacey

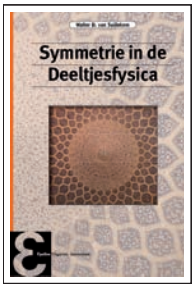
The Learning and Teaching of Algebra
Ideas, Insights and Activities

Routledge, Taylor & Francis Group, 2017
xiv+144 p., prijs €38,99
ISBN 9780415743723

The book makes a valuable contribution to the existing literature (e.g. K. Stacey, H. Chick and M. Kendal, Eds., *The Future of Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study*. Kluwer, 2004) in terms of the teaching and learning of algebra. At the same time it is different, in various ways: one of the differences is that it has been co-authored by three authors, rather than edited, which provides the reader with a more coherent reading. It is composed of five chapters, including one on 'lessons from history', 'seeing algebra through the eyes of the learner', 'emphases in algebra teaching', and one addressing the challenges of 'algebra education in the digital era'. As said in the preface, the book addresses the 'problématique' of teaching and learning school algebra, but moreover the authors propose interesting ideas and (annotated) examples for mathematics educators to work on with their students — this makes the book very 'usable' and dynamic.

Without any intentions of evaluating the book, for me the purpose of this short review/commentary is to set out how the different chapters of the book have provoked me to reflect on a particular issue connected to the teaching and learning of algebra. For me as a mathematics teacher educator, algebra has always been about 'algebraic reasoning': "Algebraic reasoning is a process in which students generalize mathematical ideas from a set of particular instances, establish those generalizations through the discourse of argumentation, and express them in increasingly formal and age-appropriate ways." (p. 99 of J. Kaput and M. Blanton, 'Algebrafying the elementary mathematics experience in a teacher-centered, systemic way', in: T. Romberg, T. Carpenter and F. Dremock, Eds., *Understanding Mathematics and Science Matters*, Lawrence Erlbaum Associates, 2005, pp. 99–125.)

And I see this confirmed in the book. My first reading of the contents (and the index) revealed little mention of algebraic reasoning (although 'proof' was mentioned on several occasions). However, reading through the chapters, and in particular through the excellent examples, I appreciated to see algebraic reasoning (implicitly or explicitly) becoming visible in each chapter and nearly each example. Whether looking for patterns, for example, or forming generalizations from experiences with numbers, and later with the use of a meaningful symbol system, or exploring the concepts of pattern and functions, algebraic reasoning seems to permeate our ways of thinking. Every student has the capacity to think algebraically because algebraic reasoning is essentially the way we as humans interact with the world. Moreover, algebraic reasoning is present in many instances of our lives, and it is now recognized that algebraic reasoning is an important element of instruction, also of young students so that powerful mathematical ideas become accessible to all students. In my view the book contributes in a significant way to supporting the realization of this goal. *Birgit Pepin*



Walter D. van Suijlekom

Symmetrie in de Deeltjesfysica

Epsilon Uitgaven, deel 85, 2016
vi + 91 p., prijs €17,00
ISBN 9789050411578

Dit boek gaat over de classificatie van elementaire deeltjes. Het algemene idee is dat elementaire deeltjes beschouwd worden als vectoren (toestanden) in de representatieruimte van een irreducibele representatie van een symmetriegroep. Dit idee werd reeds rond 1930 door Heisenberg en Wigner geformuleerd en is zeer succesvol gebleken.

Het boek is ontstaan uit voordrachten van de auteur voor een PWN-vakantiecursus, en is bedoeld voor wiskundigen, maar ook voor vwo-scholieren op zoek naar uitdaging. Het is een inleiding en vereist dan ook geen speciale voorkennis, hoewel enige vertrouwdheid met het formalisme van de quantummechanica is aan te bevelen.

De symmetriegroepen die hier een rol spelen, zijn $U(1)$, $SU(2)$ en $SU(3)$; deze worden in hoofdstuk 2 geïntroduceerd. In hoofdstuk 3 worden hiervan representaties geconstrueerd, onder andere de 8-dimensionale representaties van $SU(3)$. De term 'gemengd symmetrische' tensoren, die hierbij wordt gebezigd, is evenwel misleidend (in feite onjuist).

Vanaf hoofdstuk 4 wordt dit alles toegepast en komt de natuurkunde aan bod. Zo wordt in hoofdstuk 5 het quarkmodel uiteengezet en wordt de Eightfold Way behandeld: de achtvoudige weg van Gell-Mann (Nobelprijs 1969). Dan volgt in hoofdstuk 6 het uitsluitingsprincipe van Pauli en in hoofdstuk 7 het Standaard Model met de quarks, de leptonen en de ijkbosonen en uiteraard het Higgs-deeltje. De symmetriegroep hier is $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$. In hoofdstuk 8 ten slotte wordt behandeld hoe interacties tussen deeltjes corresponderen met vervlechtingsoperatoren (*intertwining operators*) tussen representaties.

Het boek is weliswaar een eerste inleiding, maar het bevat toch uitgebreide informatie en het geeft een aardige indruk van de 'zoo' van elementaire deeltjes op basis van representatietheorie. De gebruikte wiskunde is helder en van het juiste niveau. De rol en betekenis van symmetrie in de quantumtheorie, als ook het verband van symmetrie met 'behouden grootheden' (stelling van Noether) blijven — noodgedwongen — onderbelicht. De wiskundige lezer had hier wellicht iets meer over willen vernemen.

Henk Pijls

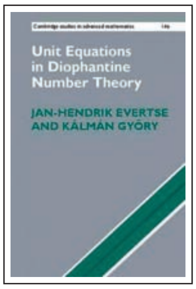
Henk Tijms

Kansrekening van Alledag, een Wereld vol Verrassingen

Epsilon Uitgaven, deel 86, 2016
viii + 68 p., prijs €12,00
ISBN 9789050411585

Al jaren is Henk Tijms zeer succesvol met het schrijven over grappige, eigenaardige en verrassende aspecten van de kansrekening. Hij kreeg hier zelfs de prestigieuze Expository Writing Award voor van de American Society of Operations Research. Dit boek bevat een bloemlezing van zijn populair-wetenschappelijke bijdrages aan *STAtOR* en de Numberplay-blog van de *New York Times*. Dit levert een indrukwekkende collectie van verrassende voorbeelden van kansrekening in het dagelijkse leven op. Elke bijdrage bestaat uit een korte beschrijving van het probleem, waarna eveneens kort wordt uitgelegd hoe de situatie in een kansrekeningprobleem kan worden vertaald en hoe dit probleem wordt opgelost. Tussen neus en lippen door worden zo een groot aantal sleutelresultaten uit de kansrekening, zoals de Wet van Benford, het bestaan van een grote cykel in een random permutatie, de centrale limietstelling, optioneel stoppen, of de lengte van de langste rij van koppen of munten in worpen met een eerlijke munt, besproken. Ook de rol van simulaties in de kansrekening wordt zo besproken aan de hand van het klassieke quizmaster- of Monty Hall-probleem. Er is zelfs een hoofdstuk met de zeven mooiste formules uit de kansrekening, waarin de achtergrond in de stochastische besliskunde van de schrijver duidelijk naar voren komt. Al met al levert dit een zeer amusant en leesbaar geheel op, waarin in 68 pagina's 16 verschillende alledaagse kansrekeningproblemen de revue passeren. Het boek is bruikbaar bij inleidende colleges kansrekening op universiteit of hbo, maar ook op de middelbare school aansluitend bij kansrekening-modulen. Elk van de onderwerpen is geschikt om een les op te baseren, of om als modelleeropdracht te gebruiken.

Remco van der Hofstad



Jan-Hendrik Evertse, Kálmán Győry

Unit Equations in Diophantine Number Theory

Cambridge Studies in Advanced Mathematics 146
Cambridge University Press, 2016
378p., prijs £49.99
ISBN 9781107097605

The book concerns unit equations and their applications (mostly in algebraic number theory and arithmetic geometry). Unit equations are linear equations $a_1x_1 + \cdots + a_nx_n = 1$, with unknowns $x_1,\ldots,x_n$ taken from a multiplicative group of finite rank in the complex numbers. An important special case is when the units are taken from the unit group of the ring of integers of a number field. Since many Diophantine problems can be reduced to solving a system of unit equations, these equations are far more basic than one might naively think. Basic problems are whether there are finitely many solutions, and if yes, how many and whether there is an upper bound for their size (in this setting typically the notion of height is used to measure size).

The authors work since the 1970s in this area and are well-known experts who contributed many interesting and important results. The book clearly reflects their command and overview of the subject. Thus one might hope that this book will become a standard work. In my review I will give some arguments why I strongly expect that this will (and should!) indeed happen.

Understanding the book requires only basic knowledge in algebra (groups, commutative rings, fields, Galois theory and elementary algebraic number theory). In particular the concepts of height, places and valuations play an important role. However, results in this area tend to be quite technical and this makes the reading not as easy as one might expect. Indeed, the subject is technical by nature also since the existing methods (e.g, linear forms in logarithms, more on this later) lead to bounds that are not very 'clean' and very likely far from best possible. It is perhaps helpful to first have a look at the 1988 survey article by Evertse, Győry, Stewart and Tijdeman, which was at the basis of this book, in order to get accustomed to the subject. It is easily found online by googling for 'S-units and their applications'.

The first three chapters of the book deal with preliminaries. They contain few proofs, but lots of pointers to the extensive literature. They are written in a well-structured and systematic way as indeed is the whole book.

In the third, more specialized, chapter the authors collect some fundamental and deep results from Diophantine approximation and transcendence theory. A basic result here is Roth's celebrated theorem on the approximation of algebraic numbers by rationals (hence the term 'Diophantine approximation'). It states that if α is a real algebraic number that is not a rational number and $\epsilon > 0$, then there are finitely many integer pairs (x,y) with $y > 0$ such that $|\alpha - x/y| \leq \max(|x|,|y|)^{-2-\epsilon}$. Roth was awarded a Fields Medal in 1958 on the strength of this result. Schmidt's Subspace Theorem generalizes Roth's theorem to simultaneous approximation. Roughly speaking we want to have solutions making a bunch of linear forms all small in an appropriate sense (not just one, as in Roth's theorem).

The transcendence result mentioned is also associated with a Fields Medal! Namely, that of Baker (1970), who used it to derive effective bounds for the solutions of some Diophantine equations, and to solve the class number problem of finding all imaginary quadratic fields with class number 1. His result gives a non-trivial lower bound for how small say $a\log 2 + b\log 3$ (a linear form with a and b as variables with logarithms as coefficients) can be with $-N \le a \le N$ and $-N \le b \le N$. Indeed, it works likewise for linear forms in logarithms with an arbitrary number of variables. Certainly $a\log 2 + b\log 3 \ne 0$ for any $(a,b) \ne (0,0)$, as equality would lead to the impossible identity $2^a = 3^{-b}$. With the help of Baker's theorem lots of Diophantine problems can be attacked. For example, in 1974 Tijdeman used it to show that the Catalan equation $x^p - y^q = 1$ has only finitely many solutions with $x,p,y,q > 1$. However, the drawback of this method is that it typically leads to huge bounds on the size of the solutions. For example, it does not allow the Catalan conjecture that $x^p - y^q = 1$ with $x,p,y,q > 1$ has only $(x,p,y,q) = (3,2,2,3)$ as solution to be established. (That was only achieved in 2004 by Mihailescu using very different methods.)

After the recapitulation of important material in the first three chapters, the stage is set for the heart of the book consisting of Chapters 4–10.

Chapter 4 deals with effective results for unit equations in two unknowns over number fields (an example being S-unit equations with S a finite set of places including all the archimedean ones). Here the solutions are shown to be bounded in height. By Northcott's theorem this implies that there are only finitely many solutions. The authors derive the best upper bounds to date for the heights of its solutions by means of the best known effective estimates, due to Matveev (2004) and Yu (2007), for linear forms in algorithms. Aside from the material from the earlier chapters some geometry of numbers is being used. Further, the celebrated abc-conjecture is briefly discussed in this chapter.

For some classes of concrete Diophantine equations using the LLL lattice basis reduction algorithm upper bounds for the sizes of the solutions can be substantially reduced and the Diophantine equation then solved using a computer. Indeed, in Chapter 5 the algorithmic resolution, i.e. finding actually all solutions, of concrete unit equations in two unknowns is considered and the role of the LLL lattice basis reduction algorithm explained. In this process it is important that the basic objects are given effectively, that is in such a way that they can serve as an input for an algorithm (Chapter 1 fleshes out some details).

In Chapter 6 unit equations in several unknowns are considered. There is currently a big difference with the two-unknowns case in that for three or more unknowns still no effective results are known. However, here ineffective finiteness results can be established that allow to give an explicit upper bound for the number of non-degenerate solutions. There are two main approaches here to derive such results, one of which is based on the p-adic subspace theorem of Schmidt and Schlickewei (and followed in this book), the other being based on Faltings' product theorem. The chapter discusses also the classic result of Beukers and Schlickewei (1996), who showed that if H is a subgroup of $K^* \times K^*$ of finite rank r, with K^* the non-zero elements of a field K of characteristic zero, then the equation $x_1 + x_2 = 1$ has at most $2^{8(r+1)}$ solutions (x_1,x_2) with $(x_1,x_2) \in H$. A detailed proof of this result is given, which is not based on the deep subspace theorem, but instead uses some theory of hypergeometric functions. The latter allow one to explicitly construct certain important auxiliary polynomials in Diophantine approximation which have to vanish to high order.

Chapter 7 considers analogues of the results of Chapter 6 over function fields, with a strong emphasis on the characteristic zero case. The preliminaries for this chapter are discussed in Chapter 2. In the function field case Mason's abc-theorem for polynomials (which for number fields is a very difficult open problem) plays the role of the earlier bounded-height results.

Chapter 8 deals, among others, with equations $a_1x_1 + a_2x_2 = c$, where the unknowns x_1 and x_2 are taken from the unit group of an arbitrary finitely generated $\mathbb{Z}$-subalgebra of the complex numbers. It is shown that the finitely many solutions of such an equation can be determined in principle if the underlying algebra is explicitly given in a well-defined sense. Here, Mason's theorem, the effective results from Chapter 4 and some effective specializations play an important role.

Chapter 9 deals with decomposable form equations in an arbitrary number of unknowns. These are equations of the type $F(x_1,\ldots,x_n) = a$, where F is a decomposable form, that is the product of homogeneous linear forms in n variables, a is a non-zero constant, and the solutions $x_1,\ldots,x_n$ are taken from the integers or more generally from finitely generated $\mathbb{Z}$-subalgebras of the complex numbers. Important classes are the Thue equations, which are decomposable form equations in two unknowns, norm form equations, where the underlying decomposable form is the norm of a linear form, and discriminant form equations, which have close ties with algebraic number theory.

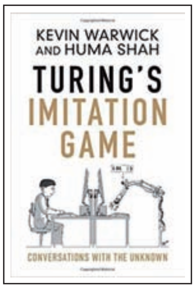
The authors present a finiteness criterion for decomposable form equations and show that it is equivalent with the finiteness criterion of unit equations given in Chapter 6. In some special cases they provide effective results. If the finiteness criterion is not satisfied, still the solutions can be meaningfully grouped into a finite set of infinite families.

The final chapter gives a sketchy overview of various applications of unit equations; it relies heavily on the material from Chapters 4 and 6. We mention here prime factors of sums of integers and the zero-multiplicity of linear recurrences. The latter deals with the question how often a non-trivial k-th order linear recurrence can assume the value zero. Here the subspace theorem shows that this zero multiplicity is finite (and a very difficult theorem of W. Schmidt, mentioned without proof in the book gives an upper bound which is triply exponential in k).

A number of further applications are given in a second book of the authors entitled *Discriminant Equations in Diophantine Number Theory* (CUP, 2016), which also relies considerably on the material from Chapters 4 and 6.

I think my review amply demonstrates the importance of the mathematics discussed in this book. This and the structured way in which the authors approach their subject, makes for challenging (due to the technical nature of the material), but rewarding reading. In addition to providing a survey, the authors improve both formulations and proofs of various important existing results in the literature, making their book also a valuable asset for researchers in this area. Given how specialized this field is, the help of the authors in answering some of my mathematical questions related to it was very useful in preparing this review. I thank them for their fast and clear answers.

Pieter Moree



Kevin Warwick, Huma Shah

Turing's Imitation Game

Conversations with the Unknown

Cambridge University Press, 2016

202 p., prijs £24.99

ISBN 9781107056381

De 'Imitation Game' is eind jaren veertig van de vorige eeuw bedacht door de veelzijdige (wiskundige, logicus, cryptograaf, informaticus, mathematisch bioloog) Alan Turing als manier om de moeilijk scherp te krijgen vraag of machines intelligentie kunnen vertonen te benaderen via een imitatiespel: inmiddels bekend als de Turingtest. Wat precies de Turingtest is, en in hoeverre hiermee machine-intelligentie kan worden aangetoond en eventueel al aangetoond is, is minder duidelijk dan men wellicht op het eerste gezicht zou kunnen denken. Dit boek onderzoekt deze vragen.

Het boek opent met een hoofdstuk dat de context schetst waarin Turing opereerde ten tijde van het ontwikkelen van de test, en ook wat voor persoonlijkheid en wetenschapper hij was. Het doet dit onder meer door middel van interviews met personen met wie Turing samenwerkte.

The Imitation Game valt daarna uiteen in twee delen: het eerste behandelt de achtergronden van de Turingtest, het tweede concentreert zich op een drietal recent uitgevoerde testseries waar de auteurs organisatoren van waren.

Het eerste deel laat onder meer zien hoe de Turingtest, geïntroduceerd in hoofdstuk 2, evolueerde naar een vorm die twee belangrijke zaken expliciet maakt die in populaire versies vaak onderbelicht blijven. De test wordt uitgevoerd met een machine en een mens in twee gescheiden ruimten, die communiceren met een panel van menselijke beoordelaars. De communicatie is via een medium zoals een tekstueel interface, dat mens/machine alleen onderscheidbaar maakt door de inhoud van de communicatie. Een machine passeert de test als deze de beoordelaar verkeerd kan laten oordelen over welke ruimte de mens dan wel de machine bevat. Een eerste saillant punt is dus, dat de machine de test reeds passeert als deze de beoordelaar (bewust...) kan misleiden, bijvoorbeeld door de conversatie te sturen in een richting die dit mogelijk maakt. Een tweede saillant punt is, dat het passeren van de test intelligentie beoogt aan te tonen: niet noodzakelijk menselijke intelligentie.

Het criterium voor slagen voor de test was in 1950 door Turing expliciet gemaakt als: (An) "average interrogator will not have more than 70% chance of making the right identification after five minutes of questioning".

In hoofdstuk 3 van het eerste deel wordt een summier overzicht gegeven van kunstmatige intelligentie als onderzoeksveld. Onder meer noties als zwakke en sterke kunstmatige intelligentie, bewustzijn, en op regels dan wel kunstmatige neurale netwerken gebaseerde benaderingen worden genoemd. Er is geen verdere uitwerking van bijvoorbeeld de aanpak met neurale netwerken of de daarmee behaalde resultaten.

Hoofdstuk 4 behelst ontvangst van de test. Hoofdstuk 5 bespreekt vroege conversatie-programma's als de beide op een beperkt domein werkzame Eliza (psychotherapeut) en Parry (paranoide patiënt), en de meer algemeen bevraagbare Eugene Goostman. Hoofdstuk 6 evalueert de reacties op en conclusies getrokken uit ervaringen met verschillende varianten van Turingtests uitgevoerd met zulke programma's.

Het tweede deel gaat in detail in op drie 'recente toernooien'. *Reading University 2008* (Hoofdstuk 7). Hier werd de standaard Turingtest gebruikt. Geen van de machines bleek in staat aan het criterium te voldoen, al kwam een van de kandidaten in de buurt met 25%.

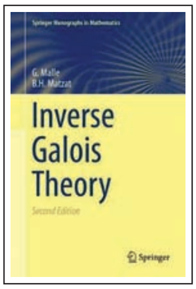
Bletchley Park 2012 (Hoofdstuk 8). Dit toernooi concentreerde zich op het vergelijken van de standaard variant een-op-een waarbij telkens een van de twee kandidaten vijf minuten werd ondervraagd met de variant waarbij de ondervrager beide kandidaten simultaan kon bevragen; de laatste bleek moeilijker voor de machine. Een interessante draai was, dat de test uitgebreid was met de mogelijkheid dat nu ook beide ruimtes een machine of beide een mens konden bevatten: de bezetting met twee mensen bleek niet altijd identificeerbaar voor de beoordelaars. Hoewel Watson inmiddels het talige spel *Jeopardy* succesvol bleek te kunnen spelen, was er nog geen variant beschikbaar die conversaties als in de Turingtest kon voeren. Hoewel er vooruitgang was geboekt in de kennis van domein en gedrag bleek het vooral moeilijk een machine een 'menselijk' aandoende response te laten geven. De topscore was inmiddels 29%.

The Royal Society 2014 (Hoofdstuk 10). Aan dit hoofdstuk gaat een interessant hoofdstuk vooraf waarin diverse ontwikkelaars van machines voor dit toernooi hun visie geven. Bij dit toernooi werd grosso modo de standaard versie gebruikt. Doel was vooral na te gaan of de conversatie verbeterd was. De Eugene Goostman-versie voor dit toernooi slaagde voor de 30%-test. Wat dit precies betekent wordt bediscussieerd aan het eind van dit hoofdstuk — het laatste hoofdstuk gaat in op reacties, positief en negatief, op dit laatste toernooi.

Het boek biedt een interessant overzicht van de ontwikkelingen op het gebied van de Turingtest. Zoals de bescheiden titel correct aangeeft concentreert het zich op de test, en niet op de machines die eraan moeten voldoen. De reviewer was, gezien de uitwerkingen van sessies, niet altijd overtuigd dat de machines terecht slaagden voor de test, maar is terughoudend met dit oordeel omdat de naam van de tweede auteur, Huma, de verdenking oproept dat hij misschien toch door een bijna Human zelf aan een test werd onderworpen.

Ruurd Kuiper

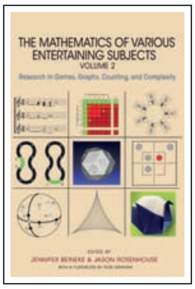
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



Gunter Malle, Bernd Heinrich Matzat

Inverse Galois Theory

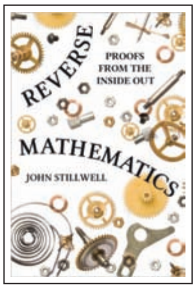
Springer, 2018
ISBN 9783662554197
springer.com/9783662554197



Jennifer Beineke, Jason Rosenhouse (Eds.)

The Mathematics of Various Entertaining Subjects, Volume 2
Research in Games, Graphs, Counting, and Complexity

Foreword by Ron Graham
Princeton University Press, 2017
ISBN 9780691171920
press.princeton.edu/titles/11171.html



John Stillwell

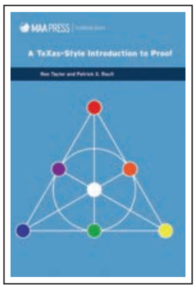
Reverse Mathematics
Proofs from the Inside Out

Princeton University Press, 2018
ISBN 9780691177175
press.princeton.edu/titles/11143.html

Pierre-Emmanuel Caprace, Nicolas Monod (Eds.)

New Directions in Locally Compact Groups

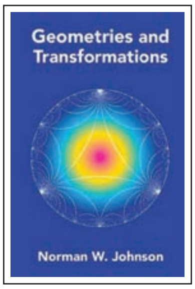
Cambridge University Press, 2018
ISBN 9781108413121
cambridge.org/9781108413121



Ron Taylor, Patrick X. Rault

A TeXas Style Introduction to Proof

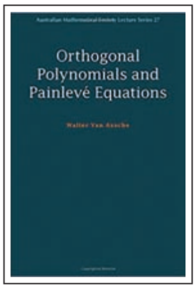
MAA Press, 2017
ISBN 9781939512130
bookstore.ams.org/text-35



Norman W. Johnson

Geometries and Transformations

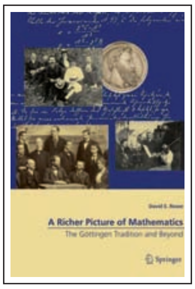
Cambridge University Press, 2018
ISBN 9781107103405
cambridge.org/9781107103405



Walter Van Assche

Orthogonal Polynomials and Painlevé Equations

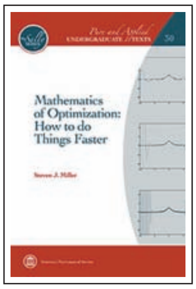
Cambridge University Press, 2017
ISBN 9781108441940
cambridge.org/9781108441940



David Rowe

A Richer Picture of Mathematics
The Göttingen Tradition and Beyond

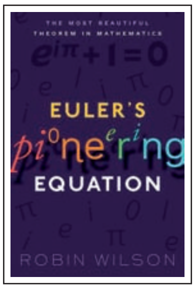
Springer, 2018
ISBN 9783319678184
springer.com/9783319678184



Steven J. Miller

Mathematics of Optimization: How to do Things Faster

MAA Press, 2017
ISBN 9781470441142
bookstore.ams.org/amstext-30



Robin Wilson

Euler's Pioneering Equation
The Most Beautiful Theorem in Mathematics

Oxford University Press, 2018
ISBN 9780198794929
oup.com/academic/product/9780198794929