Werner Lazeroms
IMAU
Universiteit Utrecht
w.m.j.lazeroms@uu.nl

Roderik van de Wal
IMAU
Universiteit Utrecht
r.s.w.vandewal@uu.nl

Onderzoek

De dynamica van ijskappen

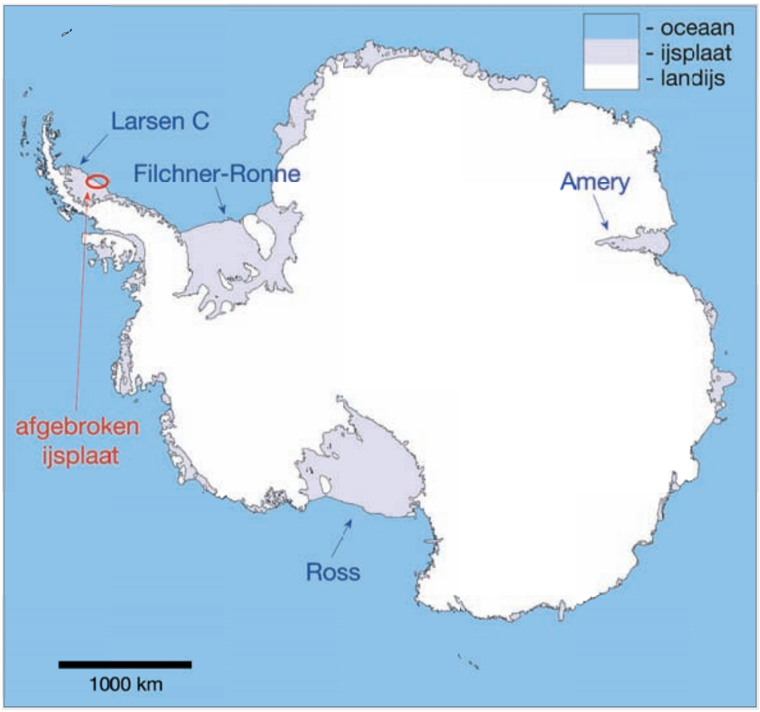
De ijskappen rond de Noordpool en de Zuidpool zijn de laatste tijd steeds vaker in het nieuws. Om de ontwikkeling van deze ijskappen ten gevolge van klimaatverandering te bestuderen, kunnen we gebruik maken van numerieke modellen. Werner Lazeroms en Roderik van de Wal geven een overzicht van de belangrijkste fysische en wiskundige principes achter deze ijskapmodellen, met bijzondere aandacht voor de grote drijvende ijsplaten op Antarctica.

Klimaatverandering, zeespiegelstijging en de mogelijke gevolgen hiervan voor onze samenleving zijn de laatste jaren veelvuldig in het nieuws. Traditioneel lijkt hierbij de aandacht vooral uit te gaan naar Groenland en het Noordpoolgebied. Vanuit Nederlands oogpunt zijn dit relatief nabij gelegen gebieden waar de effecten van klimaatverandering op de ijskappen goed zichtbaar zijn. Ook het wegsmelten van gletsjers in de Alpen, voor velen een bekende vakantiebestemming, is hiervan een duidelijk voorbeeld [11].

Maar recentelijk krijgt ook het veel koudere Antarctica, waar 90 procent van al het ijs op aarde zich bevindt, meer media-aandacht. Een dramatisch voorbeeld is het afbreken van een stuk ijsschots met een oppervlakte van 5800 km^2 van de Larsen C-ijsplaat afgelopen zomer [7]. Hierbij moet wel vermeld worden dat dit stuk drijfijs niet direct zal bijdragen aan de zeespiegelstijging, omdat het al dreef voordat het afbrak. Ook is het nog onduidelijk of en hoe het afbreken van de ijsschots samenhangt met de opwarming van de aarde, aangezien het afkalven van ijsbergen een natuurlijk proces is, hoewel er vaak slechts kleinere ijsbergen gevormd worden.

Wel laat dit voorbeeld zien dat ijskappen en gletsjers ingewikkelde dynamische systemen vormen, die op verschillende manieren massa kunnen verliezen. Het dynamische aspect zit niet alleen in het wegsmelten van ijs, zoals we dat bijvoorbeeld kennen van ijsblokjes in een glas water, of het afbreken van stukken ijs aan de rand van een ijsplaat. Op veel langere tijdschalen stroomt het ijs door de zwaartekracht naar beneden en kan het min of meer als een viskeuze vloeistof beschouwd worden. Verder zijn er interessante dynamische verschillen tussen landijs en drijvende ijsplaten.

De vraag is hoe al deze aspecten kunnen worden samengevoegd in een wiskundig model, waarmee we meer te weten kunnen komen over de ontwikkeling van de ijskappen onder invloed van een veranderend klimaat. Tegenwoordig bestaan tal van numerieke modellen waarmee de ijskappen kunnen worden gesimuleerd op tijdschalen van duizenden jaren [1].



Figuur 1 Topografie van de Antarctische ijskap volgens de Bedmap2-dataset [3]. De drijvende ijsplaten langs de kust zijn weergegeven in grijs met de namen van enkele belangrijke ijsplaten in blauw.

In dit artikel volgt een overzicht van de basisprincipes achter deze dynamische ijskapmodellen, met speciale aandacht voor Antarctica en de interactie tussen ijskappen en de oceaan.

De Antarctische ijskap en massabalans

Antarctica is een continent in het Zuidpoolgebied dat vrijwel volledig bedekt is met ijs en qua oppervlakte groter is dan Europa (Figuur 1). De Antarctische ijskap bestaat voor het grootste deel uit een laag ijs (gemiddelde dikte 2 km) die op het land rust en via de vele gletsjers naar beneden stroomt. Maar Antarctica verschilt wezenlijk van andere ijskappen door de aanwezigheid van zeer grote drijvende ijsplaten aan de randen van de ijskap, waar het gletsjerijs in contact komt met het oceaanwater. De duidelijkste voorbeelden hiervan zijn het Ross-ijsplateau en het Filchner–Ronne-ijsplateau, beide qua grootte vergelijkbaar met Frankrijk of Spanje.

Een dwarsdoorsnede van dit systeem van ijskap en ijsplaat is te zien in Figuur 2. Aan de linkerkant ligt het landijs dat door de zwaartekracht richting de oceaan stroomt. Aangezien de dichtheid van ijs, ρ_i, kleiner is dan die van (zout) water, ρ_w, zal de ijslaag blijven drijven wanneer de ijsdikte H onder een bepaalde waarde komt. Via de bekende wet van Archimedes is eenvoudig af te leiden dat voor een verticale doorsnede van dit drijvende ijs de volgende conditie geldt:

$$\rho_i H = \rho_w (H-h) < \rho_w (s-b), \qquad (1)$$

met h de hoogte van het ijs boven het zeeniveau s en b de ‘hoogte’ van de zeebodem (zie Figuur 2). De gelijkheid in (1) geeft de balans tussen zwaartekracht en archimedeskracht. Hierbij hebben we aangenomen dat ρ_i constant is over de gehele ijslaag, wat strikt genomen niet geldt dichtbij het oppervlak waar de ijslaag bestaat uit een mengsel van sneeuw en niet volledig samengedrukt ijs. De ongelijkheid in (1) stelt simpelweg dat de dikte van het ijs onder zeeniveau kleiner moet zijn dan de waterdiepte, zodat het ijs de bodem niet raakt. Conditie (1) geeft dus aan voor welke dikte H de ijslaag drijft en kan in ijskapmodellen worden gebruikt om onderscheid te maken tussen de drijvende ijsplaten (*ice shelves*) en de rest van de ijskap (*ice sheet*). De lijn die de grens vormt tussen deze twee gebieden van de ijskap wordt *grounding line* genoemd.

We kunnen nu een massabalans opstellen voor het systeem in Figuur 2. Zoals gebruikelijk in de continuümmechanica kan dit door middel van infinitesimale volume-elementen, waarbij we weer uitgaan van homogene ijskolommen met dichtheid ρ_i en dikte $H(x,y)$. De ijslaag kan als incompressibel worden beschouwd, oftewel $\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}) = 0$ met $\mathbf{v} = (u,v,w)$ het snelheidsveld van het ijs. Deze laatste conditie kunnen we verticaal integreren over de ijslaag met bovenkant $z = h(x,y)$ en onderkant $z = h(x,y) - H(x,y)$:

$$w|_{z=h} - w|_{z=h-H} = -\int_{h-H}^{h} \nabla \cdot \mathbf{v}_\mathrm{h}(\mathbf{x})\, dz \qquad (2)$$

met $\mathbf{v}_\mathrm{h} = (u,v)$ de horizontale snelheidscomponent en het punt $z=0$ op dezelfde hoogte als het zeeniveau. Vergelijking (2) kan worden herschreven door gebruik te maken van zogenaamde kinematische randvoorwaarden aan de bovenkant ($z=h$) en onderkant ($z=h-H$) van de ijslaag, dat wil zeggen de verticale snelheid w moet overeenkomen met de beweging van de randen. Cruciaal hierbij is dat er zowel boven als onder een externe massaflux bestaat door sneeuwval en afsmelting. Voor de bovenrand krijgen we dan:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{v}_\mathrm{h}|_{z=h} \cdot \nabla h = w|_{z=h} + S, \qquad (3)$$

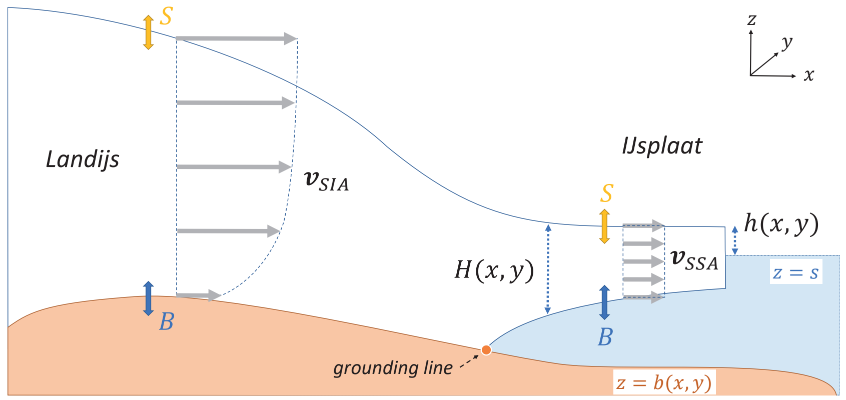
met andere woorden de totale afgeleide van de ijshoogte h is gelijk aan de verticale snelheid plus een bronterm S (*surface mass balance*), die positief is voor neerslag en negatief voor afsmelting. Een vergelijkbare conditie krijgen we aan de onderkant, waar we een bronterm B (*basal mass balance*) definiëren. Door deze randvoorwaarden te substitueren in (2) en in het rechterlid de divergentie uit de integraal te halen, krijgen we uiteindelijk de volgende vergelijking voor de massabalans (zie bijvoorbeeld [10] voor details):

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_\mathrm{h} H) = S + B, \qquad (4)$$

met $\bar{\mathbf{v}}_\mathrm{h}$ de verticaal gemiddelde horizontale snelheid. De afleiding van (4) komt sterk overeen met die van de bekende *shallow water equations*, waaraan de brontermen S en B zijn toegevoegd.

Samengevat komt de massabalans (4) erop neer dat de ijslaag met dikte H wordt getransporteerd via het snelheidsveld $\bar{\mathbf{v}}_\mathrm{h}$, waarbij zowel aan het oppervlak als aan de bodem massa kan worden toegevoegd via neerslag/aanvriezing of verdwijnen via afsmelting. Om de ontwikkeling van de ijslaag te modelleren moeten we dus zowel het snelheidsveld als de brontermen S en B bepalen. De oppervlakteterm S, die de interactie tussen ijskap en atmosfeer beschrijft, wordt bepaald uit observaties of atmosfeermodellen [13] en zullen we hierna als gegeven beschouwen. Op de term B aan de onderkant komen we later terug.

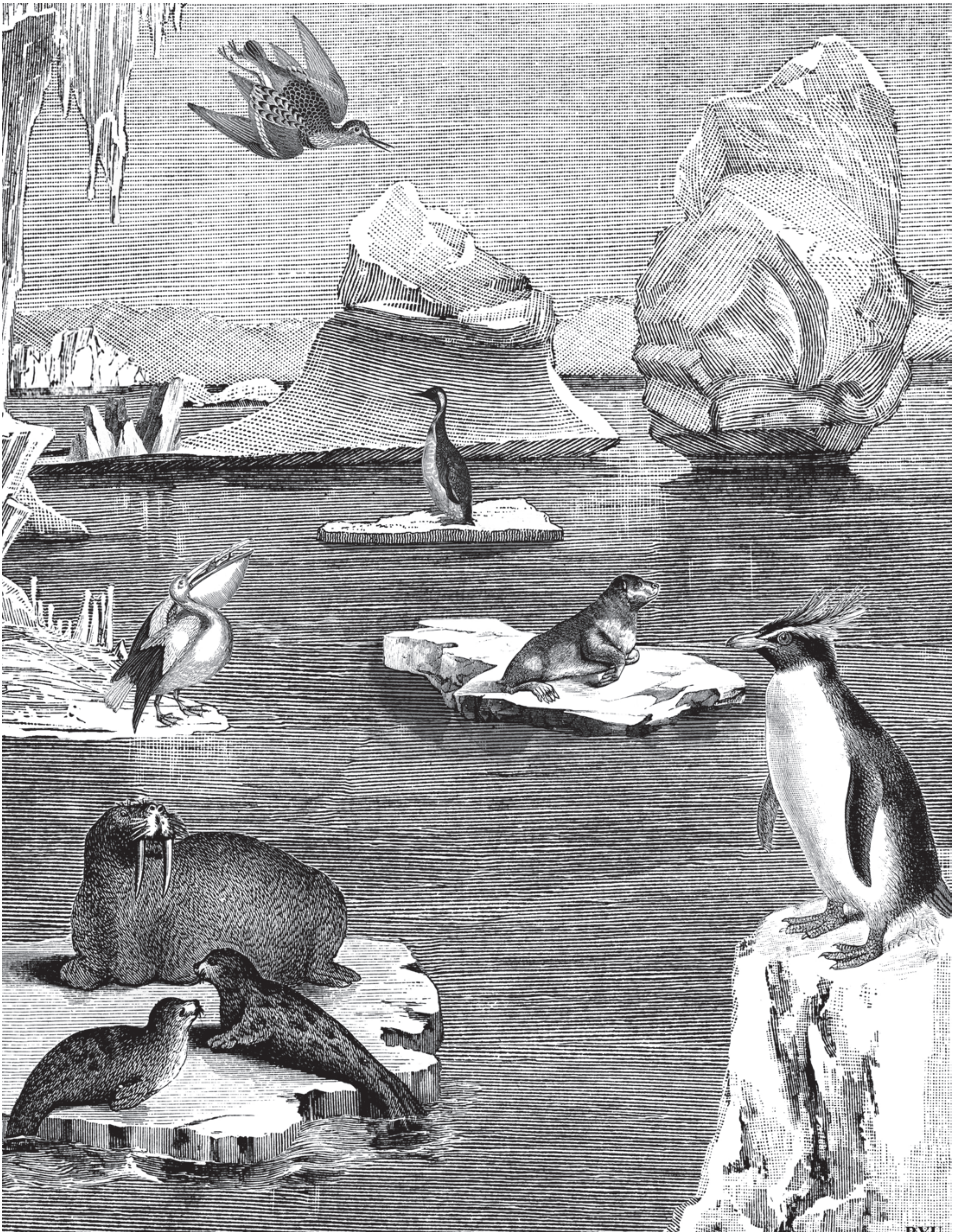
Een andere belangrijke term in de *globale* massabalans, die niet voorkomt in de *lokale* vergelijking (4), is het afkalven van ijsbergen aan de rand van de ijsplaten (rechterkant van Figuur 2), zoals het eerder genoemde stuk van de Larsen C-ijsplaat. Dit proces is lastig te modelleren, want het vereist gedetailleerde kennis van het ontstaan van scheuren in het ijs. We zullen dit verder buiten beschouwing laten.



Figuur 2 Verticale doorsnede van de Antarctische ijskap. Het landijs (links) stroomt door de zwaartekracht richting de oceaan, waar het wordt tegengehouden door een drijvende ijsplaat (rechts). Het horizontale snelheidsveld voor het landijs (v_{SIA}) varieert met de diepte, terwijl voor de ijsplaat (v_{SSA}) juist de horizontale variaties van belang zijn.

Dynamische modellen

Om het snelheidsveld $\mathbf{v}$ te bepalen, gebruiken we de impulsbalans (tweede wet



Illustratie: Ryu Tajiri

van Newton). We kunnen hierbij meteen vaststellen dat ijs een zeer hoge viscositeit heeft, zodat interne versnellingen verwaarloosbaar zijn. De impulsbalans wordt dan beschreven door de Stokes-vergelijkingen:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}+\rho_i\mathbf{g}=0, \tag{5}$$

met $\boldsymbol{\sigma}$ de spanningstensor en $\mathbf{g}$ de zwaartekrachtsversnelling. Verder is een constitutieve relatie nodig tussen de spanningstensor en de snelheidsgradiënt $\nabla\mathbf{v}$. We gaan hierbij uit van de volgende (isotrope) vorm:

$$\boldsymbol{\sigma}=-p\mathbf{I}+\boldsymbol{\tau},\quad \boldsymbol{\tau}=2\eta\mathbf{D}, \tag{6}$$

waarin p de mechanische druk is, $\mathbf{I}$ de eenheidstensor, $\boldsymbol{\tau}$ de schuifspanningstensor, $\mathbf{D}:=\frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v}+[\nabla\mathbf{v}]^T)$ de deformatiesnelheidstensor en η de (effectieve) viscositeit, naar analogie met de vloeistofmechanica. IJs is echter verre van een klassiek Newtons medium met constante η. Een veel gebruikte (empirische) relatie volgt uit de zogenaamde wet van Glen [4], die een machtsverband $D\sim\tau^n$ tussen deformatiesnelheid en schuifspanning veronderstelt. De effectieve viscositeit in (6) wordt dan:

$$\eta=\frac{1}{2}A(T)^{-\frac{1}{n}}D^{\frac{1-n}{n}},\quad D=\sqrt{\frac{1}{2}\mathrm{tr}\{\mathbf{D}^2\}}, \tag{7}$$

met $A(T)$ een temperatuurafhankelijke voorfactor. De exponent n kan worden bepaald uit laboratoriumexperimenten, waarbij $n=3$ de beste fit lijkt te geven. Uit (7) volgt dan $\eta\sim D^{-2/3}$, dus de viscositeit neemt af als de snelheidsgradiënt (of schuifspanning) toeneemt. Volgens dit model is ijs dus *shear thinning*, zoals bijvoorbeeld ketchup en bloed. Verder hangt de viscositeit in hoge mate af van de ijstemperatuur. Merk echter op dat ijs in werkelijkheid een ingewikkeld anisotroop materiaal is waarvoor (6) en (7) niet algemeen geldig zijn.

Desalniettemin vormen (5)–(7) samen met de conditie $\nabla\cdot\mathbf{v}=0$ de basis van veel ijskapmodellen. Voor een gegeven geometrie van de ijskap vormen deze vergelijkingen een gesloten systeem voor het bepalen van het snelheidsveld $\mathbf{v}$. Een volledige numerieke oplossing van de Stokes-vergelijkingen is echter zeer rekenintensief vanwege de niet-lineaire viscositeit en de vaak ingewikkelde ijskapgeometrie. Daarom bestaan er een aantal benaderingen van de impulsbalans, die in principe verschillend zijn voor landijs en drijvende ijsplaten.

De eerste benadering is de zogenaamde *Shallow Ice Approximation (SIA)* die vooral geldt voor het binnengebied van de ijskap (links in Figuur 2). We maken hierbij gebruik van de observatie dat de ijsdikte H veel kleiner is dan de horizontale lengteschaal L, ofwel $\delta:=H/L\ll1$. Typische lengteschalen zijn namelijk $H\sim1$ km en $L\sim1000$ km (Figuur 1). Vanwege het viskeuze karakter van de verschijnselen, die maakt dat abrupte veranderingen snel uitsmeren, kunnen we dan zowel de geometrie $h(x,y)$ als $\boldsymbol{\sigma}$ en $\mathbf{v}$ als langzaam variërende functies van x en y beschouwen, met andere woorden de horizontale afgeleiden zijn $O(\delta)$. Door middel van asymptotische expansies in δ vinden we dan een sterk vereenvoudigde impulsbalans (5) die geldt tot op $O(\delta^2)$:

$$\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}=\frac{\partial p}{\partial x},\quad \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}=\frac{\partial p}{\partial y},\quad \frac{\partial p}{\partial z}=-\rho_i g. \tag{8}$$

Een consistente benadering vereist dat $\tau_{xz}/p=O(\delta)$ en $\tau_{xy}/p=O(\delta^2)$, met andere woorden de verticale schuifspanningen domineren. Merk op dat deze benadering vergelijkbaar is met de *shallow water equations* en andere bekende asymptotische benaderingen met een slanke geometrie.

Aan het oppervlak $z=h(x,y)$ geldt continuïteit van spanningen als randvoorwaarde, ofwel $\tau_{ij}|_{z=h}=p|_{z=h}=0$. Uit de derde vergelijking in (8) volgt dan:

$$p(x,y,z)=\rho_i g[h(x,y)-z]. \tag{9}$$

Door deze drukverdeling te substitueren in de eerste vergelijking in (8), vinden we:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}&=\rho_i g\frac{\partial h}{\partial x}\\ \Rightarrow\quad \tau_{xz}&=-\rho_i g(h-z)\frac{\partial h}{\partial x}.\end{aligned} \tag{10}$$

De verticale spanningsverdeling heeft dus de interessante eigenschap dat deze alleen afhangt van de lokale geometrie $h(x,y)$. Via de relaties (6) en (7) kan een gesloten uitdrukking voor het snelheidsveld worden gevonden. Voor een 1-dimensionale stroming $u(x,z)$ komt dit neer op:

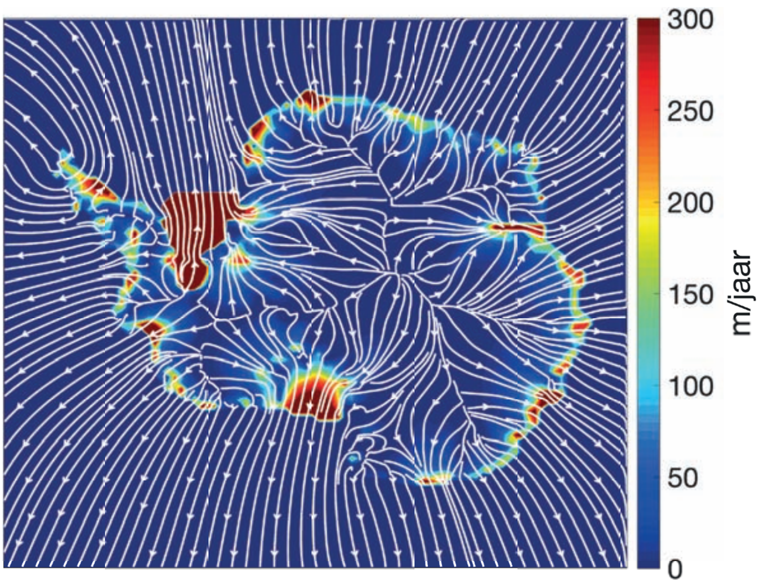
$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial z}&=A(T)\tau_{xz}^n\\ &=-A(T)\Big(\rho_i g(h-z)\frac{\partial h}{\partial x}\Big)^n.\end{aligned} \tag{11}$$

We zien dat ook de snelheid u alleen afhangt van de lokale geometrie (we veronderstellen gemakshalve dat $A(T)$ constant is). Om (11) te integreren hebben we een extra randvoorwaarde nodig. De snelheid aan de ondergrond is niet noodzakelijk nul (zoals in de bekende *no-slip*-conditie uit de stromingsleer), omdat het ijs behalve door deformatie ook over een dun laagje water aan de bodem naar beneden kan glijden. Dit smeltwater ontstaat door de hoge druk onder het ijs en een kleine warmteflux vanuit de aarde (geothermie). De glijsnelheid $u|_{z=b}$ kan worden uitgedrukt als functie van de bodemweerstand, $\tau_{xz}|_{z=b}$ (zie bijvoorbeeld [12]), waardoor er een gemengde randvoorwaarde $f(u,\partial_z u)|_{z=b}=0$ ontstaat.

Samengevat komt de SIA-benadering erop neer dat de deformatie van de ijskap wordt veroorzaakt door de zwaartekracht (met andere woorden de lokale geometrie) en de bodemweerstand, wat een duidelijk verticaal snelheidsprofiel veroorzaakt met de hoogste snelheden nabij het oppervlak. Het resultaat is een gesloten uitdrukking voor het snelheidsveld als functie van de lokale geometrie.

Het moge duidelijk zijn dat deze benadering alleen zinvol is als de ijslaag op een vaste bodem ligt die de weerstand veroorzaakt. Voor de drijvende ijsplaten (rechts in Figuur 2) is de situatie heel anders. We kunnen aannemen dat de ijsplaat (opnieuw met een aspect ratio $\delta\ll1$) zonder schuifweerstand over het oceaanwater glijdt en alleen een normaalkracht vanwege de waterdruk ondervindt. De horizontale snelheden (u,v) zijn daarom onafhankelijk van z en het ijs zal zich horizontaal verspreiden. Voor een vergelijkbare asymptotische benadering in δ is nu onder andere vereist dat $\tau_{xz}/p=O(\delta)$ en $\tau_{xy}/p=O(1)$: horizontale schuifspanningen domineren. In de impulsbalans (5) zullen alleen de krachten $\partial_x\tau_{xz}$ en $\partial_y\tau_{yz}$ in de z-richting $O(\delta^2)$ worden. Dit staat bekend als de *Shallow Shelf Approximation (SSA)*. Om de horizontale snelheid (u,v) te bepalen, moet uiteindelijk een stelsel van twee gekoppelde tweede-orde partiële differentiaalvergelijkingen worden opgelost [5,10].

In de praktijk gebruiken de dynamische ijskapmodellen dus SIA voor het landijs en SSA voor de ijsplaten. In het overgangsgebied, waar het ijs vaak via nauwe berggletsjers naar de ijsplaten stroomt, zullen beide methoden gecombineerd moeten worden, omdat zowel horizontale spanningen als bodemweerstand hier belangrijk zijn. Dit brengt vaak numerieke problemen met zich mee. Verder hebben we tot dusver de thermodynamica buiten beschouwing gelaten, terwijl de temperatuurverdeling in het ijs van belang is voor bijvoorbeeld de viscositeit (7) of de aanwezigheid van smeltwater aan de bodem. De meeste ijskapmodellen berekenen daarom een volledig 3-dimen-



Figuur 3 Horizontaal snelheidsveld $\bar{\mathrm{v}}_{\mathrm{h}}$ (verticaal gemiddeld) berekend door het ijskapmodel IMAU-ICE. De kleuren geven de absolute waarde van de vector $\bar{\mathrm{v}}_{\mathrm{h}}$ weer. Merk op dat de kleuren zijn afgekapt aan het einde van de ijsplaten, hoewel het snelheidsveld in het hele domein gedefinieerd is.

sionaal temperatuurveld via een advectie-diffusievergelijking voor energie [5,10].

Figuur 3 laat een voorbeeldsimulatie zien met het ijsmodel IMAU-ICE van de Universiteit Utrecht. We gebruiken hierbij de huidige geometrie van Antarctica als beginconditie en laten het model draaien tot het ijsvolume nagenoeg constant blijft (circa 100.000 jaar in het model). Het is duidelijk dat de snelheden het grootst zijn voor de ijsplaten.

Interactie met de oceaan

Omdat een wezenlijk deel van Antarctica uit drijvende ijsplaten ontstaat, is de interactie van deze ijsplaten met de omringende oceaan, uitgedrukt in de bronterm B in (4), een belangrijk proces voor de ontwikkeling van de ijskap. Zeer recente studies laten zien dat sommige ijsplaten in rap tempo aan de onderkant wegsmelten door warm oceaanwater [9]. Aangezien de ijsplaten al drijven, zal het wegsmelten ervan nauwelijks een directe bijdrage leveren aan de zeespiegelstijging (dit volgt immers uit de wet van Archimedes, zie ook (1)). Er is echter wel een belangrijke indirecte bijdrage, omdat het landijs op zijn plaats gehouden wordt door de aanwezigheid van de ijsplaten. Het volledig wegsmelten van de ijsplaten zou dit landijs versneld in zee laten stromen [2], met een versnelde zeespiegelstijging tot gevolg.

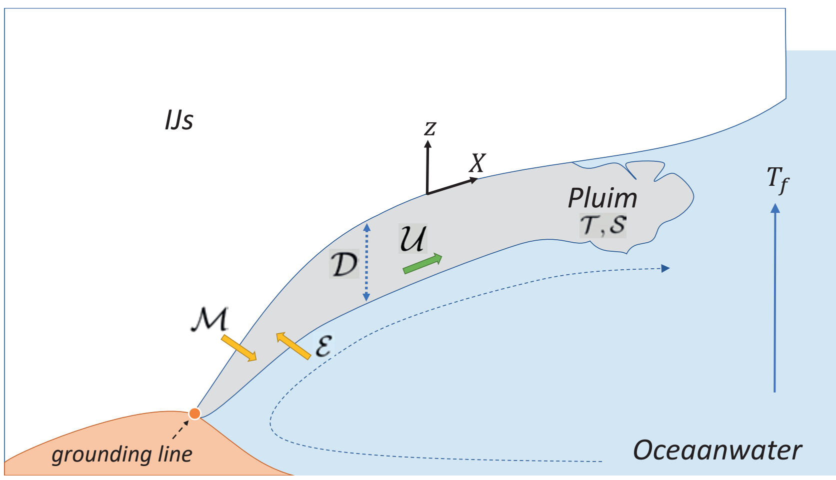
De massaflux B aan de bodem van ijsplaten hangt onder anderen af van de oceaanstromingen in de holtes onder de ijsplaten. In het algemeen zijn dit ingewikkelde stromingen die bepaald worden door zowel dichtheidsverschillen (temperatuur- en zoutgradiënten) als de Corioliskracht. Het belangrijkste mechanisme voor de dynamica in deze holtes is echter het volgende proces, dat vereenvoudigd is weergegeven in Figuur 4. Op grote dieptes dichtbij de grounding line is het vriespunt laag (soms een paar graden onder nul) vanwege de hoge druk en het zoute water. Hier zal het ijs sneller smelten, waardoor er een hoeveelheid zoet water ontstaat met een lagere dichtheid dan het omringende zoute water. Door dit dichtheidsverschil stroomt het smeltwater omhoog langs de bodem van de ijsplaat in de vorm van een turbulente pluim (*gravity current*). Dit veroorzaakt een circulatie in de holte, waardoor (warmer) oceaanwater van buiten de holte wordt aangezogen dat het smelten bij de grounding line versnelt.

Als we driedimensionale effecten loodrecht op het vlak van Figuur 4 buiten beschouwing laten, kan dit systeem worden beschreven met een quasi-1-dimensionaal model [6] dat uit drie lagen bestaat: het ijs, de pluim en het omgevingswater. De pluim heeft een dikte $\mathcal{D}(X)$, een snelheid $\mathcal{U}(X)$, een temperatuur $\mathcal{T}(X)$ en een zoutgehalte $\mathcal{S}(X)$ als functie van de coördinaat X langs de bodem van de ijsplaat, waarbij de laatste drie variabelen gemiddeld zijn over de pluimdikte. Verder definiëren we $\mathcal{M}:=-B$, de *melt rate*, die bepaald wordt door de energieuitwisseling tussen ijs en pluim:

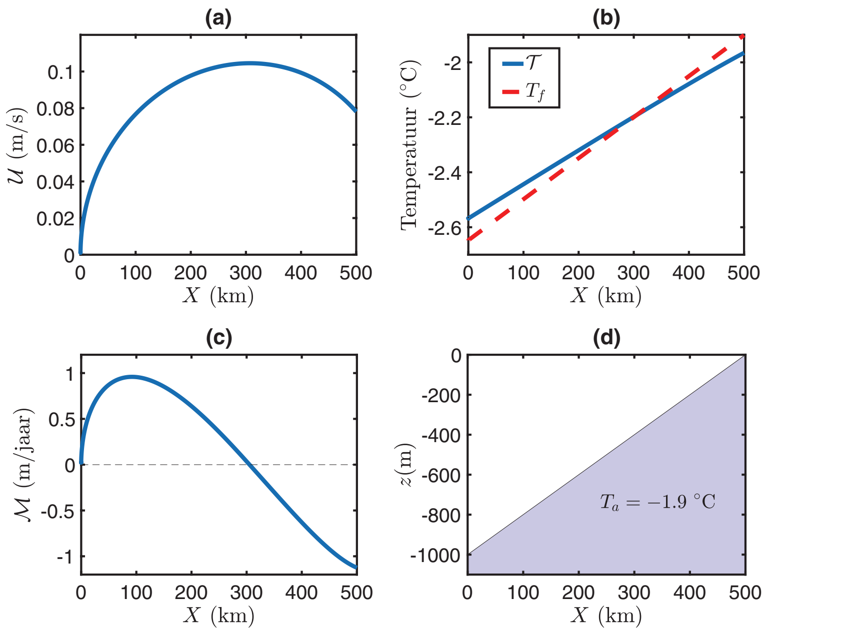
$$\rho_i L_i \mathcal{M} = \rho_w c_w \gamma(\mathcal{U}) \cdot [\mathcal{T} - T_f(z,\mathcal{S})], \qquad (12)$$

met L_i de smeltwarmte van ijs, c_w de soortelijke warmte van water, γ een warmteoverdrachtscoëfficiënt, die (lineair) afhangt van $\mathcal{U}$, en T_f het lokale vriespunt, afhankelijk van diepte z en het zoutgehalte $\mathcal{S}$ in de pluim. Vergelijking (12) geeft de balans tussen de warmte die nodig is voor de faseovergang en de toegevoerde warmteflux uit de pluim (warmtegeleiding in het ijs verwaarlozen we). We zien dat de afsmelting $\mathcal{M}$ toeneemt als de pluimsnelheid $\mathcal{U}$ toeneemt. Verder is $\mathcal{M}$ positief voor $\mathcal{T} > T_f$ en negatief (herbevriezing) voor $\mathcal{T} < T_f$, waarbij het vriespunt T_f lineair afhankelijk is van $\mathcal{S}$ en z:

$$T_f(z,\mathcal{S}) = \lambda_1 \mathcal{S} + \lambda_2 - \lambda_3 z, \qquad (13)$$



Figuur 4 Schematische weergave van de oceaancirculatie onder de ijsplaten, aangedreven door een pluim van zoet smeltwater die wordt gevormd doordat het vriespunt T_f afneemt met de diepte. De dynamica van de pluim kan worden beschreven met een quasi-1D-model voor de variabelen $(\mathcal{D},\mathcal{U},\mathcal{T},\mathcal{S})$ en de afsmelting $\mathcal{M}$ [6,8].



Figuur 5 Uitkomst van het 1D-pluimmodel [6] voor een constante helling: (a) pluimsnelheid $\mathcal{U}$, (b) pluimtemperatuur $\mathcal{T}$ en vriespunt T_f, (c) afsmelting $\mathcal{M}$, (d) weergave van gebruikte geometrie en omgevingstemperatuur T_a.

met λ_i constante coëfficiënten. Typische waarden van T_f liggen tussen -3 °C en 0 °C.

De vraag is nu hoe de pluimvariabelen $(\mathcal{D},\mathcal{U},\mathcal{T},\mathcal{S})$ zich ontwikkelen naarmate de pluim zich omhoog beweegt in de X-richting, zodat we uit (12) de afsmelting kunnen bepalen. Voor het bovengenoemde quasi-1D-model [6] kan een stelsel van vier gewone differentiaalvergelijkingen opgesteld worden, die overeenkomen met behoud van massa, impuls, energie en zout in de pluim. Voor de massabalans krijgen we:

$$\frac{d}{dX}(\mathcal{D}\mathcal{U}) = \mathcal{M} + \mathcal{E}, \tag{14}$$

met andere woorden de massaflux van de pluim (links) wordt bepaald door een influx van smeltwater $\mathcal{M}$ vanuit het ijs en een influx $\mathcal{E}$ (*entrainment*) van omgevingswater door turbulente menging. Soortgelijke vergelijkingen krijgen we voor de impulsflux $\frac{d}{dX}(\mathcal{D}\mathcal{U}^2)$, de warmteflux $\frac{d}{dX}(\mathcal{D}\mathcal{U}\mathcal{T})$ en de zoutflux $\frac{d}{dX}(\mathcal{D}\mathcal{U}\mathcal{S})$. Dit stelsel kan samen met (12) numeriek worden opgelost voor willekeurige geometrieën en omgevingscondities.

Een voorbeeldberekening voor een constante helling van de ijsbodem en constante omgevingstemperatuur is te zien in Figuur 5. We zien dat de pluim zich vanuit rust omhoog beweegt tot een maximumsnelheid $\mathcal{U}_{\max}$ en daarna wordt afgeremd doordat de drijfkracht (dichtheidsverschil tussen pluim en omgeving) afneemt. De pluimtemperatuur $\mathcal{T}$ neemt toe door de influx van omgevingswater, maar dit gebeurt minder snel dan het verloop van het vriespunt T_f, zodat $\mathcal{T} - T_f$ halverwege van teken veranderd. Beide effecten geven via vergelijking (12) een interessant profiel voor $\mathcal{M}$: de afsmelting is maximaal dichtbij de grounding line, maar verandert halverwege van teken, met andere woorden er vindt herbevriezing plaats. Dit algemene profiel is op veel plaatsen ook zichtbaar in de observaties [9]. In de meest recente ijsmodellen kan de curve in Figuur 5(c) worden geparametriseerd om de afsmelting onder de ijsplaten te modelleren [8]. Om overal realistische smeltwaarden te krijgen zal echter een gedetailleerd model van de oceaanstroming onder de ijsplaten nodig zijn, dat zowel de dichtheidsgradiënten in het omgevingswater als een volledige driedimensionale stroming beschrijft.

Conclusie

We hebben een overzicht gegeven van de basisprincipes achter numerieke modellen van ijskappen. Deze modellen kunnen worden gebruikt om de ontwikkeling van ijskappen over lange tijdschalen te bestuderen. Er zijn duidelijk veel fysische processen van belang voor de massabalans en stroming van het ijs. Sommige processen, zoals de afsmelting onder de ijsplaten, kunnen slechts tot een bepaald detailniveau expliciet opgelost worden zonder de simulaties te rekenintensief te maken. Er is daarom nog veel werk nodig om de verschillende processen op een realistische en efficiënte manier te kunnen beschrijven en te vergelijken met de spaarzame metingen die er zijn.

Referenties

1. B. de Boer e.a., Simulating the Antarctic ice sheet in the late-Pliocene warm period: PLISMIP-ANT, an ice-sheet model intercomparison project, *The Cryosphere* 9 (2015), 881–903.
2. R.M. DeConto en D. Pollard, Contribution of Antarctica to past and future sea-level rise, *Nature* 531 (2016), 591–597.
3. P. Fretwell e.a., Bedmap2: improved ice bed, surface and thickness datasets for Antarctica, *The Cryosphere* 7 (2013), 375–393.
4. J.W. Glen, The creep of polycrystalline ice, *Proc. R. Soc. Lond. A* 228 (1955), 519–538.
5. P. Huybrechts, A 3-D model for the Antarctic ice sheet: a sensitivity study on the glacial-interglacial contrast, *Clim. Dyn.* 5 (1990), 79–92.
6. A. Jenkins, A one-dimensional model of ice shelf-ocean interaction, *J. Geophys. Res. Oceans*, 96 (1991), 20671–20677.
7. M. Keulemans, Spectaculair stuk drijfijs zo groot als Noord-Brabant scheurt los van Antarctica, *De Volkskrant*, 12 juli 2017.
8. W.M.J. Lazeroms e.a., Modelling present-day basal melt rates for Antarctic ice shelves using a parametrization of buoyant meltwater plumes, *The Cryosphere* 12 (2018), 49–70.
9. E. Rignot e.a., Ice-shelf melting around Antarctica, *Science* 341 (2013), 266–270.
10. C.J. van der Veen, *Fundamentals of Glacier Dynamics*, A.A. Balkema, Rotterdam, 1999.
11. N. Waarlo, Zo willen wetenschappers het smelten van gletsjers tegengaan, *De Volkskrant*, 15 juli 2017.
12. J. Weertman, On the sliding of glaciers, *J. Glaciology* 3 (1957), 33–38.
13. J.M. van Wessem e.a., The modelled surface mass balance of the Antarctic Peninsula at 5.5 km horizontal resolution, *The Cryosphere* 10 (2016), 271–285.