

Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 7.092
 Faculteit Wiskunde & Informatica
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513
 5600 MB Eindhoven
reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Ed de Moor

Vroeger
 40 historische columns over het reken-
 onderwijs

NVORWO/Uitgeverij Zwijsen, 1999
 96 p., uitverkocht
 ISBN 9789075586022

Dit is een pleidooi voor een herdruk, naar aanleiding van het overlijden van Ed de Moor. Een In Memoriam vindt u elders in dit blad.

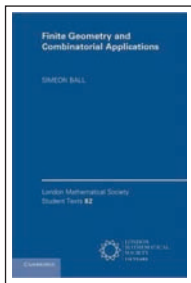
In 1999 verscheen bij Uitgeverij Zwijsen in Tilburg onder de titel *Vroeger* een boekje met daarin 40 columns die Ed de Moor tussen 1991 en 1999 had geschreven in het *Tijdschrift voor Reken- en Wiskundendidactiek Willem Bartjens*. Het boek is alleen nog maar antiquarisch te verkrijgen, maar verdient het absoluut om herdrukt te worden.

De 40 bijdragen zijn prettig compact en allemaal voorzien van een foto of plaatje. Veel ideeën ontleende Ed aan oude schoolboeken en aan onderwijstijdschriften, waarbij vooral de negentiende eeuw een ware schatkamer bleek te zijn. Voorts leverde de geschiedenis van onderwijs en pedagogiek van reken- en wiskunde-onderwijs volop inspiratie. Ed laat zien hoe de geschiedenis van de wiskunde een nieuw licht kan werpen op hedendaagse didactische problemen. In een aantal van de bijdragen wordt ingegaan op invloedrijke figuren. Enkele namen: Willem Bartjens (1569–1638) met zijn boek *Cijfferinge*, hetwelk tot ver in de negentiende eeuw gebruikt is; Jan Versluijs (1845–1920) met zijn boeken over reken-onderwijs; Comenius (1592–1670); Pythagoras en Pierre de Fermat samen in één bijdrage (geschreven in 1993/94 toen het Fermat-vermoeden op het punt stond bewezen te worden); de meetkundige en historicus Dirk Struik (1894–2000); het rekenwonder Willem Klein (1912–1986), alias Pascal, Willy Wortel, Moosje Optel; Jan Ligthart (1859–1916) en Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827).

Leuk zijn ook beschouwingen over het boekje van J.F.L. Muel-ler: *Nommerkransje, een geschenk voor kinderen die gaarne willen leren tellen* (1840); het verhaal over een drama in de klas bij het oplossen van het stelsel vergelijkingen $a + 2 = 5$ en $b + 2 = 5$; enkele (andere) bijdragen over rekenboekjes; honderd jaar denksommen; een (Groningse) ruzie over 'Meneer van Dalen wacht op Antwoord' en een stuk over rekenen op lijnen in de middeleeuwen. Er zijn ook technische zaken te vinden in het boekje, zoals: het ontstaan van de schrijfwijze van ons huidige procentteken. Ed behandelt kort *De Thiende* van Simon Stevin (1548–1620), de rekenmachine 'de wentelaar' in het Nationaal Schoolmuseum te Rotterdam en de uitvinder van de paperclip, Johan Valer (1866–1910), met beschrijving van het object. Er is ook een verhaal over de onderwijshervormer Theo Hijssen (1879–1943), met daarbij voorbeelden van 'metriekre krenge'. Dat zijn zeer gecompliceerd uitzien- de breuken, veelal gelardeerd met inhouds/afstandsmaten, die na herleiding toch vaak een (mooi) overzichtelijk resultaat gaven. De negenproef wordt nader bekeken en het wel en wee van Charles Babbage (1791–1871) en zijn rekenmachine komt aan de orde. Enkele verhalende beschouwingen hier zijn: een vertelling over school-inspecteur Wijnbeek (1772–1866), wat hij door Nederland reizen- de zoal aantrof; hoe Ed in Malden bij Nijmegen een zogenaamde

meetkunde-mozaïekdoos van Fröbel (1782–1852) wist op te sporen; hoe hij in het oosten van Duitsland het door Schmidt geschreven boek over meetkundig materiaal voor kleuters, voorzien van opmerkingen van Fröbels hand mocht inzien, en de inhoud teleurstellend vond. En dan is er een lang verhaal over Maurits Escher (1898–1972), zijn werk, en de verbindingen met meetkunde. Het boekje besluit met alleraardigste bijdragen over experimentele meetkunde in Frankrijk in de negentiende eeuw, over Pythagoreïsche driehoeken, het getal nul in oude culturen, en een beschouwing over de vijftiende- en zestiende-eeuwse rekenboekjes naar aanleiding van het proefschrift van Marjolein Kool dat in 1999 verscheen. Kortom, een opmerkelijk prachtig boek, met een rijke inhoud. En dan heb ik nog niet eens alle in het boek afgedrukte bijdragen genoemd.

Rob van der Waall



Simeon Ball

Finite Geometry and Combinatorial Applications
London Mathematical Society Student Texts 82

Cambridge University Press, 2015
 xii + 285 p., € 35,99
 ISBN 9781107518438

Laat ik beginnen met, in vertaling, wat kreten uit de flaptekst: “De projectieve en polaire ruimten die horen bij een vectorruimte over een eindig lichaam zijn uitzonderlijk nuttig bij de constructie van combinatorische objecten, zoals Latijnse vierkanten, designs, codes en grafen. Dit boek geeft een introductie in de theorie van deze meetkunden en hun vele toepassingen in andere gebieden binnen de combinatoriek [...] *Finite Geometry and Combinatorial Applications* is ideaal voor iedereen, van derdejaarsstudent tot researcher, die zichzelf vertrouwd wil maken en waardering wil krijgen voor het gebied van de eindige meetkunde.”

Wat kan ik hier aan toevoegen? Ik ken de schrijver Simeon Ball sinds zijn promotie in 1994 bij James Hirschfeld. Sindsdien hebben we altijd nauw samengewerkt en heeft hij een aantal (zeer) belangrijke resultaten bewezen in de eindige meetkunde, waaronder een bewijs van het *maximal arcs*-vermoeden en een volledige oplossing van het richtingsprobleem, twee prachtige resultaten die in dit boek overigens niet aan de orde komen.

Zijn meest spectaculaire resultaat is op het gebied van maximum distance separable codes en betreft een probleem dat ik ooit heb horen omschrijven als de Heilige Graal van de coderingstheorie. Het kan eenvoudig als volgt geformuleerd worden. Laat $V = V(d, q)$ een d -dimensionale vectorruimte zijn over het lichaam met q elementen, en laat $A \subset V$ een collectie vectoren zijn met de eigenschap dat elk d -tal een basis vormt. Dan geldt, als q priem is en $d \leq q$, dat $|A| \leq q + 1$ (en deze grens is scherp). Het volledige bewijs van deze stelling vormt het laatste en langste hoofdstuk van dit boek en is op zichzelf voldoende reden om het boek aan te schaffen.

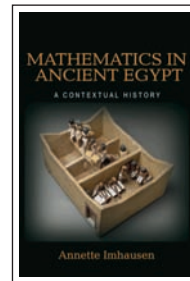
Een ander belangrijk gedeelte van het boek gaat over de combinatorische toepassingen. Voor dit onderdeel geldt zeker dat het voor een goede derdejaarsstudent te lezen is, zelf vind ik in het

bijzonder hoofdstuk 6 over verboden deelgrafën interessant. Dit materiaal is hier op een prettige manier bijeengebracht. Aan de basis van dit deel van de extremale combinatoriek ligt een resultaat van de Nederlander Mantel uit 1907 (oplossing van probleem 28 uit *Wiskundige Opgaven 10*): Het maximale aantal kanten in een graaf op n punten zonder driehoeken is $\lfloor n^2/4 \rfloor$. Het verband met eindige meetkunde is het duidelijkst wanneer we kijken naar bipartiete grafen zonder viercyclen: de punt-lijn-verbindingsgraaf van een projectief vlak van orde m is zo'n graaf op $2(m^2 + m + 1)$ punten, met $(m^2 + m + 1)(m + 1)$ kanten, het maximale aantal.

Wat het boek verder bijzonder en zeer nuttig maakt is een overvloed aan opgaven, allemaal voorzien van gedetailleerde oplossingen.

Welke voorkennis is er nodig om dit boek te kunnen lezen? We citeren uit het voorwoord: “Het boek staat op zichzelf in de zin dat de gebruikte stellingen en lemma's bewezen worden. Hoewel er vrijwel geen voorkennis wordt geëist, zou het toch erg nuttig zijn om basiscolleges algebra en lineaire algebra gevolgd te hebben, omdat anders de eerste paar hoofdstukken wel erg beknopt zijn.” Het voorwoord wordt beëindigd met suggesties welke onderdelen uit het boek geschikt zijn om te gebruiken in een cursus, iets wat ik zelf natuurlijk zeker van plan ben.

Aart Blokhuis



Annette Imhausen

Mathematics in Ancient Egypt
A Contextual History

Princeton University Press, 2016
 xi + 234 p., prijs \$45.00
 ISBN 9780691117133

Na een studie wiskunde, geschiedenis van de wiskunde en Egyptologie, is de auteur nu hoogleraar wetenschapsgeschiedenis aan de Goethe Universiteit Frankfurt. Met dit boek hoopt de auteur de geïnteresseerde lezer in iets meer dan 200 pagina's een inleiding te geven in de geschiedenis van de Egyptische wiskunde. Het boek omspannt de periode vanaf het eind van de prehistorie tot en met de Grieks-Romeinse tijd. Hierbij wordt gebruik gemaakt van veel verschillende soorten historische bronnen, niet alleen van de relatief schaarse wiskundige teksten, maar ook van bouwkundige tekeningen, administratieve documenten en literaire teksten. De wiskundige ontwikkeling wordt daardoor in context gezet met de oude Egyptische cultuur. Elk onderdeel begint met een korte schets van de historische en politieke gebeurtenissen in die periode.

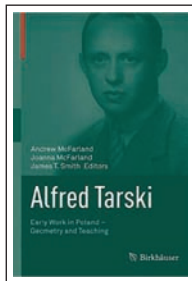
Het eerste deel beschrijft de prehistorie en de vroeg-dynastieke periode. In deze periode maakt Egypte de transitie door van losse nederzettingen naar één staat. De bewaarde bronnen van deze tijd stammen vooral van tombes en tempels, waar de bewaardheidsomstandigheden gunstig bleken. Er wordt geschat dat het schrift in Egypte ontstaan is rond 4000 v.Chr. In de tombe U-j zijn de oudste hiërogliefen van Egypte ontdekt: vazen met inscripties, en een verzameling ivoeren, benen of stenen labels die voorzien zijn van een pictogram en iets dat geïnterpreteerd wordt als cijfers. Naast de

administratieve noodzaak voor schrift voor voorraadbeheersing, was het schrift ook een middel dat macht representeerde. Dat laatste uitte zich in harde, duurzame ondergronden waarin hiërogliefen werden gebeiteld die millennia meegaan. Voor de dagelijkse voorraadbeheersing was een snel schrift onontbeerlijk. Het hiëratische schrift ontstond. Het Egyptische getalsysteem is gebaseerd op het grondtal 10, maar kent geen positionele waarde. Het heeft een symbool voor elk tiental, en een getal wordt gerepresenteerd door een symmetrische schikking van de benodigde symbolen. Een apart symbool voor nul is daardoor niet nodig om een getal als 103 op te schrijven. Er was wel een symbool om een 0 als uitkomst (gebrek aan restant) te representeren. Imhausen geeft aan dat je de ontwikkelingen in bijvoorbeeld het omgaan met breuken vanuit perspectief moet bekijken, dan kunnen we pas de ingenieuze manieren waarderen die bedacht zijn om om te gaan met breuken. We missen veel als we alleen vanuit ons hedendaags perspectief kijken.

In de overige hoofdstukken worden de perioden Oude Rijk (meetsystemen, breuken), Midden Rijk (wiskundige teksten als Rhind-papyrus, vermenigvuldigen en delen, rekenen met breuken, architectuur en landmetingen), Nieuwe Rijk (administratieve teksten, papyrus Anastasi I) en de Grieks-Romeinse periode (demotische wiskundige papyrussen en rekenkunde) beschreven.

De eerste hoofdstukken zijn vrij compact geschreven, hier en daar een voorbeeld was wat vriendelijker geweest. Een overzichtstijl met jaartallen per periode ter oriëntatie zou een mooie aanvulling zijn. Het is een gedegen werk, dat veel inzicht biedt.

Martine Jansen



Andrew McFarland, Joanna McFarland, James Smith (eds.)

Alfred Tarski
Early Work in Poland – Geometry and Teaching

Birkhäuser, 2014
xxv + 499 p., prijs \$ 149.00
ISBN 9781493914739

Het boek beschrijft het leven en werk van de wiskundige Alfred Tarski tot 1939. De schrijvers verdiepen zich voornamelijk in het onderzoek dat Tarski deed in de maattheorie en de logica evenals in zijn interesse in het wiskundeonderwijs.

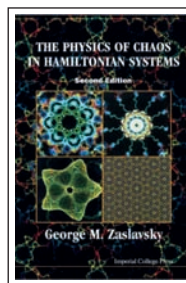
Alfred Tarski werd in 1901 geboren in Warschau, Polen. In 1918 deed hij eindexamen aan het Mazowreckie Gymnasium en in 1919 schreef hij zich in als student wiskunde en logica aan de universiteit van Warschau. In 1921 publiceerde Tarski zijn eerste artikel, in vertaling, 'A Contribution to the Axiomatics of Well-Ordered Sets'. In dit artikel nam hij de postulaten van totaliteit (A_1), antisymmetrie (A_2) en transitiviteit (A_3) aan evenals twee niet-equivalente postulaten (B) en (C), die 'eerste element'-postulaten genoemd werden. Vervolgens bewees hij dat de systemen $\{A_1, A_2, A_3, B\}$ en $\{A_1, A_2, A_3, C\}$ equivalent zijn. Verder bewees hij dat noch $\{A_1, A_2, A_3, B\}$ noch $\{A_1, A_2, A_3, C\}$ een onafhankelijk systeem van postulaten is. Zo kunnen bijvoorbeeld de postulaten $\{A_2, A_3\}$ gedeutuceerd worden uit $\{A_1, B\}$.

Tijdens zijn promotieonderzoek, onder begeleiding van Stanislaw Lesniewski, verdiepte Tarski zich in de logica. Bovendien introduceerde hij de structurele definities van bewijs, stelling, logische stelling en logische consequentie. Gemotiveerd door de topoloog Waclaw Serpienski begon Tarski het werk van Felix Hausdorff te bestuderen. Een belangrijke mijlpaal in zijn carrière was de ontmoeting met Stefan Banach. Zijn interesse in de maattheorie leidde tot het wereldberoemde artikel 'On Decompositions of Point Sets into respectively Congruent Parts'. In dit artikel bewezen Banach en Tarski het paradoxale resultaat dat in een euclidische ruimte van dimensie groter dan twee, twee willekeurige, begrensde verzamelingen, wier inwendige niet leeg is, equivalent zijn onder eindige decomposities. Dit paradoxale resultaat is bekend als de Banach–Tarski-paradox.

In 1939 bracht Tarski een academisch bezoek aan de Verenigde Staten. Zijn terugkeer werd verhinderd door de invasie van Polen door Duitsland en de Sovjet-Unie. Vier jaar later werd hij hoogleeraar wiskunde aan de universiteit van Californië, Berkeley en hij bleef daar tot zijn sterfdag in 1983.

Dit boek levert een substantiële bijdrage aan de literatuur over Tarski's leven en onderzoek. Alle artikelen die voorheen niet in het Engels bestonden, zijn door de samenstellers uit het Pools vertaald. Deel één van het boek beschrijft Tarski's studiejaren; Tarski's eerste artikel staat er ook in. In deel twee wordt het artikel 'On Decompositions of Point Sets into respectively Congruent Parts' gepresenteerd en deel drie beschrijft Tarski's werk als docent wiskunde. Hij publiceerde veel artikelen bedoeld voor scholieren en wiskundedocenten en het grootste deel van die artikelen is voor het eerst in het Engels vertaald. Veel problemen die hij aan studenten en docenten voorstelde, kwamen voort uit zijn onderzoek! Dat is tegelijkertijd fascinerend en inspirerend, althans voor jonge wiskundigen, onderzoekers en wiskundedocenten.

Nicos Starreveld



George M. Zaslavsky

The Physics of Chaos in Hamiltonian Systems

World Scientific, 2nd edition 2007
xiv + 315 p., prijs £107.00
ISBN 9781860947957

De fysicus Zaslavsky werd in 1935 geboren in Odessa (Oekraïne) en ontwikkelde zich in de jaren zestig in Novosibirsk en Moskou tot een van de belangrijkste Sovjet-wetenschappers. Hij behoorde tot de excellente school van mathematische fysici die tot 1989 de Sovjet-wetenschap in de wereldtop hield. In de jaren negentig emigreerde hij naar de Verenigde Staten waar hij doceerde aan het New Yorkse Courant Institute of Mathematical Sciences. Hier kwamen in 1998 en 2007 de eerste en tweede editie van het besproken boek tot stand. Er moet een bijzondere reden zijn om een boek te bespreken dat tien jaar geleden is verschenen, daar kom ik op terug.

In de eerste hoofdstukken wordt bij Hamiltonsystemen de nadruk gelegd op het generiek samengaan van orde (regulier gedrag

op invariante verzamelingen zoals tori) en chaos. Voorbeelden zijn gestoorde slingers en biljart-dynamica. Samen met B. Chirikov ontwikkelde Zaslavsky de separatrix-afbeelding die veel van het chaotisch gedrag kan karakteriseren. Het ontstaan van chaos bij separatrix-verzamelingen is een fundamenteel mechanisme gebleken. Het reguliere gedrag speelt zich voornamelijk af in zogenaamde eilanden in de chaos; daarvan worden in hoofdstuk 3 een aantal verschillende types behandeld. Dat is ook de plaats om KAM-tori en de fractale verdeling van orde en chaos in de faseruimte te bespreken.

De onderwerpen van de eerste vijf hoofdstukken vindt men in een aantal fysicaboeken, maar meestal slordig geformuleerd, bijvoorbeeld in *Regular and Chaotic Dynamics* van A. J. Lichtenberg en M. A. Lieberman (Springer, 1992); in wiskundeboeken over dynamische systemen wordt vaak zo gegeneraliseerd dat je de fysische context niet herkent, zie bijvoorbeeld *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems* van A. Katok en B. Hasselblatt (herziene uitgave, Springer, 1996). Onderwerpen die je in artikelen maar zelden in boeken vindt volgen na hoofdstuk 5. Allereerst de Poincaré-recurrentiestelling met fractale aspecten. Recurrentie komt tot stand door maatbehoudende afbeeldingen op begrensde verzamelingen (de fasestroming in Hamiltonsystemen is een voorbeeld) en leveren willekeurig vaak en willekeurig dichtbij de terugkeer bij het startpunt op. In de praktijk is dat een moeilijk hanteerbare stelling omdat het recurrentiegedrag heel erg afhankelijk is van het dynamisch systeem dat men bestudeert, integreerbaar, bijna-integreerbaar, volledig chaotisch, laag- of hoogdimensionaal, enzovoort. Poincaré was zich daar al bewust van. De stelling heeft echter consequenties voor de statistische mechanica. Zermelo gebruikte de discussie over de stelling om de theorie van Boltzmann aan te vallen; voor veel-deeltjessystemen met botsingen, de 'normale' gastheorie, is deze discussie wel afgerond maar voor allerlei veel-deeltjessystemen zoals niet-lineaire ketens zijn er nog veel vragen. Een fascinerende rol in de discussies over recurrentie is gespeeld door de analyse van biljart-dynamica, met name de voorbeelden van Sinai en Cassini. Deze voorbeelden leiden meestal tot zogenaamde 'weak chaos' (gemengd chaotisch en regulier gedrag).

Interessante dynamica ontstaat ook bij aanwezigheid van symmetrie leidend tot webstructuren, een soort roosters met chaotische stroming. Een verschijnsel dat essentieel is voor het begrip van weak chaos is 'quasi-trapping' (hoofdstuk 7). Dit ontstaat indien stabiele periodieke oplossingen bestaan in een omgeving van invariante verzamelingen zoals tori, waar oplossingen die van elders komen enige tijd doorbrengen. Echte invangst van oplossingen is niet mogelijk door de recurrentiestelling, maar het mengen van de deeltjes wordt door quasi-trapping effectief gehinderd. Expliciete voorbeelden zijn te vinden in mijn artikel in *Int. J. Bif. Chaos*, december 2016.

Het boek besluit met een uitvoerige discussie van de Fokker-Planck-Kolmogorov-vergelijking die een stochastische beschrijving geeft van veel-deeltjessystemen.

Het gebied van dynamische systemen en in het bijzonder Hamiltonsystemen is zeer uitgebreid. Wiskundigen houden zich noodzakelijkerwijs individueel bezig met een klein deelgebied waarbij, zeker bij de beginner, het overzicht en de grote lijn vaak ontbreekt. Het boek van Zaslavsky biedt een zeer goed overzicht van een aantal vragen en beschrijvingen van fundamentele mechanismen in Hamiltonsystemen, een reden om het als-

nog te bespreken. Voor verbanden met de algemene theorie van dynamische systemen en bifurcaties die hier nauwelijks aan de orde komen verwijs ik naar *Dynamical Systems and Chaos* van H. W. Broer en F. Takens (Springer, 2011), en V. I. Arnolds werken *Mathematical Methods of Classical Mechanics* (Springer, 1978) en *Geometric Methods of the Theory of Ordinary Differential Equations* (Springer, 1983).

Ferdinand Verhulst



Lewis Carroll

Alice's Adventures in Wonderland

150th Anniversary Edition met illustraties van Salvador Dalí

Princeton University Press, 2015

xxx + 104 p., prijs \$24.95

ISBN 9780691170022

Wat is de reden van weer een nieuwe (Engelstalige) uitgave van het alom bekende (want afgezien van de honderden verschillende versies, ook al in 1951 door Disney verfilmd) verhaal van het meisje Alice dat via een konijnenhol terechtkomt in een wonderbaarlijke wereld en daar allerlei avonturen beleeft? En waarom is juist deze uitgave de moeite waard voor de lezer van dit tijdschrift?

De aanleiding was simpel. In 2015 was het 150 jaar geleden dat Alice voor het eerst werd gepubliceerd (in 1865 dus) en een speciale herdenkingsuitgave lag voor de hand. De reden van het opnieuw uitbrengen van juist deze versie (met illustraties van de Spaanse, niet minder beroemde surrealist Salvador Dalí) is dat die eenmalige Random House-uitgave uit 1969 (oplage slechts 2700) inmiddels onvindbaar is en, indien toch gevonden, onbetaalbaar. Dalí is destijds gevraagd de laatste versie te illustreren die nog tijdens het leven van auteur Lewis Carroll (pseudoniem van wiskundige en fotograaf Charles Lutwidge Dodgson die leefde van 1832 tot 1898) is uitgekomen, want die wordt door kenners beschouwd als de meest authentieke en correcte versie. Dat juist Dalí werd gevraagd is wellicht vreemd (want die was op zijn minst controversieel) maar ook weer niet heel vreemd, aangezien Alice niet alleen een zeer gewaardeerd boek was in de kringen van de surrealisten, maar bovendien had Dalí in de jaren 1945 en 1946 acht maanden bij Disney gewerkt aan een film (*Destino*) in de periode dat men daar al bezig was met de filmversie (wellicht beïnvloed door Dalí?) van *Alice* die in 1951 uitkwam. Het getuigt overigens van enige lef *Alice* te willen illustreren, gezien de kwaliteit van de iconische illustraties van de eerste Alice-illustrator John Tenniel, maar aangezien Carroll weinig beschrijvend schrijft, had en heeft een illustrator altijd wel een grote mate van vrijheid. Dalí heeft er dan ook voor gekozen *Alice* op volstrekt eigen wijze te illustreren en je moet zelfs enige moeite doen om in de twaalf droomachtige platen elementen uit het boek te herkennen (behalve telkens een touwtje-springende Alice, het enige karakter trouwens dat in elk van de twaalf hoofdstukken voorkomt) en dat maakt het bestuderen van de illustraties (een per hoofdstuk) een kijkervaring op zich.

De lezer van dit blad komt, zonder iets af te doen aan de meerwaarde die de wonderlijke illustraties van Dalí aan het boek geven, zeer aan zijn of haar trekken aangezien *Alice* vol staat met

taalspelletjes, pure logica en intrigerende puzzels (waar onlangs ook een zeer aanbevelenswaardig boek over is uitgekomen, namelijk *Alice in Wonderland & Lewis Carroll's Games & Puzzles: The Surprising Connection* door Carroll-expert Christopher Morgan) en het verhaal is sowieso — zelfs bij herlezing — raadselachtig, heerlijk multi-interpretabel, soms verbijsterend maar altijd vermakelijk. In de inleiding stipt wiskundige (en vriend van Dalí) Thomas Banchoff nog wat wiskundige elementen in het werk van Dalí aan en beschrijft Carroll-kenner Mark Burstein enkele verbanden tussen Carroll en Dalí.

Het is een prachtige uitgave (mooi zuurvrij stevig papier met harde kaft en stofomslag) die mij vooral interessant lijkt voor de liefhebber van het werk van Dalí, want als je dat niet bent volstaat zo'n beetje elke andere versie natuurlijk ook. Voor de lezers die echt willen duiken in de wereld van (of achter) *Alice* vermeld ik nog de bijbel op dat terrein, namelijk *The Annotated Alice* door de onvolprezen, onlangs overleden Martin Gardner. *Loop van der Vaart*



Jan van de Craats

Een passie voor symmetrie

Epsilon Uitgaven, deel 78, 2014
100 p., prijs € 20,00
ISBN 9789050411431

In de allereerste regel van de inleiding geeft de auteur al aan dat hij een passie voor symmetrie heeft. Impliciet geeft hij daarmee te kennen dat hij deze passie graag wil delen met de lezer van zijn boek. En dat gaat hij ook doen in dit boek. Hij begint met een korte opsomming van allerlei vormen van symmetrie die in de natuur en in het dagelijks leven voorkomen. Met voorbeelden uit de sportwereld, in de vorm van symmetrieën op diverse soorten ballen geeft Van de Craats daarmee al een beetje aan dat symmetrieën op een bol een prominente rol zullen gaan spelen in zijn boek. Verder laat hij aan de hand van fraaie foto's van vloer-, muur- en plafondversieringen in kerken, moskeeën en Romeinse huizen zien dat de ornamentale kunst een rijke bron van symmetrievormen is.

Van de Craats geeft aan dat het beoogde lezerspubliek niet uitsluitend bestaat uit wiskundigen, maar ook uit mensen met goede kennis van vwo-wiskunde en interesse in het onderwerp. Daarom zijn er in zijn boek bewust geen formules (met uitzondering van de codenamen) gebruikt en richt de auteur zich op het beschrijven van veertig soorten symmetrieën aan de hand van patronen. Op een zeer gestructureerde wijze worden de verschillende soorten symmetrieën beschreven die voorkomen in rozetpatronen, driedimensionale voorwerpen, patronen op een boloppervlak, strook- en behangpatronen. Een interessant aspect hierbij is dat diverse overeenkomsten in symmetrievormen van verschillende objecten duidelijk beschreven worden, zoals bijvoorbeeld de symmetrie-overeenkomsten tussen bol- en strookpatronen, tussen platonsche veelvlakken en die tussen 3D-voorwerpen en bolpatronen. Een cruciaal onderdeel van het boek is dat er voor elke soort symmetrie een identificatiecode (hier codenaam genoemd) aan-

gegeven wordt die het type van de symmetrie beschrijft. Tevens wordt er per soort patroon een duidelijke en handzame procedure vermeld waarmee de lezer de codenaam kan bepalen.

Het laatste deel (en hoogtepunt) van het boek is gewijd aan het classificeren van de tegel- en behangpatronen. De classificatie van de 17 verschillende behangpatronen wordt op een zeer doordachte wijze (met behulp van 'dolfijntjes') geïllustreerd, zodat de lezer zich (na voldoende oefening) de naamgeving eigen kan maken. Dat is ook wel nodig wanneer de lezer uitgedaagd wordt om de fraai versierde patronen op de foto's van de ornamentale kunst zelf te classificeren, maar gelukkig staan de antwoorden in het boek vermeld.

Theo Beelen



Martin Kindt

Een Variabele Constante Historische en didactische aspecten van de Analyse op school

Epsilon Uitgaven, deel 82, 2015
viii + 423 p., prijs € 36,00
ISBN 9789050411530

De titel roept associaties op met parameters: constant, maar toch ook variabel. De spanning tussen het veranderlijke en het constante is een kenmerk van de analyse in zijn geheel. Maar de titel verwijst toch in de eerste plaats naar de analyse als onderdeel van het schoolvak wiskunde: een blijver, maar in een gedaante die nog wel geregeld zal veranderen.

In het eerste deel van het boek is de insteek historisch. Aan de opname van analyse in het leerplan in 1958 is vijftig jaar aan discussie voorafgegaan. Nadien zorgden wijzigende opvattingen over wiskundeonderwijs voor tienjaarlijkse bijstellingen in de aanpak van de analyse, ontwikkelingen waar Martin Kindt mee vorm aan gegeven heeft, als leraar en medewerker van het Freudenthal Instituut. Kritische kanttekeningen brengen ons al snel in de didactiek (en in de wiskunde zelf) en maken dit deel ook interessant voor wie minder direct geïnteresseerd is in de geschiedkundige aspecten van het wiskundeonderwijs.

In het tweede deel van het boek is de verhouding tussen het historische en het didactische omgekeerd. Nu zijn insteek en klemtoon in de eerste plaats didactisch en staat de historische ontwikkeling, nu van de analyse zelf, en meer bepaald van de voorlopers ervan, ten dienste van deze didactische invalshoek.

Martin Kindt vraagt meer aandacht voor de begripsmatige aspecten van de analyse, wat in dit domein niet vanzelfsprekend is. Omdat de concepten moeilijk zijn, wordt de aandacht gemakkelijk verlegd naar berekeningen, en wordt het eerder calculus dan analyse. Nadruk op de relevantie van wiskunde voor vervolgstudies en andere disciplines, kan leraren (verkeerdelijk!) ertoe verleiden om zoveel mogelijk stof te behandelen en daarbij de diepgang uit het oog te verliezen (terwijl het opbouwen van een rijk conceptueel inzicht precies ook van belang is voor vervolgstudies en bij het toepassen van wiskunde).

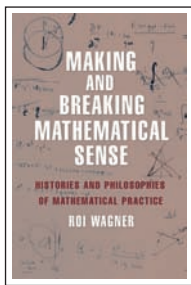
Het boek biedt een schat aan materiaal dat deze klemtoon op het begripsmatige helpt stofferen. Analyse is ontstaan als mid-

del om meetkundige problemen en problemen rond beweging op te lossen. Aan elk van beide contexten is een hoofdstuk uit het tweede deel gewijd. De andere hoofdstukken gaan over discrete analyse, extremumproblemen, de raaklijn en (conceptuele aspecten verbonden met) de algebraïsche kant van de analyse. Een deel van de uitgewerkte wiskundige thema's sluiten nauw aan bij de schoolwiskunde, terwijl andere verder van de klaspraktijk afstaan.

Iemand die zo'n lange tijd nagedacht heeft over de didactiek van de analyse heeft natuurlijk ook veel te vertellen, los van de uitgewerkte wiskundige thema's. Het boek is dan ook doorspekt met beschouwingen en opinies.

Martin Kindt heeft een inspirerend boek geschreven, dat je 'algemene cultuur' in verband met analyseonderwijs zeker zal verrijken.
Johan Deprez

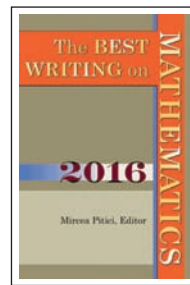
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



Roi Wagner

Making and Breaking Mathematical Sense
Histories and Philosophies of Mathematical Practice

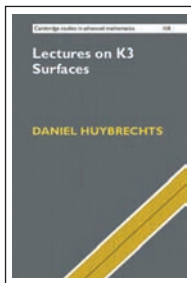
Princeton University Press, 2017
ISBN 9781400883783
press.princeton.edu/titles/10909.html



Mircea Pitici

The Best Writing on Mathematics 2016

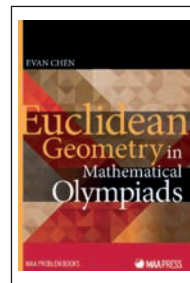
Princeton University Press, 2017
ISBN 9781400885602
press.princeton.edu/titles/10953.html



Daniel Huybrechts

Lectures on K3 Surfaces

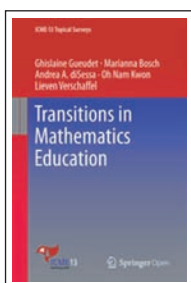
Cambridge University Press, 2016
ISBN 9781316797570
www.cambridge.org/9781316797570



Evan Chen

Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads

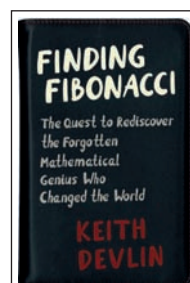
Cambridge University Press, 2016
ISBN 9780883858394
www.cambridge.org/9780883858394



Ghislaine Gueudet et al.

Transitions in Mathematics Education

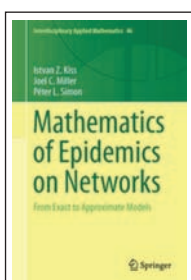
Springer, 2016
ISBN 9783319316215
www.springer.com/9783319316215



Keith Devlin

Finding Fibonacci
The Quest to Rediscover the Forgotten Mathematical Genius Who Changed the World

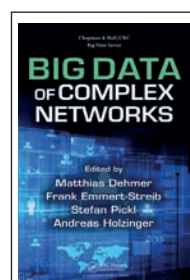
Princeton University Press, 2017
ISBN 9781400885534
press.princeton.edu/titles/10950.html



Istvan Z. Kiss, Joel C. Miller, Péter L. Simon

Mathematics of Epidemics on Networks

Springer, 2017
ISBN 9783319508047
www.springer.com/9783319508047



Matthias Dehmer, Frank Emmert-Streib, Stefan Pickl, Andreas Holzinger (eds.)

Big Data of Complex Networks

CRC Press, 2016
ISBN 9781498723619
www.crcpress.com/9781498723619