

Wiskunde en computers

Dit themanummer van het *Nieuw Archief voor Wiskunde* staat in het teken van het gebruik van computers in de wiskunde. Natuurlijk worden computers al decennia gebruikt in de wiskunde om berekeningen en simulaties uit te voeren. Sterker nog, numerieke methoden en scientific computing vormen een centraal onderdeel van de toegepaste wiskunde. Maar dit themanummer gaat over een andere combinatie van computers en wiskunde, namelijk het gebruik van computers voor het controleren en vinden van bewijzen van wiskundige stellingen.

Het beroemdste voorbeeld van een computer-ondersteund bewijs is het bewijs van de vierkleurenstelling dat Appel en Haken in 1976 gaven. Veertig jaar later is er nog steeds geen alternatief bewijs bekend dat geen gebruik maakt van een computer. Nu kun je van alles vinden van computers in de wiskunde, bijvoorbeeld dat de geproduceerde bewijzen onbetrouwbaar zijn omdat ze niet met de hand (en mensenhersenen) te controleren zijn, of dat zo'n bewijs juist een gebrek aan begrip blootlegt. Sommige wiskundigen vinden computer-ondersteunde bewijzen daarom zelfs controversieel. Deels is dit een kwestie van smaak, deels is dit te verklaren vanuit de gedachte 'onbekend maakt onbemind'. Een voorbeeld daarvan is de scepsis van veel wiskundigen over de betrouwbaarheid van interval-aritmetiek gebaseerd op 'floating point'-getallen, terwijl de IEEE-standaard voor het rekenen daarmee juist een van de best gecontroleerde standaarden ter wereld is. Dit themanummer biedt een inkijkje in de mogelijkheden en beperkingen van het gebruik van computers bij het bewijzen van stellingen. Daarbij wordt ook duidelijk hoe computer-ondersteunde bewijzen en bewijsverificatie gecombineerd kunnen worden met pen-en-papieren krijtjes-wiskunde.

Dit nummer bevat vier artikelen over het gebruik van interactieve bewijsassistenten in de wiskunde. Mahboubi geeft een overzicht van het gebruik van computers in het controleren van wiskundige bewijzen, met de nadruk op de recente formalisering van het bewijs van de oneven-orde-stelling van Feit-Thompson, een onderdeel van de classificatie van eindige enkelvoudige groepen. Rijke en Spitters geven een overzicht van de homotopie-type-theorie, een nieuwe grondslag voor de wiskunde en een uitbreiding van de

verzamelingenleer. Deze theorie sluit beter aan bij de praktijk van de wiskunde en is al succesvol gebruikt voor het construeren en de verificatie van abstracte bewijzen. Wiedijk, Geuvers en Urban beschrijven de verificatie van Hales' bewijs van het Kepler-vermoeden over de meest efficiënte bolstapeling. Dit bewijs is gevonden met behulp van een computer, en later is het hele bewijs ook met behulp van een computer gecontroleerd.

Zeer recent is de stelling over de meest efficiënte bolstapeling ook bewezen voor dimensies 8 en 24. De Laat en Vallentin beschrijven deze doorbraak. Ook in dit geval spelen computers een cruciale rol, niet voor het controleren van een groot aantal gevallen, maar voor het vinden van een goede kandidaat voor een 'magische' functie. Met behulp van numerieke wiskunde werden goede criteria voor een kandidaatfunctie gevonden. Daarna werd met behulp van traditionele wiskunde zo'n functie geconstrueerd. Een verslag van deze zoektocht is te vinden in het interview met Cohn, Kumar, Miller en Viazovska. Cohen geeft een overzicht van het gebruik van computers in het wiskundeonderwijs. De Carli Silva, de Oliveria Filho en Sato beschrijven hoe met behulp van *flag algebras* vragen uit de grafentheorie kunnen worden gereduceerd tot optimalisatieproblemen die efficiënt met de computer opgelost kunnen worden.

Kalies en Vandervorst beschrijven Conley-theorie, een methode om met behulp van algebra, topologie en combinatoriek computationele algoritmes te maken waarmee stellingen over het globale gedrag van dynamische systemen kunnen worden bewezen. Van den Berg, Groothedde en Sheombarsing beschrijven een algemene methodologie voor computerbewijzen in de dynamische systemen (simulatie + contractie = bewijs). Ten slotte beschrijft Collins het gebruik van wiskundig rigoreus gevalideerde numerieke methoden voor het bewijzen van stellingen over zogenaamde hybride systemen (met zowel een discrete als een continue factor). ☛

Jan Bouwe van den Berg, *Vrije Universiteit Amsterdam*

Bas Spitters, *Aarhus University*

Frank Vallentin, *Universität zu Köln*
gastredacteuren