Rutger Kerkkamp
Econometrisch Instituut
Erasmus Universiteit Rotterdam
kerkkamp@ese.eur.nl

Column Masterscriptie

Robuuste ambulancelogistiek

Rutger Kerkkamp ontving de Jan Hemelrijkprijs 2014 voor de beste afstudeerscriptie op het gebied van statistiek en operations research voor zijn masterscriptie aan de TU Delft, getiteld *Facility Location Models in Emergency Medical Service: Robustness and Approximations*. In dit artikel zet hij uiteen wat zijn afstudeerwerk inhield.

Bij ernstige ongevallen is het van levensbelang dat ambulances snel ter plaatse van het ongeval zijn om medische hulp te verlenen. De reactie op medische spoedmeldingen moet daarom goed georganiseerd zijn. In Nederland zijn 24 regionale ambulancevoorzieningen verantwoordelijk voor de uitvoering en coördinatie van de ambulancezorg. De ambulancezorg omvat het reageren op medische spoedmeldingen, het bieden van eerste hulp ter plaatse en het transporteren van patiënten van en naar ziekenhuizen (zowel acuut als gepland). Elke ambulancevoorziening heeft een eigen toegewezen zone, weergegeven in Figuur 1, en bestaat onder andere uit een meldkamer met medisch getrainde centralisten en ambulances met personeel.

Om een indruk te geven van de omvang van de Nederlandse ambulancezorg: er zijn ongeveer 700 ambulances in heel Nederland en deze worden ongeveer 1 miljoen keer per jaar ingezet. De ambulances zijn verdeeld over ongeveer 200 standplaatsen, ook wel bases genoemd. Dit zijn de locaties waarnaar toegewezen ambulances terugkeren na het afhandelen van een spoedmelding. Voor meer feitelijke informatie en statistieken zie bijvoorbeeld [5].

Vanwege de urgentie bij ongevallen is in Nederland een maximale responstijd afgesproken: een ambulance moet binnen vijftien minuten na een spoedmelding ter plaatse zijn, anders wordt de respons als 'te laat' beschouwd. Het is daarom noodzakelijk dat de standplaatsen goed verspreid zijn door het land en dat de locaties weloverwogen gekozen zijn. Optimalisatiemodellen en besliskundige technieken zijn bij uitstek geschikt om beleidsmakers te ondersteunen in dit soort beslissingen.

Een optimalisatiemodel is gedefinieerd door een doelfunctie en een verzameling van voorwaarden. Oplossingen die voldoen aan alle voorwaarden van het model heten toegelaten oplossingen. In het bijzonder zijn we geïnteresseerd in het optimum: de toegelaten oplossing met de beste doelfunctiewaarde. De optimale oplossing is vaak doorslaggevend voor operationele adviezen en is daarom van essentieel belang.

Er kunnen echter moeilijkheden ontstaan als het gekozen model gevoelig is voor onzekerheid in de parameters. Het kan zijn dat kleine fluctuaties in onzekere parameters grote gevolgen hebben voor de optimale oplossing. Neem als voorbeeld het aantal meldingen in een regio: dit zal fluctueren over de

Figuur 1 De zones van de 24 regionale ambulancevoorzieningen in Nederland.

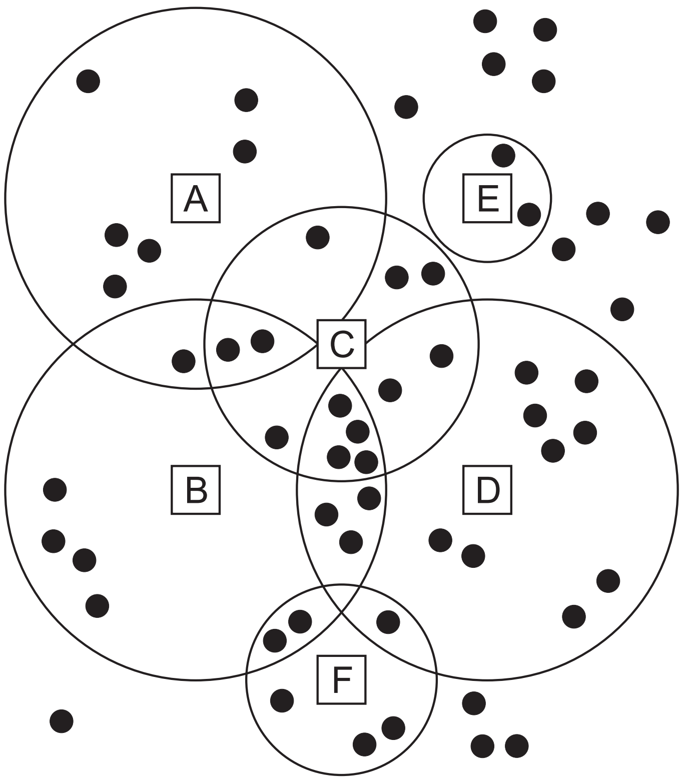
jaren en is niet exact te voorspellen. De optimale ambulancestandplaatsen kunnen sterk afhangen van het aantal meldingen in elke regio. Hoe kunnen we dan alsnog met een gedegen advies komen?

Een andere complicerende factor is het mogelijk bestaan van meerdere optimale oplossingen voor het model. In termen van het model zijn al deze oplossingen gelijkwaardig, maar in de praktijk zijn sommige beter dan andere. De term 'optimaal' is wat dat betreft misleidend, zeker voor een buitenstaander die zich niet bewust is van deze subtiliteiten. Belangrijke vragen zijn daarom welke van de optimale oplossingen gekozen moet worden en of het wel te bepalen is welke alternatieven er zijn.

Bij het adviseren zal men deze factoren moeten onderzoeken, zeker bij zaken als ambulancelogistiek waar levens mee gemoeid zijn. We hebben de gevoeligheid onderzocht van de parameters in een eenvoudig optimalisatiemodel dat inzicht geeft waar ambulancebases het beste geplaatst kunnen worden.

Optimale ambulancestandplaatsen

In de literatuur zijn vele modellen beschreven om te bepalen wat de beste locaties zijn voor ambulancestandplaatsen. We behandelen een eenvoudig model dat vaak gebruikt wordt voor een eerste analyse van de ambulancezorg in een regio, zie ter illustratie Figuur 2. De mogelijke bases $\mathcal{I}$ worden weergegeven door vierkanten met een letter. De zwarte punten zijn de locaties $\mathcal{J}$ waar ongelukken kunnen plaatsvinden. Elke standplaats $i \in \mathcal{I}$ kan een bepaald gebied op tijd bereiken, aangegeven met de open cirkel om het betreffende vierkant. Dit is te coderen in binaire parameters: $a_{ij} = 1$ als basis $i \in \mathcal{I}$ op tijd locatie $j \in \mathcal{J}$ kan bereiken, anders is $a_{ij} = 0$. De binaire beslissingsvariabele x_i geeft aan of basis $i \in \mathcal{I}$ geopend wordt ($x_i = 1$) of niet ($x_i = 0$). Analoog hieraan geeft de binaire variabele z_j aan of locatie $j \in \mathcal{J}$ wel ($z_j = 1$) of niet ($z_j = 0$) op tijd bereikt kan worden door de keuze van geopende bases.



Figuur 2 Voorbeeld van het locatieprobleem.

De doelfunctie van het model is om zoveel mogelijk locaties op tijd te kunnen bereiken, waarbij $p \in \mathbb{N}$ standplaatsen geopend mogen worden. Een locatie $j \in \mathcal{J}$ kan een toegewezen gewicht $d_j \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ hebben, bijvoorbeeld de frequentie van ongelukken in dat gebied. We moeten dan het totale gewicht van de bereikbare locaties maximaliseren. Dit leidt tot het volgende model:

$$
\begin{aligned}
&\text{maximaliseer de doelfunctie} && \sum_{j \in \mathcal{J}} d_j z_j, && (1)\\
&\text{onder de voorwaarden} && \sum_{i \in \mathcal{I}} x_i \leq p, && (2)\\
& && \sum_{i \in \mathcal{I}} a_{ij} x_i \geq z_j, \quad \forall j \in \mathcal{J}, && (3)\\
& && x_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in \mathcal{I}, &&\\
& && z_j \in \{0,1\}, \quad \forall j \in \mathcal{J}. &&
\end{aligned}
$$

De doelfunctie (1) sommeert het gewicht van alle op tijd bereikbare locaties. Voorwaarde (2) beperkt het aantal geopende bases tot maximaal p en voorwaarde (3) zorgt ervoor dat locatie $j \in \mathcal{J}$ alleen op tijd bereikbaar is als daadwerkelijk een basis in de buurt geopend wordt. De overgebleven voorwaarden beperken de variabelen tot het binaire domein.

De eenvoud van het model heeft zowel voordelen als nadelen. Een nadeel is de aanname dat er altijd een ambulance op de basis beschikbaar is als een melding binnenkomt. In de praktijk kan het namelijk voorkomen dat alle ambulances van een basis bezet zijn en het langer duurt voordat een ambulance reageert op een nieuwe melding. Twee voordelen zijn dat het model weinig parameters heeft om te schatten en dat het relatief snel op te lossen is. Het model is daarom nuttig als een startpunt in de analyse van een regio.

Onzekerheid in de parameters

Stel we hebben onzekerheid in een aantal van onze parameters. We kunnen het model oplossen door simpelweg de nominale (geschatte) waarden te nemen en het resulterende optimum gebruiken als oplossing voor ons probleem. Dit kan echter leiden tot twee complicaties wanneer de realisatie van de parameters, de werkelijke waarde, bekend wordt. Ten eerste kan de oplossing niet meer toegelaten zijn. Ten tweede kan de doelfunctiewaarde dusdanig verslechteren dat we een andere oplossing hadden moeten kiezen. Het is daarom van belang dat de robuustheid van het model onderzocht wordt. Oftewel, wat is het effect van fluctuaties in de parameters op de oplossingen?

Voor het locatiemodel kunnen we veilig aannemen dat het maximale aantal standplaatsen p bekend is. Er zijn daarom twee typen parameters die onzekerheid kunnen bevatten: de frequentie van meldingen op locatie $j \in \mathcal{J}$ (gewicht d_j) en het bereikbare gebied vanuit basis $i \in \mathcal{I}$ (a_{ij} voor alle $j \in \mathcal{J}$).

Om de gevoeligheid van het locatiemodel voor onzekerheid in de frequentie van meldingen te onderzoeken, gebruiken we een conservatieve aanpak genaamd Robuust Optimaliseren (zie bijvoorbeeld [3]). We nemen aan dat de gewichten d in een bepaalde onzekerheidsstructuur $\mathcal{D}$ zit. Neem als voorbeeld dat de gewichten 5 procent kunnen afwijken van hun geschatte waarden. Het robuuste model bepaalt een oplossing die zo goed mogelijk presteert onder de slechtst mogelijke realisatie van $d \in \mathcal{D}$. Oftewel, het robuuste model heeft als doelfunctie

$$\max_{d \in \mathcal{D}} \min \sum_{j \in \mathcal{J}} d_j z_j.$$

Het geeft dus een garantie op de kwaliteit van de oplossing, ongeacht de daadwerkelijke realisatie van $d \in \mathcal{D}$. Deze robuuste aanpak is geschikt voor de medische context, waar men de voorkeur heeft voor veilige keuzes.

We hebben onzekerheidsstructuren geanalyseerd waarbij het totaal aantal meldingen vaststaat, maar het aantal per locatie een bepaald percentage kan afwijken van de geschatte waarde. Voor de situatie in Nederland blijkt uit theoretische en numerieke resultaten dat het originele model nagenoeg dezelfde oplossingen geeft als het robuuste model. Dit betekent dat het originele locatiemodel ongevoelig is voor kleine fluctuaties in de gewichten, een zeer gewenste eigenschap.

Dit brengt ons tot de onzekerheid in de bereikbaarheidsparameters a_{ij}, wat neerkomt op de onzekerheid in de responstijd. Hier hebben we een andere aanpak gehanteerd waarbij we het originele model niet aanpassen. Een numerieke gevoeligheidsanalyse, waar we de maximale responstijd van vijftien minuten verlagen, geeft aan dat het model zeer gevoelig is voor dit type onzekerheid. De analyse laat echter ook zien dat er vele optimale oplossingen zijn, waarvan sommige minder gevoelig zijn voor het verlagen van de responstijd dan andere. Het moge vanzelfsprekend zijn dat deze robuustere optima de voorkeur hebben.

We kunnen het originele model uitbreiden naar de volgende tweestaps-optimalisatiemethode. Eerst bepalen we de maximale doelfunctiewaarde van het originele model, oftewel de maximale dekkingsgraad. Vervolgens bepalen we met een tweede optimalisatiemodel de oplossing die deze maximale dekkingsgraad zo lang mogelijk behoudt als de responstijd geleidelijk verlaagd wordt. Het effect is dat we een optimum van het originele model kiezen dat het minst gevoelig is voor het verlagen van de responstijd.

Een voorbeeld van het effect van deze tweestaps-methode is als volgt. Stel we bepalen de optimale standplaatsen in een anonieme zone in Nederland aan de hand van de norm van vijftien minuten. Vervolgens berekenen we de dekkingsgraad van deze gegeven standplaatsen als de norm verlaagd wordt naar dertien minuten. De oplossing van het originele model heeft een resulterende dekkingsgraad van 79 procent, terwijl die van de tweestaps-oplossing 99 procent is. Dus door slim te kiezen uit de verschillende optima kunnen we de resulterende dekkingsgraad verbeteren.

De gevoeligheid voor veranderingen in de responstijd zal niet volledig verholpen worden door de tweestaps-optimalisatiemethode. Desondanks zorgt een tweestaps-optimalisatie voor robuustere oplossingen door alternatieve optima te overwegen.

Ten slotte

Optimalisatiemodellen bieden beleidsmakers extra middelen om tot weloverwogen beslissingen te komen. Het is daarom niet verrassend dat in de ambulancezorg steeds meer gebruik gemaakt wordt van deze technieken. We moeten ons er wel telkens bewust van zijn dat modellen vereenvoudigingen van de werkelijkheid zijn. In het bijzonder moeten we analyseren wat de gevoeligheid is voor onzekerheid in de parameters en welk optimum de voorkeur heeft bij het bestaan van meerdere optima. De methodes die hier beschreven zijn, vormen een voorbeeld van een dergelijke analyse.

Meer informatie

Voor het volledige onderzoek verwijzen we naar [8], in het bijzonder naar hoofdstuk 3. Dit onderzoek is uitgevoerd als onderdeel van het REPRO-project, een samenwerking tussen CWI en TU Delft geleid door Rob van der Mei. Zie [1] voor een eerdere publicatie in het NAW over het REPRO-project. Dit project richt zich op verschillende aspecten van ambulancelogistiek zoals de plaatsing van ambulancebases [4], de dynamische bijsturing van ambulances [2,7] en de simulatie van de ambulancezorg [6].

Referenties

1 K. Aardal, T.C. van Barneveld, P.L. van den Berg, S. Bhulai, M. van Buuren, J.T. van Essen, C. Jagtenberg, G.J. Kommer, G. Legemaate en R.D. van der Mei, Van reactieve naar proactieve planning van ambulancediensten, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/16(3) (2015), 183–192.

2 T.C. van Barneveld, S. Bhulai en R.D. van der Mei, A dynamic ambulance management model for rural areas, *Health Care Management Science* (2015), doi 10.1007/s10729-015-9341-3.

3 A. Ben-Tal, L. El Ghaoui en A. Nemirovski, *Robust optimization*, Princeton Series in Applied Mathematics, Princeton University Press, 2009.

4 P.L. van den Berg en K. Aardal, Time-dependent MEXCLP with start-up and relocation cost, *European Journal of Operational Research* 242(2) (2015), 383–389.

5 I. Boers, P. Duijf, E. Grummels, G. Leerkes en H. van der Werff, *Ambulances in-zicht 2009*, Ambulancezorg Nederland, 2010.

6 M. van Buuren, K. Aardal, R.D. van der Mei en H. Post, Evaluating dynamic dispatch strategies for emergency medical services: TIFAR simulation tool, *Proceedings of Winter Simulation Conference*, 2012, pp. 1–12.

7 C. Jagtenberg, S. Bhulai en R.D. van der Mei, An efficient heuristic for real-time ambulance redeployment, *Operations Research for Health Care* 4 (2015), 27–35.

8 R.B.O. Kerkkamp, *Facility location models in emergency medical service: robustness and approximations*, masterscriptie, TU Delft, 2014, repository.tudelft.nl.