

Johan van Leeuwen

Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
j.s.h.v.leeuwen@tue.nl

Michel Mandjes

Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde
Universiteit van Amsterdam
m.r.h.mandjes@uva.nl

NETWORKS

NETWORKS is een tien jaar lopend (2014–2023) Zwaartekrachtproject waarin, met de steun van het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, fundamenteel onderzoek gedaan wordt naar de eigenschappen van netwerken. Het project zal bruggen slaan tussen wiskunde en informatica, theorie en praktijk, en wetenschap en maatschappij. En bovenal zal NETWORKS veel jonge talenten opleiden die deze bruggen gaan bewandelen. Johan van Leeuwen en Michel Mandjes zijn lid van het projectteam.

In de wereld om ons heen hebben we te maken met zeer omvangrijke netwerken. Technologische ontwikkelingen hebben geleid tot grootschalige infrastructures voor vervoer van mensen, producten, informatie en meer. In Nederland zijn miljoenen mensen verbonden door verkeers- en energienetwerken, in de wereld communiceren miljarden mensen via Facebook of het internet. Deze massale netwerken bieden zowel kansen als bedreigingen en het is daarom van cruciaal belang dat we ze begrijpen, zodat we in staat zijn ze te verbeteren en in bedwang te houden.

De taal die in het project NETWORKS wordt gebruikt is die van de wiskunde. Netwerken kunnen daarmee op een abstract niveau worden beschreven, met als doel universele eigenschappen of beginselen te ontdekken en nader te onderzoeken. Als we het brein beter begrijpen kunnen we ook iets leren over hoe we het internet zouden moeten inrichten of over hoe een epidemie aan banden gelegd kan worden. Wiskunde kan ook helpen bij het omgaan met de grootschaligheid, complexiteit en onvoorspelbaarheid die we in net-

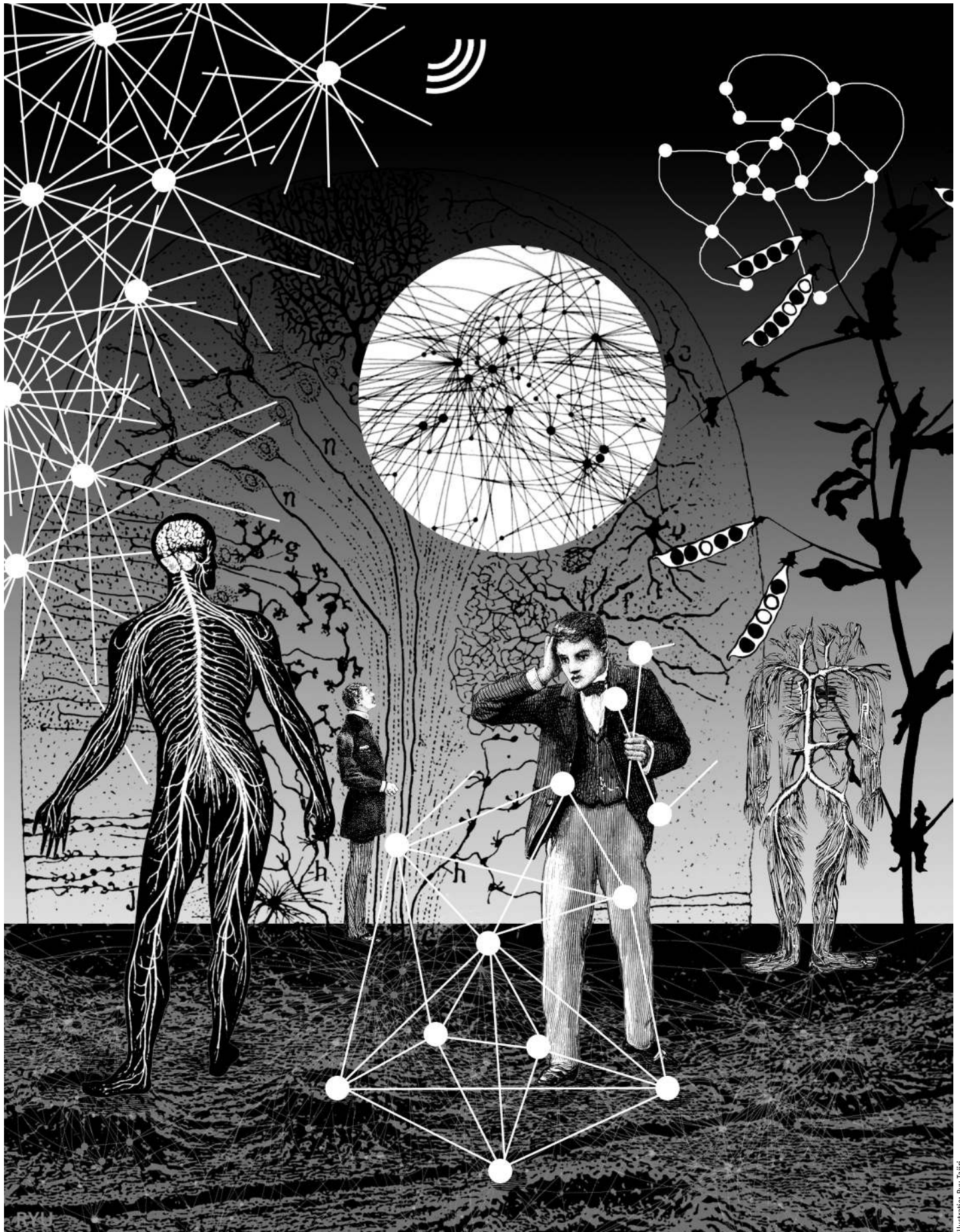
werken tegenkomen. Hierbij wordt met name een beroep gedaan op twee deelgebieden van de wiskunde: de *stochastiek* en de *algoritmiek*. Op deze manier raken deze twee onderzoeksvelden, die zich tot dusver vooral naast elkaar ontwikkelden, steeds meer met elkaar verweven. Tegelijkertijd is er sprake van een toenemende interactie met allerlei andere wetenschapsgebieden.

Stochastiek is de wiskunde van de grilligheid en onvoorspelbaarheid. Het is de uitdaging om, in weerwil van die intrinsieke onzekerheid, tot wiskundig betrouwbare uitspraken te komen. De meeste netwerken die we kennen zijn inherent stochastisch; tot op bepaalde hoogte onvoorspelbaar door gedrag van mensen, apparaten of veranderende omstandigheden (het weer, de economie of 'toevalligheden' van allerlei aard). De invloed van die toevallige factoren wordt versterkt door de karakteristieke hoge connectiviteit van netwerken (denk aan de beroemde theorie van 'six degrees of separation') en de doorgaans hoge belasting waaronder netwerken opereren. Onder deze 'kritieke' condities kan een

kleine stochastische verstoring een desastreuze invloed hebben, zoals ondermaatse prestaties of in extreme gevallen zelfs het bezwijken van het hele netwerk.

Het is dus van belang om te begrijpen onder welke omstandigheden netwerken instabiel worden of ander ongewenst gedrag gaan vertonen. Waar ligt de grens, of het kookpunt, vanaf waar het netwerk niet meer naar behoren functioneert? Welke transmissiesnelheden kunnen via draadloze netwerken gerealiseerd worden? Hoeveel auto's kan het wegennet faciliteren terwijl de kans op massale filevorming gering blijft? Wat is het minimale percentage van de bevolking dat ingeënt moet zijn om een eventuele epidemie te voorkomen? Deze vragen illustreren dat er een grote behoefte bestaat aan fundamenteel nieuwe denkwijzen om grote stochastische netwerken te doorgronden, niet alleen om ze efficiënt te kunnen benutten, maar ook om eventuele catastrofale ontwikkelingen af te wenden.

Algoritmes spelen hierin een cruciale rol. Populair gezegd is een algoritme een recept dat voorschrijft hoe een netwerk bestuurd wordt. Zo zijn er algoritmes die de kortste weg van A naar B bepalen, of de opslag en transport in een energienetwerk coördineren. Ook aan Google ligt een algoritme ten grondslag: het beroemde *PageRank*. Doordat de onderliggende netwerken steeds



Illustratie: Ryu Hijiiri

groter en complexer worden, ontstaan er forse algoritmische uitdagingen. Algoritmes moeten snel en accuraat zijn, en bovendien kunnen omgaan met veranderende omstandigheden. Denk aan een aangepaste dienstregeling voor treinen wanneer delen van het netwerk wegvallen. Of een internetprovider die beslist dat het dataverkeer langs andere routes gestuurd moet worden als bepaalde knooppunten gebukt gaan onder overbelasting. Of aan energievoorraden die aangesproken zouden kunnen worden op windstille dagen. Dit zijn voorbeelden van uitdagingen die, zij het verpakt in een abstracte formulering, onderzocht worden in NETWORKS.

Voorbeelden van samenwerking

We bespreken nu voorbeelden van samenwerking binnen NETWORKS waarbij de stochastiek en de algoritmiek nader tot elkaar komen. Een tweede gemeenschappelijk punt is dat de samenwerking telkens wordt gemotiveerd door grote praktische thema's en aanleiding geeft tot fundamentele onderzoeksvragen.

Het eerste voorbeeld betreft de *besliskunde*. De mathematisch besliskundigen in Nederland ontmoeten elkaar in januari, tijdens de jaarlijkse conferentie, traditiegetrouw gehouden in congrescentrum De Werelt te Lunteren. Er wordt door veel besliskundigen aan netwerken gewerkt, maar een ieder doet dat vanuit een eigen perspectief. Op hoog niveau zijn er twee stromingen te onderscheiden, die slechts in beperkte mate met elkaar communiceren: de deterministische en de stochastische besliskunde. En hoewel vaak naar dezelfde toepassingen wordt gekeken, verkiezen de deterministici toch geheel andere wiskundige methoden dan de stochastici. Neem als voorbeeld een communicatienetwerk, zoals het internet. Met een beschrijving van de infrastructuur van dit netwerk, in termen van een graaf met een verzameling knopen verbonden door lijnen, heeft men een wiskundig object waaraan op veel manieren gerekend kan worden. Zo zou je met een deterministisch algoritme het kortste pad kunnen berekenen tussen twee knopen, of een route die anderszins optimaal is. Voor het internet alleen al zijn er talloze algoritmes die kunnen worden uitgevoerd om bepaalde eigenschappen van de internetgraaf te analyseren en aan de hand daarvan voorspellingen te doen of beslissingen te nemen over de optimale route voor een datapakket; binnen de informatica is dit dan ook een belangrijk onderwerp.

Stochastici zijn geïnteresseerd in dezelfde vraagstukken, maar voegen dan vaak een

bron van onzekerheid toe, bijvoorbeeld door het gedrag van de gebruikers mee te nemen in het wiskundig model. In dat geval blijft de internetgraaf onveranderd, maar is er sprake van een onzeker proces van datapakketjes dat over de graaf stroomt, waarbij de individuele knooppunten vaak worden beschreven door *wachtrijen* waarin de datapakketjes tijdelijk kunnen worden opgeslagen. In andere modellen kan ook de graaf zelf onzeker zijn, bijvoorbeeld als er verbindingen (tijdelijk) wegvallen en bijkomen. Zelfs het algoritme dat de route kiest kan stochastisch zijn, als er bij wijze van spreken een muntje wordt gegooid dat bepaalt of een datapakket langs de ene of de andere route wordt gestuurd. Deze 'willekeurige' algoritmes worden steeds belangrijker, omdat ze schaalbaar zijn, in tegenstelling tot algoritmes die 'alle' informatie gebruiken (preciezer gezegd: algoritmes die gebaseerd zijn op een gedetailleerde beschrijving van de toestand van het gehele netwerk van dat moment).

Communicatienetwerken spelen een belangrijke rol in NETWORKS. Het onderzoek richt zich op allerlei uitdagende problemen op het gebied van vaste en draadloze netwerken, waarbij er in het bijzonder ook aandacht besteed wordt aan geavanceerde optische netwerken.

NETWORKS houdt zich naast communicatienetwerken ook bezig met verkeersnetwerken. Bij het ontwerpen van een verkeersnetwerk bestaat de eerste fase uit ruwe berekeningen waarbij het leidende principe is dat de capaciteit van de wegen voldoende groot moet zijn, met een planningshorizon van wellicht enkele decennia. De benodigde berekeningen zijn, in essentie, combinatorisch van aard: vanuit de huidige infrastructuur wil men tegen minimale kosten tot een netwerk komen dat aan de gestelde eisen voldoet. Op kleinere tijdschaal speelt het echter een rol dat verkeersstromen niet deterministisch zijn, maar juist inherent stochastisch. Er zijn allerlei grillige effecten die van invloed zijn; denk aan de verschillen in rijgedrag, maar ook aan de invloed van het weer. Om te komen tot een realistische analyse van de capaciteit van wegen, moeten deze stochastische factoren worden meegenomen. Bovendien moet men ook kunnen inspelen op ongelukken en werkzaamheden, bijvoorbeeld door verkeer langs een alternatieve route te sturen. Hiermee komen we dan op het gebied van de algoritmiek terecht: gegeven de huidige condities, moet het juiste advies aan de automobilisten worden gegeven. Het onderliggende algoritme moet snel ('real-time') en adaptief zijn;

er is geen tijd voor tijdrovend rekenwerk. NETWORKS brengt de disciplines bij elkaar die nodig zijn bij het oplossen van dergelijke algoritmische vraagstukken. Op een vergelijkbare manier wordt binnen NETWORKS ook naar energienetwerken gekeken.

Een derde voorbeeld van samenwerking betreft *toevallige grafen* die worden gebruikt om complexe netwerken te beschrijven. Waar bij een verkeersnetwerk de infrastructuur doorgaans als gegeven wordt beschouwd, is dat bij veel andere complexe netwerken niet langer het geval. Miljarden mensen over de hele wereld wisselen informatie uit over Facebook en dat levert grafen met knopen en verbindingen op die eenvoudigweg te complex zijn om op detailniveau in kaart te brengen. Een manier om de complexiteit te lijf te gaan is door gebruik te maken van het concept van toevallige grafen (random graphs). De bekendste toevallige graaf is vernoemd naar Paul Erdős en Alfréd Rényi: de zogenaamde *Erdős-Rényi-graaf* bestaat uit n knopen, waarbij ieder paar knopen met een vaste kans p verbonden is met een lijn.

Toevallige grafen liggen op het snijvlak van de kansrekening (stochastiek) en grafentheorie (algoritmiek). Veel eigenschappen van toevallige grafen kan men bestuderen door alleen lokale informatie van de infrastructuur te kennen. Zo kan de structuur van het netwerk worden beschreven door vanuit een knoop, steeds de aangrenzende knopen in kaart te brengen. Op dit principe gebaseerde algoritmes zijn recentelijk erg krachtig gebleken: ze zijn schaalbaar (in de zin dat ze toegepast kunnen worden in grote netwerken), maar tegelijkertijd vertonen ze onder bepaalde voorwaarden bijna-optimaal gedrag.

Om de infrastructuur van een online sociaal netwerk op schaalbare wijze te benutten, kan men een algoritme zo ontwerpen dat iedereen de hem of haar beschikbare informatie aan vrienden doorgeeft, die het vervolgens weer doorgeeft aan hun vrienden. Ondanks het feit dat het onderliggende netwerk zeer omvangrijk is, zal de informatie zich als een lopend vuurtje verspreiden. Op wiskundig niveau gebeurt bij het ontstaan van een epidemie (computervirussen op communicatienetwerken, of ziektes op populaties) echter in feite hetzelfde. Ook hier geldt: greep krijgen op deze netwerkfenomenen vraagt om de bundeling van de algoritmische en stochastische krachten.

Diversiteit, gemeenschappelijke uitdagingen
NETWORKS is een groot onderzoeksproject dat bestaat uit een aanzienlijk aan-

tal uiteenlopende thema's: ruimtelijke netwerken, dynamische netwerken, kwantumnetwerken, transportnetwerken, communicatienetwerken en energienetwerken. Op voorheen zelfstandig opererende gebieden en onderwerpen zijn inmiddels zes universitair docenten aangesteld en meer dan twintig promovendi. Daarnaast zijn sinds de start van NETWORKS steeds meer onderzoekers betrokken geraakt. Binnen het project spelen outreach en kennisuitwisseling via workshops een belangrijke rol en is er bovendien een trainingsprogramma opgezet dat bedoeld is voor de verdere inhoudelijke scholing van de staf en promovendi.

Ondanks de schaal en heterogeniteit van het NETWORKS-programma zijn de uitgangspunten herkenbaar. We schetsten al eerder de gedachten achter het bundelen van stochastiek en algoritmie, maar daarnaast wordt een prominente rol gespeeld door twee overkoppelende uitdagingen. De eerste uitdaging is het introduceren van *zelforganisatie* in echte

netwerken. Het achterliggende idee is om algoritmes te ontwerpen waarmee het netwerk in feite zichzelf aanstuurt. Het netwerk neemt dan met lokale niet-volledige informatie op gedistribueerde wijze beslissingen, maar vertoont desondanks op globaal niveau nagevoeg optimaal gedrag. De tweede uitdaging betreft het bouwen van een universele theorie voor intelligente netwerken. Die intelligente netwerken worden aangestuurd door de hierboven besproken real-time algoritmes. Het doel is om op abstract niveau te formaliseren wat intelligentie betekent in de context van netwerken.

Beide uitdagingen zijn aanzienlijk: de eerste vanwege het feit dat de toepasbaarheid centraal staat, wat de onderzoekers dwingt om de resultaten te toetsen aan de praktische uitvoerbaarheid, en de tweede als gevolg van het ontbreken van alomvattende theorievorming op het meest globale, abstracte niveau. Met de combinatie van deze twee uitdagingen, waarbij praktische toetsing en

theorievorming dus hand in hand moeten gaan, komen we terecht bij de kern van NETWORKS. Intelligente netwerken worden bestuurd door algoritmes die in real-time werken, die kunnen leren, die kunnen omgaan met grillige omstandigheden en die uiteindelijk een netwerk zelfstandig kunnen laten opereren. We hoeven dan ook de infrastructuur van het brein, het internet of het verkeersnetwerk niet volledig te kennen om het toch te kunnen besturen. De wiskunde zal de komende jaren algoritmes tot stand brengen om de steeds toenemende omvang en complexiteit van netwerken het hoofd te bieden. Kunnen we die weerbarstige netwerken, waarvan wij allen afhankelijk zijn, beheersen door intelligente, zelfstandig opererende, maar niettemin betrouwbare algoritmes te ontwikkelen? ←

Meer informatie over NETWORKS is te vinden op de website van het project: www.thenetworkcenter.nl.