

Arthur Veldman

Instituut voor Wiskunde en Informatica
Rijksuniversiteit Groningen
a.e.p.veldman@rug.nl

Afscheidsrede

Wiskunde aan de grenzen

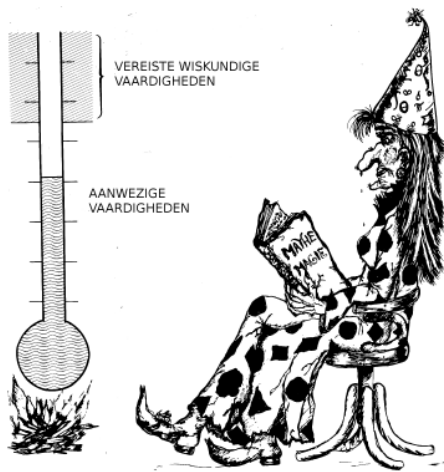
Op 27 augustus 2013 werd er aan de Rijksuniversiteit Groningen ter gelegenheid van het emeritaat van prof.dr. Arthur Veldman, hoogleraar technische wiskunde, een symposium gehouden waarin thema's werden aangesneden waarmee hij een bijzondere binding heeft. Dit artikel is een weergave van het afscheidscollege dat Veldman aan het eind van de dag gaf. Van een echt afscheid is echter geen sprake, want dankzij een subsidie van technologiestichting STW blijft de emeritus hoogleraar nog vijf jaar langer verbonden aan de RUG.

Ineens is het zover: de kalender geeft aan dat je 65 wordt en niet meer hoeft te werken. En toch overvalt het me. Mijn geest is er, gelukkig, nog lang niet aan toe. Ik zeg wel eens tegen mijn studenten: "Jullie gezichten veranderen, maar ze worden nooit ouder." Dat houdt je jong, en je hebt niet door dat de pensioendatum met rasse schreden nadert. Ik hoop dan ook voorlopig nog geen afscheid te hoeven nemen van de wetenschappelijke wereld. Maar het is wel een goed moment om,

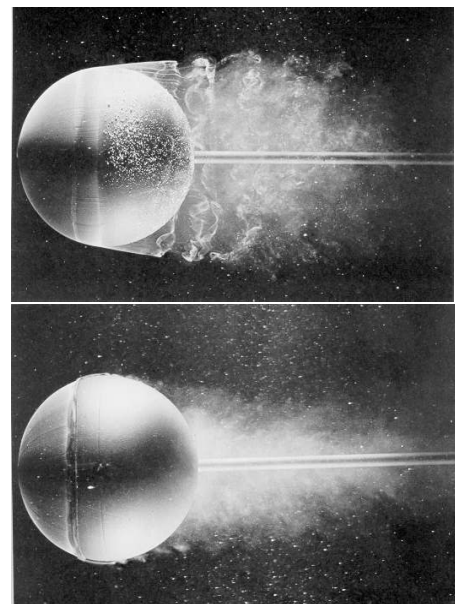
vanuit mijn eigen perspectief, terug te kijken op het 'officiële' deel van mijn carrière.

Er bestaat een uitdagende kloof tussen de problemen om ons heen en de beschikbare kennis. In mijn oratie [17] heb ik de 'magisch' tovenaars (Figuur 1) ten tonele gevoerd die 25 jaar geleden is getekend op het NLR (Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium) [16]. In de geest van Goethe [21], "Es ist nicht genug zu wissen, man muss auch anwenden", doet ze pogingen om haar wiskundevaardigheden boven het wiskundig vuur naar het voor toepassingen benodigde niveau op te warmen. In deze geest werken we hier in Groningen. Ik zal u enkele specifieke voorbeelden laten zien van onderzoek dat mij mijn halve leven heeft 'achtervolgd', in positieve zin wel te verstaan. Tussen de bedrijven door zal het onderwijs en de relatie tot de studenten aan bod komen, en aan het eind een aantal opmerkingen over de aansluiting en de samenwerking met de maatschappij waarin wij leven.

Onze grootste inspiratiebron komt uit de stromingsleer, die overal om ons heen voorkomt. Iedereen kent op stormachtige herfst-dagen de dwarrelende bladeren, die de wilde, turbulente bewegingen van de lucht visualiseren. Het met de computer berekenen en begrijpen van turbulente stromingen is onze



Figuur 1 NLR-schets uit 1988 [16]: Toepassingen vergen het uiterste van wiskundige vaardigheden.



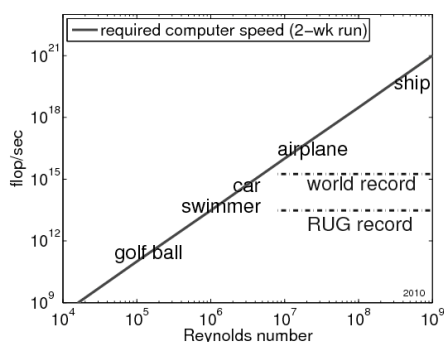
Figuur 2 Laminaire (boven) versus turbulente (onder) loslating [15]: turbulente stroming kan beter 'de bocht om', met een dunner zog (= minder weerstand) tot gevolg.

grootste uitdaging. Dit vakgebied heet in het Engels *computational fluid dynamics* (CFD), en is een van de meest prominente voorbeelden van *simulation based research*, het derde onderzoeksparadigma naast experiment en theorie. De lastigste situatie om te simuleren is wanneer er massieve loslating optreedt met recirculatiegebieden, zeg maar grote draaikolken. Figuur 2 toont twee foto's van een experiment [15]. In het bovenste plaatje laat de stroming laminair los van de bol; u ziet dat de stroming nauwelijks 'de bocht om' kan, met veel weerstand tot gevolg. In het onderste plaatje is de stroming met een plakbandje



Arthur Veldman

van het toepassen



Figuur 3 Vereiste rekeninspanning (in floating-point-operaties per seconde) voor gedetailleerde berekeningen van turbulente stromingen (twee weken rekentijd; status 2010).

op de bol turbulent gemaakt, waardoor deze beter de bocht rondt, resulterend in veel minder weerstand. Van dit effect wordt gebruik gemaakt bij golfballetjes en schaatspakken.

Een globale indicatie voor de mate van turbulentie wordt gegeven door het getal van Reynolds. Dit getal hangt af van een karakteristieke afmeting L van het omstroomde object, de snelheid U van de stroming en de stroperigheid ν van het stromende medium: $Re = UL/\nu$. Hoe hoger het Reynoldsgetal, hoe turbulenter de stroming en hoe kleiner de te berekenen details. Het rekenen aan turbulente stromingen, inclusief alle details, gaat de rekenkracht van de huidige computers nog royaal te boven; ruwweg schaalde de benodigde rekeninspanning met $Re^{11/4}$, zie Figuur 3. Willen we toch uitspraken kunnen doen, dan moet de omvang van de berekeningen worden verkleind. Dit kan op drie manieren:

i. door kleinere structuren in de stroming te modelleren (zeg maar ‘glad te strijken’);

ii. door snellere oplosmethoden te ontwikkelen voor de optredende stelsels vergelijkingen;

iii. door het benodigde aantal roosterpunten te verminderen (bij gelijkblijvende nauwkeurigheid).

Alle drie de opties zullen aan de orde komen.

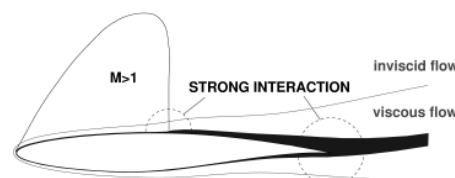
Langlopend onderzoek

Een eeuw geleden ‘ontdekte’ Prandtl [11] de aerodynamische grenslaag langs de wand van een omstroomd object (bijvoorbeeld een vliegtuigvleugel), waarin de viskeuze en turbulente effecten zich afspelen. Hij stelde een eenvoudig model op voor de stroming in deze grenslaag, dat hij wilde koppelen aan een model voor de niet-viskeuze buitenstroming. Door de viskeuze afremming bij de wand lijkt de vleugel effectief dikker: het *verdringingslichaam*, donker aangegeven in Figuur 4. Voor aanliggende stromingen, zoals in de kruisvlucht van een vliegtuig, gaat dit wonderwel. Maar zodra er loslating in het spel is, zoals bij start en landing van een vliegtuig, liet jarenlang iedere methode het numeriek volledig afweten: populair gezegd, alle berekeningen ‘ontploften’.

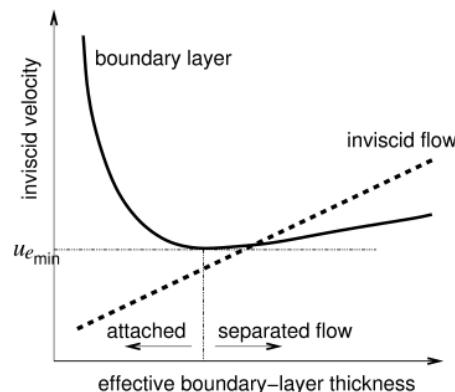
Het heeft tot eind jaren zeventig geduurd voor ontdekt werd waar dit door werd veroorzaakt: een minimum in de relatie tussen effectieve dikte van de grenslaag (de verdringingsdikte) en de langssnelheid (drukverdeling), juist op het punt van stromingsloslating; zie Figuur 5. Dit minimum maakt meteen duidelijk dat het voorschrijven van de langssnelheid tot problemen kan leiden. We spreken daarom rondom het loslaatpunt van ster-

ke interactie tussen grenslaag en buitenstroming. Het zou me niet verbazen als de existentie van zo’n minimum met functionaalanalytische methoden kan worden bewezen: een uitdaging voor de theoretici! Een vraag voor historici: Waarom duurde het zo lang voor het bestaan van dit minimum werd ontdekt?

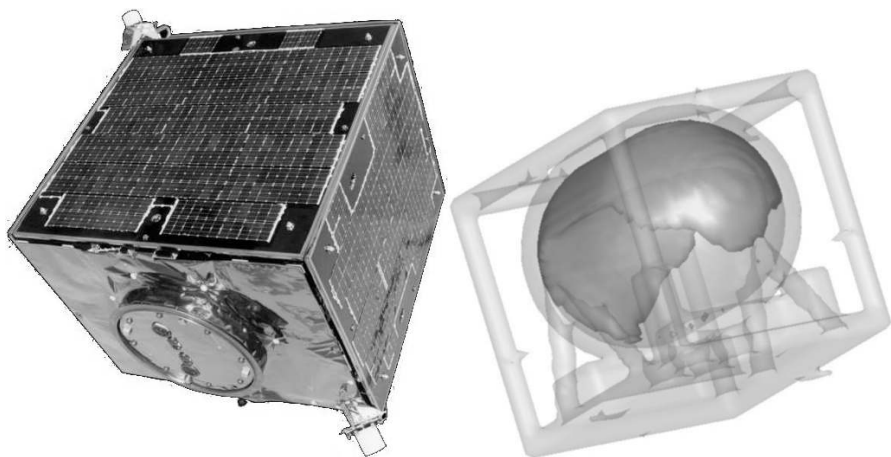
Toen deze oorzaak eenmaal bekend was, konden er rekenmethoden worden ontwikkeld die hier geen problemen mee hebben, zoals de quasi-simultane methode uit



Figuur 4 Prandtl’s opdeling van de stroming in een viskeuze grenslaag en een niet-viskeuze buitenstroming.



Figuur 5 Relatie tussen langssnelheid en verdringingsdikte in een grenslaag. Het minimum correspondeert met het punt van stromingsloslating.



Figuur 6 Sloshtsat FLEVO (links); berekende momentopname tijdens vrij-draaiend tuimelen, 'flat spin' (rechts).

mijn NLR-tijd. Later in Groningen hebben de promovendi Edith Coenen en Henny Bijleveld (met steun van het ECN) deze methode wiskundig verder geanalyseerd en aangescherpt (hun proefschriften zijn te vinden op <http://dissertations.ub.rug.nl/faculties/science>, 2001, respectievelijk 2013). Dit is een voorbeeld van een gepartitioneerd systeem: een probleem dat je eerst in twee delen hakt om die delen vervolgens weer aan elkaar te plakken. Voor een wiskundige maakt het niet zo veel uit wat de aard van het probleem

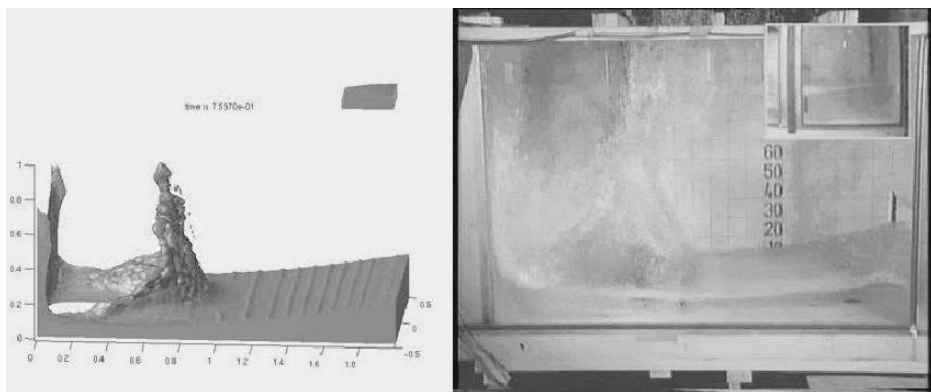
is: je kunt de gehanteerde koppelmethode net zo makkelijk toepassen op bijvoorbeeld elastische bloedvaten (met een bloedstroming en een elastische vaatwand), zoals Gerk Rozema doet.

Een ander voorbeeld van zo'n gepartitioneerd systeem waar de quasi-simultane methode op is toegepast betreft de beweging van met vloeistof gevulde satellieten. Dit onderzoek is ook eind jaren zeventig gestart op het NLR, met het ontwerp van de IRAS-observatiesatelliet als drijfveer. De eerste be-

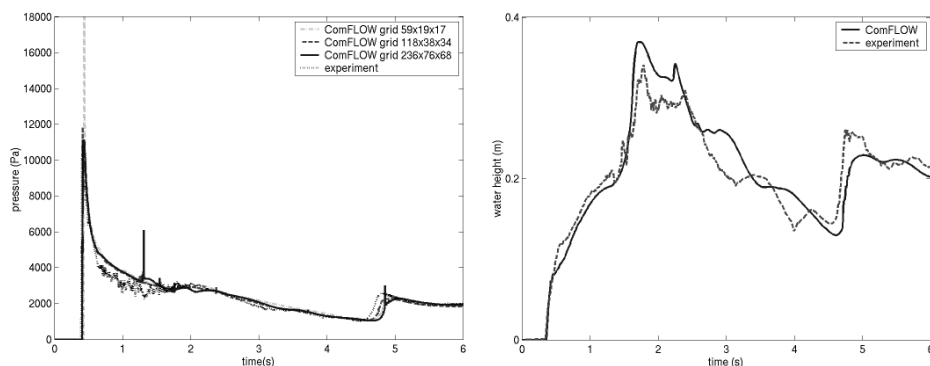
rekeningen in 1983 gebruikten een rekenrooster van 200 punten (onthoud dit getal), en werden uitgevoerd op een CDC Cyber 205 in het Control Data-hoofdkwartier in Minneapolis. Na enkele experimenten aan boord van het Europese ruimtelaboratorium Spacelab, is begin 2005 de door het NLR ontwikkelde experimenteesatelliet Sloshtsat FLEVO gelanceerd [22]. Hiermee is het rekenmodel voor de interactie tussen vloeistof en satelliet gevalideerd, met financiële steun van SRON Netherlands Institute for Space Research [18]; zie Figuur 6.

Dit onderzoek trok de aandacht van het MARIN (Maritime Research Institute Netherlands), dat geïnteresseerd is in de natuurkrachten uitgeoefend door extreme golven. Net als in de ruimtevaarttoepassing, gaat het hier om de beschrijving van vloeistofbewegingen met sterk veranderende vloeistofoppervlakken. Zo'n vijftien jaar geleden begon de samenwerking, en inmiddels is deze uitgebreid in projecten met TU Delft, FORCE Technology uit Noorwegen en Deltares (dat geïnteresseerd is in het effect van golven op kustconstructies). Deze projecten worden gesteund door technologie stichting STW en de wereldwijde offshore-industrie. Bij deze samenwerking wordt het ComFLOW-programma ontwikkeld, waaraan inmiddels een negental promovendi heeft bijgedragen: Jeroen Gerrits, Erwin Loots, Geert Fekken, Theresa Kleefsmann, Rik Wemmenhove, Peter Wellens, Henri van der Heiden, Peter van der Plas en Bülent Düz [23]. Roel Luppens levert een grote bijdrage aan hun begeleiding. De ComFLOW-ontwikkeling wordt gevalideerd met behulp van experimenten. Als voorbeeld volgen hieronder enige resultaten van een experiment waarin een blokje (model voor een container aan dek van een schip) wordt 'aangevallen' door een hoge golf [4]. Figuur 7 toont een snapshot van een synchrone animatie van berekening en experiment [24]. Twee ogen zijn niet genoeg om experiment en simulatie met elkaar te vergelijken. Dat gaat beter in 'saaie' lijngrafiekjes, waar twee krommes met elkaar worden vergeleken: eentje uit het experiment en de ander uit de berekening (Figuur 8).

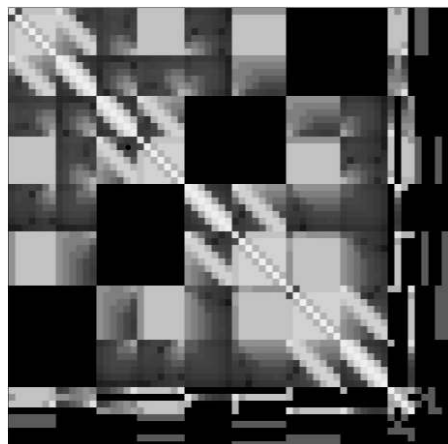
De grote 'rekenpartijen' kunnen worden verkleind door snellere oplosmethoden voor de voorkomende stelsels vergelijkingen te ontwikkelen. Hieraan wordt/werd in onze groep gewerkt door Eugen Botta, Fred Wubs, Kurt Lust en Bruno Carpentieri. Een van de specialiteiten zijn multilevel preconditioners voor ijle matrices, zoals NGILU, MRILU en HYMLS. Deze worden gecombineerd met continuïeringsmethoden om bifurcatieproblemen



Figuur 7 Berekening en experiment: momentopname uit synchrone animatie [24].



Figuur 8 Vergelijking tussen berekening en experiment: de druk voorop het blokje (links); de waterhoogte een eindje voor het blokje (rechts).



Figuur 9 Fill-in-patronen van een Schur-complement voor gepreconditioneerde (ijle en volle) matrices.

te onderzoeken, bijvoorbeeld voor Rayleigh-Bénard-convectie. Aan deze ontwikkeling is gewerkt door de promovendi Auke van der Ploeg, Ena Tiesinga, Arie de Niet, Jonas Thies, Hande Kirbas, Sourabh Kotnala en Weiyan Song. Toepassing vindt onder andere plaats in de oceanografie, samen met het IMAU in Utrecht. Een andere specialiteit wordt gevormd door oplosmethoden voor blokgestructureerde matrices (VBARMS), waarbij de matrixstructuur wordt uitgebuit door promovendi George Liao en Yiming Bu. U ziet aan Figuur 9 dat het bestuderen van fill-in-patronen bij dit onderzoek een belangrijk onderdeel is.

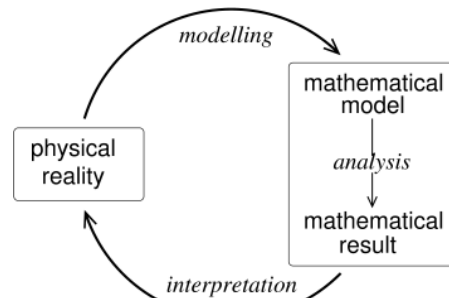
Ook met andere toepassingsgebieden is gezamenlijk promotie-onderzoek uitgevoerd, zoals met aerospace engineering en applied mathematics in Delft (stroming met chemische reacties: Jan Vos; capillaire stroming:

Ruben Schulkes), chemical engineering (niet-Newtonse stroming: Marc Gerritsma), biofysische chemie (polymeerdynamica: Natasha Maurits) en biomedical engineering (stembvormende elementen: Martin de Vries). Met collega Hendrik Hoogstraten is samengewerkt met de medische wereld, aan hemodynamische problemen (elastische bloedvaten: Erwin Loots). Ook participeerde onze groep in de ontwerpersopleiding ‘computational mechanics’ samen met de Universiteit Twente: een tweejarig programma waarin nauw werd samengewerkt met de industrie. Op landelijk niveau is het onderzoek ingebed in het J.M. Burgerscentrum, de nationale onderzoeksschool voor stromingsleer: een stimulerend ontmoetingsplatform voor de nieuwe generaties studenten. Ook de Werkgemeenschap Scientific Computing dient in dit verband te worden genoemd.

Onderwijs

Het zal u niet ontgaan zijn dat de geschetste wereld van het grootschalig rekenen (HPCN) zeer multidisciplinair van aard is. De tafel in Figuur 10 (vrij naar [8]) vertegenwoordigt samenwerkende beoefenaren van een kleurrijke verscheidenheid aan disciplines: probleem-experts (theorie en experiment), wiskundigen (modellen en algoritmen) en informatici (implementatie en visualisatie).

Een veelheid aan ‘talent’ wordt er gesproken, en het is de uitdaging voor een wiskundige hierbij aangehaakt te geraken. Hier ligt ook de kracht van de wiskunde: op dat abstractie-niveau lijken veel problemen op elkaar en is

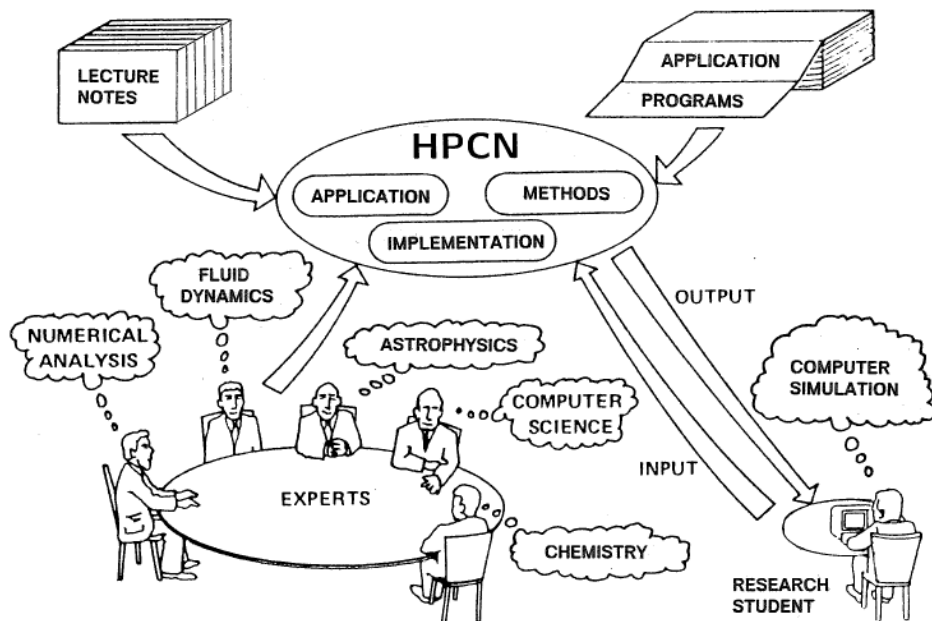


Figuur 11 ‘Retour-tje wiskunde’.

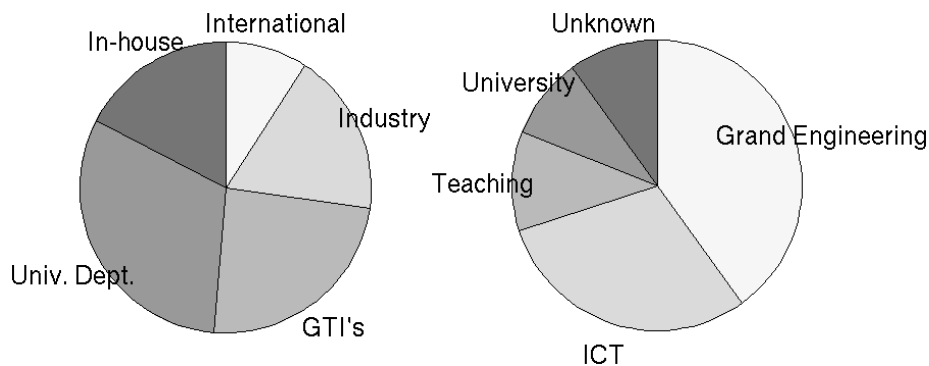
het relatief eenvoudig om methoden ontwikkeld voor het ene toepassingsgebied te hergebruiken in een ander toepassingsgebied. Uit voor mij onverwachte hoek duidde Harry Mulisch op deze kracht van de wiskunde bij de uitreiking van de Prijs der Nederlandse Letteren in 1995 [10]. Hij filosofeerde over de taal die de bouwers van de toren van Babel hebben gesproken om elkaar te begrijpen en concludeerde: “Het enige dat ik kan bedenken is dat die universele oertaal de wiskunde was.”

Deze diversiteit aan toepassingen is aantrekkelijk voor de studenten van de Groningse opleiding technische wiskunde (applied mathematics) die sinds 1958 bestaat en die sinds 1971 een officiële ingenieursopleiding is. De combinatie van wiskunde en toepassing is de kracht van deze opleiding, die in Groningen ruim de helft van alle wiskunde studenten trekt. Of zou het zijn dat de studenten aan hun grootouders kunnen uitleggen waar ze mee bezig zijn...? Ik heb altijd met veel plezier college gegeven: in het begin regelmatig om kwart over acht, zonder dat de aanwezigheid van de studenten daaronder leed...

Ieder probleem wordt meestal aangeleverd in de taal van de toepassing en moet samen met de probleemeigenaar worden omgezet in een wiskundig model. Dit wordt daarna geanalyseerd en uitgewerkt met wiskundige methoden, waarna de resultaten worden terugvertaald naar de toepassingstaal en besproken met de probleemeigenaar. Op grond van zijn reactie kan het gekozen model worden aangepast en herhaalt de cyclus zich. In het college stromingsleer noem ik dat een ‘retour-tje wiskunde’, een retour-tje over discipliniegrenzen heen (Figuur 11). Het overschrijden van deze discipliniegrenzen is in mijn ogen dan ook veel relevanter dan het overschrijden van landsgrenzen, dat heden ten dage een noodzakelijke voorwaarde lijkt te zijn voor een academische carrière. Ik zou daarom iedere academicus willen aanbevelen (om niet te zeggen: verplichten) om een tijdje rond te kijken in een aangrenzende discipline.



Figuur 10 Multidisciplinaire samenwerking bij grootschalig rekenen.



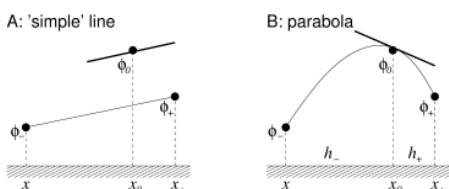
Figuur 12 Afstudeerstages (links) en arbeidsmarkt (rechts) van onze studenten.

Op dit moment is het afstudeeronderzoek vrijwel de enige gelegenheid waar de studenten ervaring kunnen opdoen met deze grensoverschrijdende activiteiten. Dit onderzoek wordt dan meestal (bij ons zo'n 80 procent) uitgevoerd in samenwerking met een academische of industriële onderzoeksgroep buiten de wiskunde, vaak op locatie als externe stage; Figuur 12 links. Deze blik naar buiten bereidt onze studenten goed voor op hun latere beroepsleven, en maakt het ons mogelijk om onderwijs en onderzoek te coördineren met de maatschappelijke ontwikkelingen.

Vrijwel alle afgestudeerden komen terecht in een omgeving waar wiskunde niet de dagelijkse omgangstaal is; Figuur 12 rechts. Zo'n 40 procent werkt in de *Grand Engineering*, de vloeistof en vaste-stof mechanica waarin ze zijn opgeleid. Nog eens 30 procent profiteert in de ICT van de programmeerervaring hier opgedaan. Ze hebben allen een andere (toepassings)taal moeten leren spreken. Ik pleit er dan ook voor om in het curriculum meer ruimte voor 'vreemde talen' in te bouwen.

Terug naar het onderzoek

Ik wil nu met u terug naar het onderzoek, naar de tijd waarin ik aan de Technische Universiteit in Delft mijn eerste college numerieke stromingsleer voorbereidde. Een centrale vraag bij het ontwikkelen van discretisatiemethoden voor CFD is de volgende: gegeven zijn drie punten waar een onbekende kromme doorheen loopt, en maak een zo goed mogelijke schatting van de helling van deze kromme in het middelste punt (waarbij



Figuur 13 Schattingen van de helling in het middelste punt volgens Methodes A en B.

'zo goed mogelijk' vaag gedefinieerd is); Figuur 13.

De 'armoedigste' methode is om een rechte lijn te trekken tussen de twee buitenste punten, en de helling daarvan te nemen (Methode A):

$$\frac{d\phi}{dx} \approx \frac{\phi_+ - \phi_-}{x_+ - x_-}$$

Maar 'op school' leerden we dat we in de buitenste punten Taylor-reeksen moeten opstellen en die zodanig combineren dat in de lokale afbreekfout de kopterm wegvalt. Dit is equivalent met het trekken van een parabool door de drie punten (Lagrange-interpolatie) en daarvan de helling te gebruiken. Deze ingewikkelder Methode B werd door onze leermeesters als 'beter' beoordeeld:

$$\frac{d\phi}{dx} \approx \frac{h_-^2 \phi_+ + (h_+^2 - h_-^2)\phi_0 - h_+^2 \phi_-}{h_+ h_- (h_+ + h_-)}$$

Laten we dit toepassen op mijn favoriete modelprobleem, de convectie-diffusievergelijking

$$\frac{d\phi}{dx} - \frac{1}{Pe} \frac{d^2\phi}{dx^2} = 0, \quad x \in [0, 1], \quad \phi(0) = 0, \quad \phi(1) = 1$$

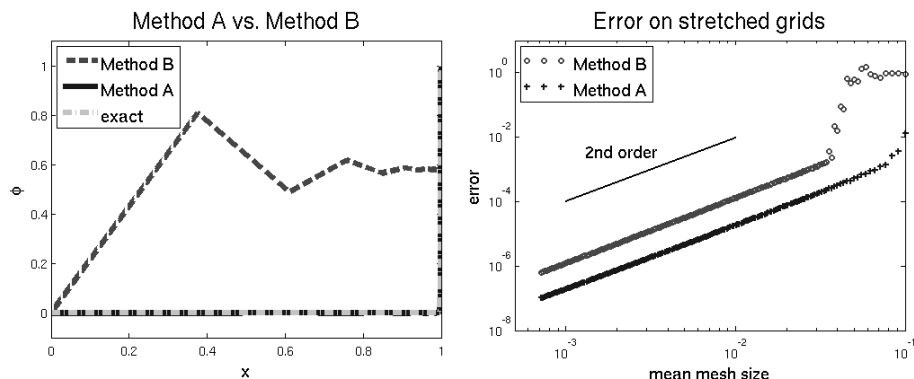
bij kleine diffusie (groot Péclet-getal Pe), zodat de oplossing een dunne grenslaag bezit (Figuur 14 links). Het rekenrooster is exponentieel gekozen met een constante rekking, zodanig dat de helft van de roosterpunten in de grenslaag ligt; dus aan de resolutie zal het niet liggen. Figuur 14 (voor $Pe = 1000$) toont dat Methode A een goed resultaat oplevert (amper te onderscheiden van de exacte oplossing), maar dat Methode B er weinig van bakt op de grovere roosters. Beide methoden zijn netjes tweede-orde-nauwkeurig, maar bij Methode A kun je je veel grotere maaswijdtes permitteren dan bij Methode B. Dit leidt tot minder roosterpunten bij gelijkblijvende

nauwkeurigheid en daarmee tot kleinere rekkentijden.

Wat is nu het geheim van Methode A, die vroeger in de literatuur werd weggeschoven als "dit kan niets worden"? Het zit in de wiskundige structuur van de coëfficiëntenmatrix. Bij Methode A herken je de coëfficiënten $[-1 \ 0 \ 1]$, waarmee het convectieve deel van de matrix scheefsymmetrisch wordt, net als de analytische operator d/dx die hij benadert. Hiermee zijn de eigenwaarden zuiver imaginair en de norm van een tijdsafhankelijke oplossing blijft daardoor constant. In fysische termen blijft de energie constant (alleen de diffusie kan/mag energie dissiperen); in numerieke termen is het semi-discrete stelsel vergelijkingen stabiel. Dit staat in schril contrast tot de matrix van Methode B, die op de grovere roosters van alles kan doen, tot singular worden aan toe. Methode A is hiermee een mimetische methode waarin een wiskundig-analytische eigenschap met fysische betekenis, in dit geval scheefsymmetrie van de operator, discreet overleefd wordt gehouden.

De praktijk toont steeds vaker dat discreet behoud van dergelijke eigenschappen belangrijker is dan een (ogenschijnlijk) kleine lokale afbreekfout. Mimetische methoden winnen dan ook de laatste jaren sterk aan populariteit. Reeds in de zestiger jaren waren de ontwikkelaars van het gestaggerde rekenrooster [3] zich bewust dat de relaties tussen 'div', 'grad' en 'curl' discreet behouden moeten blijven. Ook in deze lijn past de eindige-volume-methode, ontwikkeld rond 1970, die de analytisch-fysische behoudswetten (zoals voor massa, impuls en energie) discreet overleefd houdt. Later zijn ook meer secundaire eigenschappen discreet 'uitverkoren', zoals bijvoorbeeld de dispersierelatie bij akoestische golfvoortplanting [5]. Recentelijk probeert de *discrete calculus* vanuit de differentiaalmeetkunde hiervoor een zuiver-wiskundige onderbouwing te leveren; zie onder andere [6].

Deze mimetische aanpak wordt uitgebreid ingezet bij het uitvoeren van directe numerieke simulaties (DNS) van turbulente stromingen waarbij alle schalen in de stroming worden berekend [19], en bij goedkopere large-eddy-modellen waar de kleinste schalen in de stroming worden gemodelleerd. Dit alles onder leiding van Roel Verstappen. De complexiteit van berekeningen hangt af van de grootte (beter: 'kleinte') van de kleine schalen, anders gezegd van de mate van turbulentie. De voortgang is te zien in het promotieonderzoek van Jan Wissink, Willem Cazemier, Dirk Jan Kort, Joop Helder, Henry Bandringa, Wybe



Figuur 14 Methode A versus Methode B: oplossing bij 20 roosterpunten (links); een roosterverfijningsstudie (rechts).

Rozema en Maurits Silvis. De rekentechnisch haalbare structuren in de stroming zijn in de loop der jaren steeds fijner geworden. Het linker plaatje in Figuur 15, van een ‘bescheiden turbulente’ berekening bij $Re = 22000$ uit 1997, is door een journalist eens ‘psychedelische printkunst’ genoemd [20] (de visualisatie is gemaakt door Wim de Leeuw [7]). Bij mijn aantreden in Groningen [17] had ik de droom om bij mijn pensionering een volledig vliegtuig te kunnen doorrekenen. Ik kan melden dat we al een heel eind zijn opgeschoten: Wybe Rozema is momenteel bezig bij het NLR om voor $Re = 5 \cdot 10^4$ de stroming rond een delta-vleugel met voldoende resolutie te berekenen (bij ruwweg 10^8 roosterpunten – vergelijk dit met de 200 punten uit 1983!); Figuur 15 rechts. Maar we zijn er nog niet, want bij vliegtuigen moeten we naar $Re = 10^7$ toe (met 10^{13} roosterpunten) en voor schepen is dit zelfs $Re = 10^9$ (met 10^{17} roosterpunten).

Mede dankzij de grote technologische instituten (NLR, MARIN, Deltares en ECN) heeft Nederland internationaal een vooraanstaande positie verworven bij het onderzoek aan stromingsverschijnselen en de bijbehorende CFD-ontwikkeling. Ik hoop dat Daniel Bernoulli, vanaf het gebrandschilderde raam in de universitaire aula in zijn geboortestad Groningen, trots kan zijn op hoe de stromingsleer in de drie eeuwen na hem groot is geworden. Alleen rest nog steeds die ene vraag: “Hoe werkt turbulentie?” Dus is er nog vele decennia werk voor het verbeteren van CFD-methoden.

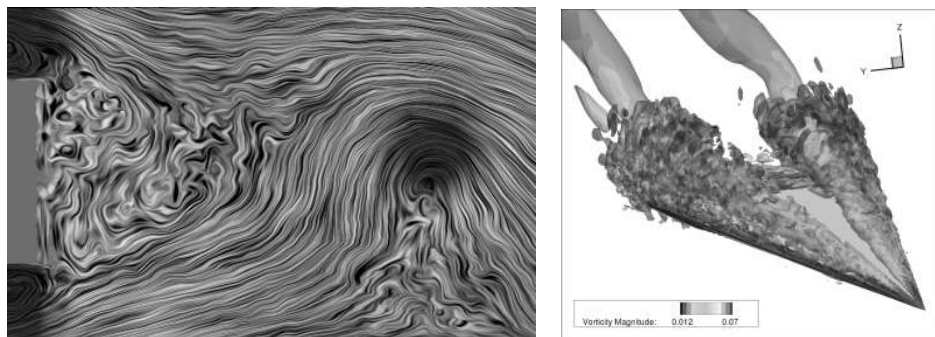
Samenwerking

De wereld buiten de wiskunde heeft voor mij altijd de inspiratie en uitdaging geleverd om nieuwe wiskundige methoden te ontwikkelen. De terugkoppeling vanuit de praktijk is hierbij essentieel. Methoden die succesvol getest zijn op modelproblemen in een academische omgeving, blijken toegepast op ‘echte’ problemen toch altijd weer onvolkomenheden te bevatten. Dan wordt duidelijk dat

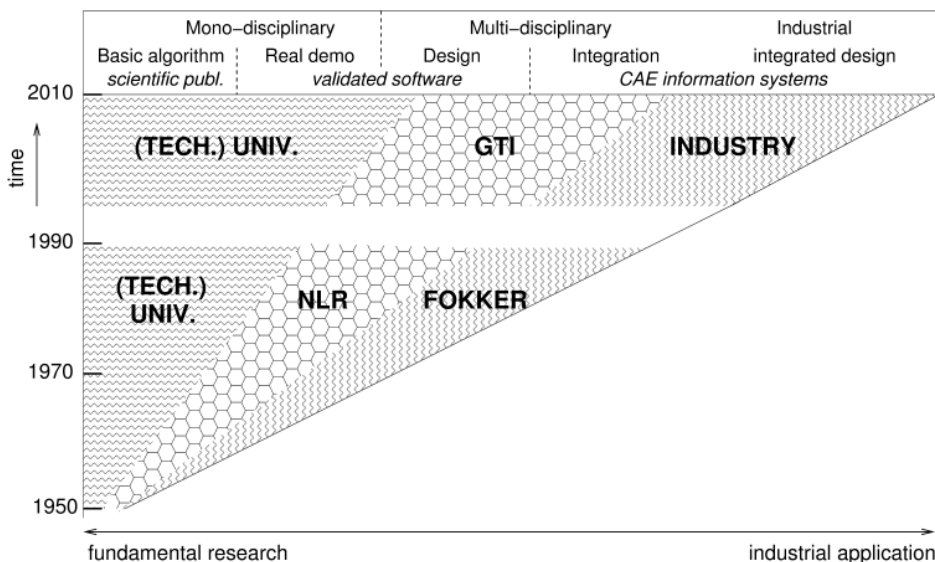
in de wetenschappelijke model-analyse nog een aantal fundamentele zaken onopgemerkt waren, zoals bij Methode A versus Methode B waar het verschil pas op de extremere rekenroosters uit de praktijk significant wordt. In feite forceren toepassingen op deze manier wetenschappelijke innovatie. Nick Trefethen [14] verwoordde de essentiële rol van toepassingen bij het voortschrijden van de

(numerieke) wetenschap als volgt: “Most of the big algorithms were invented by academic mathematicians who had major involvement with applications in industry or government.” Binnen onze industriële projecten was er altijd voldoende ruimte voor dit doelgerichte, risicovolle fundamentele onderzoek, mits goed beargumenteerd en uitgelegd!

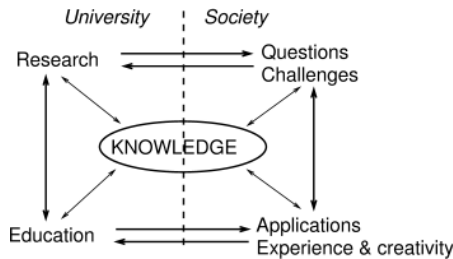
De verdeling van de activiteiten tussen universiteit en industrie is in de loop der jaren sterk veranderd. Zo’n halve eeuw geleden, toen CFD nog in de kinderschoenen stond, werden in de industriële laboratoria nog veel ‘speelgoed’-berekeningen uitgevoerd (zoals ‘Laplace op het eenheidsvierkant’) om gevoel voor het ontluikende vakgebied te verkrijgen. Later, toen CFD verder tot ontwikkeling kwam, werden deze berekeningen steeds realistischer. Een kwart eeuw geleden, in 1988, heb ik het onderste deel van Figuur 16 al eens laten zien op een mathematisch congres [16]. De geschetste ontwikkeling is daarna verder gegaan. Tegenwoordig worden stro-



Figuur 15 Twee voorbeelden van een DNS: de stroming achter een blokje bij $Re=22000$ — ‘psychedelische printkunst’ [20] (links); de stroming rond een delta-vleugel bij $Re=50000$ (rechts).



Figuur 16 Evoluerende taakverdeling tussen universiteit en industrie.



Figuur 17 Henk Mulders dialog-model: 'co-creatie van kennis' [9].

mingsmodellen gecombineerd met modellen uit andere disciplines, zoals sterktemodellen die de vervorming van het omstroomde lichaam beschrijven. Het multidisciplinaire geheel wordt daarna geoptimaliseerd in CAE-ontwerpsystemen. Het gevolg van al deze wetenschappelijke vooruitgang is dat door de jaren heen het werkterrein van CFD heel veel breder is geworden, terwijl de spelers — van universiteit tot industriële ontwerpafdeling — dezelfde zijn gebleven. Voor ieder van hen ligt er dus een veel breder werkterrein dan voorheen om de keten van fundament tot toepassing volledig te kunnen bestrijken. De topsectorenplannen hameren niet voor niets op de aansluiting binnen deze keten. Voor de universitaire wereld vereist dit een ver-

breiding van haar activiteiten die beduidend verder gaat dan enkel het publiceren van wetenschappelijke artikelen. Mijn ervaring is dat de 'Ivoren Toren', inclusief de daarbinnen gehanteerde beoordelingscriteria, weinig weet heeft van deze (r)evolutie. Maar er zijn gunstige uitzonderingen...

Henk Mulder, van de RUG Wetenschapswinkel, heeft bij de finale van de Docent van het Jaar-verkiezing dit voorjaar [9] hierover het dialog-model uit Figuur 17 laten zien. Hierin wordt de kennis, ervaring en creativiteit uit zowel de universiteit als de maatschappij bij elkaar gevoegd; hij noemt dit dan ook 'co-creatie van kennis'. Deze beschrijving spreekt mij sterk aan. Het eenrichtingsmodel, dat ook via 'kennis→kunde→kassa' in het topsectorenbeleid aanwezig is, wordt dan uitgebreid met een 'pijlte terug' zoals Bas Buchner (directeur van het MARIN) dat noemt [1]. Voor een universiteit is deze terugkoppeling onmisbaar om te voorkomen dat er 'Laputa'-achtige situaties ontstaan zoals beschreven door Jonathan Swift in 1726(!) [12]. Ik ben van mening dat de kennis en ervaring gesymboliseerd in dat 'pijlte terug' het 'echte goud' is dat de universiteiten kunnen verdienen bij de samenwerking met de buitenuniversitaire

wereld, en niet de kille euro's... Robbert Dijkgraaf formuleerde het als volgt [2] "In de confrontatie van wiskunde en werkelijkheid ontstaan keer op keer nieuwe begrippen." Academia, de wiskundige wereld inclusief, heeft deze bron van inspiratie en creativiteit te lang links laten liggen, met als gevolg op sommige terreinen een achterstand in ideeën en concepten van meerdere decennia. De plannen van het Platform Wiskundig Nederland om de verbroken aansluiting universiteit-praktijk voorzichtig te herstellen juich ik dan ook toe.

Afsluiting

Samenvattend kan ik stellen dat de samenwerking met de toepassingswereld voor mij altijd zeer stimulerend is geweest. Ik kan iedereen aanraden om vaker 'naar buiten' te kijken en de ideeën en uitdagingen die daar liggen op te pakken. Durf de veilige 'grenzen van het weten' [25] te verlaten en verken de avontuurlijke grenzen van het toepassen: u zult daar een eldorado voor wetenschappelijke innovatie aantreffen. Lord Kelvin concludeerde dit meer dan een eeuw geleden al kort en krachtig [13]: "The life and soul of science is in its practical application".

Referenties

- B. Buchner e.a., *Nederland: de Maritieme Wereldtop*, Innovatiecontract TKI Maritiem v2.0, Topsector Water, 23 December 2011.
- R. Dijkgraaf, *Mens en machine*, column NRC Wetenschap, 4 mei 2013.
- F.H. Harlow en J.E. Welch, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids* 8 (1965) 2182–2189.
- K.M.T. Kleefsman, G. Fekken, A.E.P. Veldman, B. Iwanowski en B. Buchner, A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems, *J. Comput. Phys.* 206 (2005) 363–393.
- J.C. Kok, A high-order low-dispersion symmetry-preserving finite-volume method for compressible flow on curvilinear grids, *J. Comput. Phys.* 228 (2009) 6811–6832.
- J. Kreeft en M.I. Gerritsma, Mixed mimetic spectral element method for Stokes flow: A pointwise divergence-free solution, *J. Comput. Phys.* 240 (2013) 284–309.
- W.C. de Leeuw, *Presentation and Exploration of Flow Data*, PhD thesis, Delft University of Technology, 1997.
- W.J. McCroskey, P. Kutler en J.O. Bridgeman, Status and prospects of Computational Fluid Dynamics for unsteady transonic viscous flows, in *Transonic Unsteady Aerodynamics and its Aeroelastic Applications*, AGARD Conference Proceedings, No. 374, Neuilly sur Seine, 1985.
- H.A.J. Mulder, presentatie bij de Docent van het Jaar-verkiezing, Rijksuniversiteit Groningen, 7 februari 2013, www.rug.nl/news-and-events/events/lecturer-of-the-year/2012/henkmulder.
- H. Mulisch, Dankwoord bij de uitreiking van de Prijs der Nederlandse Letteren, Brussel, 23 november 1995, prijsderletteren.org/1995_dankwoord.
- L. Prandtl, Über Flüssigkeitsbewegung mit kleiner Reibung, in *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematischen Kongresses, Heidelberg*, Teubner Verlag, Leipzig, 1905, pp. 484–491.
- J. Swift, *Gulliver's travels: A voyage to Laputa*, oorspronkelijke uitgave 1726.
- W. Thomson (Lord Kelvin), Lecture on 'Electrical Units of Measurement' (May 3, 1883), in *Popular Lectures and Addresses*, Vol. I, 1889, p. 73.
- L.N. Trefethen, Who invented the great numerical algorithms?, Oxford Mathematical Institute, 2005, people.maths.ox.ac.uk/trefethen/inventorstalk.pdf.
- M. Van Dyke, *An album of fluid motion*, The Parabolic Press, Stanford, 1982.
- A.E.P. Veldman, Wiskunde als hulpmiddel bij stromingssimulatie, voordracht 24ste Nederlands Mathematisch Congres, TU Eindhoven, 7–8 april 1988.
- A.E.P. Veldman, Een stroom van getallen, Oratie, Rijksuniversiteit Groningen, 7 mei 1991.
- A.E.P. Veldman, J. Gerrits, R. Luppens, J.A. Helder en J.P.B. Vreeburg, The numerical simulation of liquid sloshing on board spacecraft, *J. Comput. Phys.* 224 (2007) 82–99.
- R.W.C.P. Verstappen en A.E.P. Veldman, Symmetry-preserving discretisation of turbulent flow, *J. Comput. Physics* 187 (2003) 343–368.
- R. Visscher, Psychedelische printkunst, *Delta* 38 (29), TU Delft, 28 september 2006, www.deltatudelft.nl/artikel/psychedelische-printkunst/16053.
- J.W. Von Goethe, *Wilhelm Meister's Wanderjahre: Aus Makariens Archiv*, oorspronkelijke uitgave 1821.
- J.P.B. Vreeburg, Liquid dynamics from Spacelab to Shoshat, *Microgravity Science and Technology* 21 (2009) 11–20.
- www.math.rug.nl/~veldman/comflow.
- www.math.rug.nl/~veldman/movies/Dambreak-Box.mpg
- 'Werken aan de grenzen van het weten' is het motto van de Rijksuniversiteit Groningen.