

De derde wet

| Solicited Comments

Het onderstaande is een reactie op het interview met David Tall en de bespreking van twee boeken van Thomas Colignatus uit het NAW-maartnummer van 2012.

David Tall versus EWS en COTP

In het maartnummer staat een interview met David Tall (pp. 54–58) en bespreekt Richard Gill (pp. 66–68) mijn boeken *Elegance with Substance* (EWS 2009) en *Conquest of the Plane* (COTP 2011). Beide artikelen concentreren zich op de afgeleide. Het is een gelukkig toeval dat deze artikelen gelijktijdig zijn verschenen, want er valt iets belangrijks bij te melden, ook al zijn EWS en COTP veel breder dan alleen de afgeleide.

EWS en COTP geven een nieuwe algebraïsche aanpak van de afgeleide. Deze aanpak maakt onderscheid tussen statische en dynamische deling, legt het ‘probleem’ dus bij rekenkunde/algebra, en de afgeleide komt er gewoon uitrollen, en er is geen noodzaak limieten te gebruiken. De aanpak kan gezien worden in relatie tot het *procept* van Gray en Tall. Die relatie tot het *procept* wordt ook besproken in EWS en COTP, ook al behoud ik voor dat ikzelf in 1980 ook al, en blijkbaar parallel, het onderscheid tussen statisch en dynamisch gebruik van wiskundige concepten heb gezien. Hoe dan ook zou het niet onlogisch zijn dat Tall die nieuwe aanpak in EWS en COTP omarmt. Hij houdt echter vast aan limieten, en laat leerlingen op functies inzoomen en sensomotorisch met de vinger langs de curve gaan om de helling te voelen. Dat laatste is ook weer niet zo logisch vanuit EWS en COTP gezien, omdat deze boeken calculus opbouwen vanuit oppervlakteberekening, zodat de helling niet het primaire concept is. Mij is gebleken dat Tall geen tijd heeft hiernaar te kijken. Het is nuttig dat lezers weten dat deze logische spanning in ieder geval bestaat.

In zijn didactiek volgt Tall Freudenthal en heeft dan hetzelfde misverstand als Freudenthal, zoals COTP uitvoeriger bespreekt. Tall stelt terecht dat je moet kijken naar wat leerlingen doen, maar hij is nog steeds een abstract-denkende wiskundige die doorschiet naar een werkelijkheid die er niet is. Hij neemt aan dat de werkelijkheid zo is dat leerlingen via zulk sensomotorisch voelen tot een abstract inzicht in de afgeleide komen, maar dit is alleen maar een veronderstelling, en niet per se de werkelijkheid. Die veronderstelling wordt alleen gemaakt omdat Freudenthal als abstract-denkende wiskundige ooit bedacht dat het mooi zou zijn wanneer didactiek zo zou werken. De werkelijkheid is anders. Misschien is het flauw om te zeggen, maar begrip in de afgeleide leidt immers tot de algebraïsche aanpak en niet tot de limietbenadering. Maar zelfs ten aanzien van de limietbenadering is het de vraag of die aanpak wel tot abstract inzicht leidt, waar het immers om gaat. Twee principes lijken me juist: (1) De ervaringswereld van leerlingen is van belang, (2) wiskunde is per definitie abstract. Hoe met beide principes om te gaan vergt meer pagina’s. Ik verwijs naar COTP met het kernvoorbeeld van ‘named lines’ of ook naar mijn nieuwe boek *Een kind wil aardige en geen gemene getallen* (2012) met in het Nederlands ‘benoemde lijnen’. Mijns inziens is hiermee een oplossing geboden voor de vele misverstanden en de ongelukkige schoolstrijd in wiskundeland. Wel geldt dat alleen empirisch onderzoek mijn hypothese kan toetsen, want didactiek is een empirisch vak. *Thomas Colignatus, Scheveningen*

In deze rubriek worden lezers door de redactie uitgenodigd te reageren op recent in dit blad verschenen artikelen.

Redacteur: Ferdinand Verhulst

derdewet@nieuwarchief.nl