

Klaas Landsman

IMAPP

Radboud Universiteit Nijmegen

Postbus 9010

6500 GL Nijmegen

landsman@math.ru.nl

Hans Maassen

IMAPP

Radboud Universiteit Nijmegen

Postbus 9010

6500 GL Nijmegen

maassen@math.ru.nl

Interview Richard Gill

De Lucia-zaak heeft mijn leven ingrijpend veranderd

Richard Gill (1951) is een vooraanstaand en spraakmakend Brits/Nederlands statisticus. Hij was van 1974–1983 werkzaam als statistisch consultant op het Mathematisch Centrum en promoveerde in 1979 aan de VU. Gill was van 1983–1988 hoofd van de afdeling Mathematische Statistiek van het MC en bekleedde sinds 1986 verschillende leerstoelen in de stochastiek en statistiek in Utrecht en Leiden. Hij werd in 1999 gekozen tot lid van de KNAW, was van 2007–2010 president van de Nederlandse Vereniging voor Statistiek en Operations Research, en was in 2010–2011 Distinguished Lorentz Fellow op het NIAS in Wassenaar. Bij een groter publiek werd hij vooral bekend door zijn tomeloze (en uiteindelijk succesvolle) inzet voor de vrijlating van de tot levenslang veroordeelde Lucia de B. In dit interview door Klaas Landsman en Hans Maassen, vorig jaar april, blikt Richard Gill openhartig terug op zijn loopbaan tot nu toe.

Mijn ouders waren beiden licht autistisch, net als ikzelf. Ik geloof dat ze mij niet helemaal goed hebben voorbereid op het leven, vooral op de momenten dat het zwaar wordt. Maar ik zie de positieve kant, veel van je talenten worden ontwikkeld als compensatie voor gebreken in een ander domein. “Ieder nadeel heeft zijn voordeel”, zoals Johan Cruijff terecht zegt.

Mijn moeder was een van Alan Turing's ‘computers’ in Bletchley Park. Ze heeft daar vijftig jaar lang niet over mogen praten en ik weet het pas sinds tien jaar. Ze is nu 86. De meisjes in het Enigma-project wisten wiskundig totaal niet waar ze mee bezig waren, alleen dat hun werk tegen de Duitsers gericht en streng geheim was. Mijn wiskundeknobbel moet wel van haar komen, al is ze nauwelijks naar school geweest.

Mijn vader was experimenteel fysicus. In de oorlog studeerde hij natuurkunde in Cambridge, waardoor hij niet in het leger hoefde. Vervolgens deed hij toegepast onderzoek by de Paper Research Association en de Water Research Association in Surrey, waar ik de eerste helft van mijn jeugd doorbracht. Hij was een soort uitvinder

en deed bijvoorbeeld ook onderzoek naar bakstenen. Waarschijnlijk had hij een paar patenten, maar vanwege zijn politieke onhandigheid hebben die nooit tot een product geleid. Hij was bijzonder naïef en onbevangen. Hij werd ontslagen en werd uiteindelijk onderwijzer, maar dat liep uit op een mislukking. Hij is daarna nog bij de ontwikkeling van de *personal computer* betrokken geweest, je weet wel, in de dagen van de BBC- en Acorn-computers. Toen ze ontdekten hoe oud hij al was werd hij echter uit die functie ontslagen en zijn leven eindigde in een door Alzheimer verergerde depressie. Hij probeerde me destijds nog uit te leggen wat er in zijn brein gaande was door de vergelijking met iemand die eeuwig rondloopt op een Möbius-band.

Hij probeerde sowieso altijd alles te begrijpen. Als dat dan gelukt was, was hij zo gelukkig dat hij het onmiddellijk aan anderen uit wilde leggen. Die eigenschap heb ik zonder meer van hem geërfd.

Cambridge

Na de middelbare school nam ik een *year out*. Ik was computerassistent by Rank Hovis

McDougall, die in de voedselbusiness zaten. De computers waren destijds enorme kasten met allemaal lichtjes die voortdurend aan en uit gingen. Ik schreef daar een *decompiler*. Vervolgens ging ik ook naar Cambridge, zelfs naar hetzelfde college als mijn vader (Gonville and Caius). Ik deed echter het Mathematical Tripos [1].

Vanwege mijn college had ik Stephen Hawking als supervisor voor *applied math* [2]. *Very off-putting*. Hij zat maar wat in een hoekje rond te kijken [doet dit na, zie foto linksboven op pagina 86]. Ik kreeg mede door hem een geweldige hekel aan *applied math*. Ik was ook al geen goed zuiver wiskundige, ik vond groepentheorie bijvoorbeeld vreselijk. Ik had sowieso geen ambitie voor een academische carrière. Ik had destijds totaal geen belangstelling voor onderzoek. Ik wilde iets praktisch doen. Ik was wel geboeid door calculus, analyse, topologie en kansrekening. Ik heb goede herinneringen aan het college ‘Markov Chains’ van David Kendall. En het college ‘Foundations of Mathematics’ van John Conway vond ik zelfs fantastisch. Ik had als tiener al belangstelling voor filosofie en las op mijn vijftiende Hegel en Kant. Zo kwam ik uiteindelijk op statistiek terecht. Het combineert kansrekening met analyse en heeft voor mij een duidelijke filosofische, en zelfs een morele kant. Al zou ik daar pas veel later echt mee te maken krijgen.

Heroes and villains

Inderdaad, ook R.A. [Ronald] Fisher was verbonden aan Gonville and Caius. Of hij mijn held in de statistiek is? Nou, dan wel een



Foto: Maartje Geurts



Foto: Maartje Geurts

tainted hero. Hij heeft geweldige dingen gedaan voor de genetica en de statistiek, hij heeft bij wijze van spreken de twintigste eeuw veranderd. *But he was a bastard*, die in de superioriteit van het Engelse ras geloofde. Hij was de *high priest* van de statistiek van zijn tijd. Zijn volgelingen onderdrukten alle tegenvoorbeelden tegen zijn theorieën.

Als ik al een held heb is het Lucien Le Cam. Hij verbond wiskundige waarheid met een [Niels] Bohr-achtige intuïtie.

Nederland

Ik leerde via onze wederzijdse ouders mijn huidige (en enige) echtgenote Sophia Hoffstädt al in Engeland kennen. We waren toen 15 of 16. Ze wilde eigenlijk met George Harrison van de Beatles trouwen, maar na een mooie zomervakantie in de Engelse natuur... Ik begon toen in Cambridge al Nederlands te leren en las bijvoorbeeld Multatuli, Wolkers, Mulisch en Hermans. Ook gedichten, met name Lucebert.

Na vier jaar Cambridge verhuisde ik vanwege Sophia in 1974 naar Nederland. Zij was toen halverwege haar studie, waar ze, zoals zowat iedereen in die tijd, tamelijk lang over deed. Ik moest dus de kostwinner worden en solliciteerde op iedere baan in Nederland die ook maar iets met statistiek te maken had. Ik begon bij het bedrijf ICI [later opgegaan in AkzoNobel] maar wilde toch liever naar een universiteit. Ik schreef daarom een open sollicitatie aan alle hoogleraren mathematische

statistiek. Ik kreeg welgeteld twee antwoorden: van Geert Leppink uit Utrecht en Jan Hemelrijk van de UvA en het MC [het latere CWI]. Leppink was door Hans Freudenthal ingehuurd om aan *statistical consultancy* te gaan doen. Beetje een *alien body* daar, maar hij heeft vooral bestuurlijk veel gedaan voor de Utrechtse wiskunde. Hemelrijk bood me een concreet uitzicht op een baan in de *statistical consultancy* en mogelijk ook op een promotie, en ik ging dus naar het MC in Amsterdam.

Mathematisch Centrum

Dat was een fantastische leerschool. Je werd meteen in het diepe gegooid, maar ik had mijn kamergenoot Piet Groeneboom als leermeester. Een geweldig wiskundige, maar ik leerde ook van alles over filosofie en psychologie van hem. Het idee was destijds dat je in opdracht statistische consultancy deed en daar desgewenst zelf een promotieonderwerp bij bedacht. Ik moest ook mijn promotor zelf vinden. Dat werd Jacob Oosterhoff van de VU. Die was zelf een leerling van Willem van Zwet, die als promotor natuurlijk ook voor de hand had gelegen. Het grote artikel uit die tijd was namelijk 'Asymptotic expansions for the power of distribution free tests in the one-sample problem' van Alberts, Bickel en Van Zwet [3], en veel statistici wilden het liefst een volgen de Van Zwet worden. Dat werk interesseerde me echter totaal niet [4]. Zware analyse, veel te moeilijk. Ik hield niet zo van complexe analyse en Fouriertransformaties. Uiteindelijk

ben ik in 1979 gepromoveerd op *Censoring and Stochastic Integrals*.

Censored data

Ik ben later ook met mijn promotieonderzoek doorgegaan. Ik kan me statistisch onderzoek naar ratten herinneren waarvan de voorpoten waren verwijderd, en naar muizen die moesten roken om kanker te krijgen. Het ging dan steeds om de overlevingstijd van die dieren; onvolledige gegevens omdat sommigen nog leefden of om andere reden doodgingen (zie kader op de pagina hiernaast). Voor het werk aan zulke 'gecensureerde' gegevens kreeg ik in 1990 de Van Dantzigprijs, die om de vijf jaar wordt uitgereikt door de Vereniging voor Statistiek en Operationele Research. Er verscheen toen een artikel in *NRC Handelsblad* over apen die een bos uitkwamen, maar waarbij de onderzoekers zaten te slapen en ze niet allemaal gezien hadden.

Stochastische analyse

De moderne methode om zulke problemen aan te pakken is de stochastische analyse [6]. Problemen in 'survival analysis' kun je vaak ook wel via elementaire combinatoriek en analyse aanpakken, maar stochastische analyse voegt een krachtig element toe. De Franse school rond Paul-André Meyer en Claude Dellacherie heeft dit concept van dynamische stochastiek goed begrepen. Het begrip *martingaal*, generalisatie van een 'eerlijk' gokspel, speelt hierin de hoofdrol (zie kader op de pagina hiernaast). De Franse school ontwikkelde een vergaande generalisatie van de stochastische integraal van Itô voor het Wienerproces naar stochastische integralen met betrekking tot willekeurige 'semimartingalen'. Hierdoor kwamen ook sprongprocessen zoals de (gecensureerde) overlevingsprocessen onder de theorie te vallen. Ik raakte in een vroeg stadium, in 1976, bij deze ontwikkeling betrokken, en werd zeer gefascineerd door de centrale limietstelling voor martingalen, die de asymptotiek van overlevingsprocessen toegankelijk maakt voor analyse.



Foto: Maartje Geurts

Gecensureerde overlevingsdata en stochastische integratie

Statistiek met behulp van martingalen loopt als een rode draad door het werk van Richard Gill. Zijn proefschrift [5] uit 1979, en de Van Dantzigprijs uit 1990 getuigden van het succes van deze aanpak. Het leerboek [6] uit 1993, geschreven met Andersen, Borghen en Keiding, geldt als het standaardwerk op dit terrein.

‘Survival analysis’ komt voort uit de wereld van bevolkingsstatistiek, waar zij letterlijk betrekking heeft op dood en leven, maar kan even goed worden toegepast op de overlevingsduur van machineonderdelen of de verblijftijd van apen in een bos. Laten we hier voor het gemak van leven en dood blijven spreken.

Het gaat om de observatie van scherp in de tijd gelocaliseerde *gebeurtenissen* (overlijden). Soms echter onttrekt een individu zich aan de observatie, door bijvoorbeeld verhuizing. Het is dan bekend dat vanaf zeker ogenblik geen informatie meer voorhanden is: men spreekt van *gecensureerde overlevingsdata*.

Een van de toepassingen van de martingalen-aanpak is een zeer robuuste ongelijkheid, bewezen door Gill in zijn proefschrift op basis van Doobs martingaalongelijkheid, voor een klassieke *schat*ter van de overlevingscurve (kansverdeling van de levensduur).

Zij X een stochastische variabele die de levensduur van een individu voorstelt. De dalende functie $S(t) := \mathbb{P}[X \geq t]$ wordt de *overlevingscurve* genoemd. We veronderstellen hier dat S een gladde functie is $[0, T] \rightarrow [0, 1]$ met $S(T) = 0$.

De levensduur van n individuen, geboren op tijdstip 0, zijn onafhankelijk en worden beschreven door dezelfde overlevingscurve S . Een hiervan onafhankelijk censuurproces doet af en toe een individu verdwijnen. Dan kan uit observaties van deze indi-

viduen de functie S geschat worden met de klassieke Kaplan–Meier-schatte uit 1958:

$$\hat{S}(t) := \prod_{t_i < t} \frac{n_i - 1}{n_i}.$$

Hierbij zijn t_1, t_2, \dots de geobserveerde overlijdenstijdstippen, en n_i is het aantal individuen dat vlak vóór t_i noch dood was, noch gecensureerd (de ‘population at risk’). Door de censuur geldt niet noodzakelijk dat $n_{i+1} = n_i - 1$. (Is dit wèl het geval, dan wordt de schatte $\hat{S}(t)$ eenvoudig gegeven door de fractie n_{i+1}/n van overlevers ten tijde t ; inderdaad een voor de hand liggende schatte van $S(t)$.)

Gills ongelijkheid zegt nu dat voor $0 < \beta \leq 1$,

$$\mathbb{P} \left[\forall t \in [0, T] : \hat{S}(t) \leq \frac{1}{\beta} S(t) \right] \geq 1 - \beta. \quad (1)$$

We schetsen hiervan een heuristisch bewijs.

Het *gelopen risico* of de *hazard rate* $\alpha(t)$ van hen die *at risk* zijn op tijd t , bedraagt

$$\alpha(t) := \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \mathbb{P}[t \leq T < t + \varepsilon | T \geq t] = -\frac{S'(t)}{S(t)}.$$

We schrijven dit als

$$dS(t) = -\alpha(t)S(t)dt. \quad (2)$$

Anderzijds voldoet \hat{S} aan de stochastische differentiaalvergelijking

$$d\hat{S}(t) = -Y(t)^{-1}dN(t), \quad (3)$$

waarbij $Y(t)$ het aantal individuen *at risk* is op tijd t , en waarbij $dN(t)$ gelijk is aan 1 als een gebeurtenis plaatsvindt in het tijds-

interval $[t, t + dt)$, en anders 0. Er geldt daarom:

$$\mathbb{E}(dN(t) | \text{informatie op } t) = \alpha(t)Y(t)dt. \quad (4)$$

Uit de vergelijkingen (2) en (3) volgt dat

$$d \left(\frac{\hat{S}(t)}{S(t)} \right) = \left(\frac{\hat{S}(t)}{S(t)} \right) \left(\alpha(t)dt - \frac{dN(t)}{Y(t)} \right). \quad (5)$$

De clou is nu dat het stochastische proces $M(t)$ gegeven door

$$M(t) = \int_0^t dN(u) - \alpha(u)Y(u)du$$

wegens (4) voor $s \leq t$ voldoet aan

$$\mathbb{E}(M(t) | \text{informatie op } s) = M(s),$$

een heuristische definitie van een *martingaal*. Een *stochastische integraal* van de vorm $\int_0^t F(t)dM(t)$ is zelf ook weer een martingaal. In het bijzonder geldt dit voor \hat{S}/S ; immers, wegens (5):

$$\frac{\hat{S}(t)}{S(t)} = 1 - \int_0^t \frac{\hat{S}(u)}{S(u)Y(u)} dM(u). \quad (6)$$

De ongelijkheid (1) volgt nu door Doobs martingaalongelijkheid

$$\mathbb{P} \left[\sup_{t \in [0, T]} Q(t) \geq C \right] \leq \frac{\mathbb{E}(Q(T))}{C},$$

geldig voor $C > 0$ en Q een positieve martingaal, toe te passen met $Q = \hat{S}/S$.

De ongelijkheid van Gill is geldig voor alle waarden van n , en onafhankelijk van de aard van de censuur. Voor grote waarden van n is echter de centrale limietstelling voor martingalen scherper, die leidt tot *asymptotische normaliteit*.

Bell-ongelijkheden

In 1998 vertelde Hans Maassen in Utrecht dat in de quantummechanica de axioma’s van Kolmogorov niet geldig zijn, en moeten worden verruimd naar iets met C^* -algebra’s. Ik vind dat complete nonsens. Kolmogorovs axioma’s zijn niets meer dan ‘ $1 + 1 = 2$ ’, en kunnen niet door een fysisch argument onderuit gehaald worden. Ik was kwaad en opgewonden hierover, en heb me er verder in verdiept. Het is natuurlijk wel zo dat hier iets bijzonders aan de hand is. Quantum-cryp-

tografie, quantum-computing en quantuminformatie zijn intrigerende nieuwe mogelijkheden waar wij ons als statistici niet buiten mogen houden. De schending van de Bell-ongelijkheden, zoals die in fysische experimenten zijn aangetoond, zijn in ‘lokaal-realistische’ modellen niet mogelijk. Ik heb daar met Luigi Accardi, die zich graag als de godfather van de quantum-kanstheorie ziet, een weddenschap over afgesloten om 3000 euro [7] (zie kader op volgende pagina). De weddenschap is nog altijd niet beslecht.

Quantum stochastiek

Met Barndorf-Nielsen, Malley en Jupp zijn we begonnen aan het in kaart brengen van de quantum-statistiek. Tot dan toe hadden statistici zich, op een enkeling na (Helström, Holevo) niet serieus in de quantumtheorie verdiept. Er lag nog veel terrein braak: het ontwerp van optimale meetprotocollen, waarbij de keuzes voor verdere meting door de uitkomsten worden gestuurd. De uitwerking van het begrip asymptotische normaliteit van Le Cam voor quantumsystemen, et cetera. In

Een weddenschap met Luigi Accardi

De fysische werkelijkheid is stochastisch van karakter, maar kan toch niet met behulp van een klassiek stochastisch model worden beschreven. Dit is een uitspraak over de grondslagen van de natuurkunde waar al tientallen jaren discussie over woedt. Die discussie wordt scherp gesteld door de *ongelijkheid van Bell*, waarvan de claim is dat zij geldt in de klassieke stochastiek, maar niet in de fysische werkelijkheid. Tegen deze claim komt veel oppositie, onder andere van Luigi Accardi [21]. Richard Gill daagde hem uit, met klassieke middelen (computers) de Bell-ongelijkheid te schenden [7].

De Bell-ongelijkheid

Voor elk viertal X_1, X_2, Y_1, Y_2 van 0,1-waardige stochastische variabelen op een kansruimte $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$ geldt:

$$\mathbb{P}[X_1 = Y_1] \leq \mathbb{P}[X_1 = Y_2] + \mathbb{P}[X_2 = Y_2] + \mathbb{P}[X_2 = Y_1]. \tag{7}$$

Deze ongelijkheid is gemakkelijk te bewijzen: voor alle $\omega \in \Omega$ geldt dat, als de gelijkheid $X_1(\omega) = Y_1(\omega)$ waar is, er van de drie gelijkheden $X_1(\omega) = Y_2(\omega)$, $X_2(\omega) = Y_2(\omega)$, en $X_2(\omega) = Y_1(\omega)$, een oneven aantal waar moet zijn, dus minstens één. Anderzijds is de ongelijkheid (7) *niet geldig* als zij op een geheel andere manier wordt gelezen. Laat X_1, X_2, Y_1 en Y_2 projectieoperatoren voorstellen op een complexe inproductruimte, zó dat X_a en Y_b voor $a, b = 1, 2$ steeds met elkaar commuteren (dus $X_a Y_b = Y_b X_a$), met als gevolg dat de uitdrukkingen $X_a Y_b + (\mathbb{I} - X_a)(\mathbb{I} - Y_b)$ ook weer orthogonale projecties voorstellen. Noem deze projecties $[X_a = Y_b]$. Laat tenslotte \mathbb{P} een quantumtoestand zijn, dat wil zeggen een positief lineaire functionaal op de ruimte van complexe 4×4 -matrices, zó genormeerd dat $\mathbb{P}(\mathbb{I}) = 1$. Dan is (7) niet altijd juist. Het is bijvoorbeeld mogelijk de zaken zó in te richten dat

$$\mathbb{P}[X_a = Y_b] = \sin^2(\xi_a - \eta_b), \tag{8}$$

waarbij we de hoeken $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2 \in [0, \pi]$ nog mogen kiezen. (7) is dan niet waar; bijvoorbeeld

$$\begin{aligned} \sin^2(0 - 90^\circ) &= 1 > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \sin^2(0 - 30^\circ) + \sin^2(30^\circ - 60^\circ) \\ &\quad + \sin^2(60^\circ - 90^\circ). \end{aligned} \tag{9}$$

Het saillante is nu, dat de bovenstaande

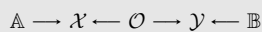
projecties door de quantummechanica worden geïnterpreteerd als 0,1-waardige, door het toeval bepaalde fysische grootheden. In het baanbrekende experiment van Aspect, Dalibart en Roger [22], konden deze grootheden worden gerealiseerd als de polarisaties van fotonenparen (X_a, Y_b) die vanuit een centraal punt in hun laboratorium naar de linker- en de rechtervleugel werden gestuurd, en daar werden gemeten onder de hoeken ξ_a en η_b . De quantummechanica voorspelt (8) als resultaat. Als deze voorspelling juist is, zal zo'n experiment nooit in de vorm $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P}, X_1, X_2, Y_1, Y_2)$ gegoeten kunnen worden wegens (7) en (9). Deze conclusie blijft staan, ook voor wie niet in de quantummechanica gelooft: alleen de *experimentele* schending van (7) voor één stel (X_1, X_2, Y_1, Y_2) doet ter zake.

Localiteit

Een eerste tegenwerping was al door Aspect zelf ondervangen: hoe weet je dat je werkelijk X_a en Y_b meet, en bijvoorbeeld niet X_a en Y_{ab} ? Voor deze laatste grootheden geldt immers geen Bell-ongelijkheid. Anders gezegd: hoe voorkom je een invloed van de keuze tussen $a = 1$ en $a = 2$ rechts in het lab op de uitslag Y links? Om dit te garanderen liet Aspect de keuze van a en b zéér kort voor de meting vaststellen: zó kort dat een eventuele invloed van a op Y sneller dan het licht zou moeten reizen. De aannahme dat dit niet mogelijk is, wordt *Einstein-causaliteit* genoemd. Deze garandeerde dus de *localiteit* van het experiment van Aspect.

Het computer-experiment

Luigi Accardi beweerde met klassieke middelen (een 'kameleon'-model) een schending van de Bell-ongelijkheden te kunnen produceren. Gill en Accardi kwamen overeen het volgende experiment te doen. Vijf computers zouden zó geschakeld worden:



De pijlen geven de richting aan waarin informatie-overdracht is toegestaan. De computers \mathbb{A} en \mathbb{B} staan onder beheer van Gill. Hij is van plan deze, met behulp van muntworpen of een randomgenerator, keuzes van de indices a en b te laten genereren.

Accardi krijgt het beheer over de andere drie computers, die hij geheel naar eigen inzicht mag programmeren. Het experiment zal bestaan uit 15.000 rondes. In elke ronde gebeurt het volgende: Computer \mathcal{O} stuurt

informatie naar de *meetstations* \mathcal{X} en \mathcal{Y} . Vervolgens leveren de computers \mathbb{A} en \mathbb{B} hun random indices. De meetstations mogen nu op basis van alles wat zij weten een output 0 of 1 bepalen. De random indices a_n en b_n van \mathbb{A} en \mathbb{B} , en de output x_n en y_n van \mathcal{X} en \mathcal{Y} worden vervolgens op een lijst gezet voor latere evaluatie. Tenslotte mogen de computers \mathcal{X} , \mathcal{Y} en \mathcal{O} overleg voeren, waarbij de communicatierichting geheel vrij is.

- Na afloop van $N = 15.000$ rondes worden de punten geteld: ronde n levert Accardi
- een punt op als $x_n = y_n$, terwijl $a_n = b_n = 1$;
 - een strafpunt op als $x_n = y_n$, terwijl $a_n = 2$ of $b_n = 2$;
 - nul punten op als $x_n \neq y_n$.

(Deze puntentelling is natuurlijk niet arbitrair, maar hangt nauw samen met de Bell-ongelijkheid (7)). Het doel van Accardi is, punten te halen. Haalt hij er meer dan, zeg, 500, dan heeft hij de 3000 euro gewonnen. Zo niet, dan verliest hij ze.

Accardi zal deze weddenschap niet kunnen winnen, ondanks de grote vrijheid die hij heeft bij de programmering van zijn computers. (Door het quantum-experiment van Aspect is deze weddenschap wél gewonnen!) De Achilleshiel van deze computers is precies hun klassiek, deterministische karakter: Op elke combinatie (a, b) van indices uit \mathbb{A} en \mathbb{B} moeten zij *een of ander antwoord* hebben. Maar bij het bewijs van de Bell-ongelijkheid hierboven hebben we gezien dat elke combinatie (X_1, X_2, Y_1, Y_2) van outputs negatief verwacht puntental heeft. Omdat de informatie waar de computers gebruik van mogen maken, alleen het verleden betreft, is de verwachte toename van het puntental Z_n , gegeven dit verleden, negatief: Z_n is een *supermartingaal*. (Vergelijk het eerste kader in dit artikel.) Met behulp van de ongelijkheid van Hoeffding kan men dan aantonen dat

$$\mathbb{P} \left[\max_{n \leq N} Z_n \geq k\sqrt{N} \right] \leq \exp \left(-\frac{1}{2} k^2 \right).$$

Invullen van de gegevens levert een winstkans kleiner dan 0,00025.

Inmiddels is een *Quantum Randi Challenge* op het internet in voorbereiding volgens de lijnen van de hierboven beschreven weddenschap. De ontwerper, Sascha Vongehr, daagt de hele wereld uit om met lokaal realistische middelen de Bell-ongelijkheden te schenden. Richard Gill adviseert hem.



Eurandom had ik enkele jaren een project lopen op dit terrein; mijn toenmalige postdoc Mădălin Guță, nu in Nottingham bij Belavkin, is hier nu specialist is geworden.

Lucia de B.

Ik hoorde voor het eerst over Lucia de B. van mijn vrouw, in 2001 [8]. Ze had het nieuws gezien en kreeg de indruk dat er een heksenjacht tegen iemand gaande was. Twee jaar later was de heksenjacht overgegaan in een heksenproces. Mijn eerste reactie was dubbelzinnig. Er kwam statistiek in het proces voor en ik voelde dus dat ik, als midden in de maatschappij staand statisticus, iets moest doen. Maar daar stond tegenover dat er al goede statistici bij betrokken waren. Of dat dacht ik toen tenminste. In 2006 verscheen echter het boek van Ton Derksen [9]. Mijn collega Peter Grünwald beval me dit aan als een goed onderbouwd betoog dat er iets grondig mis was met haar proces. Ik las dat boek en werd zeer boos.

Ik zocht de publiciteit en werd geïnterviewd door twee journalisten van *NOVA*. Ze vroegen me hoe ik dacht alles beter te kunnen weten dan zeventien Nederlandse rechters? Mijn antwoord was dat het klonen van elkaar waren, ze maakten allemaal dezelfde denkfouten. Of ik dan het arrest [van het gerechtshof van Den Haag d.d. 18 juni 2004] eigenlijk wel had gelezen? Nee (oei). Dat deed ik dus maar gauw, en toen bleek dat het nog erger was dan ik dacht. Wij, statistici, zijn collectief opgelicht door juristen. Alle zogenaamde moorden door Lucia zouden medisch bewezen zijn zonder gebruik van statistiek. In werkelijkheid is dat hele arrest opgebouwd rond statistiek, vermomd in medische terminologie. Al was die berekening

zogenaamd verdwenen uit de redenering van het Hof, overall sijpelt de door Henk Elffers berekende kans van 1 op de 342 miljoen dat de sterfgevallen toevallige coincidenties waren, door het arrest. En iedereen vertaalde dat natuurlijk in de kans dat Lucia onschuldig was. Dat soort statistiek heette nu echter een schakelbewijs. Maar het lot van Lucia was bezegeld zodra die kans op tafel lag. In werkelijkheid is die kans, als je al kansen wil toekennen [10], niet 1 op 342 miljoen maar ongeveer 1 op 20. Dat maakte echter niets meer uit, het daderschap van Lucia gold als bewezen.

Omslag

Mijn brief aan de CEAS [11] had geen direct effect. Ton Derksen stelde zich heel verstandig op als boven de partijen staande geleerde, maar zijn zus [Metta de Noo-Derksen] zocht contact met de media en zorgde steeds voor nieuws. Via contacten van Peter [Grünwald] is *The Guardian* erover gaan schrijven. Ook *Nature* pikte het op; het kwam in Engeland zelfs op de TV.

Ik ben zelf ook nader onderzoek gaan doen, heb alle betrokken pathologen en toxicologen gesproken. Mijn petitie in *NRC Handelsblad* voor de vrijlating van Lucia is door duizenden academici ondertekend, onderwie een groot aantal vooraanstaande statistici uit Nederland en buitenland [12]. De druk op het systeem werd steeds verder verhoogd, de laatste journalisten die Lucia nog schuldig achtten gingen om. Uiteindelijk viel het hele bewijs om en was er zelfs geen verdenking meer. Formeel had de Hoge Raad een novum nodig om de zaak te herzien, dat er ook kwam omdat Freek de Wolf [de patholoog-anatoom die de digoxine-vergiftiging bij baby Amber had vastgesteld [9]] 'om' ging [13].

Het OM eiste toen nog meer onderzoek, maar werd door de Rechtbank van Arnhem uitgelachen [14].

Woede

In eerste instantie richtte mijn woede zich op de juridische wereld, met name op de rechters in de zaak, later en in mindere mate ook op de betrokken advocaten. Maar uiteindelijk zag ik in dat ze hun best hadden gedaan. Het was een hele moeilijke zaak. De rechters en het OM waren overtuigd van de schuld van Lucia en vonden dat de samenleving tegen deze heks beschermd moest worden. Ze dachten dat er zowel een bewijs als een motief was. Ze hadden voldaan aan de eis dat er wettige bewijsmiddelen waren, al die rapporten, et cetera.

Inmiddels ben ik vooral boos op de medische wereld, met name op het JKZ [Juliana Kinderziekenhuis] uiteraard. Al voor Lucia in beeld kwam, zijn daar achteraf medische dossiers veranderd om ouders minder kans op succes te geven bij klachten over de behandeling of zelfs de dood van hun kinderen. Om de eventuele schuld van het ziekenhuis helemaal weg te poetsen is Lucia er vervolgens bewust ingeluisd. Het ziekenhuis had al een slechte reputatie en wilde fuseren met twee andere ziekenhuizen. De toenmalige directeur ging letterlijk over lijken om de marktwerking in de zorg door te zetten, waaronder zijn salaris van vele malen de Balkenende-norm [15].

Nasleep

Ben ik nu klaar met de zaak? Nog lang niet! De Lucia-zaak heeft mijn leven ingrijpend veranderd. OK, Lucia heeft smartengeld, een leuke man, en zowel Harm Brouwer als Ernst Hirsch-

Het Probiotica-onderzoek

Ethische commissies die medische proeven begeleiden, dienen goed op de hoogte te zijn en inzicht te hebben in standaardstatistische methoden. Dit is de hoofdconclusie van Gills artikel [18] in *Statistica Neerlandica* in 2009 naar aanleiding van het probiotica-onderzoek van 2004 tot 2007 aan het Universitair Medisch Centrum Utrecht. Deze noodzaak heeft tweeërlei redenen: ook de standaardmethoden en -pakketten bevatten ethische keuzes waar zij achter zouden moeten staan. Bovendien zou het hen behoeden voor technische blunders.

Het probiotica-onderzoek PROPATRIA was gericht op het aantonen van een heilzame werking op patiënten met alveesklierontsteking van zogenaamde *probiotica*, 'goede darmbacteriën' zoals die bijvoorbeeld in yoghurt voorkomen. Het ging niet om een medische behandeling, maar om een dieet. De bacteriën zouden het gezond functioneren van de darm stimuleren.

De oorspronkelijk 200, later 296 deelnemende ernstig zieke patiënten werden verdeeld in een te behandelen groep en een controlegroep. De eerste kreeg de bacteriedrank, de tweede een placebo toegediend. Het onderzoek werd 'driedubbelblind' uitgevoerd: de behandelaars noch de patiënten wisten welk preparaat deze toegediend kregen. Bovendien verkeerde de evaluatiecommissie, verantwoordelijk voor beslissingen over voort- of stopzetting van het experiment op basis van tussentijdse uitslagen, in het ongewisse over welke groep de behandelde groep was. Dit driedubbelblinde protocol is in de jaren '90 in Nederland gepropageerd [19] om voortijdig stoppen van experimenten bij gunstig uit-

ziende, maar toevallige pieken in de uitslag tegen te gaan.

Aan het einde van het experiment bleken in de behandelde groep 24 doden en in de placebogroep 9 doden gevallen te zijn. Het schandaal trok begin 2008 zeer de aandacht. Hoe had dit kunnen gebeuren? Waarom had de commissie niet eerder aan de bel getrokken?

Deze beriep zich echter op een van tevoren overeengekomen protocol, beschreven in het standaardwerk van Snappinn [20], bij nadere navraag in de Nederlandse versie van Schoutens. Hoewel de commissie niet bereid bleek de tussentijdse gegevens vrij te geven, wist Gill aan de hand van per ongeluk uitgelekte informatie de gang van zaken te reconstrueren.

Er waren twee tussentijdse beslissingen geweest: één na 100 behandelingen, om het deelnemertal te vergroten van 200 naar circa 300, en één na 184 behandelingen, om door te gaan tot 300. Was de eerste beslissing al enigszins aanvechtbaar (zie het artikel[18]), de tweede kan achteraf slechts als een blunder worden aangemerkt. Als het tevoren afgesproken protocol naar behoren was gevolgd, zou tot stopzetting van de proeven moeten zijn besloten.

Hoe is dit mogelijk? Om dit te begrijpen, is een korte uitleg van het protocol van Snappinn nodig. Bij een tussentijdse evaluatie onderscheidt dit drie mogelijkheden. (1) Het gehoopte effect is al bewezen: men kan stoppen wegens *significantie*. (2) Er is nauwelijks meer hoop dat het effect bewezen gaat worden: ook dan is het beter te stoppen, nu wegens *futiliteit*. (Deze mogelijkheid omvat het stoppen wegens averechts ef-

fect!) (3) Het effect is nog niet bewezen, maar er is goede hoop: doorgaan! In de praktijk wordt dit protocol uitgevoerd door eerst de zogenaamde *eenzijdige p-waarde* te berekenen: de kans dat de waargenomen verdeling (of sterker disbalans) optreedt terwijl drank en placebo eigenlijk gelijk effect hebben. (Dit laatste heet de 'nulhypothese'.) Deze *p-waarde* wordt nu vergeleken met kritische *p-waarden* die in het protocol staan: de significantie- en de futiliteitsgrens.

Tot dusver is de situatie doorzichtig. Maar er komt een complicatie bovenop: omdat de commissie niet weet wie wie is, moet zij met twee mogelijkheden rekenen: zeg groep A is de behandelde groep en groep B de placebogroep, en omgekeerd. Dit geeft twee *p-waarden*. Beide kunnen worden berekend met Fishers 2×2 kruistabel. Nu heeft het statistische softwarepakket SPSS de eigenschap dat het bij zo'n tabel maar één *p-waarde* berekent: de kleinste, meest significante! Beide alternatieven leveren dezelfde *p-waarde*, die in de buurt van 20% moet hebben gelegen. Conclusie: onthulling van de identiteit van de groepen is niet nodig; doorgaan!

Correct zou zijn geweest: beide *p-waarden* berekenen (de ander lag rond de 85%), erkennen dat één mogelijkheid de futiliteitsgrens overschreed, de identiteit van de groepen A en B onthullen, en stopzetten wegens futiliteit.

Achteraf beschouwd was de feitelijke reden tot voortzetting: men maakte nog een kans aan te tonen dat de probiotica averechts werkten!

Op cynische wijze is dit doel ruimschoots bereikt.

Ballin hebben namens justitie hun excuses aangeboden. Ook weer typisch Nederlands: we hebben het opgelost met geld en gaan vrolijk verder.

Ik geloof wel dat justitie veel van deze zaak heeft geleerd, maar de medische wereld blijft de andere kant op kijken. In hun persbericht na de vrijspraak herhaalt het [na fusie inmiddels HagaZiekenhuis geheten] JKZ dat ze niets fout hebben gedaan en in dezelfde omstandigheden ook weer precies hetzelfde zouden handelen. Zij hebben ook nooit excuses aan Lucia aangeboden, het is te walgelijk voor woorden.

Mij wordt door dat ziekenhuis nog steeds

de mond gesnoerd, op straffe van astronomische dwangsommen. Je wilt niet weten wat mijn advocatenkosten zijn, gelukkig hoef ik die niet zelf te betalen. Medewerkers van het HagaZiekenhuis hebben ook nog steeds een spreekverbod over Lucia. Veel mensen daar denken trouwens nog steeds oprecht dat ze schuldig is.

De juridische wereld is hier gelouterd uitgekomen, terwijl de medici geen enkele fout toegeven. Al die machtige posities, al die enorme salarissen. En dat terwijl de juristen in feite zijn voorgelogen door de medici. Ik ga hier ook mee door, bijvoorbeeld via het in 2010 opgerichte *Bureau of Lost Causes* [16].

Forensische statistiek

Mijn onderzoek is er ook sterk door van koers veranderd. In die zin kwam Lucia als geroepen, hoe wrang het ook klinkt. Ik was mijn werk rond de quantummechanica en de Bell-ongelijkheden eerlijk gezegd al een tijdje aan het uitmelken en was aan iets nieuws toe. Dat werd de forensische statistiek.

Het bewijsmateriaal is het product van een kansmechanisme. In het huidige systeem is het de taak van de statisticus om de *likelihood ratio* aan de rechter te vertellen. De rechter en [in het Angelsaksische rechtssysteem] de jury moeten de *prior* bepalen [17]. Maar wat mij als wiskundige het meest is opgevallen

aan deze hele zaak is dat we juist de normale situatie slecht kennen. Er waren geen data om de statistiek rond Lucia tegen te kalibreren.

En in zaken waarbij DNA-identificatie een rol speelt zijn er allerlei databanken met profielen van criminelen, maar veel minder van de normale bevolking. Daar is geen geld en geen belangstelling voor. Op zulke dingen wil ik me de komende tijd gaan richten. Het is goed dat er nu een NWO-programma in *Forensic Science* is, al is daarin helaas nog geen participatie van juristen en medici.

The shadow side

Ik wil wel wat reliëf aanbrengen in deze tot nu toe traditionele academische *success story*. Ik ben niet voor niets geïnteresseerd in psychiatrie, met name in *post traumatic stress syndrome* en manische depressies.

Het eerste heeft, als *second generation effect*, te maken met mijn vrouw. Haar vader was half Duits, en diens vader bouwde in de oorlog V2-raketten in Peenemünde. Haar moeder overleed al jong aan kanker, evenals een van haar broers. De andere heeft multiple sclerose. Geen vrolijke familie.

Het laatste heeft een persoonlijke achtergrond. Ik heb vier perioden van zware depressies achter de rug. Ik zal dat wel van mijn vader hebben geërfd. Dan heb ik het over periodes van zo'n maand of negen waarin je iedere dag opstaat met de gedachte dat je jezelf zo spoedig mogelijk van kant wilt maken. Je kunt van niets genieten en je op niets concentreren.

Ik ben daardoor veel over Boeddhisme en meditatie na gaan denken, maar ook over de statistiek van mentale problemen en de be-

handeling daarvan. De meeste mentale problemen zijn volgens mij een gezonde reactie op een zieke omgeving. Het valt me ook op hoe goed mensen in staat zijn zulke moeilijkheden voor hun omgeving te verbergen, en zelfs voor zichzelf.

Dergelijke problemen zijn volgens mij veel belangrijker voor je ontwikkeling dan de triomfen. Die komen vaak door geluk, door op het juiste moment de juiste mensen te ontmoeten en je kansen te grijpen.

Voor dat laatste moet je dan natuurlijk wel zijn gepredisponeerd. *Chance favours the prepared mind*. Maar het zijn de nederlagen die je iets vertellen over jezelf en de wereld.

What doesn't kill you only makes you stronger. Life is about learning and sharing, I think. At least that's what keeps me going. ←

Referenties

- Dit is de driejarige studie wiskunde en theoretische fysica die al eeuwen bestaat in Cambridge. De drie jaren heten echter Part I, IIa, en IIb. Het fameuze Part III is een additioneel vierde jaar dat voorbereidt op een promotie. Gill volgde dat laatste niet en behaalde in plaats daarvan in zijn vierde jaar in Cambridge het (beroepsgeoriënteerde) *Diploma in Statistics*.
- In Cambridge wordt dit begrip in de beperkte zin van differentiaalvergelijkingen, hydrodynamica, et cetera, gebruikt.
- W. Albers, P.J. Bickel en W.R. van Zwet, Asymptotic expansions for the power of distribution free tests in the one-sample problem, *Ann. Statist.* **4** (1976), 108–156.
- Toevallig was Gill in 1999 de promotor van Erik van Zwet, de zoon van Willem!
- Richard. D. Gill, *Censoring and Stochastic Integrals*, Dissertatie Vrije Universiteit te Amsterdam, 1979, Mathematisch Centrum.
- P.K. Andersen, O. Borgan, R.D. Gill, N. Keiding, *Statistical models based on counting processes*, Springer-Verlag, New York, 1993.
- R.D. Gill, Time, finite statistics, and Bell's fifth position, *Foundations of Probability and Physics*, 2 (Växjö, 2002), Vol. 5 of *Math. Model. Phys. Eng. Cogn. Sci.*, pp. 179–206, Växjö Univ. Press, Växjö (2003), arXiv:quant-ph/0301059.
- De feiten rond het proces tegen Lucia de B. zijn bijvoorbeeld te vinden op de Wikipedia-pagina over Lucia de Berk.
- Ton Derksen, *Lucia de B.: Reconstructie van een gerechtelijke dwaling*, Veen Magazines, Die-men, 2006.
- Michiel van Lambalgen en Ronald Meester beargumenteerden in de rechtszaal dat dit in het onderhavige geval in principe onmogelijk was.
- Commissie Evaluatie Afgesloten Stafzaken (ook bekend als 'Posthumus II'), onder voorzitterschap van de Nijmeegse jurist Ybo Buruma.
- Gepubliceerd in *NRC Handelsblad* van 14 december 2007.
- De dood van Amber vormde de eerste stap in het 'schakelbewijs' tegen Lucia. Nadat toxicoloog Jan Meulenbelt van het RIVM toegang had gekregen tot de medische dossiers rond de rechtszaak tegen Lucia de Berk, bleek dat alle aan haar toegeschreven sterfgevallen ofwel een natuurlijke oorzaak hadden ofwel een gevolg waren van medische fouten (waarvan geen aan Lucia te wijten was).
- Lucia de Berk werd uiteindelijk op 14 april 2010 vrijgesproken, na al eerder in afwachting van de uitspraak te zijn vrijgelaten. Haar leven in de gevangenis staat op aangrijpende wijze beschreven in haar boek *Lucia de B.: levenslang en tbs* (Arbeiderspers, 2010).
- Dezelfde man werd later directeur van het Maasland Ziekenhuis, waar hij in augustus 2011 moest vertrekken vanwege de 3 à 13 doden die een bacterie in dat ziekenhuis had veroorzaakt, klaarblijkelijk niet gehinderd door tijdige maatregelen. Eerder was al maatschappelijke beroering ontstaan vanwege zijn salaris en (ook na ontslag niet terugbetaalde) bonussen.
- Zie www.bolc.nl.
- De *likelihood ratio* $LR = P(E|H)/P(E|\bar{H})$ is de kans op het aanwezige bewijsmateriaal E gegeven de hypothese H dat de verdachte schuldig is, gedeeld door de kans op E gegeven de hypothese \bar{H} dat de verdachte onschuldig is. De *prior* $Pr = P(H)/P(\bar{H})$ is de kans dat de verdachte schuldig is, gedeeld door de kans dat hij/zij onschuldig is, zonder het bewijsmateriaal in acht te nemen. Volgens de regel van Bayes is dan de kans $P(H|E)$ dat de verdachte schuldig is in het licht van het bewijsmateriaal gelijk aan $P(H|E) = 1/(1 + (Pr \cdot LR)^{-1})$. Het is deze laatste kans die bepaalt of de verdachte veroordeeld zou moeten worden. Ook bij een enorme *likelihood ratio* (waarvan bij Lucia de B. in eerste instantie sprake leek te zijn) kan de kans $P(H|E)$ nog steeds klein zijn vanwege de vermenigvuldiging met de *prior*. Het weglaten van de *prior* is een bekende fout in de forensische statistiek (*Prosecutor's Fallacy*).
- R.D. Gill, Statistics, ethics and probitica, *Statistica Neerlandica* **63** (2009), 1–12. doi: 10.1111/j.1467-9574.2008.00411.x.
- J.P. Vandenbroucke, Dwalingen in de methodologie XIV. Het voortijdig beëindigen van een gerandomiseerde trial, *Nederlands Tijdschrift voor Geneeskunde* **143** (1999), 1305–1308.
- S.M. Snappinn, Monitoring clinical trials with a conditional probability stopping rule, *Statistics in Medicine* **11** (1992), 659–672.
- L. Accardi en M. Regoli, *Locality and Bell's inequality*, quant-ph/0007005v2.pdf.
- A. Aspect, J. Dalibart en G. Roger, Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analysers, *Phys. Rev. Letters* **49** (1982), 1804–1807.