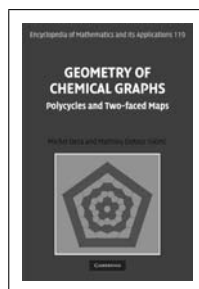


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - HG 8.38
 Faculteit Wiskunde & Informatica
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513
 5600 MB Eindhoven
 reviews@nieuwarchief.nl
 www.win.tue.nl/wgreview



Michel Deza, Mathieu Dutour Sikiric
**Geometry of Chemical Graphs
 Polycycles and Two-faced Maps**

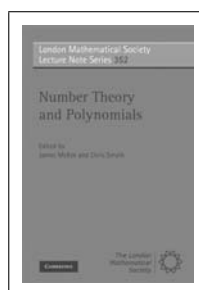
Cambridge: Cambridge University Press, 2008
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 119

306 p., prijs £63.00
 ISBN 9780521873079

Sinds de ontdekking van het molecuul C₆₀ door Kroto en anderen (ze hebben hiervoor de Nobelprijs gekregen) is er veel aandacht geschonken aan scheikundige grafen, in het bijzonder de fullerenes. In dit boek behandelen de auteurs de meetkunde van scheikundige grafen. In het bijzonder bekijken ze *polycycles* en een bepaald soort afbeeldingen die ze 'two-faced maps' noemen.

Polycycles zijn 2-samenhangende grafen die in het euclidische vlak zijn ingebed, zodanig dat alle interne punten hetzelfde aantal buren hebben, en zodanig dat er twee gehele getallen p en q zijn zodanig dat elk vlak p of q punten bevat. In de hoofdstukken 4 tot en met 8 worden polycycles bestudeerd. Vanaf hoofdstuk 5 behandelen de auteurs de vraag in hoeverre de rand de interne structuur van de polycycle bepaalt. In hoofdstuk 6 bekijken ze wat de mogelijke symmetrieën zijn die een polycycle kan bezitten en in hoeverre ze die polycycles kunnen classificeren die een symmetriegroep hebben die transitief werkt op de punten en/of de vlakken. In hoofdstuk 7 wordt een decompositieresultaat van een gegeneraliseerde polycycle in elementaire componenten gegeven. Dit is een krachtig middel dat in hoofdstukken 1, 12, 13, 14 en 18 wordt gebruikt. In het tweede deel van het boek bekijken de schrijvers inbeddingen van grafen in het euclidische vlak, in de torus en andere oppervlakken. In het bijzonder bekijken ze inbeddingen van grafen zodanig dat elk vlak p of q punten bevatten. Ze bekijken voornamelijk de inbeddingen of grafen die vlak-transitieve groepen toestaan.

Ik denk dat het een interessant boek is, maar ik moet opmerken dat het boek niet altijd duidelijk is. Jack Koolen



James McKee, Chris Smyth (eds.)
Number Theory and Polynomials

Cambridge: Cambridge University Press, 2008
*London Mathematical Society
 Lecture Note Series 352*

364 p., prijs £44
 ISBN 9780521714679

Het boek dat hier beschreven wordt betreft de *proceedings* van de workshop over 'Number Theory and Polynomials' die van 3–7 april 2006 werd gehouden aan de University of Bristol. Deze workshop werd financieel ondersteund door het Heilbronn Institute for Mathematical Research. De *proceedings* bevatten 19 artikelen, waarvan een aantal overzichtsartikelen en enkele onderzoeksartikelen met nieuwe resultaten. De *proceedings* bestrijken een breed terrein, en ze geven een goed beeld van wat er op het gebied van polynomen gaande is en welke technieken worden gebruikt. Met name de overzichtsartikelen zijn goed te lezen zonder specialistische voorkennis. Onder de onderzoeksartikelen zijn er een aantal met stevige analytische getaltheorie.

De bundel bevat voor elk wat wils. Naar mijn mening zullen veel onderzoekers er iets van hun gading in vinden, maar niet iedereen zal alle

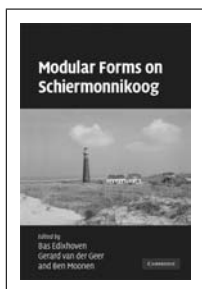
bijdragen even interessant vinden. Het is zinvol dat bibliotheken deze bundel aanschaffen. De aanschaf lijkt me niet de moeite waard voor individuele onderzoekers die niet direct met hun neus in de polynomen zitten.

In de proceedings is er geen thema dat er echt uitspringt, maar er zijn enkele artikelen over de ‘Mahler-maat’ van een polynoom. Bertin geeft een overzicht van hoe Mahler-maten van polynomen in meer dan één variabele tevoorschijn komen in allerlei takken van de algebraïsche meetkunde, en Smyth gaat in op het Lehmer-vermoeden dat de Mahler-maat van een polynoom uit $\mathbb{Z}[X]$ naar onder wordt begrensd door een constante $C > 1$.

Er zijn nog enkele andere artikelen waarin allerlei maten van polynomen en algebraïsche getallen worden bestudeerd, onder meer van Hilmar en van Rin en Wu over de ‘integer transfinite diameter’ en van Pritsker. Aguirre en Peral (met een appendix van Serre) gaan in op het probleem voor welke \mathcal{K} er maar eindig veel totaal positieve algebraïsche getallen zijn met spoor kleiner dan \mathcal{K} . Het vermoeden is dat dit geldt voor alle $\mathcal{K} < 2$.

Verder is er een artikel van Beukers en Montanus over Belyi-afbeeldingen en Grothendiecks ‘dessins d’enfants’. Borwein, Ferguson en Knauer, en Borwein en Mossinghoff hebben enkele bijdragen over de ‘merit factor’ van eindige rijen complexe getallen, en het verband met ‘platte polynomen’ waarvan de absolute waarde op de eenheids-cirkel niet zo veel varieert.

De bundel bevat ook artikelen van Cohen en Prešern over het vermoeden van Hansen–Mullen voor primitieve polynomen over eindige lichamen, van Dubickas over multipliciteiten van de nulpunten van een polynoom, van Erdélyi met afschattingen voor reële exponentiaalsommen, en van Everest en Harman over primitieve delers van de termen uit de rij $(n^2 + b)_{n=1}^{\infty}$. Filaseta, Granville en Schinzel geven efficiënte irreducibiliteitstesten en methoden om grootste gemeene delers te berekenen voor polynomen uit $\mathbb{Z}[X]$ met een vast aantal coëfficiënten ongelijk aan 0 maar van willekeurig grote graad n . Er is een artikel van Hone over niet-lineaire recurrente rijen, een overzicht van McKee van resultaten over algebraïsche getallen waarvan de conjugeerden op een kegelsnede liggen, een artikel van Nair over polynomiale ergodische gemiddeldes, en een artikel van Scourfield met onder meer asymptotische afschattingen voor $\sum_{m \leq x} \omega(m, f)$, waarbij $\omega(m, f)$ voor een gegeven monisch polynoom f het aantal nulpunten modulo m is van $f(x) \equiv 0 \pmod{m}$. Tenslotte is er een artikel van Sinclair en Vaaler waarin ze een nodige en voldoende voorwaarde geven opdat een ‘zelf-invers polynoom’, dat wil zeggen een polynoom $g(z) = c_0 + c_1 z + \dots + c_n z^n \in \mathbb{C}[z]$ zo dat $c_i = \bar{c}_{n-i}$ voor $i = 0, \dots, n$, al zijn nulpunten op de eenheids-cirkel heeft. *Jan-Hendrik Evertse*



Bas Edixhoven, Gerard van der Geer, Ben Moonen (eds.)

Modular Forms on Schiermonnikoog

Cambridge: Cambridge University Press, 2008

360 p., prijs £53.00

ISBN 9780521493543

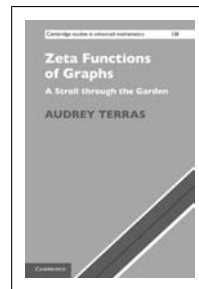
In oktober 2006 trokken twee krijtborden en zo’n veertig wiskundigen per postkoets, vliegtuig, trein, lijnbus en boot naar Schiermonnikoog om het daar een week lang te hebben over modulaire vormen. De *proceedings* van deze conferentie zijn in dit boek uitgebracht.

Nu zijn proceedings in de regel niet meer dan verzamelingen artikelen die iets (maar niet noodzakelijk veel) te maken hebben met het thema van de conferentie. Boeken die voornamelijk geopend worden wanneer men er door *MathSciNet* of *Zentralblatt* naar verwezen wordt.

Met deze is het niet anders: vijftien technische artikelen, die gezamenlijk wel de breedte van het vakgebied illustreren, maar waarvan er nooit meer dan vijf door éénzelfde persoon gelezen zullen worden.

Wat dit boek wél onderscheidt van gelijkaardige uitgaven is dat de *editors* er een inleiding aan toegevoegd hebben waarin ze de tweehonderdjarige geschiedenis van de theorie van modulaire vormen uiteenzetten. Het is een dichte opeenvolging van ontdekkingen die het vakgebied steeds jong hebben gehouden en waarbij telkens weer aansluiting werd gevonden bij nieuwe onderwerpen (kwadratische vormen, elliptische krommen, Galois-representaties, Lie-groepen, algebraïsche meetkunde, analytische getaltheorie, ...). De inleiding is boeiend en helder geschreven, en sterk aan te bevelen aan iedereen met interesse in het onderwerp!

Lenny Taelman



Audrey Terras

Zeta Functions of Graphs A Stroll through the Garden

Cambridge: Cambridge University Press, 2011

Cambridge Studies in Advanced Mathematics

128

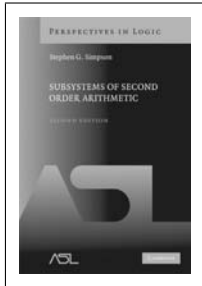
239 p., prijs £40.00

ISBN 9780521113670

Grafen zijn voor meetkunde wat skeletten zijn voor het menselijk lichaam. Ze zijn een soort retractie van allerlei andere objecten, en daar hebben ze dan vaak veel mee gemeen. Grafen hebben iets van Riemannse variëteiten: ze hebben een Laplace-operator, -spectrum, enzovoort. Je kunt op een graaf rondwandelen, ze hebben ‘dynamica’. Tenslotte lijken grafen ook, wat misschien minder direct duidelijk is, op algebraïsche krommen en getallenlichamen. Vanuit al deze standpunten bekeken hebben grafen zetafuncties: dit zijn voortbrengende functies voor interessante invarianten, zoals aantal paden van een gegeven lengte, spectrum van de adjacentie-operator, enzovoort. In het boek van Terras komen ze allemaal aan bod. Ook de analogieën met de zetafuncties in de getaltheorie zijn prominent aanwezig: een Riemann-hypothese (en verbanden met zogenaamde Ramanujan-grafen), een verdelingsstelling voor ‘priemen’ (irreducibele paden), een verband met de theorie van toevalsmatrices. Dit alles wordt in de theorie van grafen erg toegankelijk, omdat er veel voorbeelden zijn die gewoon kunnen worden doorgerekend. De wiskundige kern van het boek bespreekt het werk van Ihara, Bass, Hashimoto, Stark en Terras aan de Ihara-zetafunctie. Het is verrassend hoe moeilijk het is om een boek over grafentheorie te vinden dat deze ‘algebraïsche’ theorie als hoofdthema neemt, ik kan eigenlijk alleen het boekje van Biggs.

De schrijfstijl van het boek is bijzonder te noemen, zoals ook al de vorige twee boeken van de auteur. In de tekst staan veel uitgespelde internetadressen, wat het lezen soms moeilijk maakt; tekst is als illustratie uit powerpointpresentaties van de auteur rechtstreeks in het boek gekopieerd; er zijn ook best wel veel fouten (mijn favoriet is de verwarring tussen Riemannse variëteit en Riemann-oppervlak). Als de auteur een beetje moe wordt, dan staat er plots ‘See [123]’. Op die manier wordt het natuurlijk heel moeilijk om precies te weten wat er aan de hand is. Het boek is in omgangstaal geschreven, het is alsof de auteur een lezing voor je staat te geven, of je samen op een Terras-je (pun

intended) zit en ze bij een biertje even wat stellingen en namedropping combineert. Er wordt van de hak op de tak gesprongen. Jammer. Het lijkt me wel leuk om een student een hoofdstuk te geven en te vragen om het nou eens goed op te schrijven. Toch is het wel goed dat zulk een boek er nu is, omdat het zo anders is dan andere boeken over grafentheorie. Jammer van de drukfouten. *Gunther Cornelissen*



Stephen G. Simpson
Subsystems of Second Order Arithmetic (second edition)
 Cambridge: Cambridge University Press, 2009
Perspectives In Logic
 444 p., prijs £53.00
 ISBN 9780521884396

De eerste editie van dit boek verscheen in 1999, maar werd niet in dit tijdschrift besproken. Deze tweede editie verschilt (aldus het voorwoord) alleen van de eerste in correcties van typefoutjes en bijwerking van de bibliografie.

De grondgedachte van dit boek is de volgende. Volgens Hilbert (en Bernays, in hun *Grundlagen der Mathematik I*, 1934) kan het leeuwendel van de alledaagse, zeg maar bachelorniveau, wiskunde worden opgeschreven in de taal van de *tweede-orde rekenkunde*. Dit is een taal met variabelen voor natuurlijke getallen en voor verzamelingen van natuurlijke getallen. We kunnen nu axiomatische systemen in deze taal beschouwen die (naast evidente axioma's die de optelling en vermenigvuldiging van natuurlijke getallen definiëren) het volgende *inductie-axioma* hebben:

$$\forall X [(0 \in X \wedge \forall x(x \in X \rightarrow x+1 \in X)) \rightarrow \forall x(x \in X)]$$

waar X een verzameling van natuurlijke getallen voorstelt, en x een getal. Wat met zo'n axioma te bewijzen is, hangt er natuurlijk van af hoeveel deelverzamelingen van \mathbb{N} men in het systeem kan definiëren. Een *set existence axiom* is een axioma van de vorm:

$$\exists X \forall x(x \in X \leftrightarrow \phi)$$

waar ϕ een formule is uit een bepaalde klasse. Verschillende set existence axioma's geven verschillende axiomatische systemen; het boek behandelt er vijf. Het idee is nu precies te classificeren welke set existence axioma's nodig zijn om wiskundige stellingen te kunnen bewijzen.

Zo'n classificatie lukt als men niet alleen met een set existence axioma een wiskundige stelling kan afleiden, maar andersom ook uit de wiskundige stelling het axioma (daarvoor is het van belang dat zowel de wiskunde als de set existence axioma's in dezelfde taal geformuleerd zijn). Een voorbeeld van zo'n bewijs is dat van Kelley (1950), dat de stelling van Tychonoff (een willekeurig product van compacte topologische ruimten is compact) het keuze-axioma impliceert.

Het programma dat behelst elementaire wiskunde op deze manier axiomatisch te onderzoeken heet *reverse mathematics* (wiskunde 'in zijn achteruit', omdat men axioma's afleidt uit stellingen in plaats van omgekeerd) en is in de vroege jaren '80 geformuleerd door H. Friedman.

Het zwakste hier beschouwde systeem is RCA_0 , waarin alleen recursieve verzamelingen kunnen worden gedefinieerd. Alle classificaties worden in dit systeem bewezen. Een voorbeeld: het axioma ACA_0 , aritmetische comprehensie, is relatief tot RCA_0 equivalent met de stelling van Bolzano–Weierstraß uit de analyse.

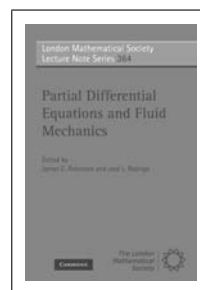
Op deze manier is een indrukwekkende hoeveelheid wiskunde geclassificeerd en de bevinding is, aldus de auteur, dat er een natuurlijke onderverdeling is in 5 systemen. In volgorde van toenemende bewijskracht: RCA_0 , WKL_0 , ACA_0 , RTA_0 , $\Pi_1^1\text{-CA}_0$.

De auteur meent dat dit werk van groot belang is voor de grondslagen van de wiskunde. Grondslagen van de wiskunde, te onderscheiden van andere technische disciplines in de logica, onderzoekt de precieze verhouding tussen de wiskundige praktijk en de axiomatische onderbouwing. Volgens de auteur is dit gebied ten onrechte verwaarloosd en is de in dit boek neergelegde studie van groot filosofisch belang.

Uw recensent heeft met betrekking tot dit laatste wel enige reserves. Het formuleren van wiskunde in een formeel systeem zoals tweede-orde rekenkunde vergt een aanzienlijke *codering* van wiskunde: door middel van een eenvoudige bijjectie $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ kan men elk natuurlijk getal opvatten als code voor een geordend paar natuurlijke getallen en dus (met nog iets meer werk) als rationaal getal; een reëel getal is een verzameling rationale getallen; maar als men over een functie $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wil praten, wordt het ingewikkelder. Nog afgezien van willekeurige *deelverzamelingen* van \mathbb{R} . Voor een classificatie van *filosofisch belang* zou men moeten bewijzen dat de axiomatische analyse niet van het formele systeem en de codering afhangt. Het boek gaat op dit punt niet in, hoewel resultaten van U. Kohlenbach suggereren dat als men andere formele systemen neemt, men andere classificaties krijgt.

Niettemin is dit een buitengewoon waardevol boek. Niet alleen omdat veel standaardwiskunde ter sprake komt (analyse; algebra van aftelbare groepen, ringen, lichamen en vectorruimten; separabele metrische ruimten; stellingen uit de combinatoriek; meetkunde; theorie van partiële ordeningen; functionaalanalyse; verzamelingenleer) maar ook omdat bestudering van de technieken die voor de classificaties gebruikt worden de lezer een hoop leert over centrale onderwerpen in de logica: met name recursietheorie, modeltheorie en descriptieve verzamelingenleer. Bovendien is de kernactiviteit, het formuleren van wiskunde in een logisch, formeel systeem, iets waarmee iedereen die logica wil leren op den duur vertrouwd moet zijn.

Het boek is dus uitstekend materiaal voor een (gevorderd) studentenseminarium, en de presentatie leent zich daarvoor zeer goed. Het is helder geschreven, bewijzen zijn kort en duidelijk, en er staan veel opgaven in. *Jaap van Oosten*



James C. Robinson, José L. Rodrigo (eds.)
Partial Differential Equations and Fluid Mechanics
 Cambridge: Cambridge University Press, 2009
London Mathematical Society Lecture Note Series 364
 257 p., prijs £37.99
 ISBN 9780521125123

The book is the result of the workshop *Partial Differential Equations and Fluid Dynamics* that took place at the Mathematics Institute of the University of Warwick, May 21st – 23rd, 2007. It contains ten review and research papers which provide an accessible summary of a wide range of active research topics along with new results.

The paper 'The regularity problem for the three-dimensional Navier–Stokes equations' attracted my attention very quickly. It goes along the lines of the original work by Chernyshenko, Constantin, Robinson and Titi (*J. Math. Phys.* 48, 065204, 2007) on robustness results for strong solutions from which one derives an *a posteriori* check that can be

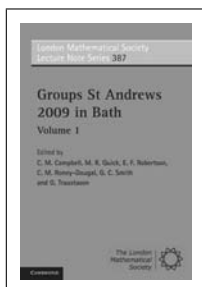
applied to guarantee the long-time existence of a strong solution of the corresponding exact problem. The basic idea is as follows: One shows that if a strong solution exists then the Galerkin approximations will converge to it. If one also assumes that solutions to Navier–Stokes equations are regular, one can justify the numerical method rigorously. Putting these together we learn that if a strong solution of the exact equations exists, then this fact can be checked numerically by an algorithm that terminates in finite time. These results indicate the possibility of rigorous computations of solutions of the 3D Navier–Stokes equations despite the lack of rigorous existence and uniqueness results.

The remaining papers cover a large spectrum of distinct topics. ‘Shear flows and their attractors’ introduces the reader to the problem of the existence and finite dimensionality of attractors for some classes of two-dimensional turbulent boundary-driven flows naturally appearing in lubrication settings. Special attention is paid here to the dependence of the dimension of the attractors on both the boundary conditions and flow domain geometry. ‘Mathematical results concerning unsteady flows of chemically reacting incompressible fluids’ refers to understanding complex fluids (like blood) balanced by active chemical reactions capable to modify flow properties — fluids becoming then shear thinning or shear thickening. For a Navier slip condition, the authors prove large-time existence of weak solutions for large

data. ‘The uniqueness of Lagrangian trajectories in Navier–Stokes flows’ and ‘Some controllability results in fluid mechanics’ are devoted to the basic understanding of trajectories. Given initial data in $u_0 \in H^{(d/2)-1}$, the d -dimensional Navier–Stokes equations have a unique solution which exists globally-in-time for $d = 2$ and is local for $d = 3$. It is shown here with elementary methods that the Lagrangian trajectories are also unique and depend continuously on the choice of u_0 . In the second paper, the local and global controllability to bounded trajectories are analysed. The authors of ‘Singularity formation and separation phenomena in boundary-layer theory’ review results concerning the behaviour of the incompressible Navier–Stokes solutions in the zero viscosity limit. A self-contained proof of the partial regularity result for the Navier–Stokes system when the forcing term lies in $L^{\frac{5}{3}}$ is given in ‘Partial regularity results for solutions of the Navier–Stokes system’. In ‘Anisotropic Navier–Stokes equations in a bounded cylindrical domain’ the local and global existence and uniqueness of the solutions to the Navier–Stokes equations with anisotropic viscosity in bounded two-dimensional star-shaped domains is analysed. Techniques that can be extended to the study of vortex dynamics for the 3D Euler equations are presented in ‘Contour dynamics for the surface quasi-geostrophic equation’. Finally, the book ends with an essay on ‘Theory and applications of statistical solutions of the Navier–Stokes equations’.

Adrian Muntean

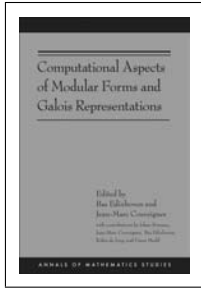
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



C.M. Campbell et al. (eds)
Groups St Andrews 2009 in Bath
London Math. Soc. Lecture Note Ser. 388
 ISBN 9780521279031
www.cambridge.org/gb/knowledge/isbn/item6439322



Greg Friedman, Eugénie Hunsicker, Anatoly Libgober, Laurentiu Maxim (eds)
Topology of Stratified Spaces
Cambridge University Press, 2011
 ISBN 9780521191678
www.cambridge.org/us/knowledge/isbn/item5979240

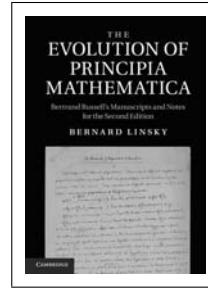


Bas Edixhoven, Jean-Marc Couveignes (eds.)
Computational Aspects of Modular Forms and Galois Representations

Princeton University Press, 2011

ISBN 9780691142029

press.princeton.edu/titles/9491.html



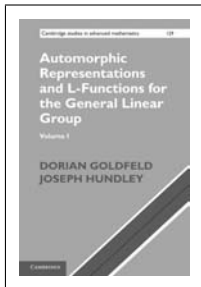
Bernard Linsky
The Evolution of Principia Mathematica

Bertrand Russell's Manuscripts and Notes for the Second Edition

Cambridge University Press, 2011

ISBN 9781107003279

www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item6218774



Dorian Goldfeld, Joseph Hundley
Automorphic Representations and L-Functions for the General Linear Group, Vols 1, 2

Cambridge University Press, 2011

ISBN 9780521474238 (vol. 1), 9781107007994 (vol. 2)

www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item5694013, www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item6047371

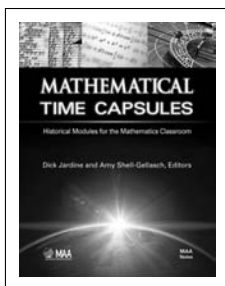


Vincent van der Noort
Getallen zijn je beste vrienden

Uitgeverij Athenaeum, 2011

ISBN 9789025367770

www.uitgeverijatheneum.nl/web/Boek-5.htm?dbid=31155

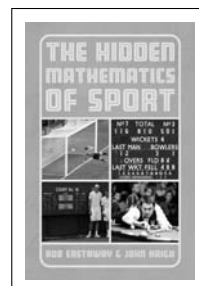


Dick Jardine, Amy Shell-Gellasch (eds.)
Mathematical time capsules

Cambridge University Press, MAA, 2011

ISBN 9780883851876

www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item6550070

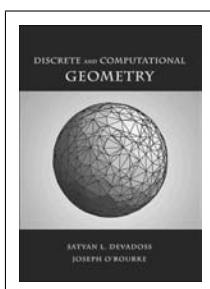


Rob Eastaway, John Haigh
The hidden mathematics of sport

Anova books, 2011

ISBN 9781907554223

plus.maths.org/content/hidden-mathematics-sport

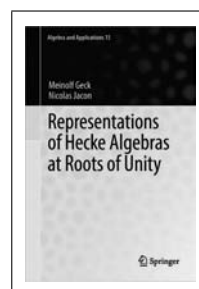


Satyan L. Devadoss, Joseph O'Rourke
Discrete and Computational Geometry

Princeton University Press, 2011

ISBN 9780691145532

press.princeton.edu/titles/9489.html

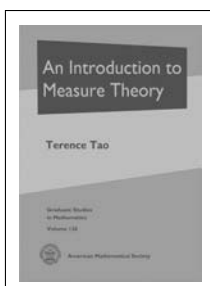


Meinolf Geck, Nicolas Jacon
Representations of Hecke Algebras at Roots of Unity

Springer, 2011

ISBN 9780857297150

www.springer.com/mathematics/algebra/book/978-0-85729-715-0

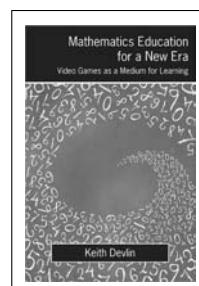


Terence Tao
An Introduction to Measure Theory

AMS, 2011

ISBN 9780821869192

www.ams.org/bookstore-getitem/item=GSM-126



Keith Devlin
Mathematics Education for a New Era

AK Peters/CRC Press, 2011

ISBN 9781568814315

www.crcpress.com/product/isbn/9781568814315