

## Nellie Verhoef

Faculteit Gedragwetenschappen, instituut ELAN  
Universiteit Twente  
Postbus 217  
7500 AE Enschede  
N.C.Verhoef@utwente.nl

### Onderwijs Lesson study

# De kunst van het lesgeven

Lesgeven is een kunst. De kunst is vergelijkbaar met die van een dirigent die zijn koor dirigeert, waar elk instrument een bijdrage levert aan de totale klankkleur. In de huidige onderwijspraktijk lijkt er niet veel ruimte te zijn om te spelen. De boeken en studiewijzers maken het onderwijs klankloos. Kan de Nederlandse onderwijscultuur zich ontdoen van dit keurslijf? Nellie Verhoef beschrijft wat ze heeft ervaren als observant bij de 'lesson study' in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs.

'Lesson study' als manier om docenten het vak te leren of te leren verbeteren, is afkomstig uit Japan. Al meer dan honderd jaar is dit de manier om docenten te scholen. De lesson study is diep geworteld in de cultuur. Toen in de jaren zestig het onderwijspeil in Japan tot een dieptepunt was gedaald, besloot de regering dat het salaris van onderwijsgeevenden zou stijgen, met daaraan verbonden de eis dat de schooldag van de docenten niet om drie uur maar om vijf uur zou eindigen. Als gevolg daarvan hebben docenten elke middag tijd om te overleggen en samen voor te bereiden. Dit was een randvoorwaarde voor het succes van de implementatie van de lesson study.

#### De lesson study

Bij de lesson study formuleren docenten allereerst een gezamenlijk doel. Dat doel spitst zich toe op het doen van onderzoek — in de eigen lespraktijk — naar instructie en het leren van leerlingen. Het doel is dus niet 'de perfecte les'. Vervolgens ontwerpen de docenten de onderzoeksles(sen) en gaan die ook zelf bij elkaar observeren. De observaties concentreren zich op de geformuleerde langetermijndoelen, niet op de rol van de docent of die van het lesmateriaal. Zorgvuldig wordt de betrokkenheid en het gedrag van leerlingen in de onderzoeksles(sen) geobserveerd. Op basis van discussies naar aanleiding van de observaties wordt de les herzien en opnieuw, in een andere setting, uitgevoerd [3].

Honderd jaar ervaring heeft Japanse docenten de gelegenheid gegeven om zich be-

wust te worden van hun onderwijsidealen in de weerbarstige werkelijkheid van de lespraktijk. De docenten zijn tegen de (on)mogelijkheden om veranderingen te realiseren opgelopen. De docenten hebben leren kijken door de bril van leerlingen en leren genieten van de samenwerking met collega's. Japanse docenten geven aan dat ze hierdoor in staat zijn objectief naar het onderwijs te kijken. De lesson study heeft in Japan allerlei neveneffecten. Curricula, lesboeken en andere lesmaterialen blijven voortdurend aan verandering onderhevig omdat de auteurs, de docenten, steeds nieuwe inzichten verwerven [2]. Die inzichten zijn een direct gevolg van de observaties. De leerling-observaties leggen bloot waar de problemen zich voordoen, welke misconcepties er leven en waar blokades optreden.

Een ander neveneffect is dat de docent een sleutelrol gaat vervullen. De docent is continu op zoek naar opdrachten die elke leerling uitdagen om te zoeken naar eigen oplossingen en te leren van oplossingen van anderen, waardoor er verdieping ontstaat. Een digibord in de les wordt bijvoorbeeld niet alleen gebruikt om wiskundige begrippen duidelijk te maken, maar ook om gedachten en ideeën van collega-leerlingen te verzamelen om later te kunnen vergelijken en dwarsverbanden aan te kunnen brengen. Dat betekent dat leerlingen niet op hun plaats blijven zitten, maar bij het bord gaan staan en samen onder leiding van de docent nadenken. Deze aanpak vereist motiverende, uitdagende, open opdrachten. De docent zal de

antwoorden, op verschillende (denk)niveaus, rangschikken en op een sturende wijze samenvoegen om te proberen op een hoger (denk)niveau te komen.

#### De VS, Australië, Engeland en Nederland

Langzamerhand wordt deze aanpak ook in westerse landen geïntroduceerd. Dat gaat niet vanzelf. Pijnlijk duidelijk wordt dat er grote cultuurverschillen zijn. In de VS zijn docenten geneigd om snel tot resultaat te komen. De nadruk ligt, ingegeven door de prestatiecultuur, op het verbeteren van het lesmateriaal in plaats van het optimaliseren van het leren van leerlingen [1]. In Engeland en Australië wordt de implementatie van de lesson study bemoeilijkt door de strenge exameneisen. Docenten worden afgerekend op het resultaat van hun leerlingen bij het eindexamen. De exameneisen bepalen wat leerlingen moeten kennen en kunnen. Er is weinig ruimte voor experimenten [4].

In de Nederlandse situatie werken vooral de boeken en de studiewijzers belemmerend. De boeken zijn geschreven voor zelfwerkzaamheid: de opgaven zijn gestapeld in a tot en met f en er staat vooraf vast welke opgaven in welke les de revue passeren. In de les werken de leerlingen zoveel mogelijk zelfstandig, de docent helpt waar nodig [5]. In de Japanse situatie is dat onmogelijk. Leerlingen worden geacht thuis hun huiswerk zelfstandig te maken, in de les zijn ze samen onder leiding van de docent aan het werk. Voorop staat het uitdagen van leerlingen om zelf na te denken! Voor hen is een zes geen voldoende, het kan altijd weer beter.

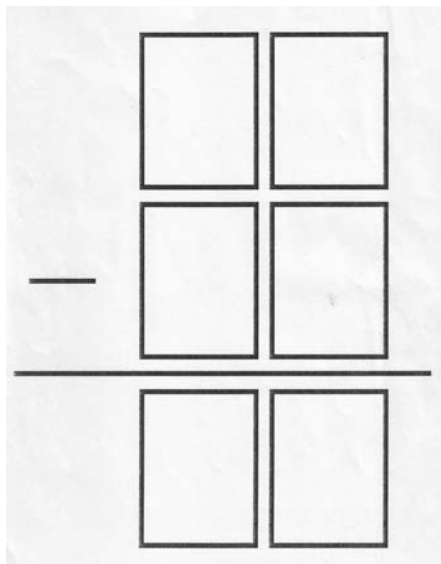
#### Uitdagende opdrachten

Als voorbeeld van de lesson study volgen twee opdrachten bestemd voor de basisschool: een algebraïsche opdracht en een meetkundige opdracht.



RYU

Illustratie: Ryu Tajiri



Figuur 1 Twee getallen aftrekken

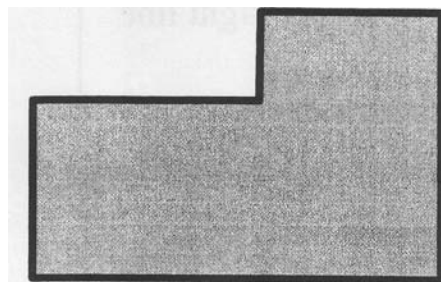
**Voorbeeld 1** (getallen). De docent beschikt over plakplaatjes met de cijfers 1 tot en met 9 erop, die op het bord blijven plakken met klittenband (Figuur 1). Willekeurig kiest de docent twee getallen, bijvoorbeeld 5 en 3. Hij plakt op de eerste regel 53 en op de tweede regel 35. Wat is het verschil? Prima, 18. Hij kiest nu 9 en 7 en plakt op de eerste regel 97 en daaronder 79. Wat is het verschil? 18. Hij doet hetzelfde met 4 en 6, alweer is het antwoord 18. Nu kiest hij weer twee cijfers, bijvoorbeeld 7 en 2. Hij plakt op de eerste regel 72 en op de tweede regel 27. Het verschil is geen 18, maar 45. Hij neemt 1 en 6. Het verschil is weer 45. Hij kiest nu 1 en 5. Het antwoord is 36. De docent rangschikt op het bord soort bij soort. Hij neemt nu 1 en 2. Het verschil is 9. Hij neemt 9 en 8. Het verschil is weer 9. Dan begint iemand te roepen: de tafel van negen! En klopt het? Ja, het lijkt te kloppen (dit is een niveauverhoging: generalisatie, eigenschappen worden gebruikt). Zou het altijd kloppen en waarom dan? Het gaat om tientallen en eenheden. De verschillen (in cijfers) tussen de tientallen zijn dezelfde als die tussen de eenheden. Ja, en dan? Nu komt er weer een niveauverhoging (gebruik van symbolen): het bewijs. Schrijf een getal nu eens als  $10A + B$ . De procedure is dan  $(10A + B) - (10B + A) = 9(A - B)$ , en hier komt de tafel van negen om de hoek kijken!

**Voorbeeld 2** (oppervlakte). Deze opgave vind ik nog veel rijker. Misschien is dat altijd wel zo als het om meetkundige figuren gaat? De opdracht is: deel dit stuk met één snede in twee delen met dezelfde oppervlakte (Figuur 2). Tja, gewoon een rechte streep van boven naar beneden is niet goed — dat kun je wel

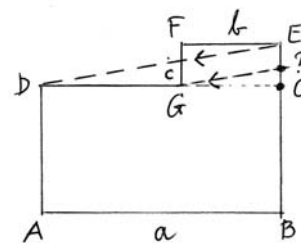
zien... Na enig puzzelwerk wordt er gevraagd naar de maten, in de hoop dat dit enig soelaas biedt. Die worden gegeven: de lengte is 9, de breedte is 6, het uitgesneden stuk is 5 bij 2. Wat nu? De halve oppervlakte moet dus 22 zijn. Hoe zou je dat kunnen vouwen? Met wat proberen kom je op het linker deel (20), dan moet er 2 bij — dus een driehoek met rechthoekszijden 4 en 1. Dat lukt nog wel. De docent verzamelt de verschillende antwoorden: er zijn vele wegen die naar Rome leiden. Je kunt een rooster over de figuur leggen en maximaal gebruik maken van de maten, door een lijn te trekken van het onderste rechter hoekpunt naar het rechter hoekpunt van de uitgesneden rechthoekige hap en vervolgens een parallellogram maken met de gevraagde oppervlakte. Of: de rechthoek rechtsboven in met oppervlakte 8 is ook linksonderin te vinden als je een stuk van 2 afsnijdt (ook een rechthoek van 2 bij 4). De overgebleven rechthoek deel je dan doormidden (met een horizontale lijn door het midden van die rechthoek of diagonaal), et cetera.

Nu volgt alsnog de opdracht om “zonder maten te gebruiken het probleem op te lossen”. Dat is een stuk moeilijker. Dit is een vraag om niveauverhoging te realiseren. Je kunt de figuur uitknippen en op een vouw van een ander papier laten balanceren: het is mogelijk — de uitgeknipte figuur blijft in balans! Je kunt een kopie van de figuur er tegenaan leggen, bijvoorbeeld aan de bovenkant — dan komt er een gat. Maar de oplossing? De docent verzamelt alle mogelijk ideeën, en sorteert die op het bord. Iedereen gaat verder met zijn eigen idee.

Er zijn inmiddels weer andere suggesties bijgekomen. Als je de figuur verdeelt in twee rechthoeken dan is elk van die rechthoeken te verdelen in twee gelijke delen. Hoe? Bijvoorbeeld, vouwen van boven naar beneden, van links naar recht, tweemaal diagonaal — maar elke willekeurige lijn die door dat midden gaat, verdeelt de rechthoek in twee gelijke delen. Niveauverhoging is bereikt. De verbindingslijn tussen beide middens van de twee rechthoeken deelt de figuur dus in twee



Figuur 2 Verdelen in twee gelijke delen



Figuur 3 Een historische oplossing

gelijke delen. Maar nu verder... Je kunt de figuur ook in twee andere rechthoeken verdelen, dan komt er een andere snede uit. De sneden snijden elkaar: dat is dan dus een zwaartepunt. Alweer een niveauverhoging. Dit inzicht biedt ook de oplossing voor de variant waarin een kopie van de figuur er bovenaan tegenaan wordt gelegd (met gat erin). De gezochte snede is de lijn die diagonaal door het gat gaat. Het is een kunst om zoveel mogelijk alternatieve oplossingen te zoeken én te gebruiken!

Er is echter nog één oplossing die u moet weten, een historische oplossing (Figuur 3) — met dank aan Jan van Maanen (Freudenthal Instituut): Een rechthoek waarvan  $A$ ,  $B$ , en  $C$  drie hoekpunten zijn, is even groot in oppervlakte als de oorspronkelijke figuur (gebruik verhoudingen  $a : c = b : C?$ ). Lijn  $A?$  verdeelt dus ook de oorspronkelijke figuur in twee gelijke delen van gelijke oppervlakte.  $C?$  vind je met zeer weinig vouwen.

#### Observatie van lesson study in 4 havo B

De eerste voorzichtige bovenbouwexperimenten in Nederland leggen bloot dat leerlingen niet gewend zijn om naar elkaar te luisteren. Zittend naast een groepje leerlingen in 4 havo B ben ik er getuige van hoe leerlingen de maximale inhoud bepalen van een doos waarvan de uitslag in een plaatje is gegeven (Figuur 4).

Opgave 50 is de opgave in het boek. Omdat de docenten proberen de opgave wat opener te maken, wordt onderdeel a weggelaten. In het plaatje staan de maten aangegeven. De formule  $f(x) = 4x^3 - 100x^2 + 600x$  is gegeven. Om aan te tonen dat de formule juist is (onderdeel b) zoeken de leerlingen naar cijfers 4 in het plaatje. Nergens te vinden! In de tekening staan wel vier vierkantjes met zijde  $x$ , dus daar komt die  $4x^3$  vandaan is hun redenering. Bij de lange en de korte zijde staat een 30 en een 20, dus daar komt  $600x$  (de  $x$  heeft wellicht te maken met de hoogte) vandaan. Nu nog zoeken naar de herkomst van  $-100x^2$ . Ja, daar komen ze zomaar niet uit. Ik ben verbijsterd, er wordt helemaal niets begrepen.

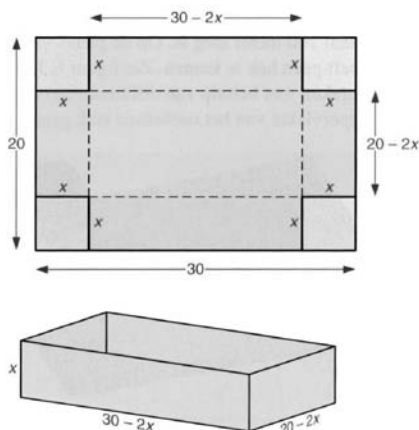
**50** Een fabrikant van verpakingsartikelen levert dozen zonder deksel. Hij laat deze dozen vouwen uit rechthoekige stukken karton van 30 bij 20 cm. Zie figuur 6.34.

a Laat met een berekening zien dat er een doos ontstaat met een inhoud van  $864 \text{ cm}^3$  als  $x = 6 \text{ cm}$  genomen wordt.

Voor de inhoud  $I$  in  $\text{cm}^3$  van de doos geldt de formule  $I = 4x^3 - 100x^2 + 600x$ .

b Toon aan dat deze formule juist is.

c Bereken met behulp van differentiëren bij welke afmetingen van de vierkantjes de inhoud van de doos maximaal is. Geef je antwoord in mm nauwkeurig.



figuur 6.34

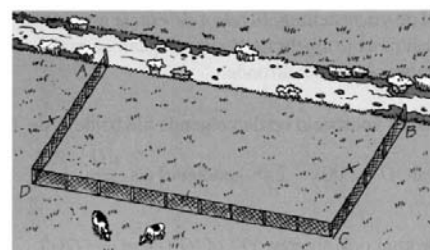
Figuur 4 Getal en Ruimte, havo B deel 2 (p. 26)

In een ander groepje, op een ander school, komt na veel gepuzzel de juiste formule wel tevoorschijn. Nu moet de afgeleide bepaald worden (onderdeel c). Dat gaat goed. Ze herinneren zich dat er nulpunten gevonden moeten worden. Dat doet hen naar de GRM grijpen. Ze plotten de grafiek van  $f'(x)$  en vinden twee nulpunten:  $x = 3,924$  en  $x = 10,563$ . Wat nu? Geen idee! Het boek wordt erbij gepakt en ze vinden de opgave waar het hier over gaat. De enige jongen in de groep pakt zijn iPhone om de uitwerkingen te downloaden. O, de  $x$ -en moeten ingevuld worden, intikken en ja, het antwoord is goed. Volgende som...

Een andere opgave, behorend bij het onderwerp optimaliseren, gaat over een boer die met een stuk gaas zijn kippen wil tegenhouden (Figuur 5). De docenten hebben de tekst voorafgaand aan onderdeel a aardig ingekort. Er staat alleen:  $AD = x$ , de vraag is dan  $DC = \dots$  en  $CB = \dots$

**15** Pluimveehouder Janssen wil op zijn terrein een rechthoekig stuk land afzetten voor zijn kippen. Janssen gaat 40 meter gaas gebruiken. Omdat het stuk land aan één kant begrensd is door een sloot, hoeft hij slechts drie kanten af te rasteren. Janssen vraagt zich af bij welke afmetingen de oppervlakte  $O$  van het stuk land maximaal is. Hij stelt  $AD = x$  meter.

a Druk  $O$  uit in  $x$ .  
b Bereken algebraïsch bij welke afmetingen  $O$  maximaal is.



figuur 6.29

Figuur 5 Getal en Ruimte, havo B deel 2 (p. 28)

eerste vier keer correct, afwijkend van het andere collectief foutieve antwoord. Na vier rondes begonnen zijn ogen te draaien, het correcte antwoord klonk zachter. Uiteindelijk ging hij overstag en de rest van de keren gaf hij net als alle anderen het foutieve antwoord. Dit groepsproces speelt ook in klassensituaties dus.

Op een andere school in een soortgelijke situatie, met dien verstande dat in het plaatje de  $x$  is weggelaten vanwege het open karakter van de opgave, vullen de leerlingen eerst zomaar wat in. Kies  $x = 5$ , dan komt er 150 uit. Kies  $x = 10$  dan komt er 200 uit, dat is dus meer. Maar wat is de grootste? De leerlingen komen op de gedachte om de kleinste zijde  $x$ , en de grootste  $y$  te noemen. Dan is  $y = 40 - 2x$ , de oppervlakte is dan  $2x * (40 - 2x) = 40$  (omtrek in plaats van oppervlakte). Over het maaltteken wordt getwist: is het nu keer of was het plus? Aan het getal 40 achter het gelijkteken wordt niet getwijfeld. Stug doorrekenen levert  $x^2 - 20x + 10 = 0$  en 'dat kan niet' denken ze. Overnieuw nu. Eén van de meisjes merkt op: "Meneer zei dat er niet meer dan één symbool in de vergelijking mag staan." Als je begint met  $2x + y = 40$  dan moet die  $y$  dus weg. Of die  $x$ ? Zullen we haakjes doen? Besloten wordt de  $y$  te vervangen door  $40 - 2x$  en haakjes te gebruiken. Dit levert op  $2x - (40 - 2x) = 40$ , dus  $x = 20$ . Er komt een  $x$  uit! Maar die  $x$  klopt niet. Overnieuw maar weer. Laten we proberen  $x = 2$ . Dan is  $y = 2 * (20 - x)$ , dus is  $x = 2$  of  $20 - x = 0$  dus  $x = 20$ . Nu klopt er helemaal niets meer van: een van de leerlingen denkt aan het oplossen van een vergelijking. De iPhone wordt geraadpleegd. Er staat,  $2x - (40 - 2x) = 40$ , er moet een  $-$  teken tussen. Ik zit te griezelen, waar het allemaal vandaan komt is een raadsel. Dan bevrijdend: "Er komt uit  $x = 10$ , dat zei ik toch al?!"

Deze voorbeelden tonen aan dat de Nederlandse schoolsituatie rijp is voor de lesson study, waar de nadruk ligt op het denken van leerlingen, waar niet het juiste antwoord maar denkprocessen centraal staan. En dat blijft een kunst! Elke docent kent wel horrorvoorbeelden en niemand die zoiets wenst. Iedereen wil dit voorkomen, en moeilijk blijft het.

Referenties

- 1 Fernandez, C., Cannon, J. en Chokshi, S. (2003). A US-Japan lesson study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, 19, 171-185.
- 2 Isoda, M. (2010). Lesson Study: problem solving approaches in mathematics education as a Japanese Experience. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 17-27.
- 3 Matoba, M., Shibata, Y., Reza, M. en Arani, S. (2007). School-university partnerships: a new recipe for creating professional knowledge in school. *Educational Research for Policy and Practice*, Vol 6(2), 55-65.
- 4 Tall, D. O. (2008). Using Japanese Lesson Study in Teaching Mathematics. *Scottish Mathematical Council Journal*, 38, 45-50.
- 5 Verhoef, N.C. en Tall, D.O. (2011) Lesson Study: The Effect on Teachers' Professional Development. Accepted PME July 2011, Ankara.