Henk Broer
Johan Bernoulli Instituut voor Wiskunde en Informatica
Rijksuniversiteit Groningen
Postbus 407
9700 AK Groningen
h.w.broer@rug.nl

Boekbespreking Mark Levi: The Mathematical Mechanic

Using physical reasoning

Op het vruchtbare grensvlak tussen wis- en natuurkunde ontstaan reeds millennialang diepe inzichten. Henk Broer bespreekt een boek waarin Mark Levi natuurkundige oplossingen geeft voor wiskundige problemen.

La Meccanica è il paradiso
della scienze matematiche,
perché con quella si viene
al frutto matematico

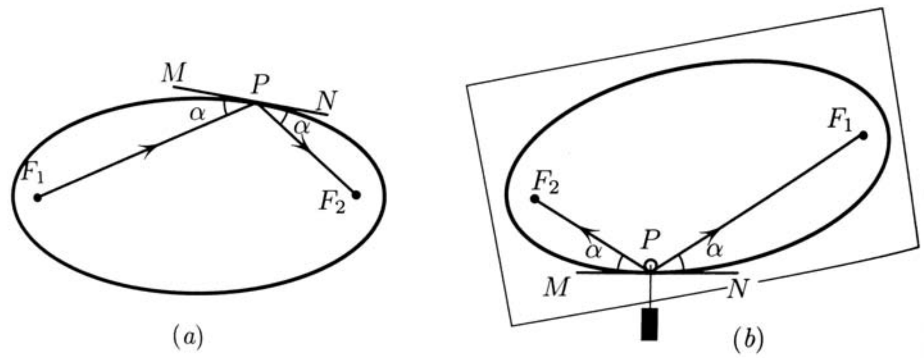
Leonardo da Vinci

Veel van de wiskunde die wij kennen is ontwikkeld in nauwe samenhang met natuurkunde, waarbij later ook allerlei andere toepassingsgebieden werden gevonden of waarbij onderdelen in de zuivere wiskunde zijn beland. In ieder geval geldt deze sterke samenhang voor calculus, waarbij we natuurlijk niet voorbij kunnen gaan aan Newton. De traditie om wiskundige uitspraken af te leiden via natuurkundige inzichten, zoals de balanswetten, gaat al terug op Archimedes. Ook na Newton is het grensvlak van wiskunde en natuurwetenschappen zeer vruchtbaar gebleken [5]. Vaak is dat eenrichtingsverkeer in de zin dat men toepassingen vindt van wiskunde in de natuurwetenschappen en de benodigde wiskunde verder ontwikkelt. Veel ideeën worden echter geboren uit een fysisch inzicht, waarbij de waarheid geopenbaard wordt op een heuristische manier en vaak niet met een schools bewijs. Het hier besproken boek gaat over natuurkundige oplossingen van wiskundige problemen en het geeft hiervan een groot aantal voorbeelden. Het is onderhoudend geschreven en zeer geschikt voor ieder die wel eens wis- en natuurkundige onderwerpen doceert. De mechanica, de optica, de theorieën van elektrische netwerken en eenvoudige vloeistofmechanica leveren geschikte contexten waarbinnen allerlei wiskundige uitspraken kunnen worden ingezien. Dit betreft veel meetkundige stellingen zoals die van Pythagoras en Ceva, maar ook de stelling van Gauß-Bonnet aan de hand van de beweging van een fiets, en de complexe getallen eenvoudig(er) ingevoerd via vlakke vloeistofstromingen, de Cauchy Integraalformule incluis. Verder worden calculus formules zoals de som van Euler

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots$$

en enige integraalformules uit de natuurkunde tevoorschijn getoverd. De appendix bevat een overzichtelijke weergave van de benodigde natuurkunde betreffende koppels, spanning, veren, slingers, traagheidsmomenten, elektrische stroom, etcetera.

Laat mij, ter bepaling van de gedachten, iets vertellen over de optica zoals die in het boek behandeld wordt. Hierin postuleert men het principe van Fermat dat zegt dat een lichtstraal tussen twee punten (lokaal) het pad van de korste tijd volgt. Hieruit volgen de bekende kaatsings- en brekingwetten (respectievelijk Hero van Alexandrië en Snellius). Over dit principe geeft het boek een interessante discussie weer, onder meer verwijzend naar Feynman [4]: Wat gebeurt er met al die andere lichtstralen die vanuit een puntbron vertrekken en wat is de relatie met golffronten? Aardig is ook het voorbeeld van de ellips waarin alle lichtstralen vanuit één der brandpunten convergeren naar het andere. In Figuur 1 wordt deze situatie geschetst, waarbij links de optische eigenschap wordt weergegeven



Figuur 1 Een figuur uit het besproken boek. Links de optische eigenschap en rechts een analyse vanuit de mechanica.

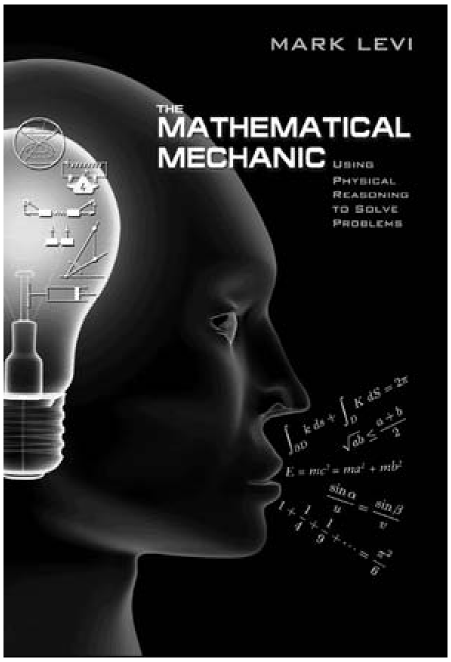
to solve problems

en rechts een mechanische tegenhanger die het mogelijk maakt de kaatsingswet te controleren. Dat laatste kan als volgt. Stel je voor dat we twee spijkers F_1 en F_2 in een verticaal vlak slaan en dat we een katrol-met-gewicht laten rollen langs een koord als aangegeven. Door de ellips geschikt te draaien kunnen we zorgen dat het gekozen punt P het laagste punt is zodat de raaklijn horizontaal is. Als we de katrol naar links of rechts bewegen, terwijl het koord strak blijft, dan beschrijft de katrol de ellips: dit is precies de bekende tuinmanseigenschap. Nu kunnen we inzien waarom het koord gelijke hoeken maakt met raaklijn, immers de drie krachten (de twee spanningen en het gewicht) die op de katrol werken moeten in evenwicht zijn en in het bijzonder is daarom de netto horizontale kracht gelijk aan nul, waaruit het gestelde eenvoudig volgt.

Een dergelijk bewijs zou natuurlijk ook gegeven kunnen worden met nogal wat analytische meetkunde, door de auteur bestempeld als een 'finger breaking calculation'. Mark Levi nodigt zijn lezers uit om zelf het arsenaal van voorbeelden verder uit te breiden en geeft hiertoe in de tekst een groot aantal vraagstukken en andere uitdagingen. Eigenlijk houdt hij ons een manier van kijken voor die enerzijds amusant is, maar die anderzijds ook tot een beter en wellicht 'dieper' inzicht in de wiskundige materie kan leiden. Ik moest hierbij denken aan de Johann Bernoullilezing die Robbert Dijkgraaf in 2003 te Groningen hield onder de titel "The unreasonable effectiveness of physics in mathematics" [3], een persiflage op het inmiddels klassieke artikel van Eugene Wigner [5].

In deze tijden zijn op het vwo de banden tussen de wiskunde en de natuurkunde op betreurenswaardige wijze doorgesneden, in mijn ogen als onderdeel van een veel bredere demathematiserings-trend [1–2]. Dit alles tot verdriet van velen en gelukkig zijn er discussies gaande om het tij enigszins te doen keren. Het onderhavige boek biedt in deze situatie een welkom soelaas. Als gezegd is het onderhoudend geschreven met veel humor en het is zeer geschikt voor ieder die wel eens doceert over de besproken of verwante onderwerpen; in het bijzonder denk ik ook aan leraren wis- of natuurkunde op het vwo. Wellicht een goed idee om een Nederlandse vertaling op de markt te brengen.

Dankwoord
Met dank aan Ferdinand Verhulst en Gert Vegter voor zinvolle discussie.



Mark Levi, *The Mathematical Mechanic: Using Physical Reasoning to Solve Problems*, 2009, 196 pp., ISBN-13: 978-1-4008-3047-3, €14

Referenties

1 H.W. Broer, 'Computergebruik en demathematisering', *Nieuw Arch. Wisk.* **8** (3) (2007), pp. 201–206.

2 H.W. Broer, 'Kenteringen?', *Nieuw Arch. Wisk.* **9** (3) (2008), p. 3.

3 R.H. Dijkgraaf, 'The unreasonable effectiveness of physics in mathematics', Johann Bernoullilezing, Groningen, 2003. Zie http://bernoulli.math.rug.nl/vorige.php

4 R.P. Feynman, *QED*, Princeton University Press 1985.

5 E. Wigner, 'The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences', Communications in Pure and Applied Mathematics 13(**1**) (1960), pp. 1–14.