Steven Wepster
Mathematisch Instituut
Universiteit Utrecht
Postbus 80010
3508 TA Utrecht
s.a.wepster@gmail.com

Geschiedenis

Ludolph van Ceulen in Hollandse kringen

In december van dit jaar is het vier eeuwen geleden dat rekenmeester Ludolph van Ceulen overleed. Op de webpagina www.ludolphvanceulen.nl is te zien welke activiteiten in het kader van het Van Ceulenjaar plaatsvinden. Van Ceulens levensloop en wiskundige carrière worden hieronder beschreven door Steven Wepster.

Het waren roerige tijden in de Lage Landen bij de Noordzee. Het verzet tegen de Spaanse overheersing groeide en leidde op den duur tot de vorming van de Republiek der Zeven Verenigde Nederlanden. Vooral na de Spaanse Furie te Antwerpen in 1574, maar ook al eerder trokken veel Vlamingen naar het noorden en zorgden daar voor een enorme intellectuele impuls. Leiden kreeg een eigen universiteit in 1575. Prins Maurits, zoon van de in 1584 vermoorde Willem van Oranje, behaalde belangrijke militaire successen met zijn modern geleid leger. Maurits had hierbij veel hulp van zijn vriend en vertrouweling Simon Stevin, een van de geïmmigreerde Vlamingen. Het was ook de tijd waarin de reken- en schermmeester Ludolph van Ceulen zich manifesteerde. Vierhonderd jaar na zijn overlijden blikken we terug.

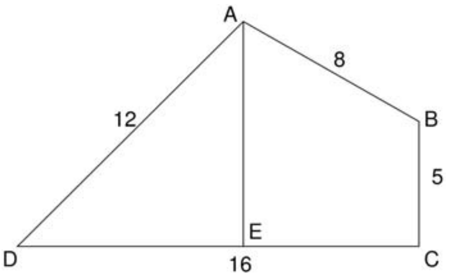
Op 28 januari 1540 werd Van Ceulen geboren in Hildesheim (in het tegenwoordige Nedersaksen, ongeveer tussen Hannover en Göttingen). Over zijn jeugd en adolescentie weten we niet veel meer dan dat hij met zijn broer enige tijd in Antwerpen verbleef. Lang voor de grote intellectuele uittocht naar het noorden vertrok Van Ceulen al naar Delft. Blijkens een document in het Antwerps stadsarchief heeft Van Ceulen zich al in 1562 in Delft gevestigd als schermmeester; naar eigen zeggen werd hij een paar jaar later ook rekenmeester [14]. Mogelijk heeft hij in Antwerpen contact gehad met rekenmeesters zoals Michiel Coignet, Jan Pauwels, en Bartholomeus Cloot. Cloot vestigde zich omstreeks 1574 eveneens in Delft. Zestien jaar later trouwde de weduwe van de toen overleden Cloot met Van Ceulen, die inmiddels weduwnaar was na het verlies van zijn eerste vrouw. Uit zijn beide huwelijken had Van Ceulen twaalf kinderen te onderhouden.

Rekenmeesters

Met een school voor rekenen én schermen in een van de belangrijkste steden van Holland vestigde Van Ceulen al snel de aandacht van kooplieden en regenten op zich. Schermen behoorde met paardrijden, musiceren en dansen tot de essentiële vaardigheden die elke jongeling van goeden huize zich behoorde eigen te maken. Daarnaast had de meester verstand van rekenen en interest (rente) en zodoende kon hij de vaders adviseren bij financiële aangelegenheden.

Rekenmeesters kwamen aan de kost door het geven van rekenles. Om voldoende inkomsten te hebben moest er reclame gemaakt worden. De concurrentie was groot en er waren nog geen algemeen aanvaarde maatstaven voor kwaliteit. Een veelgebruikt middel in deze competitiestrijd was om aan concurrerende collega's vraagstukken voor te leggen, waarbij je dan hoopte dat je ze zelf wel op kon lossen maar de concurrentie niet. Soms werden zulke vraagstukken zelfs wel aangeslagen op openbare plaatsen. Zo bijvoorbeeld sloeg Willem Goudaen vraagstukken aan de kerkdeur te Haarlem, eenmaal in 1580 en nog eens in 1583. Hierdoor raakte hij verwikkeld in een ruzie met Klaas Pieterszoon van Deventer (ook wel bekend als Nicolaus Petri) en Ludolph van Ceulen. Alledrie hebben ze hun verhaal op schrift gesteld en uitgegeven, maar die van Goudaen is onvindbaar zodat we slechts op de getuigenissen van zijn tegenstanders kunnen afgaan.

Op het eerste pamflet uit 1580 loofde Goudaen een kan wijn uit voor het vinden van de hoogte van een gegeven vierhoek (zie Figuur 1). Op verzoek van de Amsterdamse notaris en poorter Hermannus Grapheus loste Petri het vraagstuk op en deed de uitwerking aan de opsteller toekomen, vergezeld van een vergelijkbare tegenopgave. Goudaen vond de ingediende oplossing onvoldoende, overigens zonder daarvoor inhoudelijke argumenten te geven of zelfs maar te zeggen dat de oplossing fout was. Ook loste hij Petri's tegenvraag niet op: in plaats daarvan nagelde hij die aan de kerkdeur alsof het een vraagstuk van hemzelf was! Dat bracht Petri ertoe om met enkele getuigen (waaronder Grapheus) in Haarlem om opheldering en de uitgeloofde kan wijn te gaan vragen. Weer gaf Goudaen geen krimp. Dat kon Petri slecht



Figuur 1 Goudaens opgave. Gegeven: de lengte van de vier zijden, $AE \perp DC \perp BC$. Gevraagd: AE. Hint: het juiste antwoord luidt $AE = \sqrt{25\frac{44215}{78961}} + 3\frac{119}{562}$.

verkroppen, en hij merkte op “dattet zijne scherpsinnicheydt ghehelicken niet en betaemt / yemants werck te reproberen oft straffen / dan op conditie / dat hy metterdaet bewijse voor ooghen stelle ende wech neeme de faulten [...] wandt t’betaempt nymandt een ander te straffen in t’ghene hy selfs niet doen en can.” [8]

Aangezien Petri geen hoge pet op had van het oordeel dat Goudaen zelve over deze kwesties zou kunnen vellen, besloot hij zijn verweer met het inroepen van de hulp van de “Mathematissche professeurs vanden universiteijt tot Leyden hoewel my onbekent” en verder van Stevin, Van Ceulen, de Alkmaarse burgemeester en vestingbouwer Adriaan Anthonisz., Coignet, en wie hem maar als gedegen wiskonstenaar voorkwam [8]. De enige die op dat moment voor mathematische professeur door kon gaan was de extraordinarius Rudolf Snellius, vader van Willebrord.

Van Ceulens versie van de gebeurtenissen kunnen we lezen in zijn eveneens in 1584 gepubliceerde verslag [9]. Ludolph arriveerde op 21 juni 1583 in Haarlem. Aanvankelijk wilde Goudaen hem het inzien van de aangeslagen opgave beletten, maar de Delftenaar bleef aandringen en kreeg tenslotte vluchtig inzage. ’s Avonds loste hij de opgave op “also daer weynich constryckheyt in gheleghen was” en de volgende dag wilde hij zijn uitwerking aan Goudaen geven, maar die weigerde het in ontvangst te nemen. Er zat voor Ludolph niets anders op dan zijn oplossing openbaar aan te slaan en vervolgens naar Delft terug te reizen. Goudaen deed daarop zijn best om zijn concurrent zwart te maken. Er schijnt een aantal malen achtereen weer hetzelfde gebeurd te zijn als Petri reeds was overkomen: Goudaen weigerde steeds opnieuw inhoudelijk in te gaan op de aangeboden oplossing.

In zijn boekje behandelde Ludolph beide opgaven: die van Goudaens uit 1580 en ook Petri’s wedervraag die Goudaen in 1583 geplagieerd had. Aan het eind van het boekje vinden we twee nieuwe uitdagingen voor de Haarlemse rekenmeester (zie kader). Zo Goudaen deze binnen drie maanden oploste, zou hij aanspraak mogen maken op “een fijnen Silveren beker: welcke gratuiteyt ja meerdere hem van rechtsweghen sal toecomen als eenen hoochverstandigen die niet alleen met woorden dan oock met der daet bethoont dat hy is (ghelijck hy hem selven beschrijft) een Correcteur ende restaurateur der erreuren in dewelcke inder vervallen (soo hy seyt) const Algebra, den welcken ick God bevele van soo goeder herten als ick gaerne ware zijnen ende een yder goede vrient.” Het zijn smakelijke verhalen om te lezen, daarnaast leren we er ook iets van. Zo was het blijkbaar gebruikelijk om een vraagstuk te beantwoorden met niet slechts een uitwerking, maar daarbij ook een wedervraag. Verder zien we onze beide verslaggevers morele argumenten gebruiken: ze verwachten een inhoudelijke afhandeling in plaats van gegooi met modder, en ze verwachten dat gemaakte beloften worden waargemaakt.

Regenten

We zagen al dat Petri Van Ceulen in één adem noemde met Stevin. Dat betekent dat Van Ceulen in 1584 een zekere reputatie had die de grenzen van de stad Delft oversteeg. Reeds vier jaar hield hij toen zijn schermschool in de kapel van het Sint Agathaklooster. Dat deed inmiddels niet meer als klooster dienst maar bood onderdak aan het hof van Willem van Oranje. Vandaar dat het tegenwoordig beter bekend staat als het Prinsenhof. Vermoedelijk heeft Willems zoon Maurits er schermles gekregen van onze schermmeester, die overigens een pensioen van 25 gulden ’s jaars ontving van het stadsbestuur. In dat stadsbestuur zat een paar jaar later Jan Cornets de Groot, kapitaalkrachtig handelaar, vader van de beroemde Hugo, en goed bevriend met Simon Stevin. De contacten van Stevin en De Groot blijken onder andere uit hun gezamenlijke inspanningen tot het verbeteren van windmolens en het doen van valproeven; bovendien droeg Stevin zijn boek *l’Arithmetique* (1585) aan De Groot op. In datzelfde boek beweerde Stevin dat Van Ceulen van plan was een verhandeling over algebra te schrijven (het is echter nooit verschenen). Die twee kenden elkaar dus blijkbaar ook, en hoe kan het ook anders: Stevin en Maurits hadden elkaar in 1581 aan de Leidse universiteit ontdekt. Al deze personen zaten dus in hetzelfde netwerk.

Ook De Groot en Van Ceulen konden goed met elkaar overweg, zoals blijkt uit de vriendendienst die de eerste bewijst door voor Van Ceulen de *Circuli dimensio* (cirkelmeting) van Archimedes te vertalen. Dat is een kort werkje waarin Archimedes de verhouding tussen omtrek en diameter van een cirkel (tegenwoordig wel bekend als het getal π) insluit tussen $3\frac{10}{71}$ en $3\frac{1}{7}$, verkregen door afschatten van de omtrek van een in- en omgeschreven 96-hoek.

Van Ceulens belangstelling voor cirkelmeting kwam mede voort uit een tweede twist waar hij bij betrokken was. Ditmaal was de wederpartij Simon van der Eycke, oftewel Du Chesne vanwege zijn afkomst uit Frankrijk, Dôle om precies te zijn. Die had in 1584 te Delft (waar hij woonachtig was) een boek doen publiceren *Quadrature du cercle: ou manière de trouver un carré égal au cercle donné* waarin hij verklaarde dat de verhouding van de omtrek en diameter van een cirkel gelijk is aan $(\frac{39}{22})^2 = 3.14256\ldots$. Van der Eycke gaf hiermee weliswaar een goede schatting die ook nog tussen de grenzen van Archimedes in ligt (hij had dan ook diens 96-hoeken gebruikt), maar de aanspraak op exactheid kon hij niet waarmaken. Waar hij 91 pagina’s nodig had om dit resultaat wereldkundig te maken, had Van Ceulen er slechts zes nodig (*Kort claar bewijs dat die nieuwe ghevonden proportie eens circkels iegens zyn diameter te groot is ende over zulcx de quadratura circuli des zelven vinders onrecht zy*) om te laten zien dat de omgeschreven 192-hoek al een kleinere waarde voor π impliceert. Onverschrokken publiceerde Van der Eycke daarop in een nieuw boekje (*Claerder Bewys Op De Quadratuere Des Circkels*...) een andere ‘exacte’ waarde voor π namelijk $\sqrt{\sqrt{320}-8} \approx 3.14460\ldots$. Hij zag zelf wel in dat dat buiten de Archimedische grenzen ligt maar dat gaf blijkbaar niets [15]. Van Ceulen tenslotte maakte een eind aan de discussie met de “tot dolen geboren” stadsgenoot van Franse afkomst in het boekje *Proefsteen ende claerder wederlegginghe dat het claarder bewijs (so dat ghenaempt is) op de gheroemde ervindingh vande quadrature des circkels een onrecht te kennen gheven, ende gheen waerachtich bewijs is*, waarin hij liet zien dat $3.141557587 < \pi < 3.141662746$, wat hij vermoedelijk verkregen had uit een in- en omgeschreven 384-hoek. Het is in deze periode geweest dat Jan Cornets het Archimedes-stuk vertaalde, en het is nu dus duidelijk waarom Ludolph daar blij mee was.

Leiden

We maken een sprong van een kleine tien jaar en landen in 1594. In dat jaar, ongeveer aan het begin van de studie van zijn veelbelovende zoon Hugo, werd Jan de Groot benoemd als

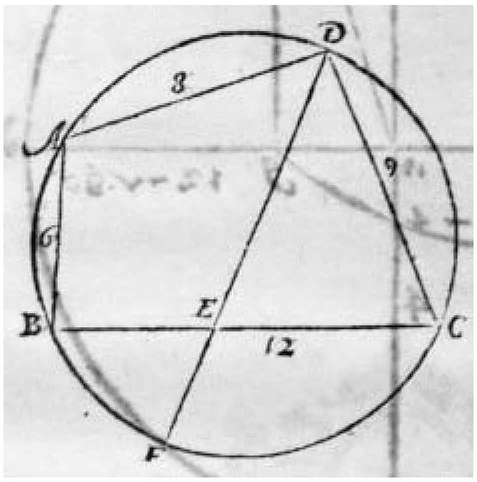
Van Ceulen aan Goudaen

Het eerste probleem dat Van Ceulen aan Goudaen opgeeft betreft een koordenvierhoek $ABCD$ met gegeven zijden van achtereenvolgens 6, 12, 9, en 8 (zie Figuur 2). Vanuit D is de middellijn DF van de cirkel getrokken welke de zijde BC snijdt in E. Gevraagd: de lengte van BE, EC, DE, en EF.

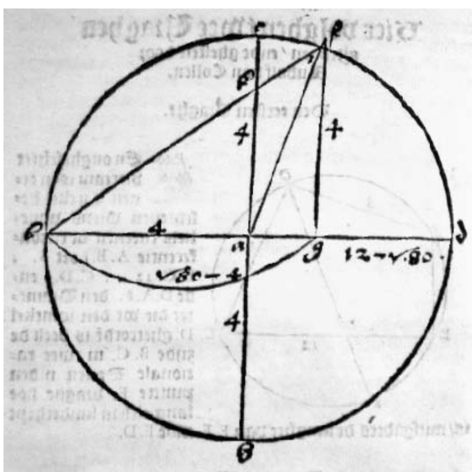
In wezen dezelfde vraag komt voor op p. 210 van [11] (p. 196 in de Latijnse editie [12]). echter met $AB = 6$, $BC = 8$, $CD = 9$ en $AD = 18$; de middellijn BG snijdt de zijde AD in F (ontbreekt in figuur). In Figuur 4 staat zijn uitwerking. De rode draad, zonder in details te treden, is als volgt. Zij H het voetpunt van de loodlijn uit B op AD en L het voetpunt van de loodlijn uit G. Verder zijn I en K het midden van respectievelijk de cirkel en zijde AD. Al eerder heeft Van Ceulen laten zien hoe de diagonaal BD van de koordenvierhoek uit te rekenen. Daarmee zijn alle zijden van driehoek ABD bekend. Dan is ook BH bekend (bijvoorbeeld via oppervlakte en de stelling van Heron) en dus tevens AH, HD. Door gelijkvormigheid van driehoeken BHD, BAG volgen nu BG en AG, daarna DG uit rechthoekige driehoek BDG. Dan zijn alle zijden van driehoek AGD bekend en dus ook GL, AL, LD. De oplossing volgt tenslotte uit de gelijkvormigheid van de driehoeken GLF, IKF, en BHF.

Snellius merkt in zijn commentaar op dat het korter kan: zodra je de diameter van de cirkel kent, zijn twee zijden in rechthoekige driehoek AKI bekend, etcetera.

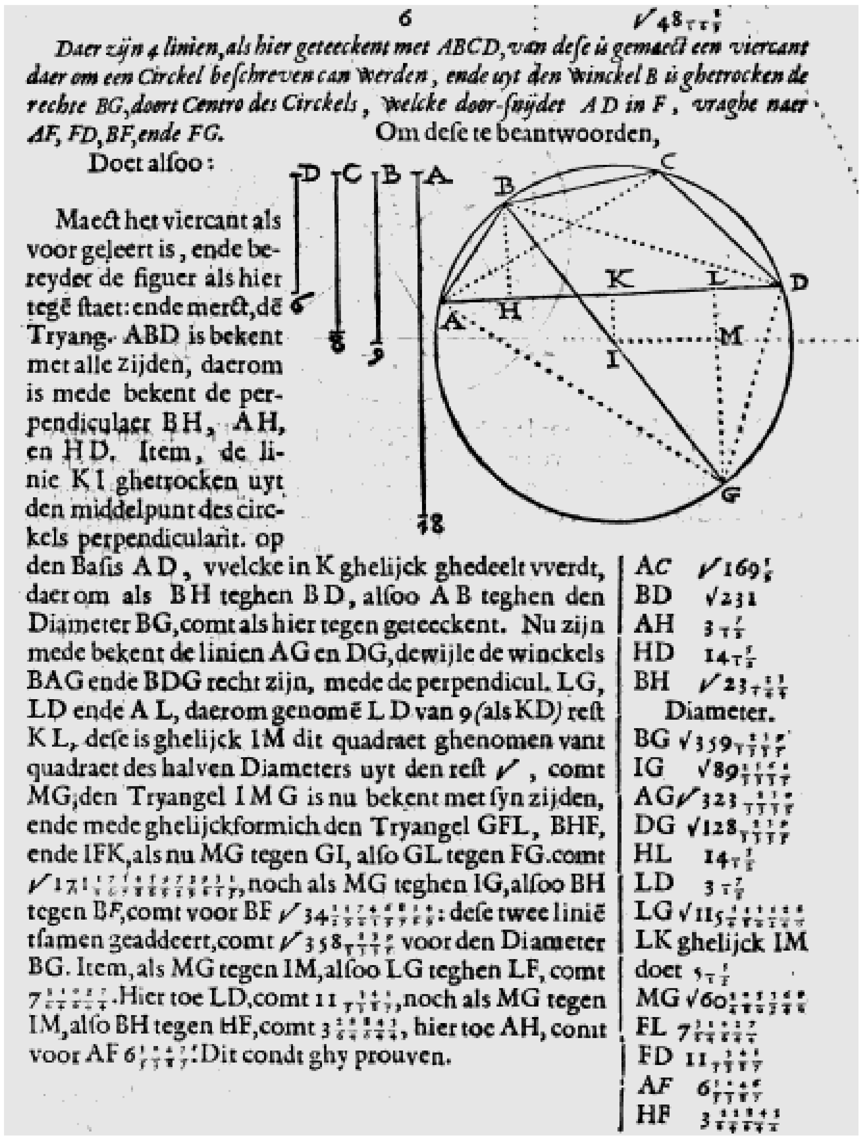
De tweede opgave van Van Ceulen aan Goudaen (zie Figuur 3) komt terug op p. 222 van [11]. Gegeven een cirkel met middelpunt A en twee loodrecht op elkaar staande middellijnen $CH = BD = 8$. G ligt op BD zodanig dat $BD : BG = BG : GD$ (zo formuleert hij het niet in 1584 maar wel in de Fondamenten). GF heeft lengte 4 en staat loodrecht op BD. De rechte AF snijdt de cirkel in I; BI snijdt CH in K. Gevraagd naar BK, IK, CK en HK. Dit vraagstuk lijkt misschien lastiger maar kan bijna helemaal met gelijkvormigheid worden opgelost.



Figuur 2 Van Ceulens eerste opgave voor Goudaen



Figuur 3 Van Ceulens tweede opgave voor Goudaen



6 √48

Daer zijn 4 linien, als hier geteeckent met ABCD, van dese is gemaeckt een viercant daer om een Circkel beschreven can werden, ende uyt den winckel B is ghetrocken de rechte BG, doort Centro des Circkels, welcke door-snijdet AD in F, vraghe naer AF, FD, BF, ende FG. Om dese te beantwoorden,

Doet alsoo:

Maeckt het viercant als voor geleert is, ende bereydet de figuer als hier tegē staet: ende merckt, dē Tryang. ABD is bekent met alle zijden, daerom is mede bekent de perpendiculaer BH, AH, en HD. Item, de linie KI ghetrocken uyt den middelpunt des circkels perpendicularit. op den Basis AD, vvelcke in K ghelijck ghedeelt vverdt, daer om als BH teghen BD, alsoo AB teghen den Diameter BG, comt als hier tegen geteeckent. Nu zijn mede bekent de linien AG en DG, dewijle de winckels BAG ende BDG recht zijn, mede de perpendicul. LG, LD ende AL, daerom genomē LD van 9 (als KD) rest KL, dese is ghelijck IM dit quadraet ghenomen vant quadraet des halven Diameters uyt den rest √, comt MG, den Tryangel IMG is nu bekent met syn zijden, ende mede ghelijckformich den Tryangel GFL, BHF, ende IFK, als nu MG tegen GI, alsoo GL tegen FG. comt √171 [illegible], noch als MG teghen IG, alsoo BH tegen BF, comt voor BF √34 [illegible]: dese twee liniē tsamen geaddeert, comt √358 [illegible] voor den Diameter BG. Item, als MG tegen IM, alsoo LG teghen LF, comt 7 [illegible]. Hier toe LD, comt 11 [illegible], noch als MG tegen IM, also BH tegen HF, comt 3 [illegible], hier toe AH, comt voor AF 6 [illegible]. Dit condt ghy prouven.

AC	√169 [illegible]
BD	√231
AH	3 [illegible]
HD	14 [illegible]
BH	√23 [illegible]
Diameter.	
BG	√359 [illegible]
IG	√89 [illegible]
AG	√323 [illegible]
DG	√128 [illegible]
HL	14 [illegible]
LD	3 [illegible]
LG	√115 [illegible]
LK ghelijck IM doet	5 [illegible]
MG	√60 [illegible]
FL	7 [illegible]
FD	11 [illegible]
AF	6 [illegible]
HF	3 [illegible]

Figuur 4 Van Ceulens eerste opgave voor Goudaen met uitwerking in de Fondamenten

Collection Frits Lugt, Institut Néerlandais, Parijs

Figuur 5 De Gheijns schets voor de titelplaat van *Vanden Circkel*

een der curatoren van de Leidse universiteit — niet zo heel verbazend, aangezien het gebruikelijk was dat een Delftse burgemeester in het universiteitsbestuur zat. Wellicht verbazender is dat tegelijk Ludolph Van Ceulen verhuisde naar Leiden. In juni opende hij er zijn schermschool in de Faliebagijnkerk, waar ook de universiteitsbibliotheek en het anatomisch theater werden gevestigd. Ludolph vond een hulpschermmeester in Pieter Bailly, een kleurrijk figuur die tevens schrijfmeester en tweede pedel van de universiteit was, althans totdat uitkwam dat hij studenten begeleidde naar dames van lichte zeden. Ook Van Ceulen heeft zich later van hem moeten ontdoen en wel wegens oneerlijke concurrentie op sportschoolgebied.

In 1594 verscheen ook *Cyclometrica elementa duo*, een prachtig boek van de kort tevoren naar Leiden gelokte hoogleraar Josephus Justus Scaliger, een waarlijk erudiet humanist en filoloog met (helaas voor hem) ietwat minder verstand van *Geometria* en zelfs met een hekel aan Archimedes. Sterker nog: hij was ervan overtuigd dat hij drie klassieke problemen (driedeling van een hoek, verdubbeling van een kubus, en kwadratuur van een cirkel) had opgelost met passer- en lineaalconstructies. In het boek 'bewees' hij beweringen die, modern gezegd, erop neerkomen dat $\pi = \sqrt{10}$ en $\pi = \frac{9}{5}\sqrt{3}$, zonder dat hij in die twee verschillende resultaten een tegenstrijdigheid zag. Volledigheidshalve moeten we er dan wel bij vermelden dat de ene waarde betrekking had op de verhouding tussen omtrek en diameter van een cirkel, en de andere op de verhouding tussen cirkeloppervlak en het vierkant op de straal van de cirkel; Scaliger negeerde dus het door Archimedes bewezen resultaat dat beide verhoudingen aan elkaar gelijk zijn [4]. Van Ceulen doorzag de onjuistheid van de beweringen snel en liet de geleerde discreet adviseren (mogelijk via hun beider leerling Willebrord Snellius [3] (p. 199)) om het boek niet in de handel te brengen: het zou schadelijk kunnen zijn voor diens reputatie. Scaliger was echter niet onder de indruk van wat hij noemde een vechtbaas. Hoe zou zo iemand toch in zo korte tijd de diepte van zijn academische inzichten kunnen peilen? Laat hem maar zijn kritiek op papier zetten en publiceren! Aldus nalatende het boek terug te trekken, haalde hij zich de kritiek van François Viète, Adriaan van Roomen en (wat later) Christoph Clavius op de hals, kritiek die hij overigens even licht terzijde wuifde.

Van Ceulen was er zich blijkbaar van bewust dat ook zijn eigen reputatie en daarmee zijn bronnen van bestaan op het spel stonden. Hij bevond zich weliswaar in een uitstekend netwerk, maar als relatieve buitenstaander zonder academische positie en zonder kennis van klassieke talen kon hij niet anders dan eerbied tonen voor de hooggeleerde Scaliger. Dat gold des te meer daar die een van de tutors was van de jonge Hugo de Groot. Ludolph kon dus niet openlijk de toegeworpen handschoen oppakken. Toch liet hij het er niet bij zitten.

Vanden Circkel

Nauwelijks twee jaar later verscheen *Vanden Circkel* [10], het boek waarmee Van Ceulen zich bij latere generaties grote roem verworven heeft. Ludolph droeg het boek op aan Maurits van Oranje. Jacob de Gheijn, die niet veel later zo ongeveer de positie van huiskunstenaar aan Maurits' hof verwierf, tekende de titelplaat (Figuur 5) en Jan Orlers, neefje van de universitair secretaris Jan van Hout, jubelde Van Ceulen dichterlijk toe. Eens te meer zien we hierin bewijzen van het uitstekende netwerk van Van Ceulen.

Nogal wat wiskundegeschiedenissen vermelden meer of minder gedetailleerd dat Van Ceulen in het boek twintig decimalen van π uitrekende. Hij gebruikte daarvoor in wezen dezelfde techniek als Archimedes maar hij kon het rekenwerk makkelijker inrichten omdat hij zich minder gelegen liet liggen aan het klassieke onderscheid tussen meetkunde en rekenkunde. Het nadeel van de methode is dat de convergentie uiterst traag gaat, elke verdubbeling van het aantal zijden levert nog minder dan een decimaal extra op. Van Ceulen had dan ook een 15×2^{31}-hoek nodig voor het resultaat van 20 decimalen (Willebrord Snellius bracht later een verbetering aan waardoor de convergentie aanmerkelijk sneller gaat). Hij had zijn 20 decimalen al in 1586 gevonden, kort nadat hij de beschikking kreeg over Jan de Groots Archimedesvertaling, en hij had zijn resultaat rondgestuurd aan de belangrijkste wiskundigen in de Lage Landen, waaronder Stevin, Adriaan Anthonisz., en Rudolf Snellius. Overigens hadden ook anderen kort tevoren aardig wat decimalen van π gevonden: Viète 10, Van Roomen 14, en (in het Westen toen nog niet bekend) Jamshid al-Kāshī zelfs 16.

Interessanter dan de π-berekening is een ander onderwerp in het boek, waarover Van Ceulen uitgebreid gecorrespondeerd had met Adriaan van Roomen, een breed georiënteerd humanistisch geleerde verbonden aan de universiteiten van Leuven en Würzburg. Hun correspondentie betrof het berekenen van koorden in cirkels, in het bijzonder de zijden van regelmatige veelhoeken. In 1593 publiceerde Van Roomen hierover in zijn boek *Methodus Polygonorum* [13]. Hierin daagde hij de wiskundige wereld uit met een ingewikkeld ogende vergelijking van graad 45. Viète herkende het probleem ogenblikkelijk als de algebraïsche formulering van het verdelen in 45 gelijke stukjes van $\frac{1}{15}$ van een cirkelomtrek. De kleinste positieve oplossing is dus de lengte van de zijde van een $45 \times 15 = 675$-hoek en de andere positieve oplossingen (die Viète ook gaf) zijn de diagonalen in die figuur. De opgave heeft praktische betekenis omdat $360°/675 = 32'$; langs deze weg is het dus mogelijk om $\sin 1'$ te vinden en dat was belangrijk voor het maken van goniometrische tafels.

Van Ceulen verwees expliciet naar Van Roomen, die enerzijds hem een aantal vergelijkingen had gestuurd om op te lossen, en anderzijds had gevraagd om de afmetingen van bepaalde ingeschreven veelhoeken, zonder erbij te zeggen wat het verband tussen de twee soorten vragen was. Gaandeweg ontdekte Ludolph dat verband. Hij ontwikkelde daarna zijn eigen manier om vergelijkingen bij de problemen op te stellen en de oplossingen numeriek te vinden. In *Vanden Circkel* vinden we enkele hoofdstukken waarin Van Ceulen de zijden van de (construeerbare) regelmatige $k \times 2^n$-hoeken uitrekende voor $k \in \{3, 4, 5, 15\}$. In een ander hoofdstuk berekende hij de zijden van de regelmatige 7, 9, 11, 13, 14, 17, 18, 19, ...-hoeken en zodoende kwam hij tot een complete tabel voor de zijden van de regelmatige driehoek tot en met tachtighoek (zie kader).

Een van de laatste hoofdstukken van het boek bevatte een verborgen kritiek op Scaligers Cyclometria. Het slachtoffer werd niet met naam genoemd, maar wie bekend was met zijn werk kon het verband niet missen (zie: [4], [2] (p. 124)). Daarnaast bevatte het boek goniometrische tafels (vermoedelijk van Clavius) met een uiteenzetting over constructie en gebruik ervan, en een stuk of honderd problemen van allerhande soort, zoals enkele Diophantische vraagstukken. Ook verwees Ludolph een circkelquadratuur van Carolus Bovillus (de Franse filosoof, mysticus en meetkundige Charles de Bouelle circa 1475–1567) naar het rijk der fabelen. Een afzonderlijk deel van zo'n 80 pagina's handelde over interestrekening.

De 17-hoek in *Vanden circkel*

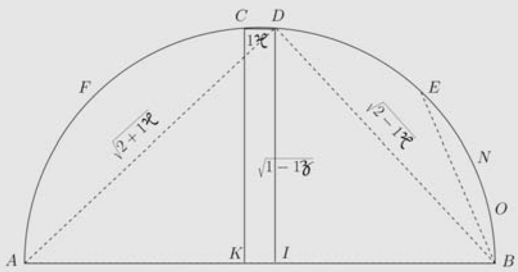
Als voorbeeld van Ludolphs berekening van de zijden van een ingeschreven n-hoek nemen we hier $n = 17$. Eerst neemt hij een *halve* cirkel met straal 2 waarvan de boog verdeeld in is 17 gelijke delen, elk deel komt dus overeen met de zijde van een 34-hoek en die stelt hij gelijk aan x. (In de zgn. *Cossische algebra* van die tijd is het symbool voor de onbekende $\mathscr{R}$, het kwadraat daarvan $\mathfrak{z}$, en de derdemacht $\mathfrak{c}$; de notatie voorziet niet in meer dan één onbekende.) In Figuur 6 is CD een zijde van de 34-hoek. CD is evenwijdig aan de middellijn AB; bijgevolg staat boog AD over 9 zijden en boog DB over 8 zijden.

Eerder al heeft Ludolph laten zien dat wat x ook zij (mits $0 < x < 2$), $AD = \sqrt{2+x}$ en $BD = \sqrt{2-x}$ (dit volgt uit $AI : DI = DI : IB$ en de stelling van Pythagoras). Nu neemt hij E halverwege boog DB zodat EB de koorde is onder 4 zijden van de veelhoek. Er volgt dan dat $EB = \sqrt{2-\sqrt{2+x}}$. Net zo met N halverwege boog EB, en vervolgens met O halverwege NB, komt hij op $CD = OB$ en dus $x = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+x}}}}$. Van deze zestiendegraadsvergelijking geeft hij als oplossing $\frac{18453671892660399047 94}{10000000000000000000000} < x < \frac{1845367189266039904795}{10000000000000000000000}$ (de laatste decimaal van beide breuken is 1 te groot). De zijde van de 17-hoek volgt tenslotte met behulp van hoekverdubbeling.

Er waren op dat moment slechts drie personen die algebraische vergelijkingen bij zulke problemen konden opstellen: de andere twee waren Van Roomen en Viète. Geen van hen kon met Van Ceulen wedijveren in het oplossen ervan. We weten niet op welke manier Van Ceulen oplossingen van dergelijke hogeregraads vergelijkingen vond. Hij wist nog niet dat de 17-hoek construeerbaar is met passer en lineaal.

De oorspronkelijke tekst luidt als volgt [10] (f. 18r):

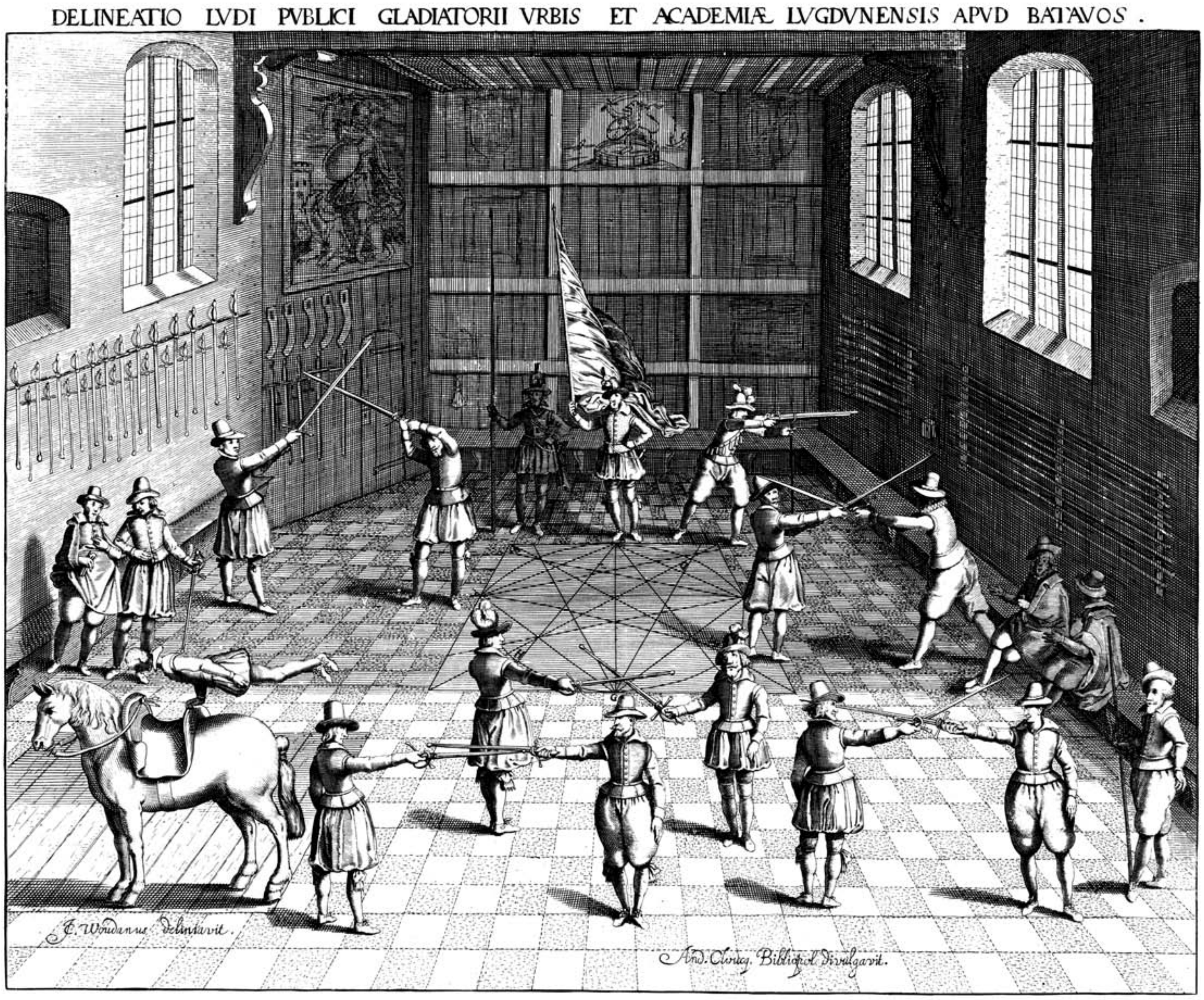
"Besiet den hier teghenghestelden Figuer: Ick neme CD is een syde des 34 houcx / dan is den Boghe $AFCD$ negenmael / ende DEB achtmael soo groot / als den Boge CD. De rechte DB doet $\sqrt{2-1\mathscr{R}}$ / ende AD $\sqrt{2+1\mathscr{R}}$ ende EB moet zijn $\sqrt{2-\sqrt{2+1\mathscr{R}}}$ / ende NB doet $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+1\mathscr{R}}}}$. Item BO (die gelijck is CD) doet $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+1\mathscr{R}}}}}$ gelijck $1\mathscr{R}$: Dat is $1\mathfrak{z}$ gelijck $2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+1\mathscr{R}}}}$ / Ofte $2-4\mathfrak{z}+1\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ / gelijc $\sqrt{2+\sqrt{2+1\mathscr{R}}}$ / &c. Comt voor $1\mathscr{R}$ $\frac{1845367189266039904794}{10000000000000000000000}$ te cort / ende 5 te lanc / verstaet op't eynde. Ende vinde hier door de syden des $17.51.68$ houcx. Des 17 houcx syde doet $\frac{3674990356331406631488}{10000000000000000000000}$ / ende 9 te lanck."



Figuur 6 Van Ceulens figuur bij de 17-hoek (bovenste helft).

Duytsche Mathematique

De belangstelling die Maurits had voor de (wiskundige) wetenschappen diende ondermeer een praktisch doel, namelijk de organisatie van zijn leger en het voeren van de strijd tegen de Spaanse troepen. Hij had daar-



Figuur 7 Deze prent in ets en gravure van de schermschool, naar een tekening van Jan Cornelisz. Woudanus, geeft de situatie weer in Van Ceulens sterfjaar. Met een toelichting in boekdruk in het Duits, Latijn en Frans.

bij behoefte aan praktisch geschoolde vakmensen op het gebied van landmeten en vestingbouw. Een opleiding hiertoe bestond niet en om in de lacune te voorzien gaf hij Stevin opdracht om het programma voor een dergelijke opleiding op te stellen. Aan die opdracht voldeed Stevin en het programma behelsde, naast grondige beheersing van rekenen (inclusief worteltrekken) en meetkunde, alles wat nodig was om nuttige ingenieurs op te leiden. Ook veldwerk ontbrak niet. De zogenaamde ‘Duytsche Mathematique’ waar in de landstaal werd onderwezen aan gewone lieden, werd in 1600 opgericht en op voordracht van Maurits werden Ludolph van Ceulen en Symon Fransz van Merwen aangesteld als docenten. De school werd gehuisvest in de Faliebagijnkerk. Enkele jaren later werden de docenten zelfs benoemd tot professor, hoewel de ‘echte’ professoren van de universiteit schamper op hen neerkeken.

Dat juist Van Ceulen als docent werd aangesteld mag wel enigszins verrassend zijn. Immers, hij was al 60 jaar oud; in de tien laatste jaren van zijn leven bleef hij er lesgeven hoewel hij het veldwerk steeds vaker oversloeg. Symon van Merwen was acht jaar jonger en een leeftijdsgenoot van Stevin. Over hem weten we niet heel veel maar Otterspeer [7] (p. 200) noemt hem “vooral landmeter en inventieveling” en daarnaast iemand die vele functies in de stad vervulde, en verdedigingswerken aanlegde. Toevalligerwijs overleed Van Merwen evenals Van Ceulen in 1610 zodat de Duytsche Mathematique in dat jaar zonder docenten kwam te zitten; weldra vulde hun voormalige student Frans van Schooten senior de leemte.

Waarom waren juist deze twee docenten aangesteld? Waarom niet Simon Stevin zelf? Misschien had Maurits hem te hard nodig. Adriaan Metius zou zeker een goede kandidaat voor het docentschap zijn geweest als hij niet net naar Franeker was vertrokken. Maar waarom niet de 28-jarige Jan Pietersz. Dou, landmeter van de stad Leiden, die samen met zijn collega Johan Sems in 1600 een handboek voor de landmeters het licht liet zien? Dou was trouwens ook al met Van Merwen, Van Ceulen, en Jan van Hout betrokken geweest bij het maken van een belastingtabel plus handleiding (heruitgegeven door het jubilerende Wiskundig Genootschap in 1879 [1]). Ik stel mij voor dat er twee aspecten aan de benoeming van Van Ceulen zijn. Enerzijds houdt het een erkenning in door het establishment (lees: Maurits en het bestuur van de Leidse universiteit) van zijn kwaliteiten en van zijn werk, zoals hij dat in Vanden Circkel had vastgelegd en dat van internationaal niveau was; mogelijk zelfs ook een erkenning van zijn 'gelijk' tegenover cirkelrechters zoals Scaliger. Maurits lijkt zich over de meester te ontfermen, weliswaar niet geheel volgens het gangbare patronagemodel maar toch ook niet ver daarvanaf. Anderzijds is het niet voor te stellen dat Maurits zijn nieuwe ingenieursschool en het krijgsbelang ervan ondergeschikt zou maken aan vriendjespolitiek. Daaruit zouden we dan kunnen afleiden dat het in zijn ogen een meerwaarde had boven eventuele alternatieven om de oude rekenmeester aan te stellen, en dat hij het zinvol achtte om de jongelieden juist door hem te laten onderrichten. Wellicht speelde hierin ook Van Ceulens expertise in de wapenkunde een rol.

Fondamenten

Van Ceulen overleed op 31 december 1610. Enkele dagen later werd hij begraven in de Pieterskerk, en niet lang daarna werd overeenkomstig de wens van de overledene het graf voorzien van een steen met π in 35 decimalen. Deze steen is bij een renovatie van de kerk verloren gegaan maar inmiddels vervangen door een replica.

Waar kwamen deze 35 decimalen vandaan? In [10] stonden er slechts 20, en die had de rekenmeester al lang daarvoor berekend. Na 1596 moet hij dus zijn berekeningen hebben voortgezet. Iets hiervan vinden we in de postuum uitgegeven *Fondamenten* [11].

Het boek bevat zes hoofdstukken waarvan de eerste twee handelen over rekenkunde en elementaire meetkunde. In het derde hoofdstuk verbindt Van Ceulen rekenkundige operaties met meetkundige constructies. Hierin staat bijvoorbeeld een op de stelling van Ptolemaeus gebaseerde manier om bij twee (construeerbare) lijnstukken met lengte a en b een lijnstuk met lengte ab te construeren. De laatste drie hoofdstukken bevatten diverse soms erg lastige meetkundige problemen. Waar de eerste hoofdstukken best bruikbaar zijn geweest als studiemateriaal voor de Duytsche Mathematique, geldt dit zeker niet voor de laatste.

Deze Fondamenten zijn beslist niet het beloofde algebraboek dat Stevin voorzien had (ook Van Ceulen maakte bij herhaling gewag van zo'n boek). Het lijkt erop dat deze publicatie eerder is ingegeven door de financiële noden van de weduwe dan door de cohesie van het materiaal. Hoe dan ook, er staan 32 decimalen van π in en geen 35: de laatste paar decimalen schijnen te stammen uit ongepubliceerde documenten.

Niettemin vormen de Fondamenten wel degelijk een belangrijke bron om de wiskunde van Van Ceulen in het bijzonder, en meer in het algemeen de wiskunde van die tijd, te begrijpen. Dat komt niet alleen door de wijdlopigheid van de inhoud, maar vooral doordat Willebrord Snellius het in het Latijn vertaald heeft [12]. Die vertaling heeft op zich al iets dat de wenkbrauwen doet rijzen: Snellius, klassiek opgevoed en de klassieke talen machtig, vertaalde het werk van een van zijn leermeesters die zelf slechts Nederduytsch sprak. De vertaling is een daad van achting. Extra boeiend is het boek omdat Snellius op veel plaatsen zijn eigen commentaar toevoegde. We kunnen daarin een dialoog zien tussen de rekenmeester en de academicus, tussen iemand die vooral toepassingsgericht is en iemand die zich vooral beladen weet met de erfenis van een traditie. Een van de knelpunten in die dialoog is de kwestie van het samengaan van meetkunde en rekenkunde. In de rekenmeestertraditie was dat al helemaal geen problematisch punt meer. Het meten van velden was zelfs onmogelijk als niet de zijden van dat veld in getallen werden uitgedrukt.

In de Fondamenten blijkt dat Ludolph van Ceulen zich wel degelijk bezighield met die kwestie. Het is eens te meer een bewijs dat hij functioneerde op een niveau dat ver uitstak boven dat van de rekenmeesters. Terecht heeft de regentenklasse hem opgemerkt en kansen gegeven. Gezien zijn niet-klassieke achtergrond en onkunde van de klassieke talen is het mooi dat hij langs de omweg van de Duytsche Mathematique uiteindelijk toch professor is geworden. Ludolph van Ceulen is duidelijk meer dan louter π.

Referenties

1 David Bierens de Haan, editor. *Feest-gave van het Wiskundig Genootschap te Amsterdam onder de zinspreuk: "Een onvermoeide arbeid komt alles te boven", ter gelegenheid der viering van zijn honderdjarig bestaan*. Haarlem, 1879. Bevat facsimile-herdrukken van Jan van Hout e.a. "Corte onderrichtinge dienende tot het maecken vande reductien vande jaer-custingen tot gereede penningen" (Leiden 1599) en Johan de Witt "Waerdye van lyf-renten naer proportie van los-renten" ('s Gravenhage 1671).

2 Paul P. Bockstaele. *The correspondence of Adriaan van Roomen*. Number 9 in Mededelingen uit het Seminarie voor geschiedenis van de wiskunde en de natuurwetenschappen aan de Katholieke universiteit te Leuven. Katholieke Universiteit Leuven Dept. wiskunde, 1977.

3 Liesbeth C. de Wreede. *Willebrord Snellius (1580-1626): a humanist reshaping the mathematical sciences*. PhD thesis, Utrecht, 2007.

4 Jan P. Hogendijk. The scholar and the fencing master: the exchanges between Joseph Justus Scaliger and Ludolph van Ceulen on the circle quadrature (1594–1596). to appear in Historia Mathematica, 2010.

5 Friedrich Katscher. Einige Entdeckungen über die Geschichte der Zahl Pi sowie Leben und Werk von Christoffer Dybvad und Ludolph van Ceulen. In *Denkschriften der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse*, volume 116, pp. 85–129. Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Wien, 1979.

6 Friedrich Katscher. New documents on Ludolph van Ceulen. Regionaal Archief Leiden, G2006A23

7 Willem Otterspeer. *Het bolwerk van de vrijheid: de Leidse universiteit, 1575–1672*. Bert Bakker, 2000.

8 Nicolaus Petri. *Vanden twee geometrische vraeghen, inden jaren 81. ende 83. by Willem Goudaen binnen Haerlem aenden kercke ghestelt*. Cornelis Claesz, Amsterdam, 1584.

9 Ludolph van Ceulen. *Solutie ende werckinghe op twee geometrische vraghen by Willem Goudaen inde jaeren 1580 ende 83 binnen Haerlem aenden kerckdeure ghestelt: mitsgaders propositie van twee andere geometrische vraghen*. Cornelis Claesz, Amsterdam, 1584.

10 Ludolph van Ceulen. *Vanden circkel. Daerin gheleert werdt te vinden de naeste proportie des circkels-diameter tegen synen omloop... noch de tafelen sinuum, tangentium ende secantium...ten laetsten van interest...*. Jan Andriesz., Delft, 1596.

11 Ludolph van Ceulen. *De arithmetische en geometrische fondamenten, van mr. Ludolf van Ceulen; met het ghebruyck van dien in veele verscheydene constige questien, soo geometrice door linien, als arithmetice door irrationale ghetallen, oock door den regel Coss, ende de tafelen sinuum ghesolveert*. Joost van Colster en Jacob Marcus, Leiden, 1615.

12 Ludolph van Ceulen en Willebrord Snellius. *Fundamenta arithmetica et geometrica cum eorundem usu in variis problematis, geometricis, partim solo linearum, ductu, partim per numeros irrationales, & tabulas sinuum, & algebram solutis*. Leiden, 1615.

13 Adriaan van Roomen. *Ideae mathematicae pars prima, sive methodus polygonorum, qua laterum, perimetrorum & arearum eujuscunque polygoni investigandorum ratio exactissima & certissima; una cum circuli quadratura continentur*. Van Keerbergen, Antwerpen, 1593.

14 Antwerps stadsarchief: zie [6]; rekenmeester: zie het voorwoord van [10].

15 Nicolaus van Cusa had deze waarde al genoemd, en Regiomontanus had hem weerlegd, zoals postuum gepubliceerd in 1559 [5] (p. 108), [2] (p. 94).