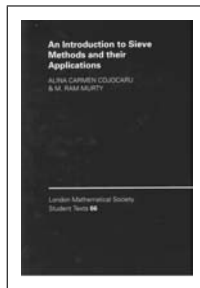


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Adres: Review Editors NAW - HG 9.93
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
e-mail: wgreview.win@tue.nl

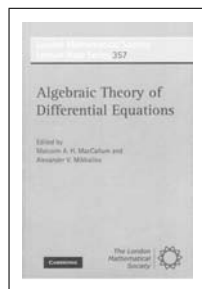


Alina Carmen Cojocaru en M. Ram Murty
**An Introduction to Sieve Methods
and their Applications**

Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006
London Mathematical Society Student Texts 66
224 p., prijs £25.99
ISBN 0-521-61275-6

Wiskundige zeven vormen een krachtig, maar helaas vaak ook technisch gecompliceerd, hulpmiddel in de getaltheorie. Het basisvoorbeeld is de zeef van Eratosthenes. We bekijken alle gehele getallen groter dan 1. In de eerste stap zeven we alle 2-vouden weg. Het kleinste getal dat nog over is, is 3. Vervolgens zeven we de 3-vouden weg. Het kleinste getal dat nog over is, is 5. Enzo voort. Over blijven de priemgetallen. Deze basis-zeef heeft helaas niet zulke gunstige wiskundige eigenschappen en voert tot een zwakke afschatting van $\pi(x)$, het aantal priemgetallen $\leq x$. Men kan vaak ook zo zeven, dat we andere gewenste getallen overhouden. Tegenwoordig, ruim tweeduizend jaar na Eratosthenes, zijn er vele zeven ontwikkeld, met als bekendste Brun's zeef, de grote zeef en Selberg's zeef. Door de zeef van Eratosthenes met de zogenaamde Rankin-truc te combineren, blijkt die gemodificeerde zeef veel krachtiger dan gedacht. Dat inzicht is mede te danken aan de tweede auteur en wordt beschreven in hoofdstuk 5. Een blik op het standaardwerk over de zeeftheorie (*Sieve theory*, Halberstam and Richert) leert dat het opmerkelijk technisch is. Het boek van Cojocaru en Ram Murty daarentegen beoogt een inleiding te zijn. De verschillende zeven worden vaak eerst in minder algemene vorm beschreven en met vele voorbeelden geïllustreerd. Als een test voor de kracht van de zeefmethode wordt meestal bekeken wat voor afschatting de zeef geeft voor $\pi(x)$. De voorbeelden bestrijken een opmerkelijk breed scala: het tellen van irreducibele polynomen in $Z[x]$, kwadratische waarden van polynomen, het normale aantal priemdelers van een polynoom, Schnirelman's stelling (dat er een c_0 bestaat zodat ieder getal als som van ten hoogste c_0 priemgetallen kan worden geschreven), af-schattingen voor priemtweelingen en de afleiding van bekende resultaten over de verdeling van priemgetallen in rekenkundige rijen zoals de stellingen van Brun-Titchmarsh, Barban-Davenport-Halberstam en Bombieri-Vinogradov. Het laatste hoofdstuk gaat over mogelijke toekomstige ontwikkelingen van de grote zeef, in het bijzonder die waarbij een verbinding met de theorie van modulaire vormen en spectraaltheorie gelegd wordt. In dat hoofdstuk wordt natuurlijk veel met de handen gewapperd (handwaving), maar het is desalniettemin interessant. Ieder hoofdstuk wordt afgesloten met een uitgebreide verzameling van opgaven.

Het boek vind ik zeer goed leesbaar: het slaagt erin gedeeltelijk behoorlijk technische materie voor een groter publiek toegankelijk te maken. Daar het boek een aantal zeer recente ontwikkelingen in de zeeftheorie beschrijft, is het ook interessant voor degenen, die al vertrouwd met zeeftheorie zijn. Al met al kan ik het van harte aanbevelen. Voor de lezer die, aangespoord door dit boek, wat geavanceerder materiaal wil bekijken, kan ik tenslotte nog wijzen op de boeken van Greaves (*Sieves in number theory*, Springer-Verlag, Berlin, 2001) en Harman (*Prime detecting sieves*, London Mathematical Society Monographs, 2007). *Pieter Moree*



Malcolm MacCallum, Alexander Mikhailov (eds.)

Algebraic Theory of Differential Equations

Cambridge: Cambridge University Press, 2009
London Mathematical Society Lecture Note

Ser. 357

240 p., prijs £40.00

ISBN 9-521-72008-3

This book presents seven essays based on lectures given during a workshop in July and August 2006 at Heriot-Watt University, Edinburgh. The interest in algebraic approaches to differential and difference equations is still increasing and each year there are one or two conferences on these subjects. The table of contents shows a surprising diversity of themes. Nevertheless, many topics such as nonlinear ordinary differential equations, the Galois groupoids of Malgrange and Umemura, Painlevé equations, arithmetic of differential equations, Lie symmetries, etc., did not find their way into this book. Here is a brief indication of the contents of the only loosely related essays in the book.

By now well established, the Galois and Picard–Vessiot theories of *linear differential equations* are presented in a readable and didactic way by Singer. The last part of this essay deals with fairly new work by the author, Cassidy, Buium et al. on *parameterized Picard–Vessiot theory* and differential algebraic groups. For more details on this topic, the original paper is recommended. In *Final Comments* and the bibliography, an indication is given of the present state of the art.

The second essay, written by Ulmer and Weil, presents various methods of computing (say, in Maple) closed form solutions, such as rational functions, algebraic functions and exponential functions, of *ordinary linear differential equations*. Kovacic’s algorithm is presented.

Tsarev’s essay *Factorization of Linear Differential Operators and Systems* starts by showing that the 19th century method for factoring an ordinary linear differential operator does not extend to partial linear differential operators. Tsarev presents methods inspired by Darboux and Dini, namely sequences of Laplace transformations and Dini transformations, to solve (or to factorize) *special systems of linear partial differential operators*.

The essay *Introduction to the algorithmic D-module theory* by Leykin is again a rather different story. It concerns modules over the Weyl algebra D , Gröbner bases, holonomic modules, Bernstein–Sato polynomials, A -hypergeometric systems and local cohomology.

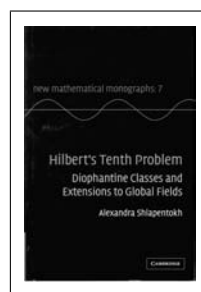
A partial differential equation of the form $\frac{\partial u}{\partial t} = f(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots, \frac{\partial^k u}{\partial x^k})$ where f is a polynomial, is called integrable if the Lie algebra of its (infinitesimal) symmetries is infinite dimensional. In the essay *Symbolic representation and classification of integrable systems* by Mikhailov, Novikov and Wang, symbolic representations of these equations are explained. Integrability is translated into properties of symmetric polynomials. Using these, lists of integrable equations are obtained.

In *Searching for integrable (P)DEs using algebraic conditions: two examples*, Hietarinta gives a list of what the term ‘integrable system’ could mean. For the first example: ‘*Louville integrability*’ (or complete integrability) for a Hamiltonian system of the form $H = \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2) + V(x, y)$, a computer search of invariants is

discussed. The second example concerns integrability for soliton equations in Hirota bilinear form.

Around Differential Galois Theory by Pillay is a rather short essay because his expository papers on this subject, model theory of differential equations, were published at the same time. The main theme is the equation $d \ln_G(A) := A^{-1} \partial A = B$, where G is a D -group (i.e., Buium’s differentially algebraic group). Model theory, differentially closed fields, definable groups form the background for a Galois theory of linear and non-linear differential equations, including Picard–Vessiot extensions and Kolchin’s normal extensions. The relation with Umemura’s Galois theory is being investigated at present.

Marius van der Put



Alexandra Shlapentokh

Hilbert’s Tenth Problem Diophantine Classes and Extensions to Global Fields

New Mathematical Monographs 7

Cambridge: Cambridge University Press, 2007

320 p., prijs £ 61.00

ISBN 0-521-83360-4

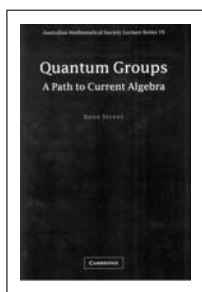
Hilberts Tiende Probleem (H10) vraagt, in zijn oorspronkelijke vorm, naar het bestaan van een algoritme dat voor een willekeurige diophantische vergelijking met gehele coëfficiënten beslist of deze vergelijking oplossingen heeft in de ring der gehele getallen. In 1972 bewees Matijasevich, op basis van werk van Davis, Robinson en Putnam, dat een dergelijk algoritme niet kan bestaan. Het is uiteraard zinvol om Hilberts Tiende Probleem ook voor andere domeinen te stellen. Afhankelijk van het domein kan H10 een positief of negatief antwoord hebben. Zo volgt uit de resultaten van Tarski dat H10 voor het lichaam van de reële getallen een positief antwoord heeft; er bestaat met andere woorden een algoritme dat voor een willekeurige diophantische vergelijking beslist of deze vergelijking oplosbaar is over de reële getallen.

In dit boek wordt ingegaan op twee belangrijke open vragen: wat is de status van H10 voor \mathbf{Q} of een willekeurig getallenlichaam (dat wil zeggen een eindige algebraïsche uitbreiding van \mathbf{Q})? En: wat is de status van H10 voor een willekeurig getallenring (dat wil zeggen een ring van gehelen in een getallenlichaam)? Alhoewel beide vragen nog steeds onopgelost zijn, is er in de afgelopen 30 jaar heel wat onderzoek naar gedaan, onder meer door deze auteur. In het boek tracht de auteur dit onderzoek op een overzichtelijke en uniforme manier te presenteren.

Dit boek is zeker geschikt voor onderzoekers die binnen dit vakgebied werkzaam zijn. Voor hen kan het boek dienst doen als een naslagwerk waarin een heleboel gesofisticeerde en technische resultaten in verband met diophantische definieerbaarheid van arithmetische relaties te vinden zijn. Voor wie een eerste (of tweede) kennismaking met dit onderzoeksgebied wenst, is dit boek wellicht niet geschikt. Zo introduceert de auteur relatief eenvoudige concepten op een manier die hun maximale toepasbaarheid moet garanderen. Dit zorgt er echter voor dat de essentie van deze ideeën bedolven wordt onder een overdaad aan technische details (het kostte deze lezer alvast de nodige tijd om de omschrijving van H10 en de daaropvolgende ‘Remark’ (p. 37–38) te ontcijferen). Ook het feit dat de auteur weinig of geen moeite doet om het onderzoek te kaderen binnen het ruimere onderzoeksge-

bied van de modeltheorie van algebraïsche structuren, zorgt er voor dat het voor de geïnteresseerde leek moeilijk is om de relevantie van bepaalde technische resultaten precies in te schatten. Voor deze lezer is het aan te raden om naast dit boek ook het artikel *Undecidability in number theory* van B. Poonen (*Notices Amer. Math. Soc.* 55 (2008), 344–350) of het boek *Hilbert's tenth problem: relations with arithmetic and algebraic geometry* onder redactie van Denef, Lipschitz, Pheidias en Van Geel (*Contemp. Math* 270) bij de hand te hebben.

Karim Zahidi



Ross Street

**Quantum Groups
A Path to Current Algebra**

Cambridge: Cambridge University Press, 2007
Australian Mathematical Society Lecture Series
19

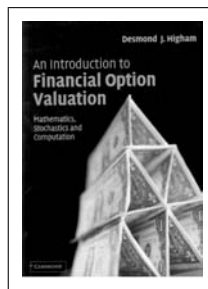
141 p., prijs £30.00

ISBN 0-521-69524-4

Het doel van Streets boek is studenten in aanraking te brengen met algebraïsche structuren en denkwijzen die meestal niet in een standaard algebra college voorkomen. Het gaat om een categoriale aanpak van algebra's, coalgebra's, bialgebra's en Hopf algebra's, waarbij de auteur quantumgroepen gebruikt om deze begrippen aan op te hangen. In het begin van dit bescheiden boekje (slechts 141 pagina's) wordt dit goed en leesbaar gedaan en op een algemenere manier dan in de meeste andere boeken. In dit deel wordt ook de enige quantumgroep geïntroduceerd die in dit boek wordt besproken, namelijk het quantumgroepanalogon van $GL(n)$ dat voornamelijk wordt bestudeerd voor het geval $n = 2$. Vooral het gedeelte waarin wordt beschreven hoe de duale van een algebra een coalgebra kan opleveren en vice versa, is zeer leesbaar. Het eerste deel van het boek is helder geschreven en vrijwel alle bewijzen zijn erin opgenomen. Dat verandert in het tweede deel, waarin de nadruk ligt op categorieën. Het boek wordt dan verhalender en minder precies, met name tegen het eind. Dit deel is minder leesbaar, en ook minder informatief. Wel wordt dan eindelijk een voorstel voor een definitie van een quantumgroep gegeven. Deze definitie is volledig in termen van categorieën, en wordt niet vergeleken met andere algebraïsche definities van quantumgroepen zoals deze te vinden zijn in boeken van Chari en Pressley, Etingof en Schiffmann, Kassel, Lusztig, Majid.

In het boek wordt regelmatig verwezen naar Manins boek, *Quantum groups and non-commutative geometry* uit 1988, dat ook qua formaat gelijkenis vertoont met Streets boek. Natuurlijk is Streets boek moderner en beschrijft het meer zijpaden, maar in bepaalde aspecten zijn deze boeken vergelijkbaar. Er is een duidelijke overlap in onderwerpkeuze en Street houdt deels de notatie uit Manins boek aan. Het is moeilijk aan de indruk te ontkomen dat het boek van Street, 19 jaar na Manins boek, relatief weinig toevoegt en mosterd na de maaltijd is. De literatuurlijst lijkt deze conclusie te onderschrijven; afgezien van een verwijzing naar een minder relevant artikel en een boek over knopentheorie zijn de meest recente referenties uit 1995 en dat zijn onder andere de boeken over quantumgroepen van Kassel en Majid. Als dit boek 15 tot 20 jaar geleden gepubliceerd was, had het grote invloed kunnen hebben.

Erik Koelink



Desmond Higham

**An Introduction to Financial Option
Valuation
Mathematics, Stochastics and Computation**

Cambridge: Cambridge University Press, 2004

273 p., prijs £ 27,99

ISBN 0-521-54757-1

De auteur durft het aan om de zoveelste 'introductie' tot de moderne financieringstheorie te geven, met speciale nadruk op het waarden van derivaten. De belangrijkste bijdrage ligt in de uitgebreide aandacht voor (numerieke) methoden om algemeen geldende abstracte formules voor de waarde van een derivaat in iets praktisch toepasbaars om te zetten. Daarnaast bevat dit boek een introductie in de kansrekening, toegespitst op resultaten die van waarde zijn in de stochastische financieringstheorie. Deze introductie is met zorg geschreven en goed toegankelijk. Desalniettemin is dat geen reden om dit boek te lezen. Die moet echt gevonden worden in de algoritmen die besproken worden om in concrete situaties de prijs van, bijvoorbeeld, cash-or-nothing of exotischer derivaten te vinden. Hierover later meer.

De introductie betreffende financiële markten en de geldende institutionele regels is relatief beperkt. De aandacht die geschonken wordt aan de beschrijving van beschikbare opties is zoals mag worden verwacht van een boek met de gekozen focus. De introductie staat in het teken van het formaliseren van het waarderingsprobleem in wiskundige termen: de modelmatige aanpak. De introductie in kansrekeningstechnische technieken is uitgebreider en didactisch verantwoord, maar indien veel van de behandelde begrippen in deze hoofdstukken onbekend zijn, zal de rest van het boek zware kost zijn.

De belangrijkste bijdrage van het boek ligt in de behandeling van numerieke technieken voor de waardering van financiële derivaten. Hierin zijn twee belangrijke soorten techniek te onderscheiden: analytische methoden en simulatietechnieken. Beide worden in detail behandeld, met veel voorbeelden. In alle gevallen zijn Matlab programma's toegevoegd om de behandelde stof zelf in praktijk te brengen.

Samenvattend, Higham is er in geslaagd een lacune in de beschikbare literatuur op het gebied van waardering van derivaten in financiële markten op te vullen, door zijn speciale aandacht voor numerieke waarderingsmethoden. Deze methoden worden, meestal in enigszins doorontwikkelde vorm, toegepast bij alle grote financiële instellingen in deze wereld.

Bas Werker



P.J. Holewijn en K. van Harn
Maat- en Integratietheorie

Utrecht : Epsilon, 2005 (2de druk 2008)

Epsilon-Uitgaven, deel 58

292 p., prijs € 25,00

ISBN 90-5041-089-2

Er zijn twee manieren om een tekst over maat- en integratietheorie op te zetten. Je kunt, zoals Halmos, beginnen met maten

op σ -algebra's en daarna gaan integreren; je kunt ook, à la Bourbaki, uitgaan van een integraal en dan de bijbehorende maatruimte maken. De auteurs kiezen de eerste weg. (Persoonlijk begin ik te neigen tot de tweede. De hoeveelheid werk is hetzelfde, maar het is zo aardig om, uitgaande van de Riemannintegraal, in twee regels de Lebesgue-integraal te kunnen beschrijven.)

Na een kort hoofdstuk Motivering komen σ -algebra's, maten, de uitbreidingsstelling van Carathéodory en de Lebesguemaat. Vervolgens meetbare functies, integratie, en de convergentiestellingen; en dan productmaten, Fubini, en L^p .

De volledige titel van het boek bevat de toevoeging 'met basiselementen van de waarschijnlijkheidsrekening'. Deze toevoeging is welgekozen. Elk in aanmerking komend hoofdstuk heeft een aparte paragraaf waarin het voorafgaande bekeken wordt in het licht van de waarschijnlijkheidsrekening. Het zijn kleine doses, net genoeg om een brug te slaan tussen analyse en stochastiek. Onafhankelijkheid komt aan de orde, de spreiding niet. Er is een apart hoofdstuk over stationaire stochastische rijen en de wet van de grote aantallen.

Verder zijn er appendices over verzamelingen, de reële rechte

en de Riemannintegraal. Daar zal weinig in staan wat de lezer niet weet (de doelgroep is wiskundestudenten in hun derde jaar), maar je kunt er gemakkelijk even iets in opzoeken, en ze dienen ook om notaties vast te leggen. Er is een goede collectie opgaven, waaronder voorbeelden verdiepingen van de theorie en uitwerkingen van details van de hoofdtekst. Kennis van metrische ruimten wordt niet voorondersteld.

Tot zover de inhoud; nu iets over de uitwerking daarvan. In hun voorwoord kondigen de auteurs aan dat de stof uitvoerig uiteengezet wordt. Dat is juist, en de uitvoerigheid ontardt niet in wijdloopigheid. De efficiency van de tekst trof mij speciaal in de hoofdstukken II (σ -algebra's, Carathéodory) en III (introductie van de integraal, de convergentiestellingen).

De tekst wordt telkens even afgewisseld met een voorbeeld of een stukje heuristiek, wat de leesbaarheid ook nog ten goede komt. Het Nederlands is ouderwets goed, op twee dissonanten na: "De eigenschap geldt" en "zij x en y positief". (Of zijn die al zo gangbaar dat ze door de beugel kunnen?)

Het boek lijkt me dan ook geschikt als syllabus bij een college en evenzeer voor zelfstudie.

Arnoud van Rooij

Recent verschenen publicaties (suggesties naar wgreview.win@tue.nl)



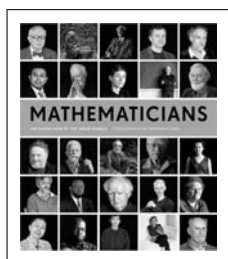
Marcus du Sautoy
Het symmetrie monster
(vertaald uit het Engels)

Uitgeverij Nieuwezijds, 2009
ISBN 9789057122866
www.nieuwezijds.nl/Boek/9789057122866/Het-symmetrie-monster/



Benne de Weger
Elementaire Getaltheorie en Asymmetrische Cryptografie

Epsilon-Uitgaven, 2009
ISBN 978-90-5041-108-0
www.epsilon-uitgaven.nl/E63.php



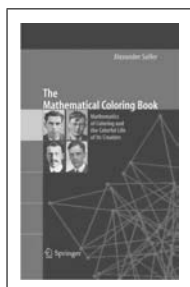
Mariana Cook
Mathematicians: An Outer View of the Inner World

Princeton University Press, 2009
ISBN13: 978-0-691-13951-7
press.princeton.edu/titles/8860.html



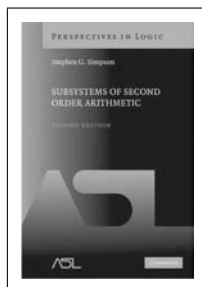
Maris van Haandel, Gert Heckman
Op de Schouder van Reuzen – de mechanica van Isaac Newton

Epsilon-Uitgaven, 2009
ISBN 978-90-5041-107-3
www.epsilon-uitgaven.nl/E62.php



Alexander Soifer
The Mathematical Coloring Book

Springer Verlag, 2009
ISBN: 978-0-387-74640-1
www.springer.com/math/numbers/book/978-0-387-74640-1



Stephen Simpson
Subsystems of second order arithmetic

Cambridge University Press, 2009
ISBN-13: 9780521884396
www.cambridge.org/uk/catalogue/catalogue.asp?isbn=9780521884396