

Leo Maas

Instituut voor Marien en Atmosferisch onderzoek Utrecht

Universiteit Utrecht

Koninklijk Nederlands Instituut voor Zeeonderzoek

Postbus 59, 1790 AB Texel

Leo.Maas@nioz.nl www.nioz.nl/maas

Onderzoek

Onderwatergolven

Tegenwoordig kunnen we elk plekje van de aarde bestuderen, en dat vaak zonder er fysiek te zijn. Toch spelen zich fenomenen af in zee met raadselachtige eigenschappen. Leo Maas, bijzonder hoogleraar Golfdynamica van de Oceaan aan de Universiteit Utrecht, belicht onderwatergolven. Dit artikel is gebaseerd op de inaugurele rede van Maas getiteld 'Mare Incognitum'.

'Onderwatergolven' klinkt bij eerste gehoor paradoxaal, aangezien we golven op zee toch in de eerste plaats met oppervlaktegolven associëren. Dat was althans mijn perceptie gebaseerd op mijn eerste oceanografisch getinte ervaringen, bestaand uit tochtjes die ik als kind met mijn ouders naar het strand maakte. Daar zag ik de golven steeds op me toerollen, golven die vlak voor het strand braken. Als je in de branding ging zwemmen kon je de klap van zo'n breker vermijden door eronderdoor te zwemmen. Hoe dieper je zwom, hoe meer de golf gedempt was. Mijn vader wees erop dat golven ook water meebrengen naar de kust; water dat vervolgens terugstroomt. Hij waarschuwde dat als je in zo'n terugstroom, een mui, terecht kwam, je daar niet tegenin moest gaan, maar dat je eerst moest mee zwemmen, zelfs als je naar beneden werd gezogen, om pas daarna, als je dan tenminste nog niet verdronken was, zijwaarts weg te zwemmen.

Begrip over waarom golven met de diepte zwakker worden, of waarom iedere zevende golf een hoge golf is, kwam pas veel later. Ik kon toen niet weten dat die andere intrigerende asymmetrie, namelijk dat golven altijd alleen maar naar de kust toe lijken te bewegen en niet er vandaan, mij in iets andere vorm nog jaren zou bezighouden. Het is

alsof de kust golven naar zich toetrekt, een verschijnsel dat ik om die reden later een *golfaantrekker* ben gaan noemen. Er zit natuurlijk geen magneet in de kust, maar golven die onder zekere hoek op de kust invallen, bewegen boven het ondiepere deel langza-

mer, waardoor ze naar de kust toe zwenken. Ze worden hoger en steiler, zodat ze uiteindelijk vaak breken. Deze branding vormt een onomkeerbaar proces, waardoor ook de golven niet meer kunnen omkeren. Golfaantrekkers lijken, op een manier waar ik later op terugkom, ook de diepzee te kunnen structureren. Zij kunnen daarvoor *onderwaterbranding* zorgen, een verschijnsel waar de bemanning van een onderzeëer eens hardhandig achter kwam toen deze op grote diepte de bodem



Figuur 1 Zeeslag bij Actium, 31 voor Christus, waar dood-water een beslissende rol gespeeld kan hebben. Schilderij van Lorenzo A. Castro (1672).

Oppervlakte-(zwaartekrachts)golven

Voor een homogene vloeistof, wiens snelheidsveld \mathbf{u} rotatievrij is, $\nabla \times \mathbf{u} = 0$, kan dit snelheidsveld worden afgeleid uit een potentiaal ϕ : $\mathbf{u} = \nabla \phi$. In een onsamendrukbare vloeistof, $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, voldoet deze potentiaal aan de Laplace vergelijking,

$$\Delta \phi = 0.$$

Dit is een elliptische vergelijking die zorgt dat de potentiaal zijn extremale waarden op de rand van het vloeistofdomein aanneemt. Oppervlaktegolven ontleen dan ook hun naam aan het feit dat hun verticale uitwijkingen maximaal zijn aan het vrije oppervlak (in rust gelegen op $z = 0$). Daaronder vallen ze (over afstand $1/\kappa$) exponentieel af zodat aan een horizontale bodem, $z = -H$, de verticale snelheid, $w = \phi_z = 0$, geheel verdwijnt. Hier stellen subscripts partiële afgeleides naar de bewuste variabele voor. Hiermee wordt $\phi = \Phi(x, y, t) \cosh(\kappa(z + H))$. Aan het vrije oppervlak, ζ , wordt de verticale snelheid $w = \phi_z = \zeta_t$, en volgt uit integratie van de verticale impulsvergelijking, $w_t = -p_z/\rho$, over z , dat $\phi_t = -p/\rho = -g\zeta$. Hier is deze vergelijking geëvalueerd op $z = 0$, waar de druk bepaald wordt door de zwaartekracht g welke per oppervlakte-eenheid op de vloeistofkolom werkt: $p = \rho g \zeta$. Hieruit volgt het potentiaalveld van een horizontaal lopende golf boven een vlakke bodem: $\phi = \Phi_0 \exp[i(kx + ly - \omega t)] \cosh(\kappa(z + H))$, mits frequentie ω en de amplitude κ van de golfgetalvector $\mathbf{k} = (k, l) = \kappa(\cos \alpha, \sin \alpha)$ via de volgende dispersierelatie gerelateerd zijn

$$\omega = (g\kappa \tanh(\kappa H))^{1/2}. \quad (1)$$

De golflengte van de golf is gegeven door $2\pi/\kappa$. Lopend over langzaam variërende topografie, $H(\mathbf{x}) = H(x, y)$, volgen de golven stralen die beschreven worden door de wetten van de geometrische optica:

$$d\mathbf{x}/dt = \nabla_{\mathbf{k}} \omega. \quad (2)$$

Bovendien varieert hun golfgetal volgens

$$d\mathbf{k}/dt = -\nabla \omega.$$

Als de topografie slechts in een richting (zeg x) varieert, dan is het golfgetal in y -richting behouden, en volgt uit integratie van de stralenvergelijking (2) dat bij nadering van een kust de golven (1) naar de ondiepte toezwenken, (2) de golflengte $2\pi/\kappa \propto H^{1/2}$ afneemt en (3) de amplitude $\Phi_0 \propto H^{-1/4}$ toeneemt. Dit proces wordt nog versneld doordat de golfsnelheid evenredig is met de totale waterhoogte $H + \zeta$, totdat de golf te steil wordt en breekt, of totdat de golven zo kort worden dat dispersie, het uiteenwaaieren van een golfgroep, deze versteiling een halt toeroept. In solitonen is dit versteilende proces in perfecte balans met het uiteenvallen van de golfgroep (dispersie). Alvorens dit stadium bereikt wordt kan de vlakke golf (voor voldoende steilheid) echter ook onstabiel worden als gevolg van interactie met golven met naburige golfgetallen en een golf met het dubbele golfgetal. Dit resulteert in modulatie van de omhullende van de draaggolf: een ritmisch groeien en weer afzakken van de golfamplitude.

Als een golf passeert beweegt het water in principe niet voorwaarts (denk aan een kurk op het water). In een verticaal vlak voert een 'waterdeeltje' op diep water een cirkelbeweging en op ondiep water een rechtlijnige beweging uit. Bij nadere beschouwing blijken deze deeltjes zich echter toch enigszins te verplaatsen. Dit komt doordat de voorwaarts gerichte beweging iets hoger in de waterkolom, nabij het oppervlak plaatsvindt, waar de snelheid vanwege het exponentiële profiel iets hoger is, dan in de tegengesteld gerichte terugwaartse beweging, die meer nabij de bodem plaatsvindt. De resulterende, netto waterverplaatsing in golfvoortplantingsrichting wordt *Stokes drift* genoemd.

werd ingedrukt.

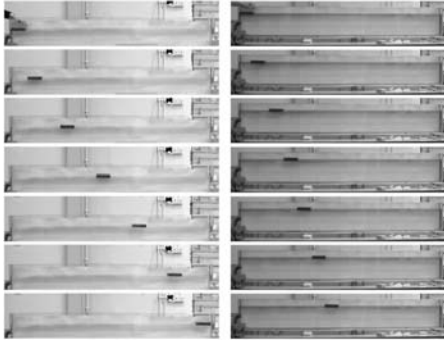
Dood-water

Het bestaan van onderwatergolven, die bij het incident met de onderzeeër een belangrijke

rol speelden, werd eind negentiende eeuw ontdekt toen de Noor Fridtjof Nansen met zijn schip, de Fram, probeerde als eerste de Noordpool te bereiken [13]. Hoewel er genoeg wind stond merkte Nansen dat de Fram in

de Noorse fjorden soms ineens tot stilstand kwam, alsof het schip aan de grond liep. De peilstok gaf echter aan dat er nog voldoende water onder de kiel stond. Navraag bij de bemanning leerde dat dit een bekend verschijnsel was. De suggestie dat het schip de bodem raakte was soms zo sterk dat er schepen ter reparatie naar het dok waren gestuurd, om daar tot de conclusie te komen dat er met het schip helemaal niets mis was. De toestand van bewegingsloosheid waarin het schip dan gevangen werd kon soms uren duren. Het verschijnsel werd door zeelieden 'dood-water' genoemd, vanwege de levenloze aanblik die het water bood, veroorzaakt doordat schip en water precies even snel bewogen. Dit gebrek aan snelheidsverschil had als nare bijkomstigheid dat er ook geen druk meer op het roer stond, waardoor het schip stuurloos raakte. Nansen hoorde hoe kapiteins daarom van alles geprobeerd hadden om hun schip los te wrikken. Sommigen hadden hun bemanning over het dek heen en weer laten lopen. Anderen hadden olie op het water laten gooien. Weer anderen hadden, in die typische reactie waarmee de mensheid het onbekende tegemoet pleegt te treden, op het water laten schieten! En toen was het water echt dood... Maar niets hielp. Bij terugkeer van zijn poging om de Noordpool te bereiken, die hij op 86° Noord moest staken, beschreef Nansen zijn dood-water ervaringen aan Vilhelm Bjerknes, een prominent meteoroloog uit die dagen. Deze kwam prompt met de volgende hypothetische verklaring:

De fjorden bevatten een dunne laag smeltwater van enkele meters dikte. Dit water heeft een lagere dichtheid dan het zoute oceaanwater waar het overheen stroomt. Het is 'lichter'. Het fjord is dus gevuld met twee op elkaar gelegen waterlagen die onderling nauwelijks mengen. Bjerknes vermoedde dat de enorme weerstand die het schip bijna tot stilstand bracht veroorzaakt werd doordat het schip onder water *interne golven* opwekte, op het grensvlak tussen beide watermassa's; golven die kennelijk nauwelijks merkbaar zijn aan het oppervlak. Bjerknes liet het uitzoeken door zijn student, Vagn Walfrid Ekman, die later een zeer beroemd oceanograaf zou worden. Ekman begon met een literatuurstudie en vond bij de Romeinse geschiedsschrijvers Plinius en Tacitus beschrijvingen die hem ook aan dood-water deden denken [1]. Ekman vermoedde zelfs dat de historische zeeslag in 31 voor Christus bij Actium, voor de kust van Griekenland, beslecht werd door ditzelfde verschijnsel (Figuur 1). Daar verloor namelijk de vloot van Marcus Antonius en Cleopa-



Figuur 2 Zeven momentopnames van twee identieke experimenten waarin een blokje hout getrokken wordt door een bak water zonder (links) en met zout-gelaagdheid (rechts). Het touwtje (onzichtbaar) gaat eerst horizontaal naar rechts, vervolgens, via een paperclip, naar een hoog ophangpunt, en dan omlaag. Het wordt omlaaggetrokken door de zwaartekracht werkend op enkele nietjes aan het touwtje. In de gelaagde situatie ondervindt het blokje weerstand doordat het zwaartekrachtsgolven opwekt op het grensvlak tussen beide waterlagen.

tra de slag van Octavianus, de latere Romeinse keizer Augustus, die over kleinere, maar wel veel wendbaarder schepen beschikte. In de Romeinse tijd werd dit geweten aan zuigvissen, *Remora*, die zich aan de romp van de grote schepen zouden hebben vastgehecht en die deze kennelijk het manoeuvreren bemoeilijkten. . .

Hoewel deze verklaring voor het mysterieuze dood-water verschijnsel in de oudheid afdoende was, was Ekman er niet tevreden over. Hij besloot de hypothese van zijn leermeester in een laboratorium-experiment te toetsen,

Rompsnelheid

De algemene dispersierelatie (zie eerdere kader) reduceert voor lange golven (ondiep water; $\kappa H \ll 1$) tot $\omega = c_0 \kappa$, met $c_0 = \sqrt{gH}$, en voor korte golven (diep water; $\kappa H \gg 1$) tot $\omega = (g\kappa)^{1/2}$. Een trekschuit ter lengte $L \gg H$ (zoals in een trekvaart vaak het geval is), met snelheid U , produceert lange golven ter lengte van circa $2L$. Deze golven bewegen allen met de ondiepwatersnelheid c_0 . Het schip zal dus veel energie verliezen als $U \leq c_0$. Pas als $U > c_0$ zullen de golven niet meer loskomen van de 'golfmaker', de boot, zal het energieverlies navenant afnemen, en zal de trekschuit gaan planeren. Veel pleziervaartuigen zijn kort en in diep water ($L \ll H$) lopen hun golven met fasesnelheid $c \equiv \omega/\kappa = \sqrt{g/\kappa} = \sqrt{gL/\pi}$. Dit is de fameuze rompsnelheid waardoor veel schepen hun snelheid gelimiteerd zien ($U < c$). Om sneller te gaan is verleniging van de boot veelal te verkiezen boven aanschaf van een krachtiger motor!

een experiment dat ik met enkele middelbare scholieren heb nagedaan. Een 'scheepje' (een blokje hout) wordt daarin met behulp van een dun draadje en een gewichtje van nog geen gram door een twee meter lange bak getrokken. Om het effect van de gelaagdheid te bestuderen is het experiment twee keer uitgevoerd. Eén keer in een bak met kraanwater, en een tweede keer in een bak met een zoute en daardoor 'zwaardere' onderlaag, met daarbovenop een laag ongezouten water. Om onderwatergolven zichtbaar te maken is die bovenlaag van een kleurstof voorzien. Net als Ekman vinden we dat in gelaagde omstandigheden een scheepje inderdaad aanzienlijk vertraagd wordt, als gevolg van opwekking van grensvlaktgolven (Figuur 2). Dit blijkt met name het geval wanneer de scheepssnelheid ongeveer gelijk is aan die van interne golven met een golflengte gelijk aan de lengte van het schip. Opvallend is dat het wateroppervlak zelf kennelijk niet verstoord wordt, precies wat het dood-water verschijnsel zo mysterieus maakte. Vervolgexperimenten tonen aan dat als de forcering veel sterker wordt de gelaagdheid geen remmend effect meer heeft. Onder kritische (maar vaste) forcering varieert de resulterende bootsnelheid per experiment: soms is de 'boot' namelijk veel sneller en soms veel trager dan de grensvlaktgolf. We vinden dan meervoudige evenwichten. In meest extreme vorm bereikt de boot niet langer een eenduidige, vaste snelheid, maar alterneert tussen een snelle en langzame modus in: een peristaltische beweging.

Analogie met oppervlaktgolven

Het dood water verschijnsel deed denken aan het concept 'rompsnelheid': een aan de scheepslengte gerelateerde, schijnbaar niet te overbruggen maximale snelheid waarmee ieder schip geconfronteerd wordt. Dit concept werd aan het begin van de negentiende eeuw in Engeland ontdekt met behulp van een trekschuit [1]. In die tijd vond in heel Europa het goedertransport per trekschuit plaats. Deze boten werden getrokken door paarden die stapvoets over het jaagpad naast een kanaal sjokten. Op een dag schrok zo'n paard en sloeg op hol, de trekschuit achter zich aan sleurend. De voerman had veel moeite zijn paard onder appèl te krijgen. Na verloop van tijd lukte het hem het paard weliswaar tot in draf terug te nemen, maar niet tot in stap, evenwel zonder dat dit het paard ogenschijnlijk extra moeite kostte. Daarom arriveerde zijn trekschuit veel eerder dan gewoonlijk op de plaats van bestemming. De voerman zag daar meteen de commerciële waarde van in

en smeedde het tot recept. Bij het begin van een tocht werd voortaan een galop ingezet, om vervolgens de reis in draf voort te zetten. De Engelse scheepvaartautoriteiten die hij informeerde kwamen tot de conclusie dat het galopperende paard de trekschuit in *planee* bracht. Met andere woorden, terwijl de boot, als het paard stapvoets liep, tégen de boeggolf aan de voorkant van de boot in ploegde, surfte deze als het paard in draf ging op zijn eigen hekgolf, de golf achter de boot. De aanwezigheid van twee toestanden, kennelijk bij een zelfde inspanning, gekenmerkt door hetzij een langzame hetzij een snelle overtocht, vormt een illustratie van meervoudige evenwichten. De snelheid die een boot moet

Gelaagde zee

De zee bevat water dat als gevolg van een niet-uniforme temperatuur- en zoutverdeling enigszins gelaagd is in dichtheid: $\rho = \rho_* + \rho_0(z)$, met $\max(|\rho_0(z)|) \ll \rho_*$, een uniforme referentiedichtheid. Kouder en zouter water geeft de zee op grotere diepte een hogere dichtheid. De dichtheid ρ_0 neemt doorgaans weliswaar monotoon toe met de diepte z , maar niet uniform. Theoretisch is het echter aantrekkelijk om deze dichtheidsverandering toch in eerste instantie uniform te kiezen. Deze wordt dan gekarakteriseerd door een constante stabiliteitsfrequentie $N = (-g\rho_*^{-1}d\rho_0/dz)^{1/2}$. Deze gelaagdheid verleent de zee elastische eigenschappen: als een deeltje uit zijn evenwichtsniveau verplaatst wordt werkt afwisselend de opwaartsgerichte Archimedische en neerwaarts gerichte (gereduceerde) zwaartekracht. Een (voldoende verzwaarde) kurk gaat om die reden met frequentie N om zijn evenwichtsniveau oscilleren. Verplaatsing van vloeistofelementjes brengt daarnaast drukkrachten teweeg die naburige deeltjes in beweging brengen, zodat zich in het interne van de zee een zwaartekrachtsgolf voortplant, mits frequentie $\omega < N$: een onderwatergolf. De draaiing van de aarde en daarmee die van de oceaan maakt dat, zelfs als de dichtheid van het water uniform is, de zee ook nog eens gelaagd is in impulsmoment. Voor een star roterend object neemt dit simpelweg toe met het kwadraat van de afstand tot de draaias. Ook deze gelaagdheid draagt onderwatergolven, traagheidsgolven genaamd.

Interne zwaartekrachtsgolven

Ieder monotoon, met de diepte toenemend dichtheidsveld $\rho_0(z)$ stelt in zee een evenwichts-toestand voor. Storingen op deze gelaagdheid zijn per definitie te beschrijven met een lineaire vergelijking. In het geval van een uniforme gelaagdheid ($N = \text{const.}$) luidt deze $\Delta_3 p_{tt} + N^2 \Delta_2 p = 0$. Hierin stelt p de storingsdruk voor en is $\Delta_2 = \partial_{xx} + \partial_{yy}$ en $\Delta_3 = \Delta_2 + \partial_{zz}$. Voor monochromatische, vlakke golven, $\propto \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)]$, met golfgetal

$$\mathbf{k} = \kappa(\cos \gamma \cos \alpha, \sin \gamma \cos \alpha, \sin \alpha),$$

waarin γ en α respectievelijk de hoek met de arbitrair gekozen x -as en met de zwaartekrachtsrichting, z , aanduiden, volgt de dispersierelatie

$$\omega = N \cos \alpha. \quad (3)$$

De afhankelijkheid van de golfgetalrichting α , in plaats van diens grootte κ (zoals in (1)), is typisch voor anisotrope golfproblemen en verantwoordelijk voor hun enigmatische eigenschappen. In begrensde domeinen wordt het ruimtelijk patroon van de drukverdeling in een monochromatisch golfveld na strekking van de verticaal bepaald door de Poincaré vergelijking,

$$p_{xx} + p_{yy} - p_{zz} = 0. \quad (4)$$

In 2D ($\partial_y = 0$) kunnen we vanwege divergentievrijheid van het snelheidsveld een stroomfunctie ψ definiëren, zodat $u = -\psi_z$, $w = \psi_x$ en vereenvoudigt deze vergelijking tot

$$\psi_{xx} - \psi_{zz} = 0. \quad (5)$$

Met name de randvoorwaarde versimpelt daarmee tot $\psi = 0$, hetgeen stelt dat er geen stroming door de rand gaat. De rand wordt hier gevormd door het oppervlak $z = 0$, en de bodem $z = -\tau h(x)$. Hierin geeft $h(x)$ een dimensieloze vorm van de bodem en parameter

$$\tau = (N^2/\omega^2 - 1)^{1/2} H/L \quad (6)$$

beschrijft het 'medium' (stratificatie N , golffrequentie ω en aspect-ratio H/L , met H en L de verticale en horizontale schalen van het bassin). Met deze randvoorwaarde zoeken we in feite op een gesloten domein naar vrije golven. Het blijkt dat deze Dirichletrandvoorwaarde niet tot unieke oplossingen leidt (een onderbepaald probleem). Het lijkt er op dat we ook de normaalafgeleide van de stroomfunctie op de rand zouden moeten voorschrijven. Maar toevoeging van deze Neumannrandvoorwaarde leidt tot strijdigheid (een overbepaald probleem). Vaststelling *waar* de normaalafgeleide precies kan worden voorgeschreven (namelijk in twee zogenaamde 'fundamentele' intervallen) leidt tot een uniek, goedgesteld probleem. De oplossing, die voor ieder willekeurig gevormd 2D domein construeerbaar is, gebruikt het feit dat het stralenpatroon hier een exact in plaats van een benaderend onderdeel van de oplossing vormt. Iedere straal, $x \pm z = \text{constant}$, vormt onderdeel van een stralenweb: een straal met al zijn opvolgende en voorafgaande reflecties aan de domeinwanden. Op ieder web is een grootte die de partiële druk genoemd wordt invariant. In ieder punt van het vloeistofdomein is de (storings)druk in dat punt simpelweg de som van de partiële drukken op de twee stralen die door dat punt gaan en is de stroomfunctie in dat punt bepaald door hun verschil. Dit laat zien dat de partiële druk op ieder web op één en slechts één punt kan worden voorgeschreven. Wanneer we dat punt op de rand van het vloeistofdomein plaatsen komen we tot een reductie tot de genoemde fundamentele intervallen.

zien te krijgen om los te komen van de oppervlaktegolven, en om zo van een langzame een snelle overtocht te maken, heet 'rompsnelheid'. De weerstandshobbel die hierbij geslecht moet worden is analoog aan die welke Nansen en zijn mannen tegenkwamen bij hun pogingen om aan dood-water te ontsnap-

pen, en ook aan die waar vliegtuigen mee te maken hebben als ze 'supersoort', harder dan het geluid, willen vliegen. Een verschijnsel dat niet voor niets als het doorbreken van de geluidsbarrière te boek staat. In al deze gevallen verliest het zich verplaatsend object, bij nadering van een zekere barrièresnelheid die

karacteristiek is voor de snelheid waarmee golven in het medium (zee of lucht) willen reageren, veel energie aan golven.

Kennis over de zee?

Het bestaan van onderwatergolven en eenvoudige evenwichten illustreert de veelheid aan verschijnselen die in de oceaan veelal gelijktijdig te vinden zijn. Dit doet de vraag rijzen wat wij eigenlijk weten over zee en oceaan?

Qua geografische ligging en stromingspatronen is natuurlijk van oudsher veel kennis verkregen vanuit de scheepvaart. Later zijn daar waarnemingen op afstand vanuit satellieten bijgekomen. Maar beide waarnemingsmiddelen 'zien' vooral het zeeoppervlak, de waterhoogte en de oppervlaktetemperatuur. De diepzee is veel minder toegankelijk. Ons zicht is daar beperkt. Zelfs in helder water dringt licht slechts ongeveer honderd meter door. Geluid kan verder komen maar kan, net als licht in een luchtspiegeling, worden afgebogen als gevolg van dichtheidsverschillen. Hierdoor is een deel van de zee wat ik maar 'onduidelijk' zal noemen. Dit alles maakt onder water op afstand waarnemen problematisch. Wat rest zijn contactmetingen, vanaf een schip, of vanaf vrij drijvende of verankerde boeien. Zo worden bij moderne waarnemingen temperatuur, zoutgehalte en stroming onderwater elektronisch gemeten en opgeslagen. Hoewel dit meetprincipe een hoge vlucht heeft genomen zeggen deze contactmetingen relatief weinig over hoe deze grootheden op enige afstand van het meetinstrument variëren. Hier wrekt zich dat de oceaan zo ontzettend groot is. Diens ondoorzichtigheid en onduidelijkheid maakt dat we van de zee soms minder zien, horen of voelen, en daarmee kennen, dan van het heela!

Kan theoretisch inzicht in de werking van zee en oceaan ons dan helpen om ontbrekende kennis aan te vullen? Deze komt tenslotte regelrecht voort uit de op Newton's vergelijkingen gebaseerde en veelvuldig geverifieerde wetten voor de (geofysische) stromingsleer. Daarin worden niet alleen de op grote afstand werkende zwaartekracht, of door draaiing van de aarde veroorzaakte Corioliskracht meegenomen, maar ook de op korte afstand werkende electromagnetische wisselwerking. Deze laatste doet zich voor als wrijving, leidend tot menging van naburige watermassa's. De veelheid aan verschijnselen die met deze wetten op benaderende wijze te verklaren zijn is, zelfs wanneer ze afzonderlijk beschouwd worden, verpletterend. Wanneer ze echter gezamenlijk voorkomen en wisselwerken, zoals op zee, is het doorgaans onbegon-

nen werk ze uiteen te rafelen. Dus als we op zee waarnemen, wat nemen we dan waar? En, als we de zee modelleren, wat nemen we dan mee?

Theorie in modellen

Computermodellen lijken het best in staat om al deze door elkaar heen spelende processen mee te nemen. Maar ook computers kennen hun beperkingen. Als we in ons numeriek model processen die op oceaanschaal spelen oplossen, betalen we daar voor doordat we verschijnselen met schalen kleiner dan zeg 10 km niet meer kunnen zien. Het meenemen van de invloed van die niet opgeloste kleinschalige processen in grootschalige modellen wordt parametrisatie genoemd. Tekennend is dat alle wél opgeloste, grootschalige verschijnselen behoorlijk kunnen veranderen wanneer we die parametrisatie anders kiezen. We nemen bijvoorbeeld aan dat grootschalige stroming energie verliest door meandering en afsnoering van wervels, en door opwekking van golven. Begrijpelijkerwijs zullen we, zelfs als deze wervels en golven te klein zijn om in ons numeriek model mee te nemen, het effect daarvan op die stroming wel willen modelleren, namelijk als een afremmend mengproces. Er zijn echter omstandigheden waarin wervels en golven deze stroming helemaal niet afremmen, maar juist aandrijven. Alsof je in een auto denkt op de rem te trappen, maar tot je schrik merkt dat je daarmee juist gas geeft. Deze (negatieve) afremming zou dus als een *aandrijving* beschreven moeten worden. Begrip over wanneer en waar menging remt of juist aandrijft wordt alleen verkregen door dit proces te isoleren en vervolgens als module in te bouwen in een complexer model.

De kracht van computers, hun vermogen om heel veel wisselwerkingen te kunnen beschrijven, zelfs in een ingewikkelde omgeving, kan dus misleidend werken. De oceaanstroming die ze voorspellen kan net zo complex ogen als de oceaanstroming die we waarnemen, maar is dat wel dezelfde complexiteit? En begrijpen we waarom deze optreedt? Onze hersenen zijn niet echt toegerust om het ene complexe veld van het andere te onderscheiden. Echt begrip over ingewikkelde terugkoppelingen in de oceaan ontstaat veeleer in denkmodellen waarin uit alle mogelijke wisselwerkingen de essentiële worden geïsoleerd.

De zee: een verstoorde rusttoestand

Ik beschouw bewegingen van zee en oceaan dan ook graag op een reductionistische manier, namelijk als storingen van een stabiele

Traagheidsgolven in draaiende kubus

Een volledig met een vloeistof van uniforme dichtheid gevulde kubus (afmeting H) wordt op een draaitafel geplaatst. Deze wordt in starre (uniforme) rotatie gebracht, met hoeksnelheid $f/2$. De draaias is gericht langs de positieve z -as en staat loodrecht op twee van de zijden van de kubus. Storingen in de vloeistof worden bepaald door de impulsvergelijkingen en door onsamendrukbaarheid

$$\begin{aligned} u_t - fv &= -p_x, & v_t + fu &= -p_y, \\ w_t &= -p_z, & u_x + v_y + w_z &= 0. \end{aligned}$$

Voor frequenties $\omega < f$ draagt dit systeem traagheidsgolven wier ruimtelijke drukverdeling (na strekking van de verticaal) weer door de Poincaré vergelijking (zie eerder kader) bepaald is. De dispersierelatie voor vlakke, monochromatische golven luidt

$$\omega = f \sin \alpha, \tag{7}$$

waar α de hoek is die de golfgetalvector maakt met de horizontaal. Met de ansatz $w = \sum_n \zeta_{n,t} \sin n\pi z$, $(u, v, p) = \sum_n (u_n, v_n, p_n) \cos n\pi z$, is dit te schrijven als

$$\begin{aligned} u_{n,t} - fv_n &= -H_n \zeta_{n,xtt}, \\ v_{n,t} + fu_n &= -H_n \zeta_{n,ytt}, \\ \zeta_{n,t} + H_n(u_{n,x} + v_{n,y}) &= 0, \end{aligned}$$

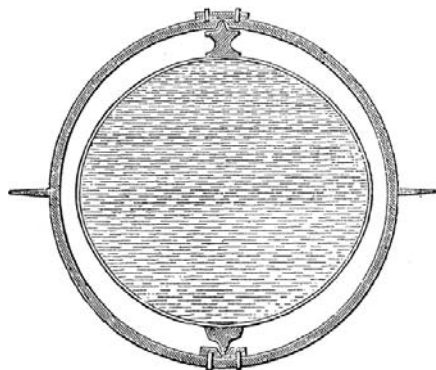
waar diepte $H_n = H/n\pi$. Door schaling $(u', v') = (u_n, v_n)/H_n f$, $\zeta' = \zeta_n/H_n$, $t' = tf$, $\omega' = \omega/f$ en $(x', y') = (x, y)/H_n$ volgt dat iedere verticale modus n aan dezelfde vergelijkingen moet voldoen. Na weglating van accenten luiden deze

$$\begin{aligned} u_t - v + \zeta_{xtt} &= 0, & v_t + u + \zeta_{ytt} &= 0, \\ \zeta_t + u_x + v_y &= 0. \end{aligned}$$

Merk op dat bij deze schaling voor mode n het domein opschaaft tot $n\pi$. Voor monochromatische golven volgt: $(\Delta_2 + \kappa^2)(u, v, \zeta) = 0$, een Helmholtz vergelijking, waar $\kappa^2 = \omega'^2 - 1$. Echter, de horizontale snelheden $(u, v) = \kappa^{-2}(-i\omega\zeta_x + \zeta_y, -i\omega\zeta_y - \zeta_x)$, zodat impermeabiliteit van de verticale wanden ($u = 0$ op $x = 0$ etc) het verdwijnen van 'scheve' afgeleides vereist. Dit leidt tot gecompliceerde oplossingen waarin iedere eigenmodus uit een oneindige Fouriersom bestaat (Figuur 4), [6]. Vanwege het gebrek aan symmetriebreking (alle wanden staan parallel of loodrecht op de draaiasrichting) ontbreekt hier de voor golfaan-trekkers karakteristieke ruimtelijke singulariteit. Zodra de kubus (of een van diens wanden) echter gekanteld wordt valt daar niet meer aan te ontkomen [12].

rusttoestand. In dit beeld wordt de zee gezien als een dunne schil gelaagd water die weliswaar met de aarde meedraait, maar die verder in eerste instantie in rust is, dus stil staat ten opzichte van de beweging van de aarde. Toegegeven, een ietwat abstract gezichtspunt, dat tamelijk haaks staat op de woelingen die onze maag soms weten te beroeren als wij ons op zee begeven. Maar, zelfs in zo'n rusttoestand beweegt het zee-water op de evenaar met een vaartje van zo'n 440 m/s door de ruimte! Doordat zowel land als zee samen ronddraaien merk je daar niets van. De term 'stabiele rusttoe-

stand' duidt er op dat deze toestand instelbaar is zonder spontaan beweging te veroorzaken; deze stelt een evenwichtstoestand voor. Iedere verstoring van deze rusttoestand zal een teruggedrijvende kracht teweegbrengen welke tracht de rusttoestand te herstellen. Door traagheid schiet zo'n verstoring, als de klepel van een klok door zijn evenwicht heen, keert van richting om, en dit geslinger herhaalt zich. Met andere woorden, verstoringen van de rusttoestand uit zich in de vorm van golven. Zo vinden we in de oceaan verstoringen terug in de vorm van geluidsgolven, van oppervlaktegolven (zoals windgolven, getij-



Figuur 3 Kelvin's draaiende, met water gevulde koperen 'rugbybal' met handvatten [5].

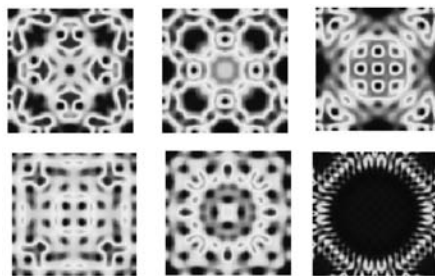
den en tsunami's) en van interne golven, zoals de grensvlaktgolf die we eerder tegenkwamen. Anders dan in het dood-water verhaal neemt in de oceaan de dichtheid echter vaak niet plotsklaps maar *gradueel* met de diepte toe, en kunnen interne golven daardoor op alle dieptes voorkomen.

Golven transporteren energie en kunnen elders arbeid verrichten. Voor oppervlaktgolven is dat in de branding bij de kust, maar voor andere golven hebben we meestal maar een vaag idee waar dat 'elders' gelegen is. Het blijkt dat interne golven op een zelfde manier geconcentreerd kunnen worden, kunnen 'branden' en voor menging kunnen zorgen, maar dan in de diepzee.

Traagheidsgolven

Een prachtig voorbeeld van het vermogen van relatief zwakke interne golven om elders op geconcentreerde wijze 'arbeid te verrichten' is eind negentiende eeuw experimenteel gevonden door Lord Kelvin [5]. Deze had een met kraanwater gevulde koperen bol in draaiing gebracht (Figuur 3). Het geheel bleek net zo stabiel als een draaiend wiel, want als Kelvin een klap tegen de zijkant van de draaiende bol gaf reageerde deze niet. Wanneer de bol in discussvorm getimmerd werd gebeurde er weer niets, maar toen deze daarentegen de vorm van een rugbybal kreeg kwam deze na een klap 'spontaan' los uit zijn ophanging en tolde rakelings langs het hoofd van de ammenensis. Dat terwijl er niets gebeurde als er geen water in de draaiende rugbybal zat. Kennelijk werden door de Corioliskracht teruggedreven interne golven, traagheidsgolven, opgewekt, die zich zo organiseerden dat er een ontwrichtend koppel op de rugbybal werd uitgeoefend. Dit verschijnsel staat als curiosum te boek en behoeft bij mijn weten nog steeds verklaring!

Dit gebrek aan belangstelling voor golfbewegingen in homogene, draaiende vloeistof-

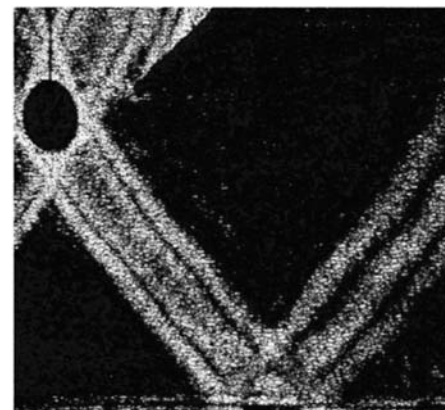


Figuur 4 Enkele golfpatronen ('eigenmodi') in een met homogene vloeistof gevulde draaiende kubus. Hier wordt de ruimtelijke horizontale verdeling van totale golfenergie (kinetisch plus potentieel) weergegeven voor een zekere verticale modus (lichte en donkere grijs tinten geven respectievelijk hoge en lage energiewaarden aan). De draaias staat loodrecht op dit vlak en is uit het papier gericht. De patronen laten een competitie zien tussen rechthoekige meetkundige en cirkelvormige draaisymmetriën.

fen is, gezien het feit dat het universum van de kleinste tot de grootste schaal draait, enigszins onthutsend. Om een tipje van de sluier op te lichten heb ik daarom eens de golfpatronen berekend die optreden in een kubus, die vlak op een draaitafel gezet wordt. Het resultaat zijn tamelijk complexe golfpatronen, puur als gevolg van draaiing (Figuur 4), [6]. Dit lijkt een academische oefening, maar recentelijk zijn dit soort golven in de Middellandse Zee waargenomen [3]. Daar blijken ze voor energietransport te zorgen door pakketten doorgemengd water van honderden meters dikte.

Golven onder water

Het is verbluffend dat precies deze twee aspecten die de geofysische stromingsleer karakteriseren, namelijk continue gelaagdheid en draaiing als gevolg van de draaiing van de aarde, beiden leiden tot golven die heel anders zijn dan de ons bekende geluids-, licht- of oppervlakte-watergolven (Tabel 1). Ze bewegen zich namelijk *scheef* door de vloeistof, onder een vaste hoek α met de verticaal (Figuur 5); een hoek die bepaald is door hun fre-



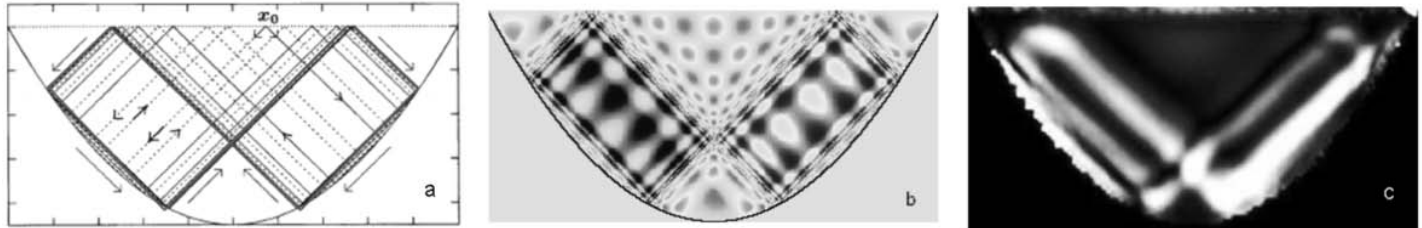
Figuur 5 Verdeling in een vertikaal vlak van interne zwaartekrachtsgolven van zekere frequentie die worden opgewekt door verticale oscillaties van de cilinder, linksboven. Interne golfbundels bewegen schuin naar beneden en boven en één bundel reflecteert vervolgens aan de bodem. Deze golven zijn 'scheringsgolven', waarin de deeltjesbeweging in iedere bundel parallel is aan die bundel, maar met een faseverschil dwars daarop. Hierdoor scheren deeltjes in naburige stralen langs elkaar heen. Bijgevolg plant de energie zich langs de bundel voort, in richting $\nabla_{\mathbf{k}}\omega$ [met ω uit (3)], loodrecht op de fase die zich in richting \mathbf{k} voortplant. In dit experiment, verricht door Stuart Dalziel, is de intensiteit van de verstoring van het dichtheidsveld weergegeven.

quentie, zie (3) en (7). Net zo verbijsterend is het dat de consequenties hiervan zich het gemakkelijkst laten analyseren met behulp van meetkundige methodes; zeg maar met potlood en liniaal.

Meetkundige methodes zijn verouderd sinds Newton en Leibniz in de zeventiende eeuw problemen analytisch formuleerden, in termen van differentiaalvergelijkingen. Dit ondanks het feit dat Newton in zijn klassieke meesterwerk, de *Principia*, nog voor een meetkundige uitleg koos. Maar dat deed hij alleen omdat zijn tijdgenoten nog niet met de analytische methode vertrouwd waren. Bij modellering van interne golven in een uniform gelaagde oceaan gebeurt echter het omgekeerde. De oplossing van de bewuste differentiaalvergelijking, de ruimtelijke golfvergelijking, (5), is in een willekeurig ge-

	oppervlaktgolven	onderwatergolven
Medium	isotrop	anisotrop
Vergelijking	$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0$	zwaartekracht, rotatieas $\phi_{xx} + \phi_{yy} - \phi_{zz} = 0$
Maximale verplaatsing	elliptisch	hyperbolisch
Dispersierelatie	aan rand	in interieur
$\mathbf{k} = \kappa(\cos(\alpha), \sin(\alpha))$	$\omega = \omega(Abs(\mathbf{k}))$	$\omega = \omega(Arg(\mathbf{k}))$
Behoud van	$\omega = \omega(\kappa)$	$\omega = \omega(\alpha)$
Reflectie-wet	golflengte	voortplantingshoek
Behoud van hoek tov	Snellius	hoek α invariant
Golftypering	normaal op bodem	vertikaal
Spectrum	golfchaos	golfaantrekkers
Lyapunovexponent	gequantiseerd	continue
Golfstralen	≥ 0	≤ 0
=Energiepaden?	divergeren	convergeren
	bij benadering	(in 2D) exact

Tabel 1 Vergelijking oppervlakte- en onderwatergolven [7]



Figuur 6 Interne golfaantrekker in een parabolisch oceanbekken. In deze verticale doorsnedes werkt de zwaartekracht naar beneden. (a) Golfpaden en -aantrekker (periodieke baan) worden bereikt door golfstralen uit een willekeurig oppervlaktepunt x_0 weg te schieten. Pijlen geven de richting aan waarin de stralen lopen. Merk de omdraaiing van richting op die optreedt bij passage van een 'afstoter' (de plaatsen waar de bodem even sterk helt als de golfstralen), zodat zowel de naar links (gestippelde lijnen) als de naar rechts weggeschoten stralen (doorgetrokken) de aantrekker uiteindelijk in een zelfde zin doorlopen [9]. (b) Theoretisch stroomfunctiepatroon in ieder punt van het bekken bepaald met behulp van de geometrische methode (zie kader) door in fundamentele intervallen de partiële druk door halve sinussen voor te schrijven. (c) In laboratoriumexperiment waargenomen intensiteit van de verstoring van een dichtheidsveld, met intensivering rond de golfaantrekker - meting: Jeroen Hazewinkel.

vormd oceanbekken met de analytische methode heel ingewikkeld [8], zo niet ondoenlijk, maar met de meetkundige methode kinderspel... Ik heb dat laatste eens letterlijk genomen, en heb mijn oudste twee kinderen, destijds zeven en vijf, gevraagd mee te helpen met het vinden van interne golfpatronen in een bekken dat een stabiel gelaagde vloeistof bevatte. Het enige principe dat ze moesten ge-

bruiken was dat vanuit een willekeurig startpunt op de rand een lijnstuk moest worden getekend dat onder een hoek van 45 graden wegliep. Zodra de bodem bereikt was moesten ze oversteken op een lijnstuk daar loodrecht op, een lijnstuk dat wèl in het ingesloten domein, de 'zee', gelegen was, enzovoort. Met kinderhandjes bleek dat niet zo eenvoudig, maar een computerberekening die ik sa-

men met oud-promovendus Frans-Peter Lam ontwikkelde (Figuur 6(a)) maakte duidelijk dat de lijnstukken waarlangs deze golven lopen bijna altijd naar een gesloten baan worden getrokken, een *interne golfaantrekker* [9]. Deze lijnen fungeren een beetje als de zenuwbanen van de zee. Het zijn lijnen waarlangs de druk wordt doorgegeven. Ze illustreren het gezegde: als ik hier druk, voel ik daar pijn. De golfaantrekker is precies de plaats waar in experimenten de golfenergie zich concentreert [10] en Figuur 6(c). Zoals het strand oppervlategolven aantrekt, blijkt deze gesloten baan voor de beschouwde frequentie, van overal uit zee interne golven aan te trekken, golven die daar vervolgens mengen.

Vanuit theoretisch en experimenteel oogpunt lijkt ophoping van energie rond golfaantrekkers onvermijdelijk maar de grote vraag is natuurlijk: komen deze golfaantrekkers ook in zee voor? En, zo ja, waar dan? Dit is nu nog volstrekt onduidelijk. In analogie met het *Terra incognita*, het onbekende land dat zo tot de verbeelding sprak van ontdekkingsreizigers als Fridtjof Nansen, ligt er nu een *Mare incognitum* op verkenning te wachten! Bij deze ontdekkingsreis hebben we echter niet meer genoeg aan één schip, of meerdere schepen, maar zullen alle technische en theoretische middelen moeten worden aangewend om de diepzee te verkennen!

Toekomstplannen

Hoe kunnen we dit aanpakken? Bijvoorbeeld door het verhelderen van de invloed van gelaagdheid op deeltjes- en warmtetransport. De oceanografische gemeenschap herhaalt als een mantra het belang van interne golven voor verticaal transport van warmte, van voedingsstoffen en van opgeloste gassen, zonder echter in te gaan op het feit dat er een principieel probleem bestaat met verticaal transport in een gelaagde vloeistof.

Laat mij dit illustreren aan de hand van communicatie tussen bergdorpen, gelegen op de flanken van een diep dal. Daarin valt op dat

Meetkundige versus algebraïsche oplosmethoden

Het vinden van oplossingen van (5) met gepaste randvoorwaarden gebruikt in de meetkundige oplosmethode het web van golfstralen. Constructie van zo'n web is als het spelen op een 'interne golf-biljart'; een biljart waarin de 'bal' (golfstraal) niet volgens de wet van Snellius terugkaatst (hoek van uitval is hoek van inval ten opzichte van de normaal), maar zó dat de hoek met een vooraf bepaalde anisotropierichting (zoals de zwaartekracht) behouden blijft. Deze constructie van een web is te zien als een afbeelding van de rand op zichzelf [11]. Ieder punt van de rand wordt afgebeeld op zijn opvolger. In deze terminologie gesteld blijkt dit, hoewel er geen visceuze processen in het spel zijn, een *dissipatieve* afbeelding te zijn; een die er toe leidt dat er na voldoende weerkaatsingen altijd een vast of periodiek punt bereikt wordt. Dit zijn de reflectiepunten van wat zich in het domein manifesteert als een golfaantrekker. Voor bijna iedere gegeven waarde van parameter τ , (6), bezorgt de niet-lineaire aard van deze afbeelding de bijbehorende stroomfunctie- en drukvelden een zelfgelijkvormige, 'Escher-achtige' ruimtelijke structuur (Figuur 6(b)) [7, 9]. Hierdoor krijgt ook de aantrekker zelf een zelfgelijkvormige afhankelijkheid van τ . Dat wil zeggen, τ -intervallen (lees: frequentieintervallen) worden gekarakteriseerd door een zelfde soort aantrekker, om vervolgens, in naburige intervallen, plots te veranderen in veel gecompliceerdere...

In de algebraïsche methode, die voor één specifiek geval in een trapezoïdaal domein is uitgewerkt, wordt gezocht naar een oplossing in de vorm van een Fourierreeks [8]. De termen van deze reeks voldoen ieder afzonderlijk aan (5), en zijn nul op bodem, oppervlak en één verticale wand. De laatste randvoorwaarde, $\psi = 0$ op de hellende wand, moet de relatie tussen de onbepaalde Fouriercoëfficiënten geven. Het blijkt dat deze relatie op die rand twee functionaalvergelijkingen geeft, waar de normaalafgeleide van ψ aan moet voldoen. Dit impliceert dat als deze normaalafgeleide op twee delen van de hellende wand wordt voorgeschreven, deze op de rest van de hellende wand vastligt. Deze twee delen zijn precies de eerder genoemde fundamentele intervallen. Wat voor unieke bepaling van de Fouriercoëfficiënten resteert is het (arbitrair) voorschrijven van normaalafgeleides in deze twee intervallen, en vervolgens de bepaling van dit Fourier spectrum. Het blijkt dat ook het spectrum een zelfgelijkvormig karakter krijgt, een eigenschap welke relateerbaar is aan het verschijnen van de Weierstrassfunctie in diens uitdrukking. De Weierstrassfunctie is een mathematisch 'gedrocht' uit de negentiende eeuw, verzonden om aan te tonen dat een functie overal continue kan zijn maar toch nergens differentieerbaar. De zich relatief netjes gedragende Fouriercoëfficiënten bemonsteren de Weierstrassfunctie echter buiten het parametergebied waarvoor deze dit pathologisch gedrag vertoont.

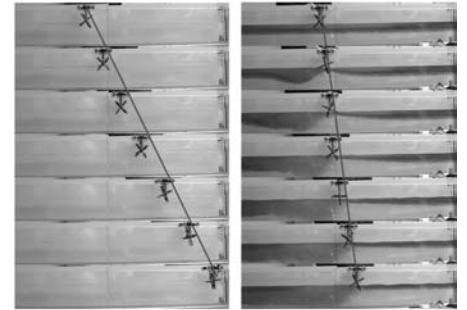
bewoners meer contact hebben met dorpjes op een paar kilometer afstand op *dezelfde* hoogtelijn dan met dorpjes vlakbij, enkele honderden meters hoger of lager. Niemand heeft kennelijk veel zin om steeds arbeid tegen de zwaartekracht in te moeten verrichten. Hetzelfde vinden we bij de verticale uitwisseling in de oceaan: deeltjes blijven het liefst gewoon hangen op een diepte waar hun dichtheid gelijk is aan die van het water. Recente experimenten laten dan ook zien dat verticaal transport inderdaad meestal onderdrukt wordt, behalve, opmerkelijkwijds, in intense interne golfbundels, zoals in een golfaantrekker. De golfaantrekker blijkt niet alleen golven maar ook deeltjes aan te trekken. Deze bewegingen eerst horizontaal, naar de bundels toe, maar worden daarna ook langs de bundel, scheef door de vloeistof gestuwd [4]. Mogelijk dat dit het lang gezochte voedseltransportmechanisme is dat het mogelijk maakt dat koudwaterkorallen kunnen overleven. Koudwaterkorallen zijn een soort anemonen, poliepen die op grote diepte in koud, donker water op de bodem leven. Deze pikken voedsel uit hun omgeving op en zetten dat uiteindelijk om in kalk. Hun afhankelijkheid van vers, nabij het oppervlak geproduceerd plankton suggereert de aanwezigheid van een soort 'voedselsnelweg' tussen oppervlak en bodem, een snelweg waar de interne golfbundel zich kandadaat voor stelt.

Zoals gezegd is de diepzee onbekend omdat het moeilijk is om daar met licht of geluid een beeld van te vormen. Eigenlijk ligt het meer voor de hand om voor die beeldvorming

die golven te gebruiken die door de gelaagde oceaan wél worden toegelaten: de interne golven zelf. Met andere woorden, kunnen we wellicht die vreemde, scheeflopende interne golven gebruiken om oceaantvorm en gelaagdheid in beeld te brengen? Kunnen we 'kijken' met interne golven? Dit is een fascinerend, maar moeilijk probleem. Voor lichtgolven corresponderen bijvoorbeeld verschillende frequenties met verschillende kleuren. Maar interne golven van verschillende frequenties lopen onder een andere hoek met de verticaal. Dus wat voor beeld krijg je hiermee? Dit is een van de vele openliggende theoretische vragen. Beantwoording van deze vragen kan de oceaan misschien in een ander licht stellen!

Tenslotte

Kan ik ter afsluiting nog een praktisch advies geven over het onderwerp van mijn leerstoel: 'golfdynamica van de oceaan'? Wel, ik heb verteld dat de zee gelaagd kan zijn. Verschillenden onder u zullen gezwommen hebben in open water en misschien uit eigen ondervinding kunnen beamen dat oppervlakte en dieper water soms sterk in temperatuur verschillen. Gelet op het vertragend effect dat deze gelaagdheid op schepen kan hebben, ligt het voor de hand dat men zich afvraagt of ook zwemmers last kunnen hebben van dood-water? Experimenten, uitgevoerd met Huub Toussaint, van de Vrije Universiteit van Amsterdam, en twee van zijn studenten, heeft uitgewezen dat daar inderdaad aanwijzingen voor bestaan [2]. Nu



Figuur 7 Zeven opeenvolgende momentopnames van twee identieke experimenten (links) zonder en (rechts) met zout-gelaagdheid. Hierin trekt een LEGO-karretje dat van links naar rechts over de rand van de bak rijdt, zich met dezelfde spoed door de vloeistof voort. Het karretje heeft daartoe een schoepenrad dat door een motortje wordt aangedreven. Alleen het onderste van de vier schoepen steekt in het water. In de gelaagde situatie gaat kennelijk veel energie verloren in het tegen de zwaartekracht in omhoogbrengen van water met een hogere dichtheid uit de onderlaag.

is zwemmen met 'tentakels' zoals handen en voeten natuurlijk wel iets anders dan voortstuwing door zeil of motor. Daarom heb ik met enkele studenten een karretje gemaakt dat over de rand van een bak water rijdt en dat de beweging van handen nabootst doordat het zich door middel van schoepen door het water voorttrekt. Het experiment laat een frappant verschil zien tussen peddelen in homogeen en in gelaagd water (Figuur 7, zie filmpje: www.nioz.nl/maas, onder 'dead water'). Als u daarom de volgende keer bij het zwemmen in zee zo'n temperatuurverschil voelt en merkt dat u langzamer vooruit komt, misschien dat in ieder geval dit aspect van de zee u wat minder raadselachtig zal voorkomen... ←

Referenties

- Ekman, V.W., 'On dead water' *Sci. Results Norw. North Polar Expedi.* 1893 - 6 5 (1904).
- Ganzevles, S.P.M., F. S. W. van Nuland, L. R. M. Maas, H. M. Toussaint, 'Swimming obstructed by dead-water' *Naturwissenschaften* 96 (2009), pp. 449-456.
- Haren, H. van, C. Millot, 'Rectilinear and circular inertial motions in the Western Mediterranean Sea', *Deep-Sea Research I* 51 (2004), pp. 1441-1455.
- Hazewinkel, J., S. Dalziel, A. Doelman and L.R.M. Maas, 'Tracer transport by internal wave beams', *Journal of Fluid Mechanics* (2009).
- Kelvin, Lord, 'On an experimental illustration of minimum energy', *Nature* 23 (1880), pp. 69-70.
- Maas, L.R.M., 'On the amphidromic structure of inertial waves in a rectangular parallelepiped', *Fluid Dynamics Research* 33 (2003), pp. 373-401.
- Maas, L.R.M. 'Wave attractors: linear yet nonlinear', *International Journal of Bifurcation and Chaos* 15 (2005), pp. 2757-2782.
- Maas, L.R.M., 'Exact analytic self-similar solution of a wave attractor field', *Physica D* 238 (2009), pp. 502-505.
- Maas, L.R.M., Lam, F.-P. A., 'Geometric focusing of internal waves', *Journal of Fluid Mechanics* 300 (1995), pp. 1-41.
- Maas, L.R.M., Benielli, D., Sommeria, J., Lam, F.-P.A., 'Observation of an internal wave attractor in a confined stably-stratified fluid', *Nature* 388 (1997), pp. 557-561.
- Manders, A.M.M., Duistermaat, J.J., Maas, L.R.M., 'Wave attractors in a smooth convex enclosed geometry', *Physica D* 186 (2003), pp. 109-132.
- Manders, A.M.M., Maas, L.R.M., 'Observations of inertial waves in a rectangular basin with one sloping boundary', *Journal of Fluid Mechanics* 493 (2003), pp. 59-88.
- Nansen, F. 'Farthest north. The Norwegian Polar Expedition 1893-1896' 1-2, *Archibald Constable and Company*, Westminster, 1897.