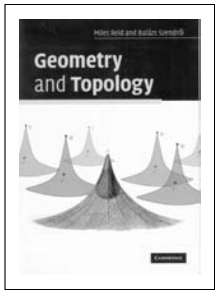
Boekbesprekingen

Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Adres: Review Editors NAW - HG 9.93
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
e-mail: wgreview.win@tue.nl



Miles Reid and Balázs Szendröi
Geometry and Topology
Cambridge: Cambridge University Press, 2005
196 p., prijs £ 26,99
ISBN 0-521-61325-6

De voorloper van dit boek is jarenlang gebruikt als handleiding bij een cursus aan de universiteit van Warwick voor eerste- en derdejaars studenten wiskunde en mathematische fysica. De benodigde voorkennis is minimaal: analytische meetkunde, lineaire algebra en verder enkele onderwerpen (waaronder het Lorentz inproduct voor de bespreking van de hyperbolische meetkunde) die kort en krachtig worden behandeld in de appendix.

Het boek is geschreven in de vorm van een collegedictaat, zonder veel opsmuk. Dat vind ik een pluspunt. In overzichtelijke vorm worden vele onderwerpen uit de meetkunde besproken. Het boek is rijkelijk voorzien van fraaie en duidelijke tekeningen. Behalve de gewone euclidische meetkunde passeren ook de bolmeetkunde, hyperbolische meetkunde, affiene meetkunde, projectieve meetkunde, transformatiegroepen met toepassingen in de mathematische fysica en een beetje topologie de revue. De topologie komt er met ruim 30 van de 200 bladzijden een beetje bekaaid vanaf, maar zo erg is dat niet, want er zijn al genoeg goede inleidingen in de topologie. Door een bijzonder handige rangschikking van de onderwerpen komt er redelijk veel stof uit de genoemde onderwerpen met bewijs en al over het voetlicht. Door het hele boek verspreid zijn er leuke en instructieve opgaven. Zo ontstaat er een pointillistisch panorama van de meetkunde.

Door de heldere uitleg, fraaie voorbeelden en minimale voorkennis is dit een uitstekend boek voor een eerste kennismaking met de meetkunde.

Jan Aarts

Alexander Ivanov
J_4
Oxford Mathematical Monographs
Oxford: Oxford University Press, 2004
233 p., prijs £84.00
ISBN 0-19-852759-4

The finite simple group of order 86775571046077562880 known as the fourth Janko group, J_4 for short, is the subject of this book. Existence of this group was predicted by Zvonimir Janko in 1976 and J_4 was first constructed in 1980 by Benson, Conway, Norton, Parker and Thackrey as a group of 112×112 matrices over the field of 2 elements. This construction made heavy use of a computer. In 1990 the author and Meierfrankenfeld saw a way to obtain a computer-free construction of J_4. The construction was completed and published in 1999. The book under review is essentially based on this project. The group is characterized as the unique group acting arc-transitively on a finite connected graph of valency 31 satisfying additional local properties.

Let V be a 10-dimensional vector space over the field of 2 elements equipped with a quadratic form of maximal Witt index. Consider the commutator subgroup $\Omega^+_{10}(2)$ of $SO^+_{10}(2)$, which acts transitively on the set of maximal singular subspaces. Let H_0 be the stabilizer in $\Omega^+_{10}(2)$ of a maximal singular subspace, and let H_1 be the stabilizer of a pair of maximal singular subspaces, one of which is stabilized by H_0, that meet in a sub-hyperplane. Let $H_{01} = H_0 \cap H_1$, then H_{01} is of index 31 in H_0 and of index 2 in H_1. The group H_1 contains an element τ of order 2, interchanging the two singular subspaces, which has the property that it does not normalize any proper subgroup of H_{01} which is normal in H_0. Now forget about the group $\Omega^+_{10}(2)$ and just consider the amalgam (H_0, H_1, H_{01}). It turns out that the group H_{01} admits another automorphism of order 2 with the same property as τ. Hence, besides (H_0, H_1, H_{01}) there is one other amalgam (G_0, G_1, G_{01}) with $G_0 = H_0$, $G_{01} = H_{01}$ and with G_{01} of index 2 in G_1, and such that no proper subgroup from G_{01} is normal in both G_0 and G_1. The purpose of this book is to show how this leads to the group J_4.

The first two chapters are introductory and, as warm-up, it is shown how the amalgam (H_0, H_1, H_{01}) leads to $\Omega^+_{10}(2)$. In the following six chapters the author takes us on his quest for J_4. The proof is a careful analysis of the amalgam and involves techniques from representation theory, cohomology theory and combinatorial group theory. At the end of each chapter some exercises are given. There is also an additional chapter with historical notes and there are two appendices on terminology and related (background) results.

This book is of interest to anyone who wants to know more about amalgams and the geometry behind sporadic simple groups.

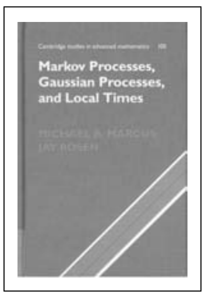
John van Bon

Om deze theorie op te bouwen is een breed scala van sample-path resultaten voor Gaussische processen nodig. Hierbij wordt in een drietal hoofdstukken aandacht besteed aan onder meer de klassieke ongelijkheden (zoals die van Borell), en de condities die ontwikkeld zijn voor continuïteit en begrensdheid van sample-paden. Het betekent dat we pas in hoofdstuk 8 (van de 13) aanbelanden bij het daadwerkelijke hart van het werk, namelijk de generalisaties van Ray-Knight (waarbij zowel de traditionele combinatorische bewijzen gegeven worden, als nieuwe elegante versies), en de implicaties voor de local times van sterk-symmetrische Markov-processen. In het bijzonder wordt een aantal sample-path eigenschappen voor local times behandeld, zoals de hierboven genoemde continuïteit en begrensdheid.

De laatste hoofdstukken van het boek gaan in op enkele specifieke aspecten van local times, waaronder de p-variatie van de local times van symmetrische stabiele processen (via op zichzelf al interessante resultaten over de p-variatie van fractionele Brownse beweging), en een analyse van de meest bezochte toestanden. Daarna volgt een hoofdstuk dat ingaat op local times voor diffusies, waarna het boek wordt besloten met een nadere karakterisering van de geassocieerde Gaussische processen.

Het boek is fraai opgezet, volledig self-contained en goed leesbaar. Het is duidelijk dat het onderwerp wat specialistisch van aard is — anders dan de titel doet vermoeden gaat het niet zozeer over Markov-processen, Gaussische processen en local times, maar veel meer over de *relatie tussen* deze drie noties. Mijn indruk is dat, ondanks dat ik het boek beschouw als een aanwinst voor het vakgebied, het publiek van dit boek (zeker binnen ons land) relatief beperkt zal blijven, vanwege zowel het niveau als de specifieke inhoud.

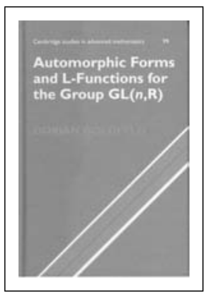
Michel Mandjes



Michael Marcus, Jay Rosen
Markov processes, Gaussian processes, and local times
Cambridge Studies in Adv. Mathematics 100
Cambridge: Cambridge University Press, 2006
620 p., prijs £ 54,00
ISBN 0-521-86300-7

Het centrale thema van dit boek is de relatie tussen zogenaamde 'local times' (waaronder men, ruwweg gesproken, de afgeleide van een 'occupation measure' verstaat) van een zekere klasse van Markov-processen met geassocieerde Gaussische processen. De gedachte is dat met deze relatie alle kennis over Gaussische processen gebruikt kan worden om nieuw licht te werpen op eigenschappen van local times. Aan de andere kant geeft de opzet van dit boek de auteurs de gelegenheid niet-standaard (en zelfs ook nieuwe) resultaten voor Gaussische processen te presenteren.

Een fundamentele rol in het boek wordt gespeeld door een familie van resultaten die bekend staat als 'Ray-Knight theorems'. In hun traditionele vorm laten zulke stellingen het verband zien tussen de local times van Brownse beweging en de kwadraten van onafhankelijke Brownse bewegingen. De auteurs maken inzichtelijk hoe dit resultaat uitgebreid kan worden, voortbouwend op resultaten van onder anderen Eisenbaum en Dynkin, tot een relatie tussen sterk-symmetrische Markov-processen en geassocieerde Gaussische processen.



Dorian Goldfeld
Automorphic Forms and L-Functions for the Group $\mathbf{GL}(\mathbf{n}, \mathbf{R})$
Cambridge Studies in Advanced Mathematics 99
Cambridge: Cambridge University Press, 2006
493 p., prijs £ 57,00
ISBN 0-521-83771-5

De theorie van automorfe vormen op $\mathrm{GL}(n, \mathbf{R})$ is een veralgemening van de theorie van modulaire vormen op $\mathrm{SL}(2, \mathbf{R})$, maar is voor $n \geq 3$ van een totaal andere aard. De oorspronkelijke theorie van modulaire vormen,onstaan in de 19de eeuw en verder ontwikkeld door Hecke en anderen in de 20e eeuw, maakt sterk gebruik van de functietheorie omdat $\mathrm{SL}(2, \mathbf{R})/U(2)$ een hermitesch symmetrisch gebied is, het bovenhalfvlak van het complexe vlak.

Rond het midden van de vorige eeuw heeft Maass een nieuw aspect aan die theorie toegevoegd door ook niet-holomorfe modulaire vormen te bekijken, bijvoorbeeld functies die invariant zijn onder $\mathrm{SL}(2, \mathbf{Z})$ en eigenfuncties zijn van de (hyperbolische) Laplace-operator. Daarvoor zijn er weer Hecke-operatoren en L-functies, Eisensteinreeksen en is er weer een omkeringsstelling die zegt dat bepaalde Dirichletreeksen met een functionaalvergelijking van Maassvormen komen. Alhoewel we weten dat de ruimten van Maassvormen eindig-dimensionaal zijn, zijn deze vormen tamelijk mysterieus. Het is bijvoorbeeld een niet-triviaal feit dat er oneindig veel even Maassvormen op $\mathrm{SL}(n,\mathbf{Z})$ bestaan; voor $n = 2$ liet Selberg dit zien, voor $n > 2$ is dit een recent feit.

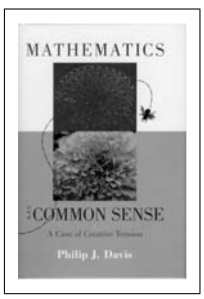
Voor $n > 2$ is de theorie van automorfe vormen op $\mathrm{SL}(n,\mathbf{Z})$ een generalisatie van de theorie van niet-holomorfe vormen van Maass. Een belangrijk nieuw aspect voor $n > 2$ is dat de groep $\mathrm{SL}(n,\mathbf{Z})$ voor $n \geq 3$ een stuk gecompliceerder is dan voor $n = 2$ en dat blijkt duidelijk voor wie het boek openslaat. Het staat vol met grote matrices en matrixidentiteiten. Dit en het feit dat de auteur weinig bekend wil veronderstellen maken dat het een kloek boek is geworden met bijna 500 pagina's dat gelezen kan worden zonder naar andere bronnen te wijzen.

Het lijkt me uitstekend leesbaar voor een beginnende promovendus met belangstelling in deze richting. Grosso modo begint de auteur met $\mathrm{SL}(2,\mathbf{Z})$, behandelt daarna $\mathrm{SL}(3,\mathbf{Z})$ en gaat daarna door met het algemene geval. Doordat de auteur zich beperkt tot niveau 1 blijven de lezer de nodige algemeenheden bespaard en kan de auteur tamelijk direct op de resultaten afgaan. Vermeldenswaard zijn een nieuw bewijs voor de multipliciteit-1 stelling en de omkeringsstelling voor $\mathrm{GL}(3)$. Gezien de achtergrond van de auteur zal de aandacht voor resultaten uit de analytische getaltheorie, zoals Siegel-nulpunten niet verbazen. Het feit dat automorfe representaties ontbreken is in lijn met deze opzet van de auteur. Het boek eindigt met een korte bespreking van Langlands-functorialiteit.

Een belangrijk aspect van het boek is dat het boek een stel Mathematica functies (het '$\mathrm{GL}(n)$-pakket') biedt die het mogelijk maken de stof van ieder hoofdstuk ook met computeralgebra in de praktijk te brengen. Het boek wordt gecompleteerd met een handleiding van Kevin Broughan voor dit $\mathrm{GL}(n)$-pakket.

Het ligt voor de hand dit boek te vergelijken met dat van Bump (*Automorphic Forms and Representations*) dat meer aandacht aan de representatietheorie geeft. Beide boeken completeren elkaar goed. Dit boek van Goldfeld kan ik zonder meer aanbevelen.

Gerard van der Geer



Philip J. Davis

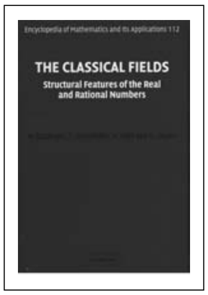
Mathematics and Common Sense
A Case of Creative Tension

Wellesley MA: A.K. Peters, Ltd., 2006
242 p., prijs $ 39.00
ISBN 1-56881-270-1

Philip Davis, co-auteur van de bestseller *The Mathematical Experience* uit 1981, beantwoordt in dit boek vragen over wiskunde in de vorm van 33 korte hoofdstukjes. Het is op een breed publiek gericht. De vragen variëren van *What is Mathematics?*, *What is Mathematical Intuition?*, *If Mathematics Says "No" Does It Really Mean It?* tot *When Is a Problem Solved?* en *What Is Meant by the Word "Random"?* Op het oog een aantrekkelijk programma, maar de inhoud valt wat tegen. De stukjes zijn te kort om werkelijk ter zake te komen. Wel is er een overvloed aan *Further Reading* suggesties aan het eind van elk hoofdstuk, maar daar schiet de gemiddelde leek weinig mee op.

Mijn belangrijkste bezwaar is dat de tekst nergens prikkelt of uitdaagt. Het zijn allemaal brave maar saaie verhandelingetjes, die de kenner vervelen en de leek niet veel wijzer maken. Geen aanrader dus.

Jan van de Craats



H. Salzmann, T. Grundhöfer, H. Hähl, R. Löwen

The Classical Fields — Structural Features of the Real and Rational Numbers

Enc. of Mathematics and Its Applications 112
Cambridge: Cambridge University Press, 2007
401 p., prijs £ 64,00
ISBN 0-521-86516-6

De klassieke lichamen die in de titel van dit boek bedoeld worden zijn de lichamen van de reële, complexe, rationale en p-adische getallen, en in deze volgorde komen ze aan de orde. Ook eindige lichamen kunnen als voorbeelden van klassieke lichamen worden beschouwd, maar daar wordt geen aandacht aan besteed omdat dat zuiver algebraïsche structuren zijn. In de wel behandelde lichamen zijn er namelijk naast de algebraïsche nog andere structuren: in elk geval is er sprake van metrieken, en topologieën, en soms ook van een ordening. En dat is met name het doel van het boek: weergeven welke interacties er in de verschillende systemen tussen de diverse structuren zijn.

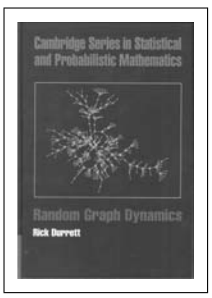
Het eerste hoofdstuk is veruit het grootste, beslaat bijna de helft van het boek, en gaat geheel over de reële getallen. Het gaat daarbij niet, zoals je eigenlijk zou verwachten, over constructies voor de reële getallen; deze reële getallen worden als een gegeven beschouwd. Verderop in het boek worden op enkele plaatsen kort mogelijke definities van de reële getallen gegeven, maar met betrekking tot dit aspect wordt voornamelijk naar de literatuur verwezen. De optelgroep van de reële getallen wordt bekeken als een geordende groep, maar ook als een topologische groep. Het lichaam $\mathbf{R}$ wordt als topologisch lichaam beschouwd, en $\mathbf{R}$ wordt als maatruimte onderzocht. Dit alles gelardeerd met tal van bekende stellingen met betrekking tot de verschillende aspecten. De laatste paragraaf van dit eerste hoofdstuk gaat over de complexe getallen, en dit is tevens de enige keer in het boek dat deze aan bod komen. Deze worden dus zeer karig behandeld, en het argument daarvoor is dat veel van de onderzochte eigenschappen volgen uit, of te vertalen zijn naar eigenschappen van de reële getallen.

Het tweede hoofdstuk gaat over niet-standaardanalyse, en geeft onder andere een constructie van $\mathbf{R}$ via een 'ultrapower' van $\mathbf{Q}$. Ook hier gaat het in feite niet om de constructie van $\mathbf{R}$, maar om te demonsteren van hoe via non-standaardanalyse bepaalde stellingen op een andere, soms eenvoudiger manier bewezen kunnen worden. Hierna komen in hoofdstuk 3 de rationale getallen aan de beurt. Het argument dat gebruikt wordt om eerst de reële getallen, en daarna pas de rationale getallen te behandelen is wel aardig: in veel opzichten zijn de reële getallen eenvoudiger van structuur dan de rationale. Als voorbeelden worden de theorie van de kwadratische vormen over deze lichamen, en de topologieën genoemd. In dit hoofdstuk speelt hetzelfde als in het eerste: vrijwel geen aandacht voor een constructie van $\mathbf{Q}$, bijvoorbeeld uitgaande van $\mathbf{Z}$ met de bekende eigenschappen, maar ook hier worden de algebra, ordening en topologie uitvoerig bekeken. Er komen in dit hoofdstuk wel verschillende getal-theoretische eigenschappen aan bod. Zo wordt er op een gegeven moment bewezen dat de vermenigvuldigingsgroep van de positieve rationale getallen een vrije abelse groep met rang $\aleph_0$ is, en daarvoor is nodig dat er oneindig veel priemgetallen zijn. Van deze stelling staan er in dit hoofdstuk dan zeven verschillende bewijzen.

Hoofdstuk 4 is een algemeen hoofdstuk over completeringen van topologische groepen, ringen en lichamen, dit ter voorbereiding van het laatste hoofdstuk over p-adische getallen. In dit laatste hoofdstuk wordt wel uitvoerig ingegaan op een constructie van $\mathbf{Q}_p$: de standaard constructie als completering uitgaande van de p-adische metriek in $\mathbf{Q}$. Ook hier veel aandacht voor de algebraïsche en topologische structuur, en daarnaast komt ook de ring $\mathbf{Z}_p$ van de p-adische gehele getallen uitvoerig aan bod. Er wordt onder andere aandacht geschonken aan kwadraten en kwadratische vormen over $\mathbf{Q}_p$, dit met name ook om verschillen met $\mathbf{R}$ te illustreren.

Het boek eindigt met een appendix met wat definities van en feiten over ordinaal- en kardinaalgetallen, topologische groepen, lokaal compacte topologische abelse groepen en lichamen.

Vrijwel elke paragraaf in het boek wordt afgesloten met enkele vraagstukken; voor elk vraagstuk is achterin het boek een oplossing of een aanwijzing gegeven. Het boek bevat veel informatie, en dan met name over de reële getallen. De opzet is in het algemeen zeer abstract. Als leerboek is het, naar mijn idee, ondanks de aanwezigheid van de vraagstukken, niet geschikt. Voor wie de nodige voorkennis al heeft kan het uitstekend dienen als naslagwerk, of om nieuwe dingen te ontdekken. Het is deel 112 in de serie Encyclopedia of Mathematics and its Applications, en daarin lijkt het me uitstekend op zijn plaats. *Bram van Asch*



Rick Durrett
Random Graph Dynamics
Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics 20
Cambridge: Cambridge University Press, 2007
212 p., prijs £ 41,00
ISBN 0-521-86656-1

Random graph theory has been a lively research area ever since the seminal work on the so-called classical or Erdős-Rényi random graph by Erdős and Rényi around 1960. In this model, we start with a fixed number of vertices, and independently draw each possible edge, independently of the other edges, with a fixed edge probability p. The work by Erdős and Rényi involved the structure of the connected components in the resulting graph, as well as the occurrence of special subgraphs, Hamilton cycles, etc., and has inspired a tremendous amount of subsequent work in the 50 years following its publication. This subsequent work was performed to a large extent by the discrete mathematics community, and its principal goal was to investigate the role of randomness in graphs as well as to prove results in deterministic graph theory using the so-called *probabilistic method*. Thus, it was not the principal aim to model real-life networks.

In the past decades, real-world examples such as the Internet, social networks, collaboration networks, and the World-Wide Web, have attracted enormous attention, and the empirical findings have shown fascinating features: Many real networks are small worlds, in the sense that most pairs of vertices are connected by relatively short paths. For social networks, this is popularized by the phrase 'Six degrees of separation'. More remarkable, many real networks are scale free, which means that the number of vertices of degree k is approximately proportional to $k^{-\tau}$ for some $\tau > 1$. Since classical random graphs do not have both these features, the empirical findings have initiated the study of rather different random graph models. The empirical findings also attracted a wider community to the study of random graphs, consisting of theoretical physicists, mathematical statistical physicists, theoretical biologists and probabilists, each contributing their own sets of paradigms and techniques, as well as their own level of rigor. As a result, the field is flourishing.

The book under review is the first survey of the results obtained before 2006, in the various models proposed for real networks, from a probabilistic point of view. The book also covers the study of random processes on random graphs. This topic is of interest, for example, due to the fact that diseases and computer viruses spread using the network topology of social or computer networks.

The book starts by giving an excellent introduction to the empirical findings of real networks. This part is very nicely written, covering the many Nature and Science publications appearing around 2000, the claims that were made and how they ought to be taken with a grain of salt. The book continues to cover the main results in various random graph models, including the Erdős-Rényi random graph, but also the more recent random graph models for scale-free networks, such as the configuration model, inhomogeneous random graphs and preferential attachment models. The author focuses on the connectivity properties of the random graphs involved (e.g., the size of the largest connected component), distances in these random graphs, and the behavior of random walks and other stochastic processes on them. The author can be recommended for his choice of the relevant papers in the area, as well as for the enthusiasm which is apparent when reading the material. Many of the interesting problems still open in 2006 have been explicitly written down, which shall be a source of inspiration for the random graphs community.

A few notes of caution. The field of random graphs moves at incredible speed, and thus any book written on the subject is bound to be incomplete and to become outdated quickly. Writing a book on random graphs is like trying to shoot a moving target, but this should not refrain one from trying! The fact that the field moves fast is also apparent in the book, as many of the conjectures have been proved in the mean time (for example, the conjecture on page 6, which is reformulated as Conjecture 3.3.1 on page 82, has been solved by Svante Janson). Further, I found some proofs to be on the quick side and would have welcomed more details occasionally. Finally, not all typos have been removed from the text during the final editing. *Remco van der Hofstad*