

Gunther Cornelissen

Universiteit Utrecht
 Mathematisch Instituut
 Postbus 80.010
 3508 TA Utrecht
 g.cornelissen@uu.nl

Boekbespreking The Princeton Companion to Mathematics

Waardig gezelschap aan de koffietafel

Alweer een encyclopedisch werk over wiskunde, klaar om snel te verouderen en ongebruikt in de kast te staan? Internet is immers sneller en meer up-to-date. De Princeton Companion probeert het net ietsje anders te doen. Wiskundig veelvraat Gunther Cornelissen test het boek.

Op mijn werkkamer staat een gammal IKEA-tafeltje naast het espressotoestel. Dit is de 'koffietafel'. Er ligt een stapel papier op, hoofdzakelijk stukjes 'What is a ...?' gescheurd uit de Notices van de American Mathematical Society, preprints van het ArXiv, en algemene stukjes over wiskunde waar ik graag een indruk van wil krijgen. Nog erger is de dikke map met label 'Ex-koffietafel' in de kast: het merendeel van de papieren verdwijnt hier natuurlijk ongelezen in. Helaas. Als ik op pensioen ga neem ik dit mee naar het spreekwoordelijke eiland.

Nu ligt het vuistdikke, duizend pagina's tellende *The Princeton Companion to Mathematics* thuis naast de kerstboom, een 'cadeautje' van de boekenredactie. Ik begon eraan met gezonde scepsis ten opzichte van al dit soort encyclopedische werken, vooral in tijden van google, wikipedia, scholarpedia, etc [1]. Maar een boek is nog wat anders dan internet. Stel dat er geen stroom is, dan kun je wel nog lezen, desnoods bij kaarslicht.

Dit soort boeken kan nooit zo allesomvattend zijn als Diderot en d'Alembert het bedoelden, en zelfs beperkt tot de wiskunde is het onbegonnen werk. De twee Japanse volumes *Encyclopaedic Dictionary of Mathematics* [2] heb ik wel eens zinvol gebruikt voor een definitie — het zijn zoals de naam aangeeft een soort woordenboeken, consistent in verzamelingenleer-taal geschreven. In het Hazewinkel-project [3] vind ik nooit wat ik zoek; en ook al is de Russische *Encyclopaedia of Mathematical Sciences* van Springer natuurlijk fantastisch (ik heb er enkele volumes

van gekocht), het is toch een reeks monografieën in plaats van een coherent naslagwerk [4].

Dit boek

Het hier besproken boek, onder hoofdredactie van Fields-medailist Timothy Gowers, ook bekend van het boekje over wiskunde in de reeks 'Very short introductions' van Oxford University Press, blijkt een aangename verrassing [5]. De redacteurs kennen precies de bezwaren hierboven en hebben een ander soort boek gemaakt. Het is de betere versie van mijn ex-koffietafel-map, en dat bedoel ik heel positief.

De doelgroep is duidelijk de onderzoekswiskundige. Het niveau en de taal zijn hedendaags en de informatie is up-to-date (ca. 2005).

Een keur aan grote namen heeft artikelen van een kolom tot een paar bladzijden geschreven over grote gebieden en resultaten in de wiskunde. En het werkt, want de meeste stukjes ademen bij het lezen de volgende sfeer uit: het is alsof je naar een expert bent toegestapt, hebt gezegd: "leg me dit uit, maar let op: ik weet niets". De expert stapt naar zijn krijtbord en legt het je uit, door met een eenvoudig voorbeeld te beginnen, de achtergrond uit te leggen, een niet-technische formulering te kiezen, etc.

Je wilt bijvoorbeeld weten wat Mostow-rigiditeit is. Artikel V.23 van David Fisher legt het in twee bladzijden uit. Of het P versus NP -probleem: een deel van IV.20 'Computational Complexity' door Oded Goldreich en Avi Wigderson geeft een formulering die meteen te begrijpen is (weliswaar in 29 pagina's, maar dan meteen veel meer dan P vs. NP , nu weet ik ook wat een 'Zero knowledge proof' is).

Natuurlijk werken niet alle artikelen op deze manier — daardoor zijn er teveel auteurs en dus veel verschillende smaken —, maar tot mijn verrassing de meeste wel. De kwali-

teit van de gekozen auteurs zegt ook wel wat.

Ik durf zelfs te beweren dat dit boek in traditionele zin een 'koffietafelboek' kan zijn. Er staan weliswaar geen mooie kleurenplaatjes in, maar voor wiskundigen is er veel te blade- ren: even een stukje lezen, een formule bekijken. Een mooi panorama.

De uitgevers weten dat ze niet de hele wiskunde kunnen afdekken, en dus hebben ze keuzes gemaakt. Zo is 'toegepaste wiskunde' ondervertegenwoordigd. Daarvoor in de plaats is er dan wel weer deel VII over 'The Influence of Mathematics', dat o.a. gaat over chemie en biologie, wavelets, cryptografie, financiële wiskunde en muziek. En er is een mooi overzichtsstuk over numerieke wiskunde waarin van der Vorst niet ontbreekt.

Maar zelfs de zuivere wiskunde past niet in duizend pagina's. De keuzes die dan worden gemaakt zijn duidelijk beïnvloed door de wiskundige omgeving van Gowers, grofweg de Fieldsmedailles en Nevanlinna-prijzen van de afgelopen decennia.

Bijvoorbeeld: geen Kolmogorov-Arnold-Moser theorie in het boek. Bij 'dynamica', een mooi stuk van Bodil Branner, ligt de nadruk op complexe dynamica à la Lyubich, McMullen, etc.

Bij 'Logic and Model Theory' van David Marker gaat het duidelijk richting onbeslisbaarheid, stabiliteitstheorie en ω -minimaliteit. Als je in dit boek 'Lattices' zoekt, dan kom je op allerlei roosters terecht (elliptische krommen, het Leechrooster), niet bij traliëtheorie.

Nog een overduidelijke keuze: bij het artikel over partiële differentiaalvergelijkingen (PDE) en andere stukken analyse komt steeds de Ricci-stroom aan bod. Ik denk niet dat dit een paar jaar geleden zo prominent aanwezig zou zijn geweest.

Opbouw

De opbouw van het boek is wat onconventioneel. Het is niet gewoon een alfabetische lijst

Stellingen en problemen in deel V

- The ABC Conjecture
- The Atiyah-Singer Index Theorem
- The Banach-Tarski Paradox
- The Birch-Swinnerton-Dyer Conjecture
- Carleson's Theorem
- The Central Limit Theorem
- The Classification of Finite Simple Groups
- Dirichlet's Theorem
- Ergodic Theorems
- Fermat's Last Theorem
- Fixed Point Theorems
- The Four-Color Theorem
- The Fundamental Theorem of Algebra
- The Fundamental Theorem of Arithmetic
- Gödel's Theorem
- Gromov's Polynomial-Growth Theorem
- Hilbert's Nullstellensatz
- The Independence of the Continuum Hypothesis
- Inequalities
- The Insolubility of the Halting Problem
- The Insolubility of the Quintic
- Liouville's Theorem and Roth's Theorem
- Mostow's Strong Rigidity Theorem
- The P versus NP Problem
- The Poincaré Conjecture
- The Prime Number Theorem and the Riemann Hypothesis
- Problems and Results in Additive Number Theory
- From Quadratic Reciprocity to Class Field Theory
- Rational Points on Curves and the Mordell Conjecture
- The Resolution of Singularities
- The Riemann-Roch Theorem
- The Robertson-Seymour Theorem
- The Three-Body Problem
- The Uniformization Theorem
- The Weil Conjectures

van lemmata.

Na de inleiding volgt in deel II een historisch stuk van circa honderd pagina's; voor zover ik kan beoordelen competent geschreven, door geschiedenis-coryfeeën als Jeremy Gray en Karen Hunger Parshall.

In deel III staan 'Mathematical Concepts' zoals Categories, Distributions, Hilbert spaces, *K*-theory (een rondit teleurstellende halve kolom), Modular forms, Quantum computation.

Deel IV is het meest volumineus (350 pp.), en heet 'Branches of Mathematics', en dit lijkt wat op de artikelen in de oude Duitse 'Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften

mit Einschluß ihrer Anwendungen' van Klein-Meyer-Weber [7], met langere artikelen die een inleiding vormen tot Algebraic Topology (Burt Totaro), Moduli Spaces (David Ben-Zvi), PDE (Sergiu Klainerman). Voor de bijna onmogelijke stukken Mirror Symmetry en Vertex Operator Algebras zijn respectievelijk Eric Zaslow en Terry Gannon aangetrokken, die zich in elk geval de moeite getroosten eerst even de natuurkunde uit te leggen. François Le Gall doet stochastische processen, en Gordon Slade percolatie. Het zijn niet alleen de toppers van het veld, maar ze doen ook echt hun best om het 'up to date' uit te leggen. Ik heb zoals hierboven beschreven de indruk dat de meeste auteurs doen of ze me tegenkomen bij de koffieautomaat en 'even' hun vakgebied gaan uitleggen. Het zijn doorwrochte stukken die doen of ze spontaan zijn.

Deel V heet 'Theorems and Problems' en is vijftig pagina's lang snoepen. Kijk bijvoorbeeld eens naar 'Ergodic Theorems' van Vitaly Bergelson. In het kader staat de lijst met onderwerpen van dit deel.

In deel VI staat een overzicht van belangrijke wiskundigen. Omdat hier voornamelijk biografische gegevens en grote resultaten worden verschaft, had wat mij betreft dit deel gerust uit het boek gekund, hiervoor is echt genoeg alternatief op internet en elders. Een positieve uitzondering is het artikel over Descartes van onze eigen Henk Bos, die erin slaagt zijn eigen boek over de Géometrie (en de misvattingen daarover) in twee bladzijden samen te vatten.

Een grappig stukje van het boek staat aan het eind van deel VIII ('Final Perspectives', 50 pp.): advies aan jongere wiskundigen door zulke goden als Atiyah en Connes. Ik zal het niet verklappen.

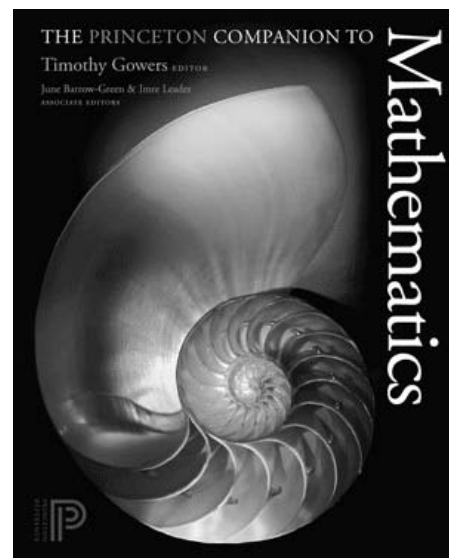
Conclusie

Het boek is in het algemeen heel grondig gecontroleerd en ik kon weinig fouten vinden. Een leuke is op de laatste bladzijde van het boek, waar de opmerking "profoundly

reshaped much of algebraic number theory" bij het kopje 'Non-standard Analysis' staat in plaats van bij het Langlands-programma, waar het hoort. Op de blog van Gowers worden dit soort uitschuivers opgesomd, helaas niet in een handige lijst, maar gewoon tussen de andere posts.

Dit boek ga ik niet verticaal in de kast zetten, maar nog lang op mijn koffietafel laten liggen. Nu maar hopen dat de gammele pootjes de bijna drie kilo kunnen dragen. Zo heb ik nog iets leuks over als straks mijn espressomachine om brandveiligheidsredenen is geconfisqueerd en de computer het niet doet door Kwaliteitsverbeterende Centralisatie der Diensten.

Zoals het een compagnon behoort, staat hij ons bij in barre tijden, en voor de prijs hoeft U de aanschaf zelfs in deze zogenaamde crisistijden niet te laten.



The Princeton Companion to Mathematics, Timothy Gowers (ed.), June Barrow-Green en Imre Leader (ass. eds.), 1034pp., Princeton University Press (2008), ISBN 978-0-691-11880-2, prijs: \$99. Webpagina: <http://press.princeton.edu/titles/8350.html> Blog van Gowers: <http://gowers.wordpress.com>

Noten

- 1 Typische veelgebruikte bronnen: www.google.com, www.wikipedia.org, www.scholarpedia.org, mathworld.wolfram.com, www-history.mcs.st-and.ac.uk.
- 2 Nieuwe uitgave bij M.I.T. Press (2 vol. pbk.), K. Ito (eds.), 2de ed., \$130, 2168 pp. (1993).
- 3 *Encyclopaedia of Mathematics*, gepubliceerd door Kluwer in 2000 in 10 delen, kostprijs ca. 2500 euro (vertaling van een Russisch werk), nu ook online: <http://eom.springer.de>.
- 4 *Encyclopaedia of Mathematical Sciences*, Springer Verlag, ca. 75 volumes, sommige in goed-

- kope(re) paperback; er is een soortgelijk werk (wat ik ervan heb gezien van lagere kwaliteit) met rode covers *Encyclopedia of Mathematics and its Applications* bij Cambridge University Press met ca. 140 volumes.
- 5 Ook lezenswaardig van Gowers: 'Does mathematics need a philosophy?' in: Reuben Hersch (ed.), *18 unconventional essays on the nature of mathematics*, Springer Verlag, 2006. Gowers werkt nu aan 'The Tricky', een website waar men op problemen kan zoeken i.p.v. concepten (zoals in wiki). En wist U trouwens dat zijn vader

- er de componist is van de tune van de Sherlock Holmes reeks met Jeremy Brett?
- 6 Notices of the A.M.S. vol. 54, nr. 6, p. 694 (June 2007), www.ams.org/notices/200706/tx070600694p.pdf
- 7 Ca. 30 volumes werden gepubliceerd in het begin van de 20e eeuw.