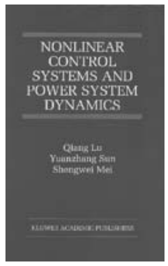
Boekbesprekingen

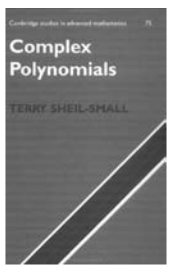
Book Reviews



Qiang Lu, Yuanzhang Sun en Shengwei Mei
Nonlinear Control Systems and Power System Dynamics
Boston : Kluwer Academic Publishers, 2001
400 p., prijs €197,90
ISBN 0-7923-7312-4

This book gives a comprehensive description of nonlinear control of electric power systems using techniques from nonlinear control theory. In the first part of the book, basic concepts from differential geometry needed for nonlinear control theory are given. In the next part design principles for nonlinear control systems are outlined. Subsequently, basic mathematical models for electric power systems are described, and, finally, in the last part of the book, the principles from nonlinear control theory developed in the previous chapters are applied to various power system control designs.

The book is essentially self-contained and can be used as a text for senior undergraduate or graduate engineering students as well as control theory researchers who are interested in applications of modern nonlinear control theory to practical engineering control designs. Since the mathematics that is used is explained in the initial chapters, the book should be particularly useful for engineering students who might find other books in nonlinear control theory abstruse and devoid of practical applications. However, the authors could have taken better care in avoiding the various grammatical errors that have crept into the book. This is perhaps the only major shortcoming of the book. In addition, at several places the book is mathematically sloppy and the choice of mathematical notation could have been improved. However, the book is unique and is useful, since it is one of the few that attempt to bridge the gap between the abstract theorems and their engineering implementation. *Amol J. Sasane*

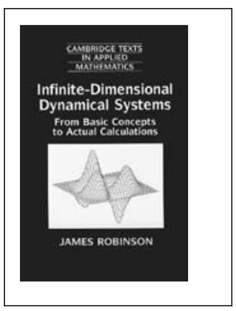


T. Sheil-Small
Complex polynomials
Cambridge Studies in Advanced Mathematics, no. 80
Cambridge : Cambridge University Press, 2002
428 p., prijs £ 80.00
ISBN 0-521-40068-6

Dit boek gaat over veeltermen in een of twee variabelen met reële of complexe coëfficiënten, of zoals de analytisch georiënteerde auteur het uitdrukt, over 'veeltermen in het vlak met nadruk op de meetkundige theorie'. De auteur heeft gekozen voor het behandelen van de theorie der veeltermen met veelal complexe coëfficiënten in een variabele aan de hand van een aantal beroemde opgeloste of onopgeloste vermoedens. Naar mijn mening is hij daarin uitstekend geslaagd: de gekozen onderwerpen zijn boeiend, uitdagend en spreken tot de verbeelding. Bovendien is het boek toegankelijk voor een breed publiek. Na de behandeling van de nodige fundamentele zaken (waaronder een mini-cursus in to-

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
e-mail: wgreview.win@tue.nl

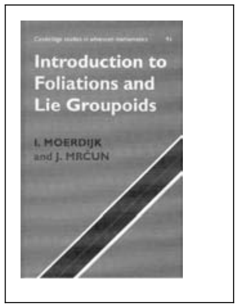
pologie van het vlak) wordt in het derde hoofdstuk begonnen met het eerste vermoeden, het Jacobi vermoeden in dimensie twee. De auteur bewijst een aantal (bekende) speciale gevallen met behulp van de in het eerste hoofdstuk beschreven theorie der asymptotische waarden. Ook gaat hij uitvoerig in op de meetkundige kant van het bekende tegenvoorbeeld van Pinchuk voor het reële Jacobi vermoeden. Na dit uitstapje wordt begonnen met het echte werk: de studie van convoluties en convolutie operatoren, een van de hoofdthema's van dit boek. Hoogtepunten in deze studie zijn het werk van Suffridge over polynomen waarvan de nulpunten op de eenheidscirkel liggen en gescheiden zijn door een gegeven minimale afstand, werk van de auteur dat leidde tot de oplossing van het beroemde Polya-Schoenberg vermoeden (dat zegt dat de convolutie van twee convex univalente afbeeldingen van de eenheidsschijf weer convex univalent is) en de stelling van Grace. Deze laatste is een opmerkelijke generalisatie van de bekende stelling van Gauss-Lucas die zegt dat de kritieke punten van een complex polynoom (in een veranderlijke) in het convexe omhulsel van de nulpunten van dat polynoom liggen. In dit kader wordt ook het veertig jaar oude nog onopgeloste vermoeden van Ilieff-Sendov besproken: zij P een veelterm wiens nulpunten in de gesloten eenheidsschijf rond nul liggen, dan ligt er bij ieder van deze nulpunten een kritiek punt van P op een afstand ten hoogste 1. Dit vermoeden werd in 1999 bewezen voor alle veeltermen met graad kleiner dan of gelijk aan 8. Andere vermoedens die onder meer besproken worden, zijn het door de auteur in 1988 opgeloste vermoeden van Wiman uit 1911 en een nog open vermoeden van Smale uit 1981. Zoals reeds opgemerkt, een aardig en helder geschreven boek met veel verrassende en technisch diepgaande resultaten, dat desondanks goed toegankelijk is voor een breed publiek. *A. van den Essen*



J.C. Robinson
Infinite-Dimensional Dynamical Systems: An Introduction to Dissipative Parabolic PDEs and the Theory of Global Attractors
Cambridge Texts in Applied Mathematics, 28
Cambridge : Cambridge University Press, 2001
480 p., prijs £31.99, ISBN 0-521-63564-0

The main purpose of this book is to understand the solution of some special partial differential equations including reaction diffusion equations and the famous Navier-Stokes equation. Before treating those infinite dimensional dynamical systems, the author gives a nice and complete overview of functional analysis. The notions of Banach space and Lebesgue measure are introduced as well as ordinary differential equations. Many of the needed tools from analysis to treat partial differential equations are presented. Part I ends with Sobolev spaces and distributions.

After this first part, the book is less classical in the academic sense and becomes more advanced. The second part deals with existence and uniqueness criteria for some partial differential equations. A dynamical systems approach is given in the third part, which is devoted to the study of the topological structure of global attractors. In a similar vein, the link between partial differential equations and ordinary differential equations is presented. Some particular solutions are stable in the Lyapounov sense. Therefore any nearby solution will accumulate to this special solution and the closure of this special orbit is called an attractor. For partial differential equations, such attractors are related with special sets called absorbing sets. *V. Naudot*



K.C.H. Mackenzie
General Theory of Lie Groupoids and Lie Algebroids
London Mathematical Society Lecture Note Series, 213
Cambridge : Cambridge University Press, 2005
501 p., prijs £50.00
ISBN 0-521-49928-3

I. Moerdijk en J. Mrčun,
Introduction to Foliations and Lie Groupoids,
Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 91
Cambridge : Cambridge University Press, 2003
173 p., prijs č35.00
ISBN 0-521-83197-0

"It is fashionable among mathematicians to despise groupoids and to consider that only groups have an authentic mathematical status, probably because of the pejorative suffix oid." Niettemin zijn het juist topwiskundigen die groepoïden tijdens de afgelopen decennia op de kaart hebben gezet. Alain Connes (van wie het bovenstaande citaat afkomstig is) gaf ze een centrale rol in zijn niet-commutatieve meetkunde als generalisaties van equivalentierelaties, Alexander Grothendieck gebruikte groepoïden al eerder op soortgelijke wijze in de algebraïsche meetkunde ("The idea of making systematic use of groupoids (...) however evident as it may look today, is to be seen as a significant conceptual advance, which has spread into the most manifold areas of mathematics. (...) In my own work in algebraic geometry, I have made extensive use of groupoids - the first one being the theory of the passage to quotient by a 'pre-equivalence relation' (which may be viewed as being no more, no less than a groupoid in the category one is working in, the category of schemes say)", en Alan Weinstein gaf door middel van het gebruik van groepoïden een geheel nieuwe draai aan de symplectische meetkunde. Ten slotte moet ook George Mackey hier genoemd worden, die herhaaldelijk wees op de rol van groepoïden in de representatietheorie.

Groepoïden generaliseren groepen, ruimten, groepswerkingen, en equivalentierelaties. De kortste definitie van een groepoïde is dat het een (kleine) categorie is waarin iedere pijl een inverse heeft, maar informeel gesproken duiken groepoïden overal op waar een zekere symmetrie herkenbaar is die niet door een groepsactie kan worden beschreven. Zo zegt Weinstein in mijn laatste citaat: "Mathematicians tend to think of the notion of symmetry as being virtually synonymous with the theory of groups and their actions. (...) In fact, though groups are indeed sufficient to characterize homogeneous structures, there are plenty of objects which exhibit what we clearly recognize as symmetry, but which admit few or no nontrivial automorphisms. It turns out that the symmetry, and hence much of the structure, of such objects can be characterized if we use groupoids and not just groups.

Toch was het tot voor kort moeilijk een goede introductie of standaardreferentie voor groepoïden aan te geven, met name één die speciaal inging op gladde (Lie) groepoïden; juist deze spelen een centrale rol in een aantal toepassingen (zoals die op de symplectische en de niet-commutatieve meetkunde). In deze lacune is nu op voortreffelijke wijze voorzien. Het boek van Kirill Mackenzie is zeer uitvoerig, bijna een levenswerk van de auteur (en heet dan ook *General theory*), terwijl de *Introduction* van Ieke Moerdijk en zijn voormalige promovendus Janez Mrčun juist kort en bondig is. Beide boeken zijn zo duidelijk en zorgvuldig geschreven dat de markt hiermee ook voorlopig verzadigd lijkt.

De nadruk ligt in beide boeken op de Lie theorie. Uit de groepentheorie kennen we de Lie functor, die een Lie groep overvoert in de bijbehorende Lie algebra. Een dergelijke functor is ook gedefinieerd in de wereld van Lie groepoïden en voert een Lie groepoïde G over in een zogenaamde Lie algebroïde $A(G)$. Dit is in eerste instantie een vector-bundel $A(G) \to M$ over dezelfde basisruimte (of objectruimte) M als de bijbehorende Lie groepoïde. Deze vector-bundel is echter verrijkt met een tweede afbeelding van $A(G)$ naar de raakbundel TM (het zogenaamde anker), alsmede door een Lie haakje op de ruimte van gladde sneden van $A(G)$. Het eenvoudigste voorbeeld is TM zelf, die in deze context dan wordt beschouwd als de Lie algebroïde behorend bij de zogenaamde paar-groepoïde $M \times M$ (die zelf weer de triviale equivalentierelatie op M is - dat wil zeggen ieder punt van M is equivalent met ieder ander punt - , waarbij M een gladde variëteit is).

Men kan ook beginnen met een Lie algebroïde A, en zich dan bijvoorbeeld afvragen of er een bijbehorende Lie groepoïde G bestaat zodanig dat $A \cong A(G)$. Dit integrabiliteitsprobleem blijkt, in tegenstelling tot het geval van Lie groepen (c.q. de derde stelling van Lie, bewezen door E. Cartan), niet altijd een oplossing te hebben. Mackenzie gaat zeer gedetailleerd in op het zogenaamde transitieve geval van dit probleem (waarbij het anker van de gegeven Lie algebroïde vezelgewijs surjectief is), dat voor een groot deel door hemzelf is opgelost in termen van een cohomologische obstructietheorie. Dit brengt ons tot het enige kritiekpunt op zijn boek, en wel dat de algemene oplossing van het integrabiliteitsprobleem door Crainic en Fernandes (*Ann. Math.*, 2003) slechts kort in een appendix wordt geschetst, waarbij zelfs het verband tussen deze algemene oplossing en die van het transitieve geval niet duidelijk wordt gemaakt.

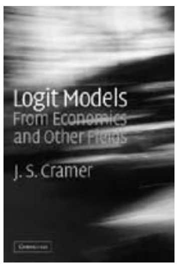
Dit defect wordt echter ruimschoots goed gemaakt door het feit dat Mackenzie een uitputtende beschrijving geeft van het (door Weinstein ontdekte) verband tussen Lie groepoïden, Lie algebroïden, en symplectische meetkunde. Dit verband kan als volgt worden samengevat: de coraakbundel T^*P van een gegeven Poisson variëteit P heeft een natuurlijke Lie algebroïde structuur. Indien T^*P integreerbaar is als Lie algebroïde, dan is de integrerende Lie groepoïde $G(P)$ tevens een symplectische variëteit, waarbij alle structuren op natuurlijke wijze compatibel zijn; men zegt dat $G(P)$ een symplectische groepoïde is. Een speciaal geval hiervan is $P = A^*(G)$, de kanonieke Poisson-structuur op de duale bundel van de Lie algebroïde $A(G)$ van een gegeven Lie groepoïde G. Deze is altijd integreerbaar, met T^*G als bijbehorende symplectische groepoïde. De theorie van symplectische groepoïden is zeer fraai, en heeft bovendien nog een generalisatie tot een theorie van Poisson groepoïden, waarvan de bijbehorende Lie algebroïden ook weer allerlei extra structuur erven die leidt tot het begrip Lie bialgebroïde. (Dit laatste is een generalisatie van een Lie bialgebra, die in de theorie van kwantumgroepen optreedt.) Ook dit onderwerp wordt door Mackenzie behandeld - maar dan is het boek ook uit.

Moerdijk en Mrčun hebben een andere focus, namelijk het verband tussen Lie groepoïden, Lie algebroïden, en foliaties. Ze beginnen zelfs met het laatste, om pas in hoofdstuk 5 (van zes) aan Lie groepoïden en algebroïden toe te komen. Een foliatie van een (gladde) variëteit M is het eenvoudigst te definiëren als een integreerbare subbundel E van de raakbundel TM (dat wil zeggen de commutator van twee sneden van E is opnieuw een snede van E), maar er zijn vele equivalente definities die ieder een zeker bestaansrecht hebben. Toepassing van de bekende stelling van Frobenius geeft bijvoorbeeld de integreerbaarheid van een foliatie in de zojuist gedefinieerde zin door bladen (deelruimten van M die gezamenlijk M vullen). Foliaties vormen een verrijking van de elementaire differentiaalmeetkunde en hebben ook toepassingen in de fysica, met name in de theorie van constraints zoals opgezet door P.A.M. Dirac. De auteurs gaan niet in op deze toepassing, maar concentreren zich op de zuivere wiskunde, waar dan ook genoeg te halen valt. Ondanks de compacte en elementaire behandeling van de theorie wordt op dat vlak een lovenswaardige diepgang bereikt.

Zo worden de stabiliteitsstellingen van Ehresmann en Reeb (waarmee de foliatietheorie in feite begon) en de verfijning daarvan door Thurston uitvoerig uitgelegd; dergelijke resultaten geven onder bepaalde aannamen een lokale of zelfs globale beschrijving van foliaties waarvan de bladen rond een gegeven blad er hetzelfde uitzien. Deze stellingen vormen de ideale context om begrippen als holonomie en stabiliteit uit te leggen, en geven de auteurs tevens aanleiding om de (quotiënt)ruimte van bladen van een foliatie te beschrijven in het speciale geval dat deze een zogenaamde orbifold is (in het algemeen is de bladenruimte nog aanzienlijk singulierder). Ook de klassieke stellingen van Haefliger en van Novikov komen aan bod; deze zeggen respectievelijk dat er geen analytische foliaties van S^3 zijn met codimensie 1 en dat onder milde aannamen een foliatie met codimensie 1 van een willekeurige compacte variëteit van dimensie 3 een compact blad heeft (dit lijkt misschien voor de hand te liggen, maar één dimensie lager is het zeer eenvoudig een foliatie van de torus op te schrijven waarin ieder blad isomorf is met $\mathbf{R}$).

Na een hoofdstuk over Riemannse foliaties (je kunt de structuur van een foliatie uiteraard combineren met de meeste bekende structuren uit de differentiaalmeetkunde) komt dan eindelijk het verband tussen Lie groepoïden, Lie algebroïden, en foliaties aan bod. Dit verband is in eenvoudigste vorm als volgt: de bovengenoemde subbundel E van TM is op de voor de hand liggende manier een Lie algebroïde over M, en kan worden geïntegreerd tot een Lie groepoïde. Deze integrerende groepoïde is (net als voor Lie groepen) niet uniek; belangwekkend zijn vooral de zogenaamde holonomie-groepoïde (die in het werk van Connes een grote rol speelt) en de monodromie-groepoïde. Deze objecten coderen globale kenmerken van de foliatie die niet zonder meer uit E af te lezen zijn, en vormen de basis voor de constructie van topologische invarianten van de foliatie. Tevens kunnen constructies rond de foliatie zelf vaak worden vertaald in elegantere constructies op het niveau van de bijbehorende Lie groepoïden; zo correspondeert de beschrijving van een foliatie in termen van een zogenaamde transversaal met het vervangen van (bijvoorbeeld) de holonomie-groepoïde door een eenvoudigere (vaak étale) groepoïde die daar in een geschikte zin equivalent mee is. De onderliggende theorie van (Morita) equivalentie van Lie groepoïde wordt uitvoerig uiteengezet; deze theorie heeft overigens vele andere toepassingen, bijvoorbeeld op het probleem van de functorialiteit van kwantisatie.

De voorkennis voor beide boeken bestaat uit standaard differentiaalmeetkunde, voor sommige stukken aangevuld met enige algebraïsche topologie. Daarmee gewapend kan men ze inderdaad van kaft tot kaft en met veel plezier en rendement lezen. Warm aanbevolen dus! *Klaas Landsman*



J.S. Cramer
Logit Models
From Economics to other Fields
Cambridge: Cambridge University Press, 2003
184 p., prijs £ 39,99
ISBN 0-521-81588-6

Logistische modellen worden frequent gebruikt in statistische analyses in met name de economische wetenschappen en zijn beschikbaar in veel statistische softwarepakketten. Logistische modellen zijn complementair aan de bekende lineaire regressiemodellen en voegen hieraan de mogelijkheid van dichotome c.q. polytome variabelen toe, zoals die vaak gebruikt worden om toestanden te beschrijven. Beide soorten regressiemodellen analyseren causale modellen die de relatie tussen onafhankelijke variabelen en afhankelijke variabelen beschrijven. Dit boek beschrijft de aan deze logistische modellen ten grondslag liggende *logit*-analyse en geeft een uitvoerige beschrijving van deze schattingstechniek. Het boek is dan ook zeer geschikt voor wat meer gevorderde studenten en onderzoekers.

Het boek is geïllustreerd met diverse praktijkvoorbeelden die op een overzichtelijke wijze zijn uitgewerkt. Een grote dataset, afkomstig uit een databestand van autobezit in Nederland, is ook via het internet beschikbaar om de methoden en technieken te kunnen toepassen en oefenen. Hoewel het accent ligt op economische modellen, is er toch ook veel aandacht besteed aan de toepassing van deze theorie in andere vakgebieden zoals biologie en de medische wetenschappen. Voor deze vakgebieden zijn varianten van de logit-modellen ontwikkeld.

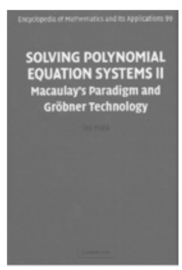
De auteur is gerenommeerd op het gebied van de probit- en logit-modellen en analyses. Dit boek is een geslaagde poging om de doelgroep van dit soort technieken te vergroten, maar ook om de toepassers van deze methoden inzicht te geven in toepassingen buiten hun eigen vakgebied. De opbouw van het boek is duidelijk: in de eerste hoofdstukken wordt de basis behandeld: het binaire model en de maximum likelihood schattingsmethode toegepast op het binaire logit-model. In de daarop volgende hoofdstukken wordt nader ingegaan op de kracht en mogelijkheden van de techniek, waarbij het eerder genoemde praktijkvoorbeeld tot in detail wordt uitgewerkt. Diverse varianten van het logit-model worden gepresenteerd. De auteur is erin geslaagd de schoonheid en kracht van het logit-model voor een geïnteresseerde lezer tot leven te brengen. *G.J.K. Regterschot*

T. Mora
Solving polynomial equation systems I
The Kronecker-Duval philosophy
Encyclopedia of Mathematics and its Applications, no. 88
Cambridge : Cambridge University Press, 2003
423 p., prijs £ 75.00
ISBN 0-521-81154-6

Dit boek gaat over veeltermen, algebraïsche getallen en lichaamsuitbreidingen vanuit algoritmisch standpunt. Naast de standaardonderwerpen uit de Galois theorie vindt men dan ook allerlei zaken die van belang zijn als men een en ander in een computeralgebrapakket wil realiseren. Bijvoorbeeld Sturm rijen die kunnen dienen om verschillende wortels van een polynoom in een reële inbedding te onderscheiden. Het gaat de auteur er niet om te laten zien wat de computer vermag. Liever legt hij principes uit, bijvoorbeeld aan de hand van de manier waarop Gauss de vergelijking $x^{19} - 1 = 0$ oplost. Hij praat graag over de klassieken, en alles gaat in de ik-vorm.

Voor een cursus staat er veel bruikbaars in het boek. Voor zelfstudie is het iets minder geschikt. Daarvoor heeft de auteur te weinig discipline. Hij begint al twee uitbreidingslichamen te snijden voordat we hebben gezien hoe ze in een gezamenlijke uitbreiding gestopt kunnen worden. Dat moet toch echt eerst gebeuren. Hij klaagt dat transfiniete inductie uit de mode is, maar neemt aan dat de lezer weet dat elke verzameling een wel-ordening heeft. Helemaal gek wordt het als we op pagina 191 lezen dat $\mathbf{Q}[\sqrt{2}]$ twee lichaamsstructuren heeft, eentje met $\sqrt{2}$ positief, eentje met $\sqrt{2}$ negatief. Gezien de rest van het verhaal is evident dat hij dit zelf niet denkt, maar het staat er toch maar. Ook op pagina 170 heeft hij een black-out: elk perfect lichaam van positieve karakteristiek zou eindig zijn.

Voor een wiskundeboek bevat de tekst ongebruikelijk veel commentaar. Het wordt in ieder geval goed duidelijk waar de auteur heen wil. Het verhaal is interessant. Een aanwinst voor de eigen boekenplank. *Wilberd van der Kallen*



T. Mora
Solving Polynomial Equation Systems II
Macaulay's Paradigm and Gröbner Technology
Encyclopedia of Mathematics and its Applications, No. 99, Cambridge : Cambridge University Press, 2005, 759 p., prijs £ 90,00
ISBN 0-521-81156-2

Dit is deel twee van een trilogie. Het is kennelijk mogelijk om meer dan 750 pagina's te vullen over Gröbnerbases en wat daarom heen zit. Het gaat dus om het rekenen met de computer aan stelsels van veeltermvergelijkingen en algemener het rekenen aan de bijbehorende idealen in veeltermringen. De auteur laat graag merken dat hij zijn literatuur kent. Ook Duitstalige, want hoe kom je anders aan rare woorden als subvectorspace en vectorsubspace. De uitgever weet toch beter, maar vond het manuscript kennelijk ook te lang om er echt naar te kijken. Wellicht dat sommige specialisten in de computeralgebra bereid zijn het geheel door te ploegen, maar anderen zullen volstaan met wat grasduinen. Het is natuurlijk wel aardig om eraan herinnerd te worden dat Noethernormalisatie bij vader Max hoort, niet bij Emmy. Ook de inhoudsopgave is wel nuttig. Maar om thuis te raken in het onderwerp zijn er veel betere boeken. Boeken die niet zo nodig een persoonlijk stempel willen drukken en die een index hebben die uitgebreid genoeg is dat je niet al het voorgaande hoeft te checken om te weten waar de schrijver het over heeft. Niet dat je er daarmee bent. Je moet ook nog flink vooruit lezen. Kortom, het is slecht georganiseerd, maar er staat natuurlijk wel iets in.

Wilberd van der Kallen

B. Bonnard, M. Chyba

Singular Trajectories and their Role in Control Theory

Mathématiques et Applications, Vol. 40
Berlijn : Springer Verlag, 2003
373 p., prijs €69,50
ISBN 3-540-00838-5

The contents and aims of this book are convincingly explained in its Preface. Given a (nonlinear) control system $\dot{x} = f(x,u)$, with the state x taking value in an n-dimensional manifold, and the control vector $u \in U \subset \mathbf{R}^m$. Consider the *end-point mappings* $E : u(\cdot) \mapsto x(T, x_0, u)$ where $x(T, x_0, u)$ denotes the state at some fixed time $T > 0$ resulting from applying the control function $u(\cdot)$ to the control system, starting from a fixed initial state x_0 at time 0. The singularities of this mapping are called the *singular trajectories* of the control system.

These singular trajectories crucially show up in at least three instances: (1) The singular trajectories are candidate minimizers for the *time-optimal control problem* of steering the system to a desired end-point in a minimal amount of time. The singular trajectories are parametrized by the Pontryagin Maximum Principle applied to the time optimal control problem. (2) The singular trajectories are the *abnormal extremals* of optimal control problems for the control system. Indeed, the optimal control problem can be seen as minimizing a cost functional over the set of all possible system trajectories, with the singular trajectories being the singular points of this set. A particular example of this case is provided by sub-Riemannian geometry. (3) The singular trajectories remain the same when applying a general state feedback to the control system. Hence they are invariants under the action of the *feedback group*. It turns out that the singular trajectories can be used to generate a *complete* set of invariants. In particular, with the aid of singular trajectories one may compute invariants for the classification of *distributions*.

The book brings together a wealth of results on the topic of singular trajectories and its applications, which for a large part was scattered up to now throughout the literature. Hence the book serves as a very valuable source of information for every researcher interested in these and related areas.

Generally speaking, the book is well-accessible. The goals of the individual chapters and sections are stated clearly. Also, the book contains a large number of useful exercises at the end of every chapter. On the other hand, the present reviewer feels that as a textbook the book exhibits some flaws. First, there is occasional sloppiness in the notation. For example, in Proposition 8 the time-invariant linear system is denoted as $\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$ and on p. 67 suddenly the alternative notation $[\vec{F}, \vec{G}] = \vec{G} \circ \vec{F} - \vec{F} \circ \vec{G}$ for the Lie bracket shows up. The English of the book sometimes would have benefited from a closer inspection (cf. "In 1963 was published given an example" on p. 82, "It has in some extend slopped the post-war research in this area" on p. 233). Also its mathematical contents, although generally of an admirable quality, could be improved at some points (e.g. the proof of Proposition 2 does not appear correct, while there are much better, — and more constructive —, proofs for Proposition 8 available in the literature).

Summarizing, the book is a very welcome and useful addition to the literature, especially as a research monograph and source of information and inspiration.

A.J. van der Schaft

P. Erdös, J. Surányi

Topics in the Theory of Numbers

Undergraduate Texts in Mathematics
Berlijn: Springer Verlag, 2003
305 p., prijs €56,66
ISBN 0-387-95320-5

De eerste editie van dit boek verscheen in 1959 in het Hongaars. Volgens het voorwoord was het boek gedurende vele jaren voor veel Hongaarse wiskundigen hun 'eerste wiskundige inspiratie', en met nauwelijks verholen trots vermelden de auteurs dat het boek uit veel bibliotheken verdween. In 1995 verscheen de tweede Hongaarse editie, uiteraard flink uitgebreid. De nu besproken uitgave is de Engelse vertaling van de tweede editie, in 2000 uitgegeven in de serie *Undergraduate Texts in Mathematics* van Springer.

Het boek geeft een inleiding tot de elementaire getaltheorie, en beoogt geschikt te zijn voor onderbouwstudenten met weinig voorkennis. Dat elementaire karakter van de inhoud van het boek zit hem deels in de keuze van de onderwerpen (deelbaarheid, congruenties, rationale getallen en benaderingen, meetkundige methoden, priemgetallen, getallenrijen, diophantische problemen en arithmetische functies, maar bijvoorbeeld geen analytische of algebraïsche getaltheorie). Maar ook de benadering van de stof is elementair: van vrijwel alle gepresenteerde resultaten wordt een volledig en elementair bewijs gegeven, dat zonder veel voorkennis te volgen is. 'Elementair' betekent in dit boek echter niet 'makkelijk'. Een bepaalde wiskundige rijpheid is hier en daar wel nodig om de redeneringen te volgen en triviaal geachte redeneerstappen zelf in te voegen. Voor Nederlandse onderbouwstudenten lijkt het me best een pittig boek. Er zijn veel opgaven, waarvan de moeilijkere met hints.

Veel boeken die een inleiding in de elementaire getaltheorie presenteren, lijken op een bepaalde manier op elkaar. Dit boek is wel apart. Het bevat een heleboel resultaten die in veel andere elementaire boeken niet staan (een willekeurig voorbeeld: overdekkende stelsels congruenties), en het verhaal bewandelt niet altijd de traditionele weg (bijvoorbeeld: diophantische approximatie wordt behandeld zonder kettingbreuken zelfs maar te noemen). Dat maakt het een verfrissend boek.

De auteurs hebben niet de bedoeling veel aan toepassingen te doen, en dat is natuurlijk legitiem. Wel noemen ze de meest in het oog springende moderne toepassing: het RSA-cryptosysteem. Jammer is dat ze daar wel wat laten liggen. De term 'RSA' en de naamgevers Rivest, Shamir en Adleman worden niet genoemd, waar de auteurs verder wel erg zorgvuldig zijn in het toeschrijven van resultaten aan de juiste personen. Net zo jammer is het dat ze als factorisatiemethode alleen (varianten op) het proberen van alle mogelijke priemdelers lijken te kennen, terwijl de theorie van factorisatie sinds de eerste editie van dit boek bepaald niet heeft stilgestaan.

Ik heb het boek met veel plezier gelezen, en kan het iedereen die getaltheorie leuk vindt (of wil gaan vinden) aanraden. Ook kan ik het aanraden om het boek aan te raden aan studenten. En als u het uit de bibliotheek leent, niet vergeten terug te brengen... *Benne de Weger*

J. Banks, V. Dragan, A. Jones

Chaos, a Mathematical Introduction

Australian Mathematical Society Lecture series 18
Cambridge: Cambridge University Press, 2003
prijs £31,99, 294 pp., ISBN 0-521-53104-7

The dynamical systems discipline deals with time evolutions. It yields models for all kinds of evolution in physics (e.g., mechanics), ecology, economy, meteorology, etc., and also provides a background language. A few popular terms in this respect are: chaos, strange attractor, dimension, Lyapunov exponent. It is seductive to use this language quite heuristically. This is partly due to its direct geometrical nature and to the fact that many things can be easily illustrated on personal computers. Related to this is the fact that many physicists, biologists, etc., have taken part in the conversation. Historically, they have even often taken the lead. Here, I am referring to people like Edward Lorenz, Robert May, Michel Hénon, and David Ruelle, who all came from other disciplines during the 1960's and 70's.

It is somewhat paradoxical that the mathematics of dynamical systems is not at all within easy reach of, say, bachelor students. A few basic ingredients are invariant manifolds, tangent bundles, fractal dimensions, ergodicity, topologies on function spaces, etc., while for computer simulations numerical mathematics is required. Be that as it may, already in the 1980's and 90's Bob Devaney's textbook *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems* (2nd ed., Addison-Wesley, 1989) was available, which focuses on low dimensional dynamics, also compared with Peitgen, Jürgens, and Saupe's *Chaos and Fractals, New Frontiers of Science* (Springer-Verlag, 1992). The first part of Devaney's book deals with dynamical systems generated by iteration of maps of the interval, with an 'easy' interpretation in terms of population dynamics. The idea is to avoid the topological and measure theoretical difficulties mentioned before. A general disadvantage of such an approach is that the links with the other sciences are rather invisible.

The book under review is written especially for university students majoring in mathematics, in particular for strong second to average third year students in the Australian curriculum. The book is based on Devaney's. The first chapters only require one-variable calculus, but later chapters require more of an analysis background, as well as the ability to write simple proofs, understand properties of numbers, mathematical induction, composite functions, etc. The authors share the experience with many of us that students often lack the mathematical maturity to write or understand simple proofs. The book explicitly addresses these problems, especially when dealing with the Devaney definition of chaos, chaos on Cantor sets, etc.

The advantage of this set-up is that it is thorough and makes the connection with the rest of mathematics quite clear, both in method and in knowledge. In this way, although at a quite pedestrian pace, part I of Devaney's book is largely covered. Thus, I would recommend giving a course from this book, provided that a follow-up (master) course is available with a larger scope, reaching in the direction of, say, Stewart's *Does God play dice?* (Penguin Books, 1989). *H.W. Broer*

J. Matousek

Using the Borsuk-Ulam Theorem
Lectures on Topological Methods in Combinatorics and Geometry

Universitext
Berlijn: Springer Verlag, 2003 196 p., prijs €42,75
ISBN 3-540-00362-2

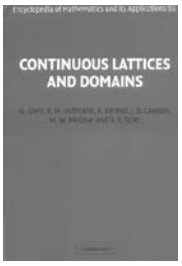
Neem eens aan dat je op elk punt van de aarde de temperatuur en druk kan meten. Dan kun je altijd twee antipodale punten vinden (*here and down under) waar zowel de temperatuur als de druk aan elkaar gelijk zijn. Dit is een direct gevolg van de stelling van Borsuk-Ulam:* bij iedere continue afbeelding f van de sfeer S^n in de euclidische ruimte $\mathbf{R}^n$ is er een punt x in S^n zódat $f(x) = f(-x)$.

Zoals bij de dekpuntstelling van Brouwer zijn er vele uitspraken die equivalent zijn met de stelling van Borsuk-Ulam, en waarbij de equivalentie ook redelijk eenvoudig is te bewijzen. Bijvoorbeeld, noem f van S^n in $\mathbf{R}^n$ antipodenbewarend indien $f(-x) = -f(x)$ voor alle x in S^n. De stelling van Borsuk-Ulam is equivalent met de uitspraak: *er bestaat geen antipoden-bewarende afbeelding* $f\colon S^n \to S^{n-1}$. Naast de topologisch getinte uitspraken is er ook een belangrijke combinatorische uitspraak die equivalent is met de stelling van Borsuk-Ulam, namelijk het nu volgende lemma van Tucker.

Zij T een triangulatie van de n-dimensionale volle bol B^n zódat de geïnduceerde verdeling op de rand ∂B^n symmetrisch is ten opzichte van O. Als nu λ een labeling van de hoekpunten van T is met de getallen $1,-1,\ldots,n,-n$ zódat $\lambda(-v) = -\lambda(v)$ voor ieder hoekpunt van T dat in ∂B^n ligt, dan is er een 1-simplex in T met de eigenschap dat zijn hoekpunten gelabeld zijn met tegengestelde getallen.

Dit alles wordt op heldere en vlotte wijze uiteengezet in de hoofdstukken 1 en 2, waarbij recht wordt gedaan zowel aan de topologische als aan de combinatorische methode. Het benodigde materiaal uit topologie en combinatoriek wordt zorgvuldig verzameld. Dan volgt een hoofdstuk over toepassingen: van ham-kaas-sandwich-stelling tot stellingen van Lovász-Kneser, Dol'nikov en Schrijver. Na een topologisch intermezzo in hoofdstuk 4, volgt er een hoofdstuk over $\mathbf{Z}_2$-afbeeldingen, de natuurlijke generalisatie van de antipoden-bewarende afbeeldingen. Deze theorie heeft onder andere toepassing bij het onderzoek naar de inbedbaarheid van polyhedra in euclidische ruimten (bijvoorbeeld de stelling van Van Kampen-Flores). In het laatste hoofdstuk wordt deze theorie uitgebreid tot G-ruimten, ruimten waarop een topologische transformatiegroep G werkt.

De opgaven in het boek zijn goed gekozen en instructief. Naast de literatuurlijst en uitbundige index zijn er een korte samenvatting van het boek en aanwijzingen voor enkele van de opgaven. Samenvattend, dit is een uiterst leerzaam, hoogst informatief, buitengewoon helder boek. *J.M. Aarts*



G. Gierz, K.H. Hofmann, K. Keimel, J.D. Lawson, M. Mislove, D.S. Scott
Continuous Lattices and Domains
Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 93
Cambridge: Cambridge University Press, 2003
591 p., prijs £ 90,00
ISBN 0-521-80338-1

In 1980, the same group of authors published *A Compendium of Continuous Lattices*. A few years later, the *Compendium* was out of print. Since then, many researchers in the fields of order theory, algebra, topology, topological algebras, analysis, and theoretical computer science have cited the *Compendium*, often owned only as a photocopy, as one of the most comprehensive references on continuous lattices.

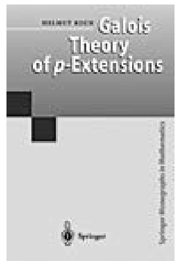
A continuous lattice is a partially ordered set such that every subset has a least upper bound (completeness) and every element can be approximated from below by other elements, in a suitable sense (continuity). For many applications in the area of computing, computability, and semantics of programming languages, the first of the above conditions was too strict, and has been generalized to directed completeness. Continuous directed completed partial orders are referred to as domains.

In this book, the authors succeed in presenting a new long-awaited edition of the *Compendium* containing the original information on continuous lattices reformulated and supplemented in the more general context of domains. Since the literature in this area has grown impressively over the last twenty years, the authors have given up their initial encyclopedic aspiration of the *Compendium*, and have dropped this word from the title of the new edition. The book comprises seven chapters and an introduction to order sets and lattices. The core chapters are Chapter II on the Scott topology, where the Hofmann-Mislove theorem is discussed as well as the Isabel topology for function spaces, and Chapter III on the Lawson topology, which is crucial in linking domains and continuous lattices to topological algebra (extensively treated in Chapters VI and VII). Domain equations for recursive data types, and powerdomains (including the probabilistic powerdomain construction) are discussed in Chapter IV. Almost unchanged with respect to the previous edition, but still excellent, is Chapter V, dealing with the spectral theory of lattices.

The book gives a rather complete picture of the mathematical foundations of the theory of continuous lattices from the concrete point of view of order theory, topology, and algebra, deliberately avoiding the abstraction of category theory. Applications of domains and continuous lattices in the areas of, e.g., logic, lambda-calculus, computational analysis, and semantics of programming languages are not treated in this book.

This excellent book is written with authority, is self-comprehensive, and comprises an extensive bibliography, including references to books, proceedings, articles, dissertations, and memos of the Seminar on Continuity in Semilattices. As with the *Compendium*, it will have considerable influence on all researchers in this area for many years to come. It may be useful for educational purposes, too, if it is complemented with a book with more exercises and more applications oriented to the course needs.

M.M. Bonsangue



H. Koch (vertaald door F. Lemmermeyer)
Galois Theory of p-Extensions
Springer Monographs in Mathematics
Berlijn: Springer-Verlag, 2002,
203 p., prijs €96,25, ISBN 3-540-43629-4

In 1969 schreef I.R. Shafarevich in het voorwoord van het boek *Galoissche Theorie der p-Erweiterungen* van Helmut Koch dat na 25 jaar ontwikkeling de tijd rijp was voor een systematische uiteenzetting van de algebraïsche theorie van p-uitbreidingen. Nu, een dikke dertig jaar later, lijkt de tijd rijp te zijn voor een Engelse vertaling. Franz Lemmermeyer, een bijzonder actieve getaltheoreticus, zorgde voor een prettig leesbare Engelse tekst. Samen met Koch stelde hij bovendien een 'Postscript' samen met een overzicht van relevante ontwikkelingen van na 1970.

Hoogtepunt van het boek is het bewijs van het bestaan van oneindige p-klassenlichamentorens. Onder heel eenvoudige voorwaarden blijkt een getallenlichaam normale onvertakte uitbreidingen te hebben van willekeurig hoge p-macht graad. Het bewijs is een fraai samenspel van de groepentheorie van pro-p-groepen en klassenlichamentheorie.

De eerste zeven hoofdstukken van het boek behandelen in een aangenaam tempo de pro-p-groepentheorie en bijbehorende cohomologie. Met name wordt een verscherping van het Golod-Shafarevichcriterium uit 1964 gegeven: een pro-p-groep met een minimaal aantal van d voortbrengers en r relaties is oneindig als aan de ongelijkheid $r \leq d^2/4$ voldaan is.

Vervolgens wordt de klassenlichamentheorie klaargezet, en toegepast op de Galoisgroep van de maximale normale pro-p-uitbreiding van een locaal lichaam. Voor een uitbreiding van het lichaam van p-adische getallen van graad n die geen p-de eenheidswortel bevat, is deze pro-p-groep bijvoorbeeld vrij op $n+1$ voortbrengers. Hierna volgt het globale geval: voor een getallenlichaam gaat het om de Galoisgroep van de maximale normale pro-p-uitbreiding die onvertakt is buiten een eindige verzameling van priemen van het grondlichaam. Het aantal voortbrengers van deze pro-p-groep wordt bepaald, en het aantal relaties begrensd. Onder bepaalde voorwaarden worden zelfs expliciete voortbrengers en relaties gegeven. De oneindige klassenlichamentorens vallen daarna als rijpe vruchten van de boom in hoofdstuk 12.

B. de Smit