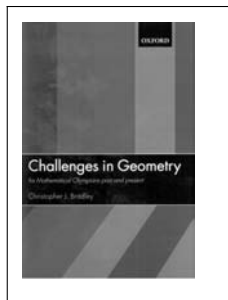


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
 Dept. of Math. and Computer Science
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
 Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
 e-mail: wgreview.win@tue.nl



C.J. Bradley
Challenges in Geometry for Mathematical Olympians Past and Present

Oxford University Press, 2005

205 p., prijs €34,50

ISBN 0-19-856692-1

De laatste jaren is een aantal boeken verschenen over probleemoplossen in de geest van de wiskundeolympiade. *Challenges in Geometry* is er een van. Dit boek vormt een klasse apart, het is enigszins excentriek. Laat me u er aan herinneren dat de wiskundeolympiade voor middelbare scholieren is.

De titel verwijst naar meetkunde, maar het boek gaat bijna uitsluitend over combinatorische en getaltheoretische problemen ingegeven door meetkundige configuraties. Bijvoorbeeld: karakteriseer alle driehoeken met geheeltallige zijdes en een hoek van 60° . Op grond van de cosinusregel komt dit neer op het oplossen van de diophantische vergelijking

$$c^2 = a^2 - ab + b^2.$$

Toch moet de lezer een flinke dosis klassieke (Euclidische) meetkunde paraat hebben. Stellingen van Apollonius, Ceva, de Moivre, Menelaus en Ptolemaeus worden toegepast zonder enige nadere uitleg. Maar ook modulair rekenen, (algebraïsche) lichamen, gehelen van Gauss, unimodulaire matrices, determinanten, partiële afgeleiden, complexe getallen, Taylorreeksen in 2 variabelen en dergelijke komen op de proppen als zijnde vanzelfsprekend. Dat is nou niet echt typische wiskundekennis van zelfs de betere middelbare scholieren in Nederland.

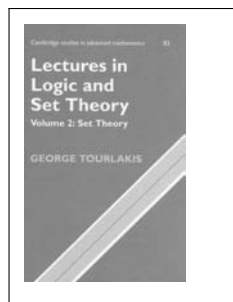
De formuledichtheid is werkelijk verbluffend; op veel plaatsen overstijgt het de prozadichtheid. Slechts tien pagina's bevatten geen enkele formule, waaronder het voorwoord (twee pagina's), de bibliografie (twee pagina's) en het register (drie pagina's). Gelukkig zijn er ook 63 figuren voor de meer visueel ingestelde lezer. Er is zelfs wat aandacht voor de historische achtergrond van problemen.

Een paar van de problemen die Bradley aanpakt genieten vermoedelijk algemenere bekendheid: het tellen van roosterpunten binnen roosterveelhoeken (de stelling van Pick) en het karakteriseren van 'Eulerbakstenen' (rechthoekige blokken waarvan alle ribben en zijvlakdiagonalen geheeltallige lengte hebben) en het gerelateerde — maar vooralsnog niet ontdekte — perfecte blok (dat bovendien een lichaamsdiagonaal met gehele lengte heeft).

De bewijsstijl is zeer compact. Daardoor kun je vlug lezen en is het makkelijk overzicht te houden. Maar in veel bewijzen worden zonder pardon konijnen uit de hoed getoverd, wat het goede begrip in de weg kan staan.

Het boek biedt vele oefenopgaven met oplossingen (vijftien pagina's). Het aanhangsel behandelt barycentrische coördinaten, een nuttig onderwerp dat vrijwel nooit in leerboeken aan bod komt. Dit alles maakt het boek een dankbare bron voor olympiadetrainers, maar het is niet ondenkbaar dat olympiadegangers in spe er juist door worden afgeschrikt. Aan de andere kant kunnen we hierdoor misschien wakkerschrikken van de achterstand die Nederland heeft als het gaat om de internationale wiskundeolympiade.

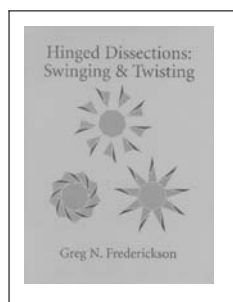
T. Verhoeff



G. Tourlakis
Lectures in Logic and Set Theory
Volume 1: Mathematical Logic, Volume 2: Set Theory
Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Nos 82, 83, Cambridge University Press, 2003, Volume 1, 340 p., prijs £47.50, Volume 2, 592 p., prijs £65.00, ISBN 0-521-75373-2 (Vol. 1) en 0-521-75374-0 (Vol. 2)

Deze boeken zijn ontstaan uit colleges die de auteur heeft gegeven als hoogleraar aan de Universiteit van Toronto. Ze zijn in een goed leesbare en toegankelijke maar hier en daar wat rommelige stijl geschreven. De wat meer filosofische opmerkingen waartoe het onderwerp aanleiding geeft zijn niet altijd even nauwkeurig. Samen bieden de boeken een overzicht van enkele belangrijke onderwerpen uit het wiskundig grondslagenonderzoek. De auteur volgt grotendeels gebaande wegen. Het tweede deel, gewijd aan de verzamelingenleer, is bijna twee maal zo omvangrijk als het eerste, dat de auteur begon te schrijven als inleiding op het tweede. In het eerste deel behandelt hij enige begrippen uit de modellentheorie — hij veroorlooft zich onder andere een uitstapje naar de niet-standaard-analyse — en ook uit de recursietheorie. Hij geeft een uitvoerige en gedetailleerde uiteenzetting van de tweede onvolledigheidsstelling van Gödel. In het tweede deel introduceert hij de axioma's van Zermelo en Fränkel en laat hij zien dat ze plausibel zijn indien men uitgaat van het cumulatieve verzamelingsbegrip van Zermelo en Von Neumann. Direct na de introductie van het keuze-axioma schetst hij Gödels bewijs van de relatieve consistentie van dit axioma. Een stuk verderop in het boek maakt hij het bewijs precies. Hij beschrijft dan ook Gödels bewijs van de relatieve consistentie van de continuümhypothese. De laatste veertig bladzijden van het boek zijn gewijd aan *forceren*, de techniek die P. Cohen in de verzamelingenleer introduceerde en waarmee hij de relatieve consistentie van de ontkenning van de continuümhypothese wist aan te tonen.

Wim Veldman



G. N. Frederickson
Hinged Dissections
Swinging & Twisting
Cambridge University Press, 2002
 287 p., prijs £35.00
 ISBN 0-521-81192-9

Anyone interested in recreational mathematics, especially geometric puzzles, will enjoy this book.

In his previous book, *Dissections: plane and fancy*, Frederickson collects all sorts of plane dissections. His new book focuses on the special case of hinged dissections. These books complement each other, but are independent; the only background required is elementary high school geometry.

Given two equal area polygonal figures, or unions of polygonal figures, A and B , the dissection problem asks if there is a dissection of A into polygonal pieces which can be rearranged to form the figure B . That this is always possible was proved by Wal-

lace, Bolyai and Gerwien in 1831–33. For the hinged dissection problem, each piece of the dissection must be joined to another piece by a hinge, that is, each piece of the dissection must have a point in common with some other piece, and this point must remain a common point of the pieces as they are moved to transform from A to B . When unfolded, the pieces form a chain of polygons. A relatively simple example is the four piece hinged dissection transforming a triangle into a square.

Whether there is always a hinged dissection relating two figures of the same area is still an open problem, which this book does not attempt to tackle. Rather, it is organized into chapters on various classes of examples and methods of producing hinged dissections. For example, hinged dissections involving only squares and rectangles; hinged dissections constructed by superimposing tessellations; hinged dissections of regular polygons and stars.

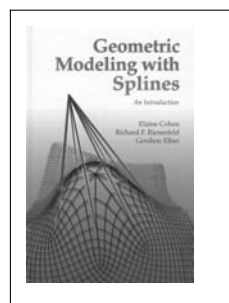
There are chapters on various generalizations, e.g., allowing flipping two pieces about a point in common. Related problems, such as colorings of hinged dissections, and the analogous three dimensional problem, are also discussed.

The book is richly illustrated, with several pictures on almost every page. There are a good number of puzzles throughout the text, with solutions at the end. Also many open problems are given.

The author has researched in detail the history of hinged dissection problems, and includes an extensive bibliography, making this an invaluable source book for anyone interested in dissection problems.

Physical models of hinged dissections can easily be constructed with paper, thread and tape, and teachers will be able to use these captivating geometrical puzzles to help their students understand and appreciate basic geometry.

Pictures and photographs relating to the book can be found at: www.cs.purdue.edu/homes/gnf/book2.html Helena Verrill



E. Cohen, R.F. Riesenfeld, G. Elber
Geometric Modeling with Splines
An Introduction
A.K. Peters, 2001
 638 p., prijs \$ 59.00
 ISBN 1-56881-137-3

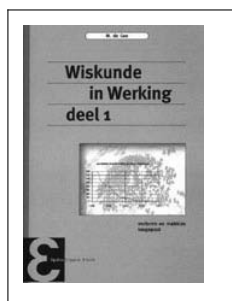
The book offers a comprehensive treatment of modeling curves and surfaces with emphasis on B-spline techniques. Those B-splines are piecewise polynomial functions on an interval defined by the following prescribed data: a *breakpoint sequence* of distinct real numbers in the interval, a *multiplicity vector* of positive integers, and the maximal degree κ of polynomial restrictions. The degree of continuity at a breakpoint is equal to κ minus the corresponding multiplicity. Spaces of B-splines are generated by *B-spline blending functions* which generalize Bernstein-Bezier polynomials. Working with B-splines retains such positive features as convex hull and variation diminishing properties. There are recursive 'de Casteljau' algorithms to compute and evaluate the blending functions. On the other hand, general B-spline blending

functions are locally supported and have low polynomial degree.

The book contains a sound basis of relevant mathematical machinery (in particular, differential geometry of curves and surfaces). Its importance to geometric modeling is well demonstrated by proposed design schemes, algorithms and examples. The basic constructive geometric method is *blending* representation, where a curve is expressed as a continuous convex combination of a few *control points*. This method is first introduced on the example of quadratic curves, and subsequently it is used to present Bezier splines and B-splines. The authors consider various types of interpolation and approximation problems with B-splines, subdivision and multiresolution techniques. Different mathematical formulations and design approaches are mentioned and compared. Chapters on surface modeling consider mainly tensor product B-spline surfaces, therefore many methods there rely on the similar curve algorithms. A linear operator approach is used to interpolate boundary curves. Advanced techniques include refinement and intersection algorithms, Boolean operations on models, subdivision surfaces, trivariate splines.

The book can be used as an excellent reference and as a textbook for a rigorous course on geometric modeling.

Raimundas Vidunas



M. de Gee
Wiskunde in Werking — deel 1
Vectoren en Matrices Toegepast

Utrecht : Epsilon uitgaven, nr. 48, 2001
276 p., prijs €22,- (4e druk, 2006)
ISBN 90-5041-063-4

Wiskunde in Werking - deel 1 van eindredacteur dr. Maarten de Gee is uitgave 48 van Epsilon uitgaven, Utrecht, en is een ander boek dan uitgave 28 van dezelfde uitgeverij, ook van de hand van De Gee en met bijna dezelfde naam, *Wiskunde in Werking*. Volgens het voorwoord is het grootste deel van deze uitgave daar ook op gebaseerd. Dit deel (nr. 48 dus) heeft als ondertitel 'vectoren en matrices toegepast' en is een inleiding in de lineaire algebra.

Zoals de titel en ondertitel al doen vermoeden wordt in dit boek een grote nadruk gelegd op de toepasbaarheid van de stof. Hierdoor is de volgorde waarin de stof wordt aangeboden anders dan in de meeste leerboeken over lineaire algebra. Zo wordt al direct de schoorsteenveegmethode voor het oplossen van stelsels lineaire vergelijkingen geïntroduceerd, nog voordat er überhaupt sprake is van vectoren of matrices.

Alle vijf de hoofdstukken houden een vaste volgorde aan: eerst een inleiding met daarin een vraagstelling die met behulp van de in dat hoofdstuk te behandelen stof opgelost kan worden; vervolgens een aantal groepen van steeds drie paragrafen, bestaande uit ten eerste nieuw 'wiskundig gereedschap', waarin een nieuwe methode of theorie wordt behandeld. Daarna volgt een paragraaf toepassingen, waarin de nieuwe stof wordt ingebed in voorbeelden uit de dagelijkse praktijk. Deze voorbeelden zijn uit een veelheid van wetenschaps- en toepassingsgebieden afkomstig (er worden er 27 genoemd) en een aantal ervan lopen als een rode draad door het boek doordat steeds nieuwe stof op het voor-

beeld wordt losgelaten. Ook worden er zo nu en dan opgaven bij de voorbeelden geformuleerd. Ten derde volgt een paragraaf met enkel opgaven. Deze zijn meestal 'puur wiskundig' van aard maar soms zijn er ook redactiesommen toegevoegd. Van bijna alle opgaven zijn achterin de antwoorden opgenomen; per hoofdstuk zo'n vijftig stuks. Ten slotte is er steeds een korte paragraaf toegevoegd met reflectie over de stof en wat historische noten.

De meeste belangrijke stof komt in dit boek wel aan bod: vectoren en vectorruimten, deelruimten, bases, matrices, stelsels lineaire vergelijkingen, determinanten, eigenwaarden en -vectoren, inproducten, projecties, hoeken, enzovoort. Dit wordt aangeboden in kleine, concrete porties van een of twee begrippen per keer, waarna er uitgebreid mee geoefend wordt. Toch ontbreken er nog een aantal belangrijke onderwerpen zoals bijvoorbeeld de Jordannormaalvorm; complexe getallen en daarbij behorende stof komen pas in het allerlaatste gedeelte aan bod. Verder is er niet of nauwelijks sprake van andere vectorruimten dan de \mathbf{R}^n .

Volgens de achterkaft is dit boek bedoeld voor studenten Hogeschool of universiteit en leraren wiskunde. Doordat het boek zo nadrukkelijk toepassingsgericht is en voorbeelden bevat uit wetenschapsgebieden uiteenlopend van toxicologie en sociologie tot economie en natuurkunde, zal het inderdaad voor een hoop studierichtingen bruikbaar zijn. Dit heeft echter wel tot gevolg dat het abstractieniveau niet al te hoog kan zijn. Dit komt de wiskundige precisie en diepgang niet ten goede: echte stellingen en bewijzen zijn niet te vinden. Belangrijke stellingen worden gegeven als eigenschappen, zonder te vermelden hoe men eraan komt. Dit maakt dit boek ongeschikt als leerboek voor wiskundestudenten. Het is meer een receptenboek voor gebruik bij andere studies waar wiskundige resultaten belangrijk zijn maar de bijbehorende afleidingen niet.

Jasper Stein



C. E. Gutiérrez
The Monge-Ampère Equation

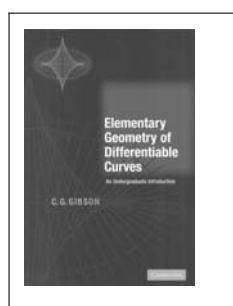
Progress in Nonlinear Diff. Eq. and their Appl., vol. 44
Berlin: Birkhäuser, 2001
127 p., prijs €77,-
ISBN 0-8176-4177-7

De Monge-Ampèrevergelijking, $\det D^2u = f(x)$ in $\Omega \subseteq \mathbf{R}^n$, is een volledig niet-lineaire vergelijking die zijn oorsprong heeft in de differentiaalmeetkunde (in zekere zin is de Monge-Ampèrevergelijking een vereenvoudigde variant van de vergelijking voor (hyper)oppervlakken met voorgeschreven Gausskromming). Tegenwoordig treedt de vergelijking op in allerlei verschillende meetkundige contexten, maar bijvoorbeeld ook in optimaliseringsproblemen en in de stromingsleer.

Echter, dit niet al te dikke boek gaat niet in op de achtergrond of de meetkundige aspecten van de Monge-Ampèrevergelijking. De tekst is in zijn geheel gewijd aan het existentie- en regulariteitsprobleem voor zwakke oplossingen van de vergelijking. Dit is een relatief jong onderzoeksgebied, waarin met name de diepe bijdragen van L.A. Caffarelli aan de inwendige regulariteitstheorie een belangrijke rol spelen. Er is nog weinig fundamentele theorie voor volledig niet-lineaire vergelijkingen en juist daarom

is deze tekst een welkome aanvulling op de literatuur. De theorie wordt in zijn geheel vanaf de basis opgebouwd. Als u convex is, kan det D^2u in zwakke zin geïnterpreteerd worden als een maat op Ω . Het hierop volgende bewijs van het bestaan van zwakke (convexe) oplossingen $u \in C(\bar{\Omega})$ heeft een zeer natuurlijke opbouw en is helder opgeschreven. De aansluitende regulariteits-theorie, die uitmondt in Caffarelli's lokale $W^{2,p}$ -schattingen voor u , is minder direct toegankelijk, maar ook hiervoor geldt dat de schrijfstijl opvallend helder is.

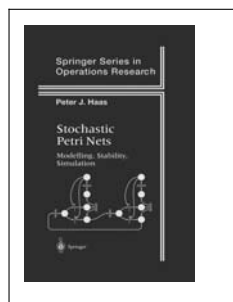
De tekst is geschikt voor eenieder met een zekere basiskennis op dit gebied (bijvoorbeeld op het niveau van Gilbarg en Trudinger's *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*) en zou mede daarom zeker gebruikt kunnen worden als basistekst voor een (geavanceerd studenten-) seminarium. A. Doelman



C.G. Gibson
Elementary geometry of differentiable curves
An Undergraduate Introduction

Cambridge University Press, 2001
 216 p., prijs £22.99
 ISBN 0-521-01107-8

As the title suggests, this volume is devoted to basic properties of plane curves. The book is by no means hard to read. In my view, the text is clearly presented. Definitions are illustrated by a lot of examples. The text contains fifteen chapters and about two hundred pages. Basic concepts treated in the book are parameterized curves, curvature, contact, envelope, etc. But subjects related to physical applications, like caustics and planar kinematics are discussed as well. Caustics are also discussed through the central concepts of evolute and orthotomic. The book forms a nice introduction to the differential geometry of planar curves. Agreeing with the author, I think this book is very suitable for first year students in mathematics or physics. The text assumes only fundamental knowledge of mathematics; students only need a handful of basic results from real analysis to read it. J. Hoo



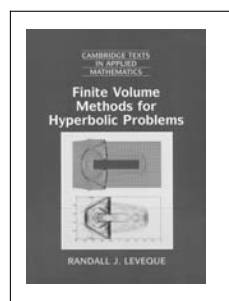
P.J. Haas
Stochastic Petri Nets
Modelling, Stability, Simulation

Springer Series in Operations Research and Financial Engineering
 Berlin : Springer Verlag, 2002
 509 p., prijs €85.55
 ISBN 0-387-95445-7

Enige jaren geleden woonde ik regelmatig voordrachten over stochastische Petri-netten bij. Een vraag die mij toen bezighield en die ik tot voor kort niet heb kunnen beantwoorden is de volgende: Wat is het voordeel van het gebruik van Petri-netten ten opzichte van andere modelleringstechnieken?

Toen ik dit boek ter bespreking aangeboden kreeg heb ik dus niet geargeld: het antwoord op mijn vraag zou in dit boek te vin-

den moeten zijn. Eigenlijk staat het antwoord al op de kaft, in de ondertitel: "Modelling, Stability, Simulation". Dat Petri-netten zich er voor lenen om systemen op een handige grafische manier te modelleren weten we al sinds Petri. Het stochastische komt echter naar voren bij "Stability" en "Simulation". Beide hangen nauw samen: stabiliteit is een voorwaarde voor zinvolle lange-termijnsimulaties. Aan simuleren als dé oplossingstechniek voor Petri-netten en dus ook aan stabiliteit wordt aan dit boek veel aandacht besteed. Zonder wiskundige details te schuwen wordt bijvoorbeeld uitgebreid ingegaan op vernieuwingsprocessen en verschillende simulatiemethodes. Ook is er veel ruimte gemaakt voor modelleringsaspecten en het aantonen van de equivalentie met zogenaamde Generalized semi-Markov processes. Het resultaat is een diepgravend boek dat mijns inziens de belangrijkste aspecten van Petri-netten uitstekend behandelt. Mijn vraag over het nut van Petri-netten is eindelijk beantwoord: ik zie in dat stochastische Petri-netten een voor de hand liggend raamwerk vormen voor *discrete event* simulatie. Een aanrader voor wiskunde- en informaticabibliotheken en onderzoekers op het gebied van simulatie en prestatieanalyse. Ger Koole



R.J. LeVeque
Finite Volume Methods
for Hyperbolic Problems

Cambridge Texts in Appl. Math., No. 31
 Cambridge University Press, 2002
 558 p., prijs £37.50
 ISBN 0-521-00924-3

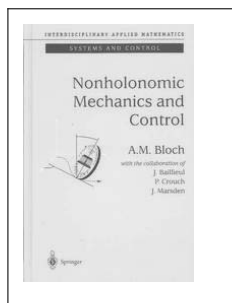
Dit werk is voortgekomen uit onderwijsactiviteiten van de auteur over de afgelopen vijftien jaar. De schrijver is een bekend expert in de numerieke analyse van hyperbolische systemen, en is Boeing Professor of Applied Mathematics aan de University of Washington te Seattle. Een vroege, veel beknoptere versie is in 1990 verschenen (R.J. LeVeque, *Numerical methods for conservation laws*, Birkhäuser, 1990). Dit eerdere boek heeft brede verspreiding gevonden en is goed ontvangen, en ik verwacht dat dit met het voorliggende werk eveneens het geval zal zijn.

Het materiaal wordt behandeld in laag tempo, begint op elementair niveau, en is helder geschreven. Het is daardoor zeer geschikt voor onderwijs en zelfstudie. Ik denk dat studenten in hun derde jaar er reeds wat aan kunnen hebben. Toepassingen zijn door het hele boek verspreid. Bijvoorbeeld, nadat lineaire hyperbolische stelsels zijn geïntroduceerd worden de vergelijkingen van de lineaire elasticiteitstheorie en het electromagnetisme behandeld, en de bijbehorende soorten golven besproken. Men komt de akoestiek tegen, de gasdynamica, de hydraulica, auto-verkeersmodellen. Steeds worden er goed gekozen voorbeelden behandeld. Het boek bevat een goede verzameling oefeningen. Er is een goede balans getroffen tussen wiskundige modellering, analyse en numerieke aspecten. De lezer wordt meegenomen in een opklimmende spiraal van eenvoudige naar meer geavanceerde beschouwingen. Ietwat ingewikkelde zaken, zoals hoge resolutie methoden en 'limiting', worden helder uiteengezet. In de laatste hoofdstukken komen gedeelten voor die grenzen aan het langdradige. Deze hoofdstukken betreffen hyperbolische stelsels

in meer dan één ruimtedimensie. De meeste interessante aspecten van hyperbolische systemen zijn dan reeds (terecht) uiteengezet in een ééndimensionale context. Deze aspecten betreffen de interessante eigenschappen van oplossingen van niet-lineaire hyperbolische behoudswetten (schokgolven, entropiecondities) en de voorwaarden die kunnen garanderen dat numerieke schema's naar de juiste oplossing convergeren. Het beroemde Lax-Wendroff theorema wordt bewezen, maar overigens gaat het boek niet diep in op de theorie, die trouwens moeilijk is, en hoofdzakelijk beperkt blijft tot het scalaire geval (slechts één onbekende).

Een sterk punt is dat een software pakket (CLAWPACK: conservation law package) vrijelijk kan worden opgehaald op www.amath.washington.edu/~claw/. Dit pakket is over de jaren heen ontwikkeld en is wijd verbreid. De student kan hiermee alle voorbeelden uit het boek zelf doorrekenen, en het uiteraard ook gebruiken voor zijn eigen problemen.

Het boek biedt een uitstekende inleiding tot meer geavanceerde literatuur en geeft niet minder dan 499 literatuurverwijzingen. Wat ontbreekt er? Het is jammer dat de methode die in de ingenieurspraktijk verreweg het meest gebruikt wordt, namelijk de methode van Jameson, niet aan bod komt. Hiermee wordt een kans gemist om numerieke analyse en toepassingen in de techniek, zoals de vormgeving van de producten van de firma waarnaar de leerstoel van de schrijver is genoemd, bijeen te houden. Indien er goede gronden zijn om aan methoden van Godunov type de voorkeur te geven, dan is het de moeite waard die mee te delen. Evenmin komt een nieuwe ontwikkeling aan bod, die zich nu krachtig doorzet, namelijk de discontinue Galerkin methode. Maar dit zijn geen ernstige bezwaren. Een schrijver moet ergens een grens trekken. Slotconclusie: een prima boek. *P. Wesseling*



A.M. Bloch
Nonholonomic Mechanics and Control
Interdisciplinary Applied Mathematics, vol. 24
 Berlijn : Springer Verlag, 2003
 483 p., prijs €74,85
 ISBN 0-387-95535-6

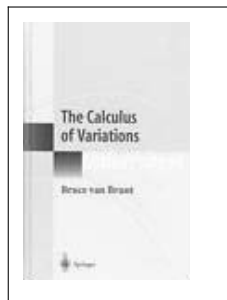
The goal of the book *Nonholonomic Mechanics and Control* is "...to explore some of the connections between control theory and geometric mechanics; we link control theory with a geometric view of classical mechanics in both its Lagrangian and Hamiltonian formulations and in particular with the theory of mechanical systems subject to motion constraints." The above citation from the preface of the book gives a good impression of the monograph.

The book consists of nine chapters. After an introductory chapter featuring a number of interesting mechanical systems, including the rattleback, the Chaplygin sleigh, and the rigid body, the text lays out, in Chapters 2 and 3, the prerequisites from differential manifolds and geometric mechanics in the style of Arnold or Abraham and Marsden. Chapter 4 presents in a nutshell some basic results from geometric control theory such as controllability, stabilization and Hamiltonian and Lagrangian control systems. Chapter 5 deals with nonholonomic mechanics, i.e., mechanical systems subject to velocity constraints that are not integrable, thus

which do not arise as constraints on the configuration variables only. Typically, nonholonomic mechanics is not variational in nature and so it is neither Lagrangian nor Hamiltonian in the usual sense. It is important to note that there is a close link between nonholonomic constraints and controllability of nonlinear control systems since in both settings non-integrable distributions (as subbundles of the tangent bundle) play a key role.

Chapter 6 deals with the control of mechanical and nonholonomic systems and, among others, shows that smooth stabilization in nonholonomic systems is in general not possible. Chapter 7 treats optimal control of nonholonomic systems, a subject which has close links to so-called sub-Riemannian geometry. The final two chapters again focus on the stabilization problem of nonholonomic resp. mechanical systems and exploits energy based methods for designing stabilizing feedback schemes. Throughout, various examples from the introduction are used to illustrate the theory.

The book *Nonholonomic Mechanics and Control* is very useful for those who are interested in the theoretic developments of this field; it is well written and contains very useful illustrative material. The work largely focuses on the author's and collaborators' (J. Baillieul, P. Crouch and J. Marsden) work, but regrettably is not very detailed in acknowledging contributions of others. The book is basically a research monograph but with a little help it can be used as an advanced textbook on the subject. *H. Nijmeijer*



B. van Brunt
The Calculus of Variations
Universitext
 New York : Springer Verlag, 2004
 290 p., prijs €64,15
 ISBN 0-387-40247-0

Het boek geeft een elementaire inleiding tot de variatierekening voor functies van één onafhankelijke variabele, inclusief gevorderde onderwerpen als de Hamiltonse formulering, de stelling van Noether en voldoende optimaliteitsvoorwaarden. In verband met de beperking tot één onafhankelijke variabele wordt geen aandacht besteed aan kwesties zoals existentie van minimizers, convergentie van minimaliserende rijen enzovoort.

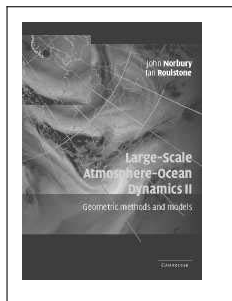
'Elementair' betekent hier dat calculus en gewone differentiaalvergelijkingen als voorkennis volstaan. De auteur kiest ervoor om geen gebruik te maken van functionaalanalyse of differentiaalmeetkunde. De stellingen en bewijzen zijn in het algemeen zorgvuldig en gedetailleerd uitgewerkt zodat de redeneringen ook door minder ervaren lezers goed te volgen zijn. De theorie wordt geïllustreerd door een groot aantal eveneens gedetailleerd uitgewerkte (standaard) voorbeelden (brachystochrone, kettinglijn, puntmechanica, slinger, buiging van een balk enzovoort). Hierbij wordt ook aandacht besteed aan verbanden met de theoretische mechanica.

Er moet echter ook een prijs voor de elementaire toegang betaald worden: centrale ideeën en structuren komen hierdoor — naar de mening van de recensent — soms wat minder duidelijk naar voren dan in een wat algemener en abstracter kader.

Een voorbeeld hiervan is het niet expliciet gebruiken van afgeleiden voor functionalen op oneindigdimensionale ruimten. Ook het ontbreken van de taal van de differentiaalmeetkunde resulteert op sommige punten in een verlies aan conceptuele helderheid.

Dit neemt niet weg dat het boek goed bruikbaar is voor een eerste kennismaking met de variatierekening, juist ook via zelfstudie. (De lezer dient echter op zijn hoede te zijn voor enkele fouten en onnauwkeurigheden waarvan te hopen is dat ze in een volgende druk verwijderd worden.)

Georg Prokert



J. Norbury, I. Roulstone (eds.)
Large-scale Atmosphere-Ocean Dynamics I
Analytical Methods and Numerical Models

Cambridge University Press, 2002
 400 p., prijs £65,-
 ISBN 0-521-80681-X

Voor het voorspellen van het dagelijkse weer en van lange termijn klimaatveranderingen worden numerieke oplossingen berekend van stelsels partiële differentiaalvergelijkingen. Deze vergelijkingen (ook wel primitieve vergelijkingen genoemd) representeren de behoudswetten van grootheden zoals massa, impuls en warmte. Omdat de fysische processen die het transport van deze grootheden veroorzaken zich op zoveel verschillende tijd- en ruimteschalen afspelen, zijn de numerieke berekeningen gigantisch en worden deze veelal op supercomputers uitgevoerd. Er blijft daarom het streven om naar mathematische formuleringen van de behoudswetten te zoeken die eenvoudiger zijn en waarvan de oplossingen een goede benadering zijn, bijvoorbeeld voor een eindig (maar bruikbaar) tijdsinterval, van de oplossingen van de primitieve vergelijkingen.

Daartoe zijn ideeën uit de dynamische systeemtheorie zeer nuttig gebleken, met name het onderzoek naar de geometrische structuren van de primitieve vergelijkingen met gebruik van het formalisme van Hamilton. Dit heeft geleid tot relatief eenvoudige zogenaamde gebalanceerde modellen, waarvan de oplossingen goede benaderingen zijn (met name op een langere tijdschaal) van de oplossingen van de primitieve vergelijkingen. Een typische toepassing is het filteren van snelle zwaartekrachtsgolven uit de primitieve vergelijkingen. Dit is gewenst omdat deze golven de tijdstap in numerieke berekeningen zeer beperken.

Dit boek is verschenen nadat aan het Isaac Newton Instituut (Cambridge, UK) binnen het thema *The Mathematics of Atmosphere and Ocean Dynamics*, in 1996 een groot aantal activiteiten is georganiseerd. Na een heldere inleiding (Hunt et al.) waarin de problematiek in context wordt gezet, bevat het boek zes artikelen van behoorlijk verschillend niveau wat betreft zowel de wiskunde als de achterliggende fysische theorie van meteorologische en oceanografische fenomenen.

In het eerste artikel (White) wordt een goed overzicht gegeven van de primitieve vergelijkingen en de reducties ervan, zoals de ondiepwatervergelijkingen, zoals die nu worden gebruikt in de meteorologie. Er wordt veel aandacht besteed aan de achterliggende fysica van de resulterende vergelijkingen en aan de

condities waaronder de gereduceerde modellen geldig zijn. Het is daarom een zeer goede introductie in het onderwerp 'modellen van de atmosfeercirculatie' voor wiskundigen.

Helaas sluiten de volgende twee artikelen (Allen et al., Babin et al.) helemaal niet aan bij het verhaal van White. In Allen et al. worden gebalanceerde modellen voor oceaanstromingen afgeleid en aan de hand van een voorbeeld (een instabiele zonale stroming) wordt de nauwkeurigheid van deze modellen bestudeerd. In Babin et al. wordt een aantal algemene resultaten bewezen betreffende de nauwkeurigheid van gebalanceerde modellen. Helaas, in beide verhalen is weinig moeite gedaan om achterliggende wiskundige begrippen uit te leggen, er wordt een niet-standaard notatie gebruikt (bijvoorbeeld D voor dichtheid) en er is totaal geen connectie met de fysische betekenis van de resultaten. Deze verhalen zijn daarom niet (gemakkelijk) toegankelijk voor oceanografen en meteorologen.

De volgende drie verhalen (Cullen, Douglas, Baigent en Norbury) sluiten wel mooi aan op het verhaal van White en er worden diverse interessante ideeën besproken over de relatie tussen eigenschappen van oplossingen van de primitieve vergelijkingen en deze van gebalanceerde modellen, en over de effecten van kleinschalige processen op de grote schaal stromingen. Daarnaast is er veel aandacht besteed aan de toepassing van deze methodiek in numerieke modellen met name in studies naar voorspelbaarheid. De oceaancirculatie krijgt alleen wel erg weinig aandacht (dit geldt trouwens voor het hele boek).

De lay-out van het boek is uitstekend; het is alleen jammer dat er van elk artikel geen inhoudsopgave per subsectie is gegeven. Ik kan me moeilijk voorstellen dat iemand geïnteresseerd is in alle artikelen in het boek. Het is daarom goed dat het boek in bibliotheken aanwezig is, maar ik kan niemand aanraden om het zelf te kopen.

H.A. Dijkstra



L.L. Avramov, M. Green, C. Huneke,
 K.E. Smith and B. Sturmfels (eds.)

Trends in Commutative Algebra

Mathematical Sciences Research Institute Publications (No. 51)

Cambridge University Press, 2004

254 p., prijs £35.00

ISBN 0-521-83195-4

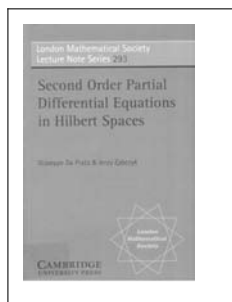
Het vakgebied Commutatieve Algebra staat in Europa niet in hoog aanzien, met pensioen gaande beoefenaren worden meestal opgevolgd door collega's uit andere disciplines. Natuurlijk zijn er nog centra op hoog niveau, maar in zijn algemeenheid maken wij geen bloeiperiode mee.

Anders is het in de Verenigde Staten, waar een jonge aanwas van zich doet spreken, samenwerkingsverbanden aangaat, workshops en conferenties organiseert en zich snel ontwikkelt. Uit deze gezichtshoek heeft het MSRI, Berkeley, in 2002-2003 een jaarprogramma aan dit onderwerp gewijd, dat zeer succesvol is verlopen. Gedurende de openingsweek in september 2002 hebben vooraanstaande vakbroeders in een korte serie colleges een overzicht gegeven van belangrijke ontwikkelingen in hun richting. Jongere collega's verzorgden dan een werkcollege of toonden

voorbeelden ter ondersteuning. De uitwerkingen hiervan vindt men in de onderhavige bundel.

Benson en Iyengar laten zien hoe het vak belangrijke bijdragen levert aan de groepcohomologie, met name wanneer men concreet wil rekenen. Lazarsfeld en Blickle geven een informele inleiding tot ‘multiplier ideals’, een begrip dat in toenemende mate de aandacht trekt. Eisenbud/Sidman vertellen over meetkundige aspecten van syzygiën, gedeeltelijk voorproefje van Eisenbuds jongste boek. Haiman en Miller bespreken de commutatieve algebra die hoort bij n punten in een vlak. Hochster en Leuschke – hoe kan het ook anders – hebben het over ‘tight closure’, interessant genoeg verwant met multiplier ideals, en methoden in priem karakteristiek. Monomiale, binomiale en veeltermidealen worden behandeld door Teissier. Bravo tenslotte wijdt een korte bijdrage aan verschillende soorten bases in computer algebra.

De meeste van deze artikelen lezen niet zo maar lekker weg. Maar wie moeite wil doen zich in te werken in het betreffende gebied, vindt hier veel steun. De auteurs presenteren een eigen visie op het materiaal en geven uitgebreide verwijzingen. Precies wat nodig was toen het MSRI jaar van start ging. Maar wat evenzeer nog vele jaren zijn waarde zal behouden. *J.R. Strooker*



G. Da Prato, J. Zabczyk
Second Order Partial Differential Equations in Hilbert Spaces

London Mathematical Society Lecture Note Series, 293
Cambridge University Press, 2002
379 p., prijs € 35,-
ISBN 0-521-77729-1

Uitgangspunt voor de auteurs zijn parabolische en elliptische vergelijkingen van de tweede orde op een oneindig dimensionale Hilbertruimte H . De oplossing van een dergelijke vergelijking is een functie $u : [0, T] \times H \rightarrow \mathbf{R}$. Als H eindig dimensionaal is, en de coëfficiënten continu en begrensd zijn, dan is er een ruime theorie voorradig die men kan aanwenden om uitspraken te doen over de existentie, eenduidigheid en het kwalitatieve gedrag van oplossingen.

De eerste pogingen om een theorie voor een algemene separabele Hilbertruimte H te ontwikkelen, waren van Gateaux en Levy rond 1920. Er zijn existentieresultaten van Ito, maar in het algemeen is de eenduidigheid van oplossingen al een probleem. In het onderhavige boek kiezen de auteurs voor een benadering, ontwikkeld door Gross, Daleckij en Fomin, gebaseerd op kansmaten in Hilbertruimten. Als specifiek voorbeeld van een parabolische vergelijking op een Hilbertruimte H , kan men denken aan de oneindig dimensionale warmtevergelijking die wordt gegeven door

$$D_t u(t, x) = \frac{1}{2} \text{Tr} [QD^2 u(t, x)], \quad t > 0, x \in H,$$

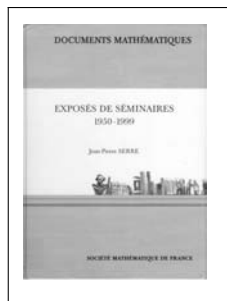
waarbij Q een gegeven niet-negatieve symmetrische operator van spoorklasse is. Met de beginconditie $u(0, x) = \varphi(x)$, waarbij $\varphi : H \rightarrow \mathbf{R}$ een gegeven begrensde uniform continue functie is, wordt de oplossing van deze warmtevergelijking gegeven door de formule

$$u(t, x) = \int_H \varphi(x + y) N_{tQ}(dy), \quad t \geq 0, x \in H,$$

waarbij N_{tQ} de Gaussmaat aangeeft met gemiddelde 0 en covariantie tQ . Deze expliciete formule voor de oplossing van de oneindig dimensionale warmtevergelijking suggereert dat de theorie voor partiële differentiaalvergelijkingen op Hilbertruimten nauw verbonden is met de theorie van kansmaten en stochastische evolutievergelijkingen op Hilbertruimten.

Deze onderwerpen komen dan ook uitgebreid aan de orde en verklaren meteen ook de interesse van de auteurs, experts in de analyse van stochastische evolutievergelijkingen, voor partiële differentiaalvergelijkingen op oneindig dimensionale ruimten.

Het boek is helder geschreven, geeft duidelijke motivatie voor de te behandelen klassen van vergelijkingen en bevat een schat aan informatie niet alleen over stochastische evolutievergelijkingen, maar ook over halfgroepen van lineaire operatoren en interpolatieruimten. *S.M. Verduyn Lunel*



J.P. Serre
Exposés de séminaires 1950-1999

Paris: Société Mathématique de France, 2001
259 p., prijs € 39,-
ISBN 2-85629-103-1

Zoals de titel al zegt, bevat dit boek teksten van seminariumvoordrachten van Jean-Pierre Serre uit de periode 1950–1999. Het betreft hier de seminaria Bourbaki, Cartan, Chevalley en Delange-Pisot-Poitou. Geen van de twintig hier gereproduceerde teksten komen voor in het verzameld werk van Serre dat tot op heden bij Springer-Verlag is verschenen.

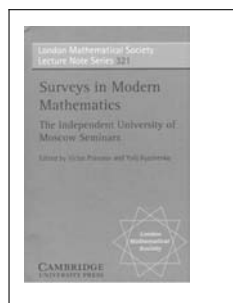
De titels van de twintig exposés zijn: *Extensions de groupes localement compacts* (1950), *Applications algébriques de la cohomologie des groupes I et II* (1950, 1951), *Fonctions automorphes d'une variable: application du théorème de Riemann-Roch* (1953–1954), *Deux théorèmes sur les applications complètement continues* (1954), *Faisceaux analytiques sur l'espace projectif* (1954), *Fonctions automorphes* (1954), *Représentations linéaires et espaces homogènes kählériens des groupes de Lie compacts* (1954), *Les espaces $K(\mathbb{P}, n)$* (1954), *Groupes d'homotopie des bouquets de sphères* (1955), *Espace fibrés algébriques* (1958), *Morphismes universels et variétés d'Albanese* (1958–1959), *Morphisme universels et différentielles de troisième espèce* (1958–1959), *Rationalité des fonctions ζ des variétés algébriques* (1960), *Revêtements ramifiés du plan projectif* (1960), *Groupes finis à cohomologie périodique* (1960), *Dépendance d'exponentielles p -adiques* (1966), *Groupes p -divisibles* (1966), *Points rationnels des courbes modulaires $X_0(N)$* (1977), *Sous-groupes finis de groupes de Lie* (1999).

De teksten zijn opnieuw gezet in $\text{T}_\text{E}_\text{X}$, door Colmez plus vrijwilligers. Serre heeft van deze gelegenheid geprofitteerd om correcties aan te brengen, het taalgebruik wat aan te passen (kenmerklijk bestonden 'injectief' en 'surjectief' nog niet in het Frans in de

jaren '50). Ook, zoals in de verzamelde werken, is er commentaar toegevoegd, met verwijzingen daarnaar in de kantlijn.

Het boek illustreert duidelijk Serre's prominente rol in de ontwikkeling van concepten en theorieën in de hedendaagse wiskunde, precies de reden waarom hij de Abelprijs heeft gekregen. Warm aanbevolen voor ieder die in minstens één van deze onderwerpen is geïnteresseerd!

S.J. Edixhoven



V. Prasolov and Y. Ilyashenko (eds.)

Surveys in Modern Mathematics

London Math. Soc. Lecture Note Series, 321

Cambridge University Press, 2005

348 p., prijs £40.00

ISBN 0-521-54793-8

De Independent University neemt in Moskou een aparte plaats in. De colleges vinden in de avond plaats en zijn van een indrukwekkend niveau. Overdag kun je dan naar een gewone universiteit. Dit boekje is de weerslag van de zogenaamde student sessions in de periode 1998–2000. De sprekers zijn geen studenten maar vermaarde wiskundigen. (Student betekent hier overigens ook promovendus.) De opdracht aan iedere spreker was om panorama's te bieden en nieuwe ideeën te beschrijven. Sommige teksten hebben de levendigheid van een voordracht goed behouden.

De bijdrage van Anosov is daarentegen een ellenlang overzichtsartikel over dynamische systemen. Tjokvol informatie, maar juist daarom niet geschikt voor buitenstaanders. Het past dus slecht in de bundel, maar wie in de dynamische systemen werkt heeft er wellicht wat aan.

Dit is geen boek om vaak te raadplegen, maar om af en toe een bijdrage uit te lezen. Er zitten pareltjes tussen. De veronderstelde kennis is natuurlijk heel wisselend.

Wat ook wisselt is de kwaliteit van de vertaling, maar de zinnen zijn nog wel goed te volgen. De namen van sommige wiskundigen hebben wonderlijke mutaties ondergaan.

Aan een instituut als de Independent University zou dit boek geschikt zijn voor de koffietafel. De flap belooft een overzicht over de huidige wiskunde. Dat geeft het boek natuurlijk niet. Maar je steekt er al gauw iets van op.

W. van der Kallen

discuss briefly the three contributions that I personally preferred. Generally speaking, the reviews do not introduce much new material but are well written and could serve very well as an introduction to their subject or be used as a graduate capita-selecta-course in probability or mathematical statistical mechanics.

Grimmett's contribution deals with the random cluster model. This model, originally introduced by Fortuin and Kasteleyn, is a dependent percolation model of great importance in statistical mechanics. Properties of the Ising and Potts models are related to percolation properties of the random cluster model. In some limit the model is also related to uniform spanning trees.

Grimmett introduces the model without too much emphasis on its connection to statistical mechanics. The mathematically inclined reader will find here a complete and clear introduction, together with a brief discussion of recent developments such as stochastic Löwner equation, and a nice chapter on dynamics and coupling from the past.

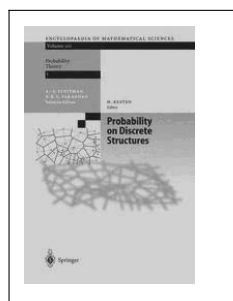
Martinelli's contribution is about relaxation times of Markov chains, which are of great importance in Markov Monte Carlo sampling. It is mainly inspired by statistical mechanics, i.e., in the context of Glauber ('spin-flip') and Kawasaki (lattice diffusion) dynamics. The Poincaré inequality, and the logarithmic Sobolev inequality, its relation with spatial mixing properties of Gibbs measures and with temporal mixing properties of the dynamics are discussed.

Martinelli's paper is clearly written and very complete. Until Chapter 7 it is also nice to read (but there are ten chapters). From then on however, the evolution of the information density can be compared to Esher's picture the "circle limit". In particular the reading of the last two chapters leads inevitably to indigestion.

Laurent Saloff-Coste's contribution 'Random walks on finite groups' is inspired by questions like: how many shuffles are needed to reasonably mix up a deck of 52 cards? Bayer and Diaconis discovered that seven so-called riffle-shuffles are enough. This and related questions have led to a whole field of research called random walks on finite groups (in case of cards the symmetric group S_{52}). The basic problem is: how fast does a random walk on a group approach its stationary (uniform) distribution, and how is this related to the structure of the group. The paper gives a very good idea of the typical mix of different tools used in this field: probability, analysis, group and representation theory, and combinatorics.

Starting from Chapter 8, however, too many subjects are covered, too fast and too technically. Hint for the reader: stop after Chapter 6, and read some pages on representation theory. Otherwise, indigestion and fatigue will inevitably strike you. Why Heyer's book, one of the standard references on random walks on groups is not mentioned is an open question to me.

C. Douglas Howard's paper deals with First passage percolation (FPP), a lattice model of fluid flow in a porous medium. Inject (during some time T) a fluid at a particular point in a porous material and look at the (growing) set W_T of wetted material. Natural questions of FPP, covered in this paper are: how big is the set W_T , what is its shape after suitable rescaling, how is this shape fluctuating? The key-technique of this field, subadditivity, is discussed in detail. As new subjects, Euclidean FPP, a continuous variant of FPP is introduced, as well as a relation with semi-infinite geodesics and spanning trees. Finally, the most interesting part of this paper is a very complete list of open problems.



H. Kesten (ed.)

Probability on Discrete Structures

Encyclopaedia of Mathematical Sciences, vol.

110

Berlijn : Springer Verlag, 2004

351 p., prijs €101,60

ISBN 3-540-00845-4

I cite from the back cover of the book: "Probability on discrete structures brings together five review papers on probabilistic subjects related to combinatorics, combinatorial optimization and statistical mechanics." The introduction is by Harry Kesten. I will

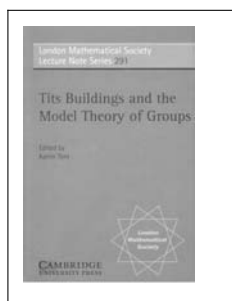
About Aldous and Steele's contribution: the assignment problem for a $n \times n$ cost matrix c_{ij} is the task of determining the permutation that minimizes the total cost of assigning one column to each row. The individual costs c_{ij} are independent random variables. A fascinating conjecture by Mézard and Parisi was (it is no longer a conjecture) that in the limit $n \rightarrow \infty$ the expected minimal cost approaches $\pi^2/6$.

Motivated by this problem and related combinatorial problems, the authors introduce what they call 'the objective method'. The philosophy is the following: one introduces an infinite probabilistic object whose local properties inform us about the limiting properties of a sequence of finite problems. A prototype of such an object is the limit of uniform random trees, the so-called 'infinite skeleton tree'. The authors introduce the notion of local weak convergence and give several ways to characterize the distribution of the limiting object in this metric. They give a large variety of examples in which remarkably exact asymptotic formulas, such as the one provided by the Mézard Parisi conjecture can be obtained from distributional properties of the local weak limit.

This is really a very good paper. It is hard to read, as it is written in a rather intuitive way and deals with complicated objects. However, it contains a wealth of new results and ideas and leaves the reader with a lot of motivation for further study. *F. Redig*

onderzoeksartikelen. Bernhard Mühlherr: 'Twin buildings', een kort stukje over twin buildings en Kac-Moody-groepen. Er bestaat nog niet al te veel literatuur over twin buildings en dus is dit artikel zeer welkom. Mark Ronan: 'Twin trees and twin buildings', een goede aanvulling op bovengenoemd artikel. Tuna Atnel: 'Simple groups of finite Morely rank of even type', een overzicht over een modeltheoretische aanpak van de classificatie van de eindige enkelvoudige groepen. Katrin Tent: 'BN-pairs and groups of finite Morley rank', een overzicht over het recente onderzoek van de classificatie van de groepen met BN-paar van eindige Morely-rang. De motivatie is het Cherlin-Zil'ber vermoeden, waaruit volgt dat elke oneindige groep van eindige Morely-rang een BN-paar heeft. Andreas Baudisch: 'CM-trivial stable groups'. Dit artikel beschrijft de betekenis van CM-triviality voor het Zil'ber vermoeden (alle bekende tegenvoorbeelden zijn CM-triviaal). Bruno Poizat: 'Amalgames de Hrushovski: Une tentative de classification', een overzicht over een methode van Ehud Hrushovski, waarmee hij tegenvoorbeelden voor het vermoeden van Zil'ber heeft gevonden. John Baldwin: 'Rank and homogeneous structures', ook over de constructies van Hrushovski. Keith Johnson: 'Constructions of semilinear towers of Steiner systems'. Dit artikel gaat over Fraïssé-limieten van Steinersystemen en permutatiegroepen, gebaseerd op de methode van Hrushovski. Martin Ziegler: 'Introduction to the Lascar Group', een inleiding op Lascargroepen, Galoisgroepen van 'saturated models' C van een volledige theorie T van orde $|C| \geq 2^{|T|}$.

De artikelen in dit boek zijn goed geschreven. Het boek is zeker aan te raden aan eenieder die in meetkunde, modeltheorie van groepen, of beide onderwerpen geïnteresseerd is. Helaas ontbreekt een overzichtsartikel over de verbanden tussen de meetkunde en de modeltheorie, een gemiste kans. Desondanks heb ik mij tijdens het lezen erg vermaakt en kan ik dit boek van harte aanbevelen. *R. Gramlich*



K. Tent (ed.)
Tits Buildings and the Model Theory of Groups

London Mathematical Society Lecture Note Series, 291
Cambridge University Press, 2002
298 p., prijs £35,-
ISBN 0-521-010632

Het is al lang bekend dat er een diepgaande samenhang bestaat tussen synthetische meetkunde en modeltheorie.

Dit boek bevat de proceedings van een bijeenkomst over synthetische meetkunde en modeltheorie van groepen in Würzburg, Duitsland, tijdens de zomer van 2000. De inhoud valt uiteen in twee delen. De eerste vijf artikelen geven een goede inleiding in de theorie van Titsgebouwen in het algemeen, met nadruk op generaliseerde veelhoeken en groepsacties op Tits-gebouwen. Ook komen daar zogenaamde twin buildings en twin graphs aan de orde. De resterende zeven artikelen gaan in op de modeltheorie, met name de modeltheorie van enkelvoudige groepen en groepen met een BN-paar van eindige Morley-rang, op het Zil'ber en het Cherlin-Zil'ber vermoeden en de constructies van Hrushovski om tegenvoorbeelden voor het Zil'ber vermoeden te vinden.

Hier is een korte beschrijving van de diverse artikelen. Theo Grundhöfer: 'Basics on buildings', een samenvatting van de basis-kennis over Titsgebouwen. Hendrik Van Maldeghem: 'An introduction to generalized polygons', een goede inleiding op gegeneraliseerde veelhoeken. Dit artikel bevat een schets van de classificatie van de Moufangveelhoeken en veel verwijzingen naar recente onderzoeksartikelen. Linus Kramer: 'Buildings and classical groups', een mooi overzicht over Titsgebouwen in relatie tot klassieke groepen; volgens mij de beste artikel van het hele boek met veel verwijzingen naar goede literatuur, maar helaas niet naar