

Bennie Mols

Kijkduinstraat 121-2
1055 XW Amsterdam
bmols@wanadoo.nl

Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2006

Metingen onder druk

Vaak wordt er op de bijeenkomsten van een Studiegroep Wiskunde met de Industrie vanuit het niets een model opgebouwd voor een of andere commerciële toepassing. Hier speelt creativiteit een belangrijke rol en kan een bedrijf een oplossing voorgeschoteld krijgen die buiten de eigen expertise ligt. Minder vaak worden wiskundigen ingezet om een bestaand proces minutieus onder de loep te nemen: waar zit nu toch die fout in de analyse? Wat zien we over het hoofd? Een dergelijk probleem werd aangedragen door het Nederlands Meetinstituut (NMI). Drukmeters moeten steeds nauwkeuriger kunnen meten. Om ze te kalibreren, gebruikt het NMI een zeer precieze zuiger-cilinderdrukstandaard. De methode waarmee deze de druk bepaalt, lijkt eenvoudig, maar er zit een adder onder het gras. Wetenschapsjournalist Bennie Mols schrijft deze bijdrage naar aanleiding van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2006.

Metten is weten. Je moet dan echter wel weten dat je nauwkeurig meet: je wilt kunnen vertrouwen op je meetapparaat. Een horloge gaat na verloop van tijd verkeerd lopen: zo kun je gemakkelijk je trein missen. Als je een kilogram kaas koopt, wil je er van op aan kunnen dat de weegschaal van de kaasboer je niet bedriegt en als je vloerbedekking voor je woonkamer koopt, wil je wel dat je kunt vertrouwen op de maatlat waarmee je je woonkamer opmeet. Lengte, tijd en gewicht zijn belangrijke meetgrootheden.

Een andere belangrijke meetgrootte is de druk. Druk is de kracht op een oppervlak gedeeld door de grootte van het oppervlak. Neem bijvoorbeeld de luchtdruk. Lucht heeft een bepaald gewicht en dat drukt op een oppervlak. De trommelvliezen in je oren merken dat wanneer je bijvoorbeeld met een kabelbaan in de bergen omhoog of omlaag gaat. Hoe hoger in de bergen, hoe lager de luchtdruk. Een typische waarde van de luchtdruk in Nederland is duizend *hectoPascal*, wat weer gelijk is aan duizend *millibar*.

Drukmetingen spelen een belangrijke rol in het voorspellen van het weer, in de luchtvaart, maar ook in industriële processen. Industrieën automatiseren steeds meer van hun processen en gebruiken automatische drukmeters om die processen te controleren en te

regelen. Die drukmeters moeten nauwkeurig en stabiel zijn. Afhankelijk van de toepassing, wordt er bijvoorbeeld gebruik gemaakt van barometers (voor de luchtdruk), manometers (bijvoorbeeld op een fietspomp), drukbalansen, digitale drukmeters of vacuümmeters. Een perfect vacuüm bestaat niet, dus er is altijd wel enige druk, hoe klein ook.

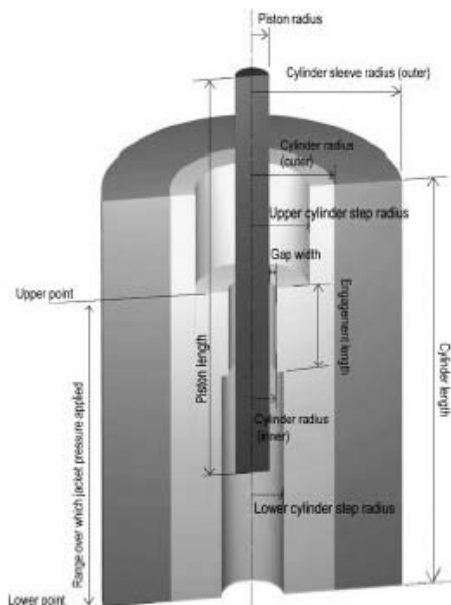
Als een bedrijf of instelling in Nederland wil weten hoe nauwkeurig en betrouwbaar zijn meetapparaat is, dan kan het zijn meetapparaat laten controleren door het Nederlands Meetinstituut (NMI) in Delft. Jos Verbeek van het NMI: "Wij kalibreren het meetapparaat en geven een certificaat af waarop staat hoe betrouwbaar het meetapparaat is, wat de afwijkingen zijn. De klant kan daar vervolgens voor corrigeren."

Diverse Europese landen hebben ieder hun eigen nationale meetinstituut. Om drukmeters van klanten te kalibreren, gebruiken ze ieder hun eigen nauwkeurige drukmeters. De Europese organisatie van verzamelde nationale meetinstituten, EUROMET, kwam met het idee om de drukstandaarden van zes van die Europese instituten (Duitsland, Frankrijk, Italië, Turkije, Slowakije en Nederland) te vergelijken. Ieder instituut bleek een iets andere methode te gebruiken om de druk van hun drukstandaarden te bepalen. Verbeek: "Wij

willen graag weten wat de verschillen zijn tussen die methoden en of we onze eigen methode kunnen verbeteren."

Zuiger gefopt

De drukstandaarden die de meetinstituten wilden vergelijken, bestaan uit een zuiger die in een cilinder schuift. De cilinder is gevuld met een gas of een vloeistof. Voor de meting van relatief kleine drukken wordt een gas gebruikt. Dan gaat het meestal om droge lucht, stikstof of helium. Voor de meting van relatief hoge drukken wordt een vloeistof gebruikt. Een vloeistof laat zich immers moeilijk samendrukken, waardoor al snel een grote druk wordt opgebouwd onder de zuiger. Als vloeistof wordt meestal olie gebruikt. De druk wordt bepaald door een bekende massa te plaatsen op de zuiger. De druk is dan de kracht die op het zuigeroppervlak werkt gedeeld door het zuigeroppervlak. In de ideale wereld lijkt dat een fluitje van een cent. Maar in de praktijk zit er altijd een smalle opening tussen zuiger en cilinder. Als de zuiger omlaag wordt gedrukt, stroomt er een beetje gas of vloeistof door die opening omhoog. Zo wordt de zuiger meer tegengewerkt dan alleen door het gas of de vloeistof die onder de zuiger zit. Het probleem is nu om een goede methode te verzinnen die bij een gegeven massa op de zuiger, op de nauwkeurigste manier de druk berekent. De druk die de drukstandaard bepaalt, wordt door de extra tegenwerking van het gas of de vloeistof in de smalle opening iets groter dan de druk van alleen het gas of de vloeistof onder het zuigeroppervlak. De druk die je echt wilt weten is dus iets kleiner dan de druk die je zou verwachten op grond van het gewicht van de zuiger die erop drijft. Daarvoor moet je het meetapparaat corrigeren. Omdat de druk wordt be-



Figuur 1 Het zuiger-cilindersysteem schematisch weergegeven

rekend als de kracht op de zuiger gedeeld door het zuigeroppervlak, kun je de echte druk berekenen door een iets groter zuigeroppervlak aan te nemen. Dat heet een effectief zuigeroppervlak. De uitdaging is nu om een goede formule op te stellen die dat effectief zuigeroppervlak berekent. Om dat uit te zoeken leverde het NMI aan de wiskundigen van de Studiegroep een serie meetdata, inclusief de bijbehorende meetfouten, van de zes Europese instituten die aan het vergelijkingsproject meededen.

Scheve stukken

De wiskundigen onderzochten allereerst in hoeverre de zes methoden van zes Europese meetinstituten van elkaar verschillen. “Het bleek dat vijf van de zes methoden weliswaar een iets andere formule gebruiken, maar dat ze in essentie hetzelfde achterliggende natuurkundige model gebruiken om het effectieve oppervlak te berekenen”, vertelt wiskundige Jan Draisma van de TU Eindhoven. “Het NMI-model bleek af te wijken van de andere modellen. We zijn toen gaan uitzoeken waar dat aan lag en welke gevolgen dat heeft.”

Het NMI-model meet op dertien hoogten de diameter van de zuiger en de cilinder met een nauwkeurigheid van vijftig nanometer (een nanometer is een miljoenste millimeter, ofwel een miljardste meter). Daaruit volgt dan de grootte van het bijbehorende oppervlak. De cilinder is natuurlijk overal ietsje breder dan de zuiger, maar allebei zullen ze niet op elke hoogte even breed zijn, want in de echte wereld bestaat geen perfectie. Op elke hoogte bepaalt het NMI dan een ge-

middelde. Het effectieve oppervlak berekenen ze door het gemiddelde van al die gemiddelden te berekenen. Intuïtief is dat een prima methode. Er zit echter een gemene ader onder het gras. Omdat cilinder en zuiger niet perfect glad zijn, stroomt het gas of de vloeistof in de tussenopening zo nu en dan langs een scheef oppervlak. Draisma: “De NMI-methode blijkt subtiele effecten hiervan niet in de formule mee te nemen. Om dat wel te doen, is het nodig om met een wiskundige vergelijking de stroming van het gas of de vloeistof door de nauwe opening uit te rekenen. Hieruit volgt dan de extra druk die deze stroming op de zuiger veroorzaakt. Het blijkt belangrijk om rekening te houden met de druk die het gas of de vloeistof uitoefenen op de stukken zuiger en cilinder die een beetje scheef staan. En die stukken zijn er altijd in de niet-perfekte wereld.”

Daaruit kan dan het effectieve zuigeroppervlak worden berekend. Bij een perfecte zuiger en cilinder reikt het effectieve oppervlak tot het midden van de opening. Maar in werkelijkheid zal dat niet het geval zijn. Waar de andere vijf Europese meetinstituten dit effect wel meenemen, doet het NMI dit niet. Dat verklaart de verschillen tussen de NMI-resultaten en die van de andere instituten. “Wij bevelen het NMI daarom ook aan om een methode te gebruiken die dat stromingseffect wel helemaal meeneemt”, zegt Draisma. Een tweede belangrijke aanbeveling zit in een betere methode om aan te geven hoe betrouwbaar de drukmeting is. Een meting gebeurt immers altijd met een bepaalde onnauwkeurigheid. De druk is bijvoorbeeld 1000 millibar ± 1 millibar. Een professioneel meetinstrument geeft altijd een specificatie voor de meetnauwkeurigheid.

Draisma: “Tot nu toe beschouwde het NMI de afwijkingen die ze op de dertien hoogten

meten voor de diameters van cilinder en zuiger als meetfouten. Maar dat zijn ze niet. Het blijkt namelijk dat je de diameters veel preciezer kunt meten, dan dat de fabrikant de zuiger en de cilinder kan maken. Dat inzicht hebben we gebruikt om een nauwkeuriger foutinterval te bepalen.”

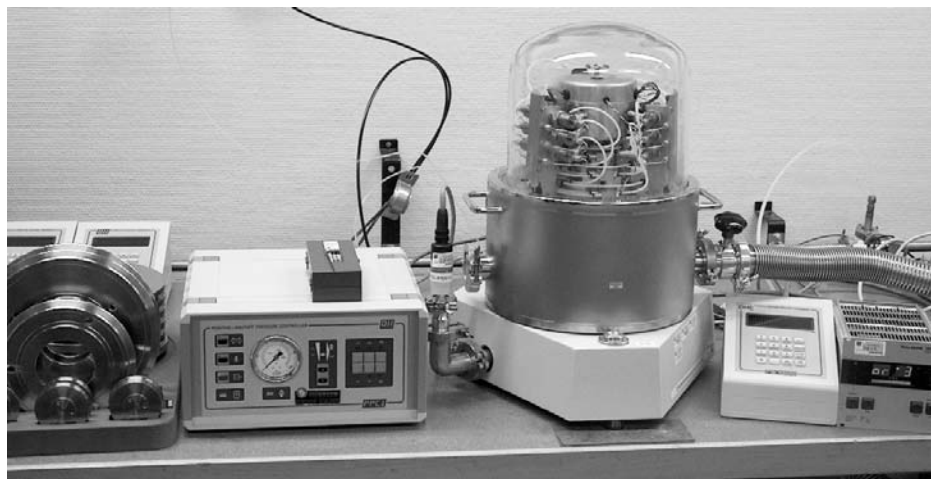
Wereldrecord drukmeting

Jos Verbeek van het NMI is tevreden met de resultaten. “We nemen de aanbevelingen van de wiskundigen zeker over. Bovendien laten we een afstudeerstudent wiskunde zich verder buigen over dit complexe meetprobleem. Het laatste woord over de wiskundige aanpak ervan is nog niet gezegd.”

Hoe nauwkeurig doen de drukmeters van de meetinstituten het? “Het wereldrecord nauwkeurige drukmeting ligt momenteel op 0,0005%, aldus Verbeek. En dat is akelig nauwkeurig. Het doel is zelfs om naar 0,0001% te gaan. Maar dan zijn we zeker tien jaar verder. Bij het NMI halen we nauwkeurigheden tussen 0,003% en 1%, afhankelijk van de toepassing. Die 1% geldt bijvoorbeeld voor vacuüm metingen.”

Het zuiger-cilindersysteem dat de wiskundigen bestudeerden, haalt een nauwkeurigheid van 0,0004 tot 0,07 millibar of hectoPascal. Deze nauwkeurigheden zijn nodig voor het kalibreren van drukmeters uit industriële processen. Bij vacuüm metingen liggen de nauwkeurigheden in de orde van 10^{-8} tot 10^{-10} millibar of hectoPascal, maar die metingen gebeuren met andere apparatuur. Bij het meten van hele hoge drukken, speelt trouwens weer een heel ander probleem. Dan gaan zuiger en cilinder door de hoge druk zelf een beetje vervormen. Ook dat effect moet dan weer worden meegenomen.

Metten is niet automatisch weten. Goed meten leidt in elk geval wel tot meer weten. ∞



De NMI-opstelling met de zuiger-cilinderdrukstandaard