



## Gijs Nieuwenhuis

Structural Analysis Engineer

NKMNoell Special Cranes GmbH

Kruisweg 643, 2132 NC Hoofddorp

gijs.nieuwenhuis@nkmnoell.com

### Toepassingen

# De lemniscaatkraan

Elke wiskundige heeft wel eens kennis gemaakt met de klassieke lemniscaat van Jacob Bernoulli. Minder bekend is echter dat zogenaamde lemniscoïden, veralgemeniseerde lemniscaten, ook bij het ontwerpen van hijskranen een belangrijke rol spelen: lemniscaatkranen behoren sinds de jaren dertig tot de meest geavanceerde kraanconstructies. Op de CWI-vakantiecursus 2005 [1] en de wiskunde b-dag 2004 [2] voor middelbare scholieren werd dit onderwerp vanuit wiskundig perspectief benaderd. Maar welke rol speelt de wiskunde bij de daadwerkelijke constructie van deze kranen? Hoe kijken ingenieurs ertegenaan? Wat doen zij met de lemniscaat en waarom is juist deze kromme zo aantrekkelijk? Gijs Nieuwenhuis construeert als Structural Analysis Engineer zulke lemniscaatkranen bij het Nederlands-Duitse NKM Noell Special Cranes nadat hij jarenlang sterkterekenaar en hoofd engineering was bij de fabrikant van kranen FIGEE in Haarlem en Amsterdam. Zijn nieuwste project is de constructie van een drijvende kraan, een 'lemniscaat' van 36 ton op 43 meter die gaat werken op een 21 meter breed ponton met een nieuw systeem van balancering. In dit artikel beschrijft hij de constructie van lemniscaatkranen en welke problemen er in werkelijkheid de kop opsteken.

Een bekende verschijning in de havens is de lemniscaatkraan. Deze kraan, die bijna zonder uitzondering is uitgevoerd als drijvende kraan, dankt zijn naam aan een wiskundige kromme, de lemniscaat. Of het terecht is dat deze kraan de naam draagt, is beter te beoordelen na het lezen van dit artikel.

#### Korte beschrijving van het kraantype

De lemniscaatkraan is in principe een bijzondere dubbelarmkraan. Bijzonder en ken-

**Figuur 1** Een lemniscaatkraan. Bij het naar voren bewegen verandert de hoogte van de punt van de takel nauwelijks.

merkend is dat dit kraantype een bovenste arm heeft, de bovenarm, die bijna horizontaal blijft bij het vluchtverstellen, toppen genoemd. De gewone tuimelarmkraan heeft een bovenarm die, zoals de naam al aangeeft, veel grotere bewegingen maakt. In de uiterste ingetopte stand staat de arm bijna verticaal. Een ander kenmerk is dat de voorarm en de achterarm in de middenstand vrijwel verticaal staan. De drijvende kraan wordt ingezet als overslag- kraan tussen bulkcarriers en lichters. Op deze manier is een dure kade niet nodig en kan de diepgang van de bulkcar-

rier worden gereduceerd en vervolgens door de sluisen worden getrokken, zoals dat bijvoorbeeld in IJmuiden het geval is. Het grote schip kan dan met gewone walkranen verder worden gelost. Een andere mogelijkheid is de kraan in te zetten op twee locaties of te gebruiken om direct op de wal over te slaan, eventueel met meerdere kranen (zie figuur 4).

#### Horizontale lastlijn

De verhoudingen van de armen worden zodanig gekozen dat de last een vrijwel horizontale beweging maakt. Het belang van de zogenaamde horizontale lastlijn is de volgende: Bij het toppen is het wenselijk om de krachten in het mechanisme dat deze beweging aandrijft, het topwerk, beperkt te houden. In geval van een flinke helling in de lastlijn, moet het topwerk een hijsbeweging uitvoeren en is er meer topvermogen nodig.

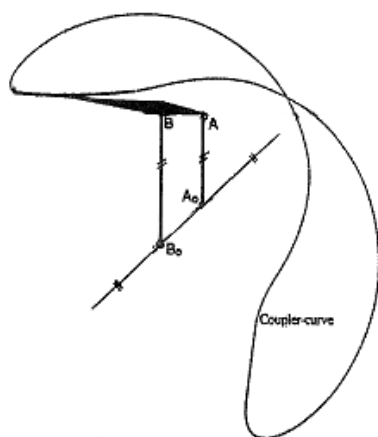
#### De echte lemniscaat

De lemniscaat is een meetkundige plaats van punten waarvan de afstanden tot twee brandpunten een constant product hebben. Deze is minder bruikbaar voor de kraan. In de figuur 2 is te zien dat na enige aanpassing er een deel van de kromme is die vrijwel horizontaal is. Voor het verkrijgen van deze lemniscaatkrom-

me, is er een vaste verhouding van lengtes voor de armen, het zogenaamde giekstelsel. De opzet hiervan is vrij eenvoudig te benaderen met de volgende vier gegevens: Stel de lengte van de bovenarm op 1; de lengte van de voor- en achterarm op respectievelijk 0,86 en 0,66. Kies de steunpunten van deze armen door deze in een verticale stand te zetten en sluit de voorarm aan op 0,29 van de bovenarmlengte. Vanuit deze positie is een acceptabele lastlijn te verkrijgen.

### Keuze van de armlengtes

Voor het vinden van de juiste afmetingen is het niet zozeer nodig om de theorie van de lemniscaatkromme te weten, maar is het van groot belang te onderzoeken wat de gevolgen zijn voor de kraan als van de ideale lastlijn wordt afgeweken. Door af te wijken van de afmetingen die behoren bij de echte lemniscaat wordt er niet meer gesproken over een lemniscaat, maar ook wel over een lemniscoïde. Om de effecten te weten van de aanpassingen, is in het verleden proefondervindelijk gewerkt. Op de tekenkamer van de fabrikant van kranen FIGEE, een bekende naam rond de lemniscaatkraan, heeft jarenlang een meccanodoos gestaan. In ieder geval is daar bereikt dat met aanpassen van de verhoudingen de theoretische verhoudingen voor het giekstelsel, de lemniscaat wel is verlaten, maar er een groter werkbaar bereik is gerealiseerd. Een veelgebruikt analyse middel is de spreadsheet. Op de webpagina [2] is heel aardig een gevoel te krijgen van de effecten van de verschillende systeemmaten. Juist met een eenvoudig stuk gereedschap als een spreadsheet, is vrij snel een heel acceptabele lastlijn te realiseren. Constructeurs heb-



**Figuur 2** De baan die het uiteinde van de arm van een lemniscaatkraan beschrijft (de Coupler-curve). In het plaatje stelt de zwarte rechte lijn de arm voor, en  $AA_0$  en  $BB_0$  de steunpilaren van de arm, waarbij  $A_0$  en  $B_0$  rotatiepunten zijn. Zie ook figuur 3.



**Figuur 3** De balancering van de lemniscaatkraan is in veel gevallen gezocht in de achterarm. Hier vormt de ballastbak een geheel met de achterarm.

ben immers de neiging om de lengtes van de armen op 'mooie' maten te zetten. Hoewel een armlengte van 25687 mm of iets dergelijks nauwelijks op grote bezwaren zal stuiten wordt hier toch graag een maat van 25700 van gemaakt. Zulke kleine aanpassingen zijn veelal (aantoonbaar) te accepteren.

### Aanpassing van eis lastlijn

Veel berekeningen die in het verleden zijn gemaakt gingen uit van de horizontale lastlijn. De vast opgestelde kraan, zonder pontonbeweging dus, maakte hierbij een mooie horizontale lastlijn. Een andere mogelijkheid is om in de lastlijn een compensatie aan te brengen voor de beweging die de kraan maakt door de pontonbeweging. Met name de beweging om de langsas, de 'roll' heeft veel invloed op de lastlijn. Een drijvende kraan, dwars op ponton met volle last op maximale vlucht, maakt een hoek van zo'n 2 graden, ook wel de 'trimhoek' genoemd. Het is duidelijk dat deze be-

weging van de het ponton een nadelige invloed heeft op het topwerk. De lastlijn maakt door de pontonhoek een helling. De eerste 16-tons kranen van FIGEE hebben na oplevering een extra ballast gekregen omdat deze hoek voor het topwerk teveel van het goede was. Door een verbeterd programma waarbij de invloed van de pontonhoek meegenomen wordt, zijn topwerkproblemen te voorkomen.

### Algemeen geldende eis voor lastlijn

Uiteindelijk is een fraai horizontale lastlijn niet heel erg van belang voor een drijvende kraan. Het was ons immers te doen om het topvermogen beperkt te houden. Door lastlijnvariaties te combineren met vermogensberekeningen is een optimale curve te bepalen. Hierbij moet de berekening worden gemaakt voor in- en uittoppen met volle last met kraan in lengterichting van ponton (kraan maakt heel kleine hoek) en met de kraan dwarsuit (kraan maakt grootste pontonhoek). De berekening moet ook worden herhaald

met een lege grijper. Hiermee is het maximale bereikt: de minimale eisen voor het topwerk worden bepaald.

### Balancerings

Een andere eis aan de kraan is de balancerings van het giekstelsel. Bij een ideale balancerings staat in iedere stand van de giekdelen de armen in evenwicht. Dat houdt dat voor zowel het intoppen als het uittoppen buiten eventuele wrijving geen energie moet worden toegevoerd of afgevoerd. Het gemeenschappelijk zwaartepunt van de giekdelen maakt dan in de meeste gevallen een bijna rechte lijn. Veelal wordt de balancerings zodanig uitgelegd, dat er een curve ontstaat met twee dalen. Op die vluchtstanden is er een stabiel evenwicht. De mate van balans heeft een groot effect op het benodigde vermogen, veel groter dan bijvoorbeeld het effect van de pontonhoek.

### Conventionele balancerings

De balancerings van de lemniscaatkraan is in veel gevallen gezocht in de achterarm. Dit is te zien in figuur 3 waarin de ballastbak een geheel vormt met de achterarm. Dit maakt de opzet van de kraan eenvoudig: er is sprake van een achterarm, een voorarm en een bovenarm. De mate van balancerings van de kraan voor wat betreft het giekstelsel is acceptabel. Een nadeel vormt echter de positie van de ballastbak. Door het geïntegreerd zijn aan de achterarm, staat de zogenaamde ballastbak erg ver naar achteren en kan dan in

aanraking komen met het schip.

### Andere balancerings

Kranenfabrikant FIGEE heeft in het recente verleden een kraan gemaakt die, evenals een tuimelarmkraan, een aparte arm met ballastbak, de balansarm koppelde aan de voorarm. Met deze manier van balanceren zijn er meer mogelijkheden. Door de koppelstang is er immers een mechanisme ontstaan, waarmee een overbrenging kan worden gemaakt waarbij de hoeken en hoeksnelheden van de voorarm en de balansarm kunnen verschillen. Door een draaipunt voor de balansarm meer in het hart van de kraan te brengen, is de ballast uit de gevarenzone te halen en kan de kraan een normale geometrie krijgen. Tot nu toe is de balancerings slechts gericht op het in balans brengen van het giekstelsel. Hierbij is het ook mogelijk om de totale kraanbalans te beïnvloeden. Wat is de horizontale verplaatsing van het gemeenschappelijk zwaartepunt van het giekstelsel. Door met deze bril naar de kraanbalans te kijken is het mogelijk door extra ballast een sterk verbeterde balans te verkrijgen.

### Sterkte-eisen

De sterkte-eisen worden opgelegd door de norm. Hiervoor worden veelal nog steeds de Nederlandse normen *NEN 2018* en *NEN 2019* gebruikt. De norm maakt een indeling voor het stalen geraamte in kraangroepen. Deze indeling is een combinatie van hoeveelheid last-

spelen en het lastspectrum. Met het aantal lastspelen wordt in het ontwerp aangegeven hoeveel keer de kraan het lastspel zal doorlopen en het lastspectrum geeft aan de intensiteit waarmee de last zijn maximale waarde benadert. Hiermee heeft een kraan die veelvuldig met de bedrijfslast (dat is de maximale last, *Safe Working Load*) wordt belast en tevens een soort bedrijf kent waarbij de kraan veelvuldig wordt gebruikt, een hogere kraangroep dan een kraan die een lager aantal lastspelen maakt en ook minder intens wordt belast. Deze normen stellen eisen aan de maximale spanningen voor zowel sterkte, afhankelijk van het materiaal, en de vermoeiing, afhankelijk van kraanindeling, kerfgroep en grensspanningsverhouding.

### Dynamica van de kraan

Een van de bijzondere elementen van de lemniscaatkraan is de dynamiek. Zoals zoveel kranen die zwenkbaar op de kade staan opgesteld, kent de kraan de dynamische belasting uit toppen en zwenken (massatraagheid van de giekdelen), gecombineerd met de effecten uit last. Echter voor een drijvende kraan komen daar nog verschillende andere belastingen bij. Naast de scheefstand van de kraan zelf, een statische belasting in twee richtingen, dus in lengtering van de kraan en loodrecht daarop; dwars op de kraan, zijn er ook dynamische belastingen door de versnellingen van de combinatie van kraan en ponton. Op iedere vluchtstand van de kraan en iedere



**Figuur 4** De 25 tons lemniscaatkraan van OVET lost direct op de wal.

hijslast heeft de kraan een andere evenwichtstand. Omdat de vluchtstanden veranderen en de hijslast regelmatig verandert, heeft dit drijvende lichaam de neiging om de nieuwe evenwichtstand te gaan innemen. Omdat de combinatie van kraan en ponton een vrij grote traagheid heeft, met name om de lengtes van het ponton, heeft de kraan de neiging om door te schieten en een pendeling te beginnen om de nieuwe evenwichtstand. Dit wordt echter voorkomen door een redelijke mate van demping door het water wat bij het aannemen van een andere pontonhoek moet worden verplaatst. Een eenvoudige en bruikbare modellering van de kraan die bewegend is om de lengte as (roll) is de volgende. Hierbij is  $U$  de uitwijking in graden,  $t$  de tijd in seconden en  $T$  de slingertijd.

$$\text{Hoek } \varphi = U \sin \frac{2\pi t}{T}$$

$$\text{Hoeksnelheid } \omega = U \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi t}{T}$$

$$\text{Hoekversnelling } \alpha = -U \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Met enkele metingen uit de praktijk zijn eenvoudig de slingertijd (circa 6/7 seconden) en de maximale hoek (dynamisch circa 3 graden) te bepalen. Met deze waarden is al snel te berekenen dat de maximale (roll)versnelling zo'n 0,05 rad/s<sup>2</sup> bedraagt. Een groot effect van de rollversnelling is terug te vinden in het topwerk. Omdat de klassieke berekeningen deze belastingen niet meenamen, traden

er in het topwerk belastingen op die niet uit de (hand)berekeningen terug te herleiden waren. Met name dit effect maakte de lemniscaatkraan tot een 'lastige' kraan.

#### Effecten uit zeegang

Op enkele plaatsen waar de lemniscaatkraan is ingezet, was het niet mogelijk om in de beschermde omgeving van de haven te werken. De kranen werken dan soms meer dan een kilometer uit de kust.

Als een kraan eenmaal aan een groot schip is begonnen is het wenselijk de klus af te maken. Hierbij treden andere belastingen op dan die alleen uit de eigen beweging voortkomen van de kraan. De kraan is dan, zeker bij serieuze golfhoogtes van zo'n twee meter, onderhevig aan versnellingen door het water. Dit doet zich voor in bijvoorbeeld India, waar de zeeconditie voor de kraan niet al te gunstig is. Hoewel het voor de kraandrijver een zeer vermoeiende bezigheid is om de hijslast veilig in het schip te brengen, wordt er daar tot extreme condities doorgegaan.

Ter illustratie: ter hoogte van de cabine geeft een versnelling van 0,05rad/s<sup>2</sup> een langs- of dwarsversnelling van  $\alpha = \omega \cdot h = 0,05 \times 30 = 1,5\text{m/s}^2$ . Deze waarde wordt minimaal verdrievoudigd bij serieuze zeegang. Dan treedt een dwarsversnelling op van circa  $\frac{1}{2}g$ !

#### Overige berekeningen

Naast de berekeningen voor de lastlijn; de

keuzes voor de balancering en de analyses voor de versnellingen die op de kraan werken in bedrijf; zijn er ook de 'standaard' berekeningen voor de kraan. Evenals de vermogensberekeningen voor hijsen, toppen en zwenken zal er ook een controle moeten zijn op stabiliteit tegen plooi en knik. Van een knik is voor een 'leek' een voorstelling te maken, maar dat is voor plooi lastiger. Kort gezegd komt het op het volgende neer: ook een plaatveld zal onder drukspanning een of meer bolingen willen gaan vertonen. Om dit te voorkomen moeten er plooiverstijvers worden aangebracht.

#### Stijfheidseisen

Aan kranen worden regelmatig eisen gesteld ten aanzien van de stijfheid. De meest in het oog lopende eis is de zakking aan de top. Hiervoor wordt logischerwijs de nominale hijslast als maat genomen. Een bruikbare eis hiervoor is 1/400 of 1/500 van de vlucht. Dit houdt in dat onder invloed van een hijslast de zakking bij 40 m vlucht niet meer is dan 100 of zelfs 80 mm. Niet zozeer de verplaatsing van de top als wel de eigenfrequentie is hierbij bepalend.

Andere eisen zijn bijvoorbeeld de horizontale verplaatsing (dwars) door de last. Een laatste ontwikkeling is een stijfheid van de cabineondersteuning. Deze heeft met name in de horizontale (dwars)richting een grote invloed op het comfort van de kraandrijver. ←

#### Referenties

<sup>1</sup> R.H. Kaenders, 'Kranen en Lemniscaten', *De schijf van vijf (Meetkunde, Algebra, Analyse,*

*Discrete wiskunde, Stochastiek), Syllabus CWI vakantiecursus, (2005)*

<sup>2</sup> 'Dansende Stangen', wiskunde b-dag 2004, <http://www.fi.uu.nl/wisbdag/>