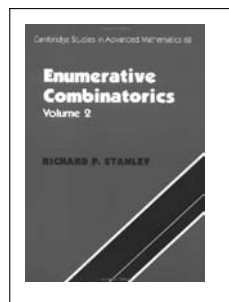


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
 Dept. of Math. and Computer Science
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
 Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
 e-mail: wgreview.win@tue.nl



R.P. Stanley
**Enumerative combinatorics
 volume 2**

Cambridge Studies in Advanced Mathematics
 62
 Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001
 585 p., prijs £27.99
 ISBN 0-521-78987-7

This book is the final volume of what its preface calls “an introduction to enumerative combinatorics”. In fact it is much more than that, the two-volume work organises and provides a foundation for a large part of combinatorics centred around questions of counting. Although the subject is very old, its numerous results might seem to lack the formal structure present in other mathematical theories (it may be noted for instance that in all of Bourbaki one finds just a single section on combinatorial questions). However Stanley demonstrates that all these results fit into a logical framework, and that seemingly *ad hoc* arguments are often instances of general principles. Yet the power and generality of the methods does not change the practical flavour of the subject, and a large part of these books deals with solving very concrete problems.

The central theme of the work is counting the members of parametrised classes of combinatorial objects, and the study of the generating functions defined by such counting processes. The exposition alternates between providing motivation for the considered questions, developing general methods, and giving applications of those methods. The first volume treated methods related to partially ordered sets (inclusion-exclusion, Möbius inversion, incidence algebra), and studied problems leading to rational generating functions. This second volume starts with analysing the combinatorial significance of composition of generating functions, and applications thereof such as counting trees and Lagrange inversion. It then continues the study of generating functions by broadening the class from rational generating functions to those defined by algebraic or differential equations, with a brief excursion into non-commutative series, and closes with a chapter on symmetric functions. Despite the continuity in style and subject matter, there is a marked difference between the two volumes, doubtlessly due in part to the twelve year interval (1986–1998) between their dates of publication. Although the second volume has only three chapters where the first had four, it is almost twice as long (585 pages compared to 326). This increase is mostly due to the great number of exercises: altogether their statements fill more than 100 pages, and their solutions more than 150. It appears that the author has tried to include all results known to him in which the given theory applies, either as an application illustrating the theory, or for less central results as an exercise.

The text is lively and informal, without leading to lack of precision or detail. Plenty of time is taken for instance to place techniques and results into perspective, to provide illustrations, and to reconsider results given before in the light of new methods. The goal goes beyond finding enumerative formulae, to trying to interpret and understand them. One recurring theme is that when a result turns out to be particularly simple, or identical to that of another problem, a bijective proof is sought: an invertible transformation of the counted objects into another class of objects that

is more easily counted or has been studied before. In several cases multiple proofs with different flavours are given for the same results; for instance, the Lagrange Inversion formula gets three different proofs. An extreme case of different problems sharing the same solution is Exercise 6.17, which gives 66 counting problems, all solved by the Catalan numbers (and recent additions can be found at <http://www-math.mit.edu/~rstan/ec/>, along with other addenda). Yet, the book does not make for light reading, due to the high level of detail inherent in the considered questions. A work that comes to mind for its comparable style and structure (but even more extreme) is Knuth's *The Art of Computer Programming*. To entirely assimilate this work, including the exercises, would be a very tough task; one understands the satisfaction of finally completing the book expressed by Stanley in the preface.

The final chapter, which fills about half of the book, differs slightly from the rest. It does not primarily study enumerative questions, but rather the algebraic structure of the ring of symmetric functions; the enumerative results that are given are combinatorial interpretations of numbers that arise in this study. About the same topics are covered as those in the well known first chapter of Macdonald's book on symmetric functions (for the generating function identities) and the first part of Fulton's book on Young tableaux (for the Robinson-Schensted-Knuth correspondence), but the treatment is more accessible than the former, and more thorough than the latter. In addition there are excursions treating specialisations, quasi-symmetric functions, plane partitions and Pólya theory. Also quite valuable is the appendix to this chapter written by Sergey Fomin, which gives complements concerning constructions on Young tableaux (jeu de taquin, and a proof of the Littlewood-Richardson rule), treated from a modern perspective.

A final mark of quality are the historical Notes included in each chapter. They trace the origins of the results presented in the book, but beyond that they often witness a detailed historical research. So we learn, for instance, that it was Cauchy who first studied the polynomials later called Schur functions, but that he did not formulate the 'Cauchy identity', although it can be deduced easily from other facts he did know. In summary, a fine introduction and an invaluable reference for the field of enumerative combinatorics.

M. van Leeuwen

internationale groepentheorieconferentie.

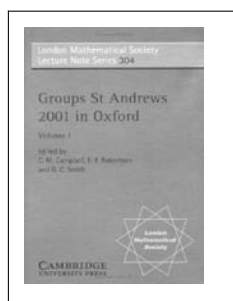
Het verslag van deze conferentie wordt sinds het begin door de Cambridge University Press in de London Mathematical Society Lecture Note Series uitgebracht, waarbij met het oog op relevantie en kwaliteit, de diverse artikelen beoordeeld en geselecteerd zijn door ter zake deskundigen. Geheel in de geest van de conferentie dragen de voordrachten op invitatie niet alleen het karakter van een *overview, survey, short course*, enzovoort, maar proberen ze tegelijkertijd een studentenpubliek of jonge wiskundigen aan te spreken en te prikkelen. Voor uw recensent, die het academische leven bijna twee decaden geleden officieel vaarwel heeft gezegd, maar zijn vakgebied passief volgt, was het lezen van de beide volumina zeer aangenaam.

Als groepennoviet is het uitschrijven van vermenigvuldigingstabellen van eindige groepen een bekende bezigheid, misschien niet de meest enerverende. Reeds in dit stadium zijn er interessante observaties te maken: stel dat op een eindige verzameling G twee binaire operaties $*$ en $\circ$ te definiëren zijn die G tot een groep maken. Schrijf de vermenigvuldigingstabellen uit met betrekking tot $*$, respectievelijk, met betrekking tot $\circ$. Stel nu dat minstens 89% van de uitgerekende producten in de beide tabellen overeenstemmen, dan moeten de groepen $(G, *)$ en $(G, \circ)$ isomorf met elkaar zijn! Dit werd voor het eerst bewezen in 1992 door Ales Drpal. Tevens sprak hij het vermoeden uit dat dezelfde uitspraak waar blijft als 89% vervangen wordt door 75%. Dit nu is het onderwerp van een van de artikelen van het eerste deel, waarbij het speciale geval van groepen van orde een 2-macht of 3-macht behandeld wordt. Je kunt er als beginnend groepentheoreticus zonder al te veel voorkennis zo je tanden inzetten. Het geformuleerde vermoeden blijft vooralsnog onopgelost ...

Het is slechts één van de 26 artikelen van Volume I en in Volume II bevinden zich nog eens 21 artikelen. Uiteraard is het ondoenlijk alle 47 hier te behandelen, maar toch wil ik u een aantal niet onthouden. Ten eerste enkele van de hoofdvordrachten. Marston Conder gaf een juweel van een korte cursus over de werking van groepen op objecten die een hoge mate van symmetrie bezitten. Immers daar zijn groepen op hun best, als ze symmetrieën of patronen moeten beschrijven! Niet alleen geeft Conder een historisch overzicht beginnend bij de zogenaamde Hurwitz groepen, die op een natuurlijke manier geassocieerd worden met het aantal automorfismen van Riemannoppervlakken — volgens Hurwitz (een stelling uit 1893) als lineaire functie van het geslacht gemaximeerd. Ook geeft hij een beeld welke computationele technieken zoals Magma of GAP de moderne groepentheoreticus ter beschikking staan om een en ander te staven dan wel kracht bij te zetten. Het artikel eindigt met een verzameling open problemen, waarvan een oproept om alle eindige enkelvoudige groepen te bepalen die Hurwitz zijn. Inmiddels werd door Wilson bewezen dat dit althans voor *Het Monster* het geval is (*The Monster is a Hurwitz Group*, J. Group Theory, 4 (2001), 367–374).

Een ander overzichtsartikel dat ook teruggrijpt op historisch werk van Hurwitz is *Random Walks on Groups: Characters and Geometry*, van de onder andere door het kaartschudden beroemde statisticus-goochelaar Persi Diaconis. Zoals de titel al verklapt, kansrekening en combinatoriek op eindige groepen, met als paradigma willekeurige transposities in de symmetrische groepen S_n , waarbij karaktertheorie om de hoek komt kijken. Het artikel eindigt met een zevental open problemen en 76 referenties.

Dan is er het artikel *Lie Methods in Group Theory*, van Mi-



C.M. Campbell, E.F. Robertson, G.C. Smith (eds.)

Groups St. Andrews 2001 in Oxford Volumes I & II

London Mathematical Society Lecture Note Series, 304 & 305

Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003

Volume I 306 p., prijs £38.00, Volume II 598 p., prijs £38.00

ISBN Volume I 0-521-53739-8, Volume II 0-521-53740-1

Sinds 1981 organiseren Colin Campbell en Edmund Robertson (University of St. Andrews) samen met hun collega Geoff Smith (University of Bath) elke vier jaar tijdens de zomer een fameuze

chael Vaughan-Lee, in feite een minisyllabus van een viertal colleges die een overzicht geven van hoe Lie-algebratechnieken kunnen worden toegepast op groepentheoretische vraagstukken. Als voorbeeld wordt het berekenen van Burnsidegroepen van priemexponent onder gebruikmaking van de Baker-Campbell-Hausdorffcommutatorformule genoemd.

Tenslotte heeft uw commentator met veel genoegen en zonder verveling het artikel van de buitenissige Marcus du Sautoy (cf. zijn fantastische design website <http://www.maths.ox.ac.uk/~dusautoy/>) zitten lezen, dat de ietwat te pretentieuze titel *Zeta Functions of Groups: The Quest for Order versus the Flight from Ennui* draagt. Dit werk, dat zich op het grensvlak van analytische getaltheorie en groepentheorie beweegt, tracht analoog aan de manier waarop de klassieke Riemann-zetafunctie een telobject vertegenwoordigt dat informatie bevat over alle priemgetallen, een versie te introduceren die iets zegt over bijvoorbeeld het aantal ondergroepen van index een priemmacht van een eindig voortgebrachte nilpotente groep. En net zoals in het klassieke geval kan men zich dan afvragen of er dan ook een analytische theorie te formuleren is met meromorfe voorzettingen in het complexe vlak, met functionaalvergelijkingen, en uitspraken over nulpunten. Een en ander ook in analogie met wat de algebraïsche getaltheorie al lang heeft laten zien. Het exposé begint met de inzichten van Euler en eindigt via p -adische integralen met interessante resultaten en vermoedens voor bepaalde klassen van groepen.

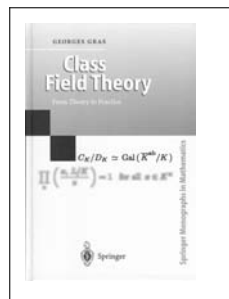
Een originele bijdrage is er te vinden van de diva van de on-eindige groepentheorie, de Pools-Russische Olga Macedonska. Zij verhaalt over *Groupland* (cf. <http://zeus.polsl.gliwice.pl/~olga/>), haar platte planeet waarop groepen leven in door hun eigenschappen bepaalde regio's. Op deze manier worden zowel bijvoorbeeld de klassen van residuaal eindige groepen, nilpotent-bij-locale groepen van eindige exponent, polycyclische groepen enzovoort, gevisualiseerd, maar ook onderlinge relaties, oude en nieuwe vermoedens tussen deze families in een enkel plaatje bijeengebracht.

Opvallend is dat na jaren van onbeduidendheid Spanje tegenwoordig een vooraanstaande rol speelt op groepentheoretisch gebied. Moreto figureert in Volume II met een buitengewoon aardig artikel, *Characters of p -Groups and Sylow p -Subgroups*, dat een overzicht en nieuwe inzichten verschaft over de relatie tussen enerzijds het aantal verschillende karaktergraden en anderzijds de afgeleide lengte (in het geval van oplosbare groepen) en de nilpotentieklass van de groep in kwestie. Voorts treffen we in dezelfde hoek een bijdrage aan van Lucia Sanus (*Character Correspondence and Perfect Isometries*, te maken hebbende met de bekende Glaubermann-Isaacs correspondentie), terwijl Josu Sangroniz (*Character Degrees of the Sylow p -Subgroups of Classical Groups*) ook in Volume II zijn opwachting maakt. A. Ballester-Bolinches heeft zelfs deel aan drie artikelen, die alle formatietheorie (een generalisatie van de Sylow- p -ondergroepentheorie, zoals opgezet door mensen als O. Kegel en T. Hawkes) betreffen.

Kortom, uw recensent, weliswaar bevooroordeeld door een voorliefde voor groepentheorie, las een tweetal bundels die naar zijn smaak zeer de moeite waard zijn. Enerzijds wordt een beeld geschetst van de stand van zaken van verschillende facetten van het vakgebied, anderzijds komt de boodschap over dat het onderwerp springlevend is, en gevoed wordt door een nieuwe generatie die naast de gevestigde orde van St. Andrews op originele en vernieuwende wijze de onderwerpen benadert. Ook zonder

een glas Glenmorangie een geweldige inspiratiebron voor naar ik mag hopen een handjevol Nederlandse studenten en professionele wiskundigen. Beter nog, probeer deze conferentie een keer bij te wonen!

N.S. Hekster



G. Gras

Class Field Theory From Theory to Practice

Springer Monographs in Mathematics

Berlijn: Springer Verlag, 2003

491 p., prijs €85,55

ISBN 3-540-44133-6

De klassenlichamentheorie is een geavanceerd onderdeel van de algebraïsche getaltheorie. Op een meer elementair niveau bestudeert men ideaalklassengroepen en eenhedengroepen van getallenlichamen en het splijtgedrag van priemen bij uitbreidingen van zulke lichamen. De klassenlichamentheorie beschrijft hoe het splijtgedrag van priemen een Abelse uitbreiding bepaalt en omgekeerd. Ik heb deze theorie altijd ervaren als krachtig, diep en van een grote schoonheid. In zo'n wiskundige wereld wil je wel vertoeven en hoe beter je er de weg kent, hoe mooier hij wordt. De eerste aanzet is geweest de kwadratische reciprociteitswet en een grote stap in de goede richting was de Stelling van Kronecker en Weber over Abelse uitbreidingen van de rationale getallen.

De betekenis van de hoofdstellingen van de klassenlichamentheorie is voor iemand met een basiskennis van algebraïsche getaltheorie niet moeilijk te begrijpen. Voor het bewijs van deze stellingen komt echter heel wat kijken. De auteur kent de wereld van de klassenlichamentheorie van alle kanten en dat is een uitstekend uitgangspunt voor een monografie over dit onderwerp. Hij heeft ervoor gekozen de hoofdstellingen niet te bewijzen, maar om te laten zien hoe ze functioneren, wat de gevolgen van deze stellingen zijn en hoe ze onderling samenhangen. Daarbij hanteert hij zowel de klassieke formuleringen van Artin en Takagi met gegeneraliseerde ideaalklassengroepen als de modernere formuleringen met idèles. Een hoogtepunt van het boek is het hoofdstuk over de structuur van de Abelse afsluiting van een getallenlichaam.

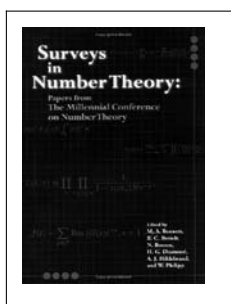
De auteur heeft met dit boek ook een bijdrage geleverd met conventies die orde moeten scheppen in de notatiejungle van de klassenlichamentheorie. De klassieke formuleringen wil je op het niveau van eindige uitbreidingen maar al te graag gebruiken, maar de vele parameters die er een rol spelen leiden snel tot barokke notaties. Het gebruik van scriptsize letters op regelhoogte kan ik niet waarderen, maar ik moet direct toegeven dat ik zelf ook nooit met bevredigende oplossingen voor notatieproblemen ben gekomen, ook niet nadat ik dit onderwerp een aantal keren heb gedoceerd.

Het niet bewijzen van de hoofdstellingen heeft voor- en nadelen. Een voordeel is dat het lekker opschiet. Dat is vooral een voordeel doordat de bewijzen van de hoofdstellingen je weinig vertellen over het gebruik ervan, ze vertellen je weinig meer dan dat het onmogelijk anders kan zijn. Als je een boek schrijft over het gebruik, dan hebben die bewijzen er weinig mee van doen. Ook voor de motivatie kan het helpen: waarom zijn die stellingen

met zulke krachtige gevolgen eigenlijk waar? Een nadeel is natuurlijk dat je nooit helemaal weet welk resultaat in de opbouw van de theorie een gevolg is van welk ander resultaat. Zo is in een niet ongewone opzet het Hasse-principe een bijproduct van het bewijs van een hoofdstelling en niet zozeer een gevolg van hoofdstellingen. Verder is er niet één mogelijke opbouw, maar zijn er verschillende. Uiteindelijk wil je toch wel één opbouw echt begrijpen.

Het boek is door zijn veelheid aan interessante thema's een zeer geschikt uitgangspunt voor een ieder die zich in de klassenlichamentheorie wil verdiepen. Het lijkt mij als basis voor een seminarium zeer geschikt. Doordat sommige onderdelen de vorm hebben van een opgave wordt de lezer aangezet tot activiteit en daar zal hij zeker zijn voordeel mee kunnen doen. Het originele manuscript was in het Frans. Niemand minder dan Henri Cohen heeft het voor Springer in het Engels vertaald.

F. Keune



M.A. Bennett et al. (eds)
Surveys in Number Theory
Papers from the Millennial Conference
on Number Theory

Natick, MA: A.K. Peters, Ltd., 2003

368 p., prijs \$30,-

ISBN 1-56881-162-4

The Millennial Conference on Number Theory was held in May 2000 on the campus of the University of Illinois at Urbana-Champaign. A total of 276 mathematicians from 30 countries were present at the meeting. The proceedings of this conference, containing 72 papers based on lectures given at the conference, have been published separately in three volumes under the title *Number Theory for the Millennium*. The present volume contains a selection of 14 of these and in its totality gives a broad survey of what is 'hot' these days in number theoretic research. In this light, the paper by (the late) Robert Rankin stemming from his desire to make a complete list of all the research students of G.H. Hardy is really a very odd one out in this volume. I read it with interest, but in my opinion it does not fit in this volume.

There are too many papers to be summed up here, so I restrict myself to mentioning just a few. M. Balazard discusses briefly 23 papers (in the form of an annotated bibliography) that are related to the Beurling-Nyman criterion for the Riemann Hypothesis. W.C. W. Li discusses recent developments in automorphic forms and applications (for example Ramanujan graphs).

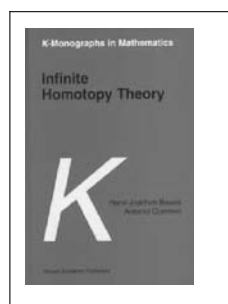
R. Tijdeman surveys Diophantine approximation, but also establishes some new results. He starts with reformulations of Baker-type lower bounds for linear forms in logarithms and Schmidt's Subspace Theorem. He gives applications to numbers composed of small primes and to Diophantine equations (with a special emphasis on recent results). He also considers the study of the non-vanishing and transcendence of infinite sums.

The article by Vaughan and Wooley is a fairly comprehensive survey of work on Waring's problem during the past century. Recall that the modern version of Waring's problem asks for upper bounds on $G(k)$, which is defined to be the smallest number m such that every sufficiently large integer can be written as the sum

of at most m positive integral k th powers. A method of Hardy and Littlewood as well as some refinements of Vinogradov and Davenport are described. Also some variations of Waring's problem are discussed.

The last, but definitely not least paper, is a beautiful survey of H.C. Williams regarding the Pell equation. It starts with the contributions of the Indians and Greeks and continues up to very recent work to which Williams and several of his pupils made an important contribution. For a somewhat shorter survey focusing more on Archimedes' cattle problem the reader can consult H.W. Lenstra's paper in the Notices of the American Mathematical Society (volume 49, 2002, pp. 182-192).

P. Moree



H.J. Baues, A. Quintero
Infinite Homotopy Theory

K-Monographs in Mathematics 6

Dordrecht: Kluwer Academic Publ., 2001

296 p., prijs €96,25

ISBN 0-7923-6982-3

Most textbooks on algebraic topology and a substantial part of the research papers only deal with compact spaces and the associated combinatorial or algebraic structures, which are usually finite or at least finitely generated. Geometrical questions sometimes lead to problems which fall outside this realm, but these are often dealt with in a more or less ad hoc fashion by some kind of a limit process starting from the compact situation.

In this book the authors try to deal with more general spaces in a fundamental way by setting up algebraic topology in an abstract categorical context which encompasses not only the usual category of topological spaces and continuous maps, but also several categories related to proper maps. For this Quillen's theory of model categories can not be used, since these categories do not have all finite products. Instead, the authors use the notion of 'category with a cylinder functor', which is a functor which generalizes the construction on topological spaces given by taking the product with a unit segment. If one is interested in spaces equipped with a map from a given space B , then even this does not apply and one has to use the still more general theory of a 'category with cofibrations'. These notions were developed in the book *Algebraic Homotopy* by the first author.

The following two categories are studied in detail: a) The category of topological spaces with as morphisms the continuous maps which are closed and proper b) The 'Category of Ends' where the objects are tuples $(X, \hat{X}, E)$ such that $\hat{X}$ is compact and $X = \hat{X} - E$ is open, and where the morphisms are continuous maps of such tuples. In contrast to the usual category of topological spaces, which has the one point space as a final object, these categories have no final object. Thus where in ordinary algebraic topology only a choice of a base point is needed, e.g., in the definition of homotopy groups, one here has to compare the objects with a standard object T with more internal structure, preferably a so-called tree-like space. This has as consequence that the analogue of the n^{th} homotopy group is no longer a group, but something more subtle: a model for the theory of cogroups $S^n(T)$; this

is a generalization of the notion of additive category. These ideas build on the book *Homotopy type and Homology* by the first author, and of course on many other publications in category theory.

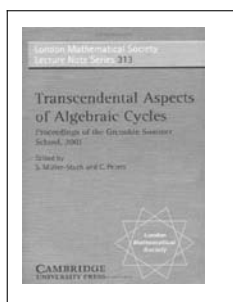
The first half of the book of about 160 pages is written in this style of a textbook, with detailed explanations and proofs. In it the above mentioned categories of spaces are analyzed and the necessary facts from topology are discussed. Substantially more from topology is needed than in ordinary algebraic topology, in particular when analyzing the possible homeomorphism types of a space of ends E . Although proofs are often not given, all concepts are carefully explained and detailed references for the proofs are given.

The last 60 pages are written more as a research paper, with much less detailed proofs. These discuss the analogue in the Category of Ends of local homology, and the homology of the universal covering. This culminates in a controlled version of the theory of simple homotopy type and Whitehead torsion.

The 60 pages in between are also in between in style. They discuss the analogues of basic tools of algebraic topology like the Van Kampen theorem and cellular homology; all using the language of theories of cgroups.

The book convinced me that these are the right tools in this subject. The level of abstraction makes it not always easy reading, but other than that a good understanding of the basics of ordinary homotopy theory is all that is needed to enjoy reading this book.

F. Clauwens



S. Müller-Stach, C. Peters (eds.)
Transcendental Aspects of Algebraic Cycles, Proceedings of the Grenoble Summer School 2001

London Mathematical Society Lecture Note Series, 313

Cambridge: Cambridge University Press, 2004
290 p., prijs £38,00

ISBN 0-521-54547-1

Dit boek bevat een verzameling lezingen van een zomerschool in Grenoble, gewijd aan de studie van algebraïsche cycli op complexe algebraïsche variëteiten met behulp van topologische en complex-analytische methoden. Het boek is verdeeld in drie delen.

Deel één (ik reken hiertoe ook de inleidende eerste twee hoofdstukken) is gewijd aan Chowvariëteiten en Lawsonhomologie, een homologietheorie die wordt verkregen door de homotopiegroepen van de topologische groep van algebraïsche cycli van gegeven dimensie te nemen.

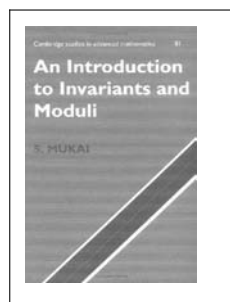
In deel twee worden motieven en motivische cohomologie behandeld. De belangrijkste thema's die hier aan bod komen zijn Grothendiecks theorie van motieven ('pure' motieven, afkomstig van gladde projectieve variëteiten), het verband met de vermoedens van Bloch–Beilinson over filtraties op Chowgroepen via Murre's vermoedens over decompositie van Chowmotieven, en Bloch's hogere Chowgroepen (een kandidaat voor een motivische cohomologietheorie).

Deel drie gaat over Hodgetheoretische invarianten van algebraïsche cycli. Het bevat een bespreking van de klassieke invarianten (de cykelklassenafbeelding en Abel–Jacobi-afbeelding), re-

gulator afbeeldingen, de Hodge- en Tate-vermoedens, een door Beilinson geïntroduceerd analogon van deze vermoedens voor hogere Chowgroepen, en de bestudering van bovengenoemde invarianten via infinitesimale methoden (stellingen van Noether–Lefschetz, Green–Voisin en Nori).

De door de twee organisatoren verzorgde inleidende lezingen over Hodge theorie zijn niet in deze proceedings opgenomen, maar verwerkt in het boek *Carlson, Müller-Stach, Peters, Period mappings and period domains*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003. In combinatie met dit boek biedt het materiaal in deze proceedings een heldere inleiding, gericht op niet-specialisten, tot enkele van de meest actieve onderzoeksgebieden gerelateerd aan de theorie van algebraïsche cycli.

J. Nagel



S. Mukai

An Introduction to Invariants and Moduli

Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 81

Cambridge: Cambridge University Press, 2003

503 p., prijs £70,00

ISBN 0-521-80906-1

Het komt zelden voor dat een boek over een recent onderwerp zowel toegankelijk als diepgaand is. Maar het uit het Japans vertaalde *An Introduction to Invariants and Moduli* van Shigeru Mukai is er zo een. Als een ontspannen wandeling die je langs alle hoogten van een gebied voert, zonder meer te vragen van de lezer dan enthousiasme en doorzettingsvermogen, loopt Mukai door de commutatieve algebra, Riemannoppervlakken, algebraïsche meetkunde en invariantentheorie. Dat lijkt een fikse kluit, maar hij slaagt erin zonder ooit het doel uit het oog te verliezen. Er wordt zelden meer theorie ontwikkeld dan er in de toepassingen gebruikt wordt, en elke uitspraak wordt aan de hand van een (tegen-)voorbeeld of opgave verklaard. Invariantentheorie bestudeert groepsacties op variëteiten. Deze komen we vooral tegen in zogenaamde moduliproblemen, waar we variëteiten willen classificeren 'op symmetrie na'. Het idee is om in de functiering $k[X]$ van een variëteit X te zoeken naar functies die invariant zijn onder de werking van de groep. Onder de juiste voorwaarde geeft de ring opgespannen door deze invarianten een nieuwe variëteit Y , die zich op de gewenste manier als quotiënt gedraagt. Beschouw bijvoorbeeld kegelsneden: figuren in het vlak gegeven door een vergelijking van de vorm $ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0$. Door de coëfficiënten in de matrix

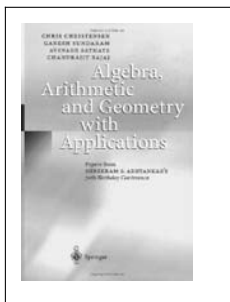
$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$$

te zetten zien we dat de ruimte van deze kegelsneden isomorf is aan de ruimte van symmetrische 2×2 -matrices. Deze ruimte van matrices vormt onze X . Hierop werkt $SL(2)$ rechts door het kiezen van een andere basis. De determinant $ac - b^2$ (in dit geval ook wel *discriminant* genoemd) is hiervan een invariant, en blijkt ook de enige te zijn. De quotiëntruimte Y wordt dan een lijn, en we vinden dat een kegelsnede op basiskeuze na bepaald wordt

door zijn discriminant!

Dit is een geweldig boek voor iedereen die de invariantentheorie wil leren kennen. Ook als je de eindstreep niet helemaal haalt, zul je er toch heel veel uithalen: zowel over de deelgebieden als over de toepassingen van de theorie. Masterstudenten en promovendi zullen merken dat lacunes in de kennis snel worden opgevuld en dwarsverbanden inzichtelijk gemaakt. Gezegd moet worden dat het terugvinden van een definitie of stelling niet altijd even makkelijk gaat, dus als referentiewerk is dit boek minder geschikt. Maar in zijn heldere uiteenzetting en didactische schrijfwijze kent dit boek op dit gebied geen gelijke.

R. Swierstra



C. Christensen, G. Sundaram, A. Sathaye, C. Bajaj

Algebra, Arithmetic and Geometry with Applications

Papers from Shreeeram S. Abhyankar's 70th Birthday Conference

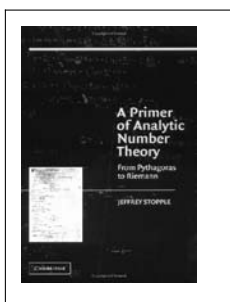
Berlijn: Springer Verlag, 2004

785 p., prijs €109,95

ISBN 3-540-00475-0

Dit is een dik boek, met bijna vijftig bijdragen, allemaal geschreven door mensen die de jarige kennen. Hij heeft de aandacht verdiend. Wat moeten anderen met het boek? Natuurlijk staat er hier en daar wel iets aardigs in. Zo is de bijdrage van onze landgenoot Van den Essen goed geslaagd, zeker voor wie wel eens van de Abhyankar-Mohstelling heeft gehoord. Ook is het leuk om Abhyankar's bekende gedicht *Polynomials and Power series* nog eens terug te zien. Maar de meeste lezers zullen al gauw zevenhonderd pagina's over willen slaan. Dan is het toch wel een zware last om mee te torsen. Waar gaat het over? Dat is nou precies het probleem. Over van alles en nog wat. Het varieert van de vraag hoe je veeltermen maakt met gegeven Galois groep, tot de vraag hoe de knopjes werken in de word processor *Scientific Workplace*. Mocht u al een telefoonboek hebben, dan zie ik geen reden om dit gewichtige werk aan te schaffen.

W.L.J. van der Kallen



J. Stopple

A Primer of Analytic Number Theory from Pythagoras to Riemann.

Cambridge: Cambridge University Press, 2003

473 p., prijs £23,-

ISBN 0-521-01253-8

De schrijver pretendeert dat zijn boek een inleiding voor lagerejaars studenten wiskunde geeft in de analytische getaltheorie. Alleen kennis van reële analyse wordt bekend verondersteld, geen complexe analyse. Hij zegt verder leesbaarheid en eenvoud te verkiezen boven wiskundige strengheid.

De term analytische getaltheorie vereist hier wel toelichting. Het grootste deel van het boek gaat over elementaire getaltheorie. De analytische delen betreffen priemgetaltheorie, en dus bijvoorbeeld niet additieve getaltheorie, transcendentie of modulair

re vormen.

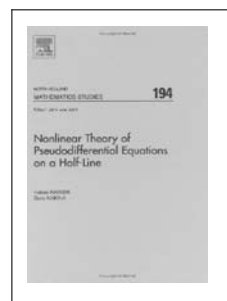
Om de gebreken in de voorkennis op te vangen zijn er intermezzo's over calculus, reeksen, complexe getallen en congruenties. Dat is irritant voor lezers die deze onderwerpen al kennen, want zomaar overslaan kun je deze delen niet. Sommige toepassingen in de getaltheorie worden meteen meegenomen.

De verdere getaltheorie is in dertien hoofdstukken verdeeld. De eerste hoofdstukken zijn heel eenvoudig: inductie, deelbaarheid, grootteorde en gemiddelde. De laatste vijf zijn nogal stevig: Riemann zeta-functie, L-functies en Siegel-nulpunten. Ik betwijfel zeer of lezers zonder deskundige begeleiding de brug van de driehoeksgetallen aan het begin tot de analytische klassegetalformule aan het eind aan de hand van het boek kunnen begaan. Ik zou aan het boek *Getaltheorie voor Beginners* van Frits Beukers (Epsilon Uitgaven, Utrecht, 1999) de voorkeur geven, en voor wie meer analytische getaltheorie wenst: *Multiplicative Number Theory* van Harold Davenport (2e druk: Springer-Verlag, 1980).

Ik denk dat het boek van Stopple vooral interessant is voor docenten die een inleidend college getaltheorie geven. Er staan soms interessante historische feiten in, af en toe alternatieve bewijzen die minder voorkennis vereisen, maar dan wel bewerklijker worden, en ook wel wat toepassingen. Daarbij vind ik het soms lastig een bepaald resultaat te vinden, omdat de volgorde van de onderwerpen ongebruikelijk is. Ook vind ik het ongelukkig dat de hoofdstukken soms misleidende titels hebben. Zo bevat het hoofdstuk *Pell's equation* drie bladzijden over de vergelijking van Pell en tien over kwadratische reciprociteit en L-functies.

Kortom: geen boek om getaltheorie uit te leren, maar wel aardig om erbij te hebben.

R. Tijdeman



N. Hayashi, E. Kaikina

Nonlinear Theory of Pseudodifferential Equations on a Half Line

North-Holland Mathematics Studies, 194

Amsterdam: Elsevier Science, 2004

319 p., prijs €98,00

ISBN 0-444-51569-0

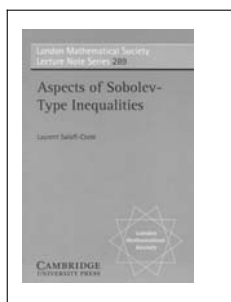
Dit boek behandelt problemen betreffende lokale existentie van oplossingen van niet-lineaire evolutievergelijkingen van het type $u_t + N(u) + Ku = f$, waar K een pseudo-differentiaaloperator op een halfrechte of een interval is, en $N(u)$ een niet-lineaire term die afhangt van u en zijn partiële afgeleiden. Na twee inleidende hoofdstukken met voorbereidingen en algemene theorie komen achtereenvolgens de volgende vergelijkingen aan bod: de niet-lineaire Schrödingervergelijking (NLS), de Whithamvergelijking en de Korteweg-De Vries-Burgersvergelijking (KDVB). Dan volgt een hoofdstuk over grote beginvoorwaarden voor de KDVB-vergelijking. Daarna volgt een hoofdstuk over een vergelijking met hetzelfde lineaire deel, maar een andere niet-lineariteit. De hoofdstukken 8 en 9 behandelen respectievelijk het Dirichlet-probleem en het Neumannprobleem voor de Korteweg-De Vriesvergelijking. Dan volgen twee hoofdstukken over de Landau-Ginzburg- en de Burgersvergelijking. Tenslotte zijn er nog twee hoofdstukken over de KDVB-vergelijking en de NLS op een interval, en een hoofdstuk over periodieke problemen.

Het boek is voor een flink deel een samenvatting van artikelen van de auteurs. Hier en daar is dat nog te merken, zoals bijvoorbeeld wanneer de auteurs spreken over “our results in this paper” (pagina 30). Maar over het geheel genomen hebben de auteurs hun best gedaan om hun artikelen om te werken tot een samenhangend en goed gestructureerd boek. Het boek is geschreven in een goed leesbare stijl, en ik heb slechts enkele typfouten gevonden, waarvan slechts een enkele wat hinderlijk is.

Het boek is ook erg prettig opgebouwd. De meeste hoofdstukken starten met een inleidende paragraaf waarin precies wordt uitgelegd wat het probleem is dat in het hoofdstuk aan de orde zal komen, en wat de belangrijkste resultaten zijn. De details volgen dan netjes in de volgende paragrafen. De opbouw van de hoofdstukken volgt daarbij ook vaak hetzelfde stramien: eerst wordt het lineaire probleem besproken, dan lokale existentie voor het niet-lineaire probleem, meestal voor kleine begindata, en vervolgens komt dan asymptotiek voor $t \rightarrow \infty$ aan de orde. Waar mogelijk wordt dan nog ingegaan op existentie van oplossingen voor grote begindata. Die opbouw betekent dat (bijna) alle resultaten van het boek te vinden zijn in de inleidende paragrafen van de hoofdstukken, en dat de lezer op elke plaats in het boek weet wat hem te wachten staat.

Wie snel op de hoogte wil raken van wat deze auteurs en de groep om hen heen op dit terrein verricht heeft, kan met dit boek heel goed uit de voeten. Dat het daarbij ook nog wel een overzicht geeft over andere literatuur is mooi meegenomen. Het boek past in die zin perfect in de serie waarin het is opgenomen, die immers tot doel heeft om technische monografieën te publiceren die diep ingaan op een (mogelijk beperkt) gebied, en geen overzichtsmo- nografieën.

A.C.M. Ran



Laurent Saloff-Coste

Aspects of Sobolev-Type Inequalities*London Mathematical Society Lecture Note Series, 289**Cambridge: Cambridge University Press, 2002**190 p., prijs £24,95**ISBN 0521006074*

The name Sobolev inequality on $\mathbf{R}^n$ with $n \geq 2$ refers to the following result. For $1 \leq p < n$ and $q = np/(n-p)$ there exists a constant $C(n, p)$ such that $\|f\|_{L^q(\mathbf{R}^n)} \leq C(n, p) \|\nabla f\|_{L^p(\mathbf{R}^n)}$ for all $f \in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$. Saloff-Coste's main interests are such inequalities and related results on Riemannian manifolds.

The underlying phenomenon for Sobolev inequalities is the relation between volume and surface area. This relation is carefully explained in Section 1.3 and moreover, is supplied with the historical details. I will not dwell on the interesting history but please allow me to recall this relation here. Let μ_n denote the n -dimensional measure. The best constant C_n such that the estimate $(\mu_n(\Omega))^{(n-1)/n} \leq C_n \mu_{n-1}(\partial\Omega)$ holds for any compact set $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ with smooth boundary, is also the best constant such that the Sobolev inequality holds for $p = 1$: $\|f\|_{L^{n/(n-1)}(\mathbf{R}^n)} \leq C_n \|\nabla f\|_{L^1(\mathbf{R}^n)}$ for all $f \in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$. Note that the Sobolev inequality for $p = 1$, which is in fact due to Gagliardo-Nirenberg, implies the one for $p \in (1, n)$ by using Hölder's inequality for

$|\nabla|f|^\alpha| = \alpha|f|^{\alpha-1}|\nabla f|$ with $\alpha = (n-1)p/(n-p)$.

So now the reader should be convinced that to extend Sobolev type inequalities and their consequences to noncompact manifolds a careful retracing of one's steps for the Euclidean case is necessary. Obviously the relation between (hyper)volume and (hyper)surface area is strongly dependent on the type of manifold.

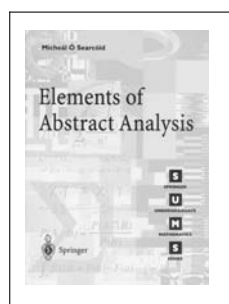
Having tried to motivate the author's intention I should also try to give a small line-up of the subjects that are being addressed. After the introduction which describes the main ideas, Chapter 2 is concerned with weak solutions to elliptic differential equations and the application of a Sobolev type inequality in Moser's iteration technique. Chapter 3 starts with Sobolev inequalities on manifolds. The two applications mentioned in the title of Chapter 4 refer to Gaussian heat kernel estimates and the Rozenblum-Lieb-Cwikel inequality. The last one being an estimate for the number of negative eigenvalues of $-\operatorname{div}(\nabla) - V$ on M in terms of V_+ . In Chapter 5 so-called local-Sobolev inequalities are exploited for manifolds that do not satisfy an appropriate growth rate. The Riemannian manifold M is said to satisfy such (a family of) local inequalities if the following holds:

$$\left(\int_B |f|^q d\mu \right)^{1/q} \leq C(B) \left(r(B)^p \int_B |\nabla f|^p d\mu + \int_B |f|^p d\mu \right)^{1/p},$$

for all $f \in C_0^\infty(B)$, with B a geodesic ball of radius $r(B)$ and where f_B is the average over B . Finally, Theorem 5.5.6 states the implications and equivalences between the local Sobolev inequality, an estimate for the growth rate of the volume of balls, a mean value inequality, an on-diagonal heat kernel upper, respectively lower bound and a Gaussian heat kernel estimate.

The book contains a wealth of information, is very well written, and is nevertheless pleasantly concise; it even has an excellent layout. Some obvious errors such as a missing positivity assumption for test functions should be forgiven. If my enthusiasm is not clear yet let me end with a punch line. It is one of those books that one is afraid to miss.

G.H. Sweers



M. Ó Searcoid

Elements of Abstract Analysis*Springer Undergraduate Mathematics Series**Berlijn: Springer Verlag, 2002**298 p., prijs €37,40**ISBN 1-85233-424-X*

“This is not an analysis textbook ... It is rather an essay on the foundations of modern analysis.” (p.vii) Inderdaad, dit is geen gewoon analyseleerboek. Het boek is ‘self-contained’, in de zin dat alles wordt opgebouwd uit de axioma's van de verzamelingenleer. Zelfs de definitie van bijvoorbeeld commutativiteit wordt herhaald. Op deze manier krijgen we een dwarsdoorsnede van de abstracte analyse met een sterke nadruk op de verzamelingstheoretische constructies. Via bijvoorbeeld lineaire en metrische ruimten, topologie, convergentie, samenhangendheid en compactheid

komt het boek uiteindelijk uit bij de stelling van Gelfand en Naimark.

Het is prettig alle analyse nog eens na te lezen, maar alleen na de analyse goed begrepen te hebben uit andere boeken. Helaas worden verzamelingstheoretisch interessante onderdelen van de analyse, als bijvoorbeeld maattheorie, Fouriertheorie of niet-standaard analyse niet behandeld.

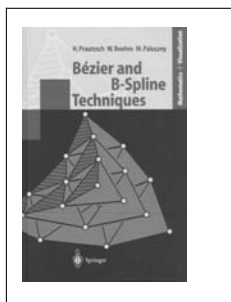
Als opstel over de grondslagen van de wiskunde is het boek erg beperkt. Het bevat een hoofdstuk over de axioma's van de verzamelingenleer en een hoofdstuk over ordinaal- en cardinaal-getallen. In andere hoofdstukken vinden we een beschrijving hoe de abstracte analyse in de verzamelingenleer gecodeerd kan worden. Dit coderen mag letterlijk genomen worden. De natuurlijke getallen worden bijvoorbeeld *gedefinieerd* als een deelverzameling van de reële getallen, zodat we mogen schrijven: $\mathbf{N} \subset \mathbf{R}$. Net zo, $\mathbf{C} := \mathbf{R} \cup (\mathbf{R} \times \mathbf{R} \setminus \{0\})$. Toch wordt er op andere plaatsen weer gewoon de identificatie gemaakt tussen een injectie en een deelverzameling.

Het boek ziet er verzorgd uit, bevat veel opgaven (met uitwerkingen) en heeft een uitgebreide index. Het boek is vooral gericht op: de 'final year undergraduate' die al bekend is met de te behandelen wiskundige structuren.

B. Spitters

introduction to recent literature on CAGD. It is based on courses taught by the authors, and the book shows that the material has been thoroughly tested and revised in classrooms. Prerequisites are minimal: basic knowledge of multivariate and vector calculus will be sufficient for a successful reading of this book. The book contains a modest collection of exercises, which should probably be extended depending on the goals of an introductory course on CAGD. Especially programming assignments (using Mathematica, Maple or Matlab) could provide a useful extension to the current set of exercises. The book is highly recommended, both as a textbook for courses on geometric computing and as a self-contained introduction to the field of Computer Aided Geometric Design.

G. Vegter



H. Prautzsch, W. Boehm and M. Paluszny
Bézier and B-Spline Techniques

Mathematics and Visualization

Berlijn: Springer-Verlag, 2002

304 p., prijs €74,85

ISBN 3-540-43761-4

Computer Aided Geometric Design (CAGD) deals with the algorithmic aspects of curves and surfaces. The field has been developed since the advent of computers to support modeling of geometric objects like wings of air-planes, hulls of ships, and bodies of cars in the sixties. The planning of paths for numerically controlled milling machines also required the development of special classes of surfaces suitable for algorithmic manipulation by computer.

One of the earliest books on Bézier and B-Spline techniques is Farin's *Curves and surfaces for CAGD. A practical guide*, (Academic Press, Inc., Boston, 1993).

Since the appearance of this book the field has grown impressively. New surface representations and techniques have been developed, like multivariate splines and subdivision surfaces related to wavelets. These techniques have been successfully applied in multiresolution representations of curves and surfaces, which is especially useful in computer graphics when a single object should be represented at various levels of detail.

The book by Prautzsch, Boehm and Paluszny contains many of the older surface techniques of CAGD, especially related to Bézier and B-Spline representations of piecewise polynomial surface patches. These techniques are also presented by Farin, but the book also covers some of the more recent techniques of multivariate splines and subdivision surfaces. The treatment is far from complete, but the book definitely serves as a solid in-



P. Schuster et al. (eds)

**Reuniting the Antipodes
Constructive and Nonstandard Views
of the Continuum**

Synthese Library, 306

Kluwer, 2002

316p., prijs €123,-

ISBN 1-4020-0152-5

Onder deze ietwat hoogdravende titel publiceert Kluwer de bijdragen aan een congres uit 1999 — een congres dat gewijd was aan mogelijke parallellen tussen de niet-standaard analyse en constructieve (waaronder: intuïtionistische) denkbeelden over de reële getallen.

De editors schrijven in hun voorwoord: "The distance between constructive and nonstandard mathematics [...] is actually much smaller than it appears to be. Indications for this are that non-standard practice often looks rather constructive, and that very small numbers unknown to vanish are indispensable to distinguish constructive mathematics from its traditional counterpart". Ik weet niet zeker of ik precies begrijp wat hier bedoeld wordt (in de intuïtionistische wiskunde kent men de 'fleeing numbers' van Brouwer, waarvan onbekend is of ze gelijk zijn aan 0, maar die hebben niets te maken met de infinitesimalen van Leibniz, Euler en Robinson), maar het lofwaaardige doel was: onderzoekers bij elkaar brengen uit diverse richtingen van niet-klassieke grondslagen van de analyse.

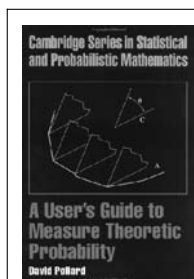
Er zijn nogal wat van die richtingen: behalve niet-standaard analyse en constructieve analyse heb je smooth infinitesimal analysis (of synthetische differentiaalmeetkunde), de theorie van locales (of, in predicatieve vorm, Formal Topology), recursieve analyse, Conway surreal numbers en andere definities gebaseerd op spelen. Al deze richtingen zijn in de congresbundel vertegenwoordigd, maar zijn de tegenvoeters verenigd?

Eigenlijk heb ik maar twee artikelen (van de 25) kunnen vinden waarin zoiets wordt geprobeerd: een uiteenzetting van Erik Palmgren over een model voor intuïtionistische niet-standaard analyse (gebaseerd op Moerdijk), en een artikel van David Ross waarin enkele resultaten uit de constructieve maattheorie verkregen worden via niet-standaard argumenten.

Het overgrote deel van de auteurs blijft binnen het eigen specialisme, en met name de intuïtionistische club (Bridges, Ishihara, Kushner, Mines, Richman, Veldman, Vita; ze waren er allemaal)

is bijzonder hecht (een blik op de referenties zegt boekdelen). De niet-standaard analyse-artikelen (Albeverio/Wu, Di Nasso, Gordon/Rezvoa, Ng/Render, Keisler/Sun) zijn zeer technisch en hadden ook in analysetijdschriften gepast.

Er is een interessant historisch artikel van Detlef Laugwitz over een voorloper van Robinson's niet-standaard model, en een voor mij moeilijk te taxeren wijsgerig artikel van Julia Zink over Peirce's ideeën over het continuüm. Dit soort artikelen hoort natuurlijk thuis in een bundel als deze; maar wat de bijdragen van Negri, Seisenberger (twee keer pure bewijstheorie) en Von Plato (constructieve traliethorie) hier doen, ontgaat me. *J. van Oosten*



D. Pollard
A User's Guide to Measure Theoretic Probability

Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, 8
Cambridge : Cambridge University Press, 2002.

351 p., prijs £20,95
ISBN 0-521-00289-3

Traditioneel wordt de maattheorie ontweken bij inleidende cursussen kansrekening, vooral voor niet-wiskundigen. Door de wiskundige precisie enigszins op te offeren, kan men dan met betrekkelijk weinig moeite kennismaken met enkele basisconcepten uit de kansrekening. Echter, de grenzen zijn vrij snel bereikt met deze aanpak. In het boek van Pollard ligt juist de maattheorie ten grondslag aan de opbouw van de kansrekening.

In het eerste deel van het boek worden de nodige begrippen en resultaten uit de maattheorie, in de vorm van een gebruikersgids, op een beknopte en elegante wijze gepresenteerd. Hierbij wijkt de auteur af van de traditionele aanpak: in de maattheoretische constructies wordt de integraal geïdentificeerd met een lineaire functionaal gedefinieerd op de ruimte van meetbare functies. Dankzij de doordachte keuze en strakke opbouw van het materiaal legt dit deel van het boek de benodigde wiskundige basis voor de kansrekening.

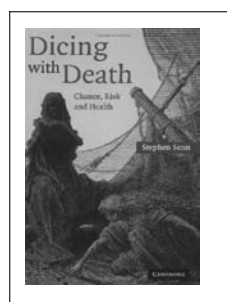
Voorzien van het maattheoretische gereedschap, gaat de auteur vervolgens in op de klassieke onderwerpen van de waarschijnlijkheidsrekening: onafhankelijkheid, voorwaardelijke verdelingen, verwachtingen, de wet van de grote aantallen, martingalen, convergentie in verdeling, centrale limietstelling en Fourier transformaties. Bovendien komen nog een paar geavanceerdere onderwerpen aan bod, waaronder Brownse beweging, koppelingen, en desintegraties en de wet van de geïtereerde logaritme. Ook hier besteedt de auteur veel aandacht aan een zorgvuldige bewijsvoering en aan subtiele meetbaarheidskwesties.

Zoals twee vorige boeken van Pollard hebben laten zien (vooral het populaire boek uit 1984: *Convergence of stochastic processes*), beschikt de auteur over bijzondere didactische kwaliteiten. De presentatie van de stof kenmerkt zich door een eigenzinnige stijl. Hoewel de wiskundig rigoureuze behandeling een duidelijke prioriteit heeft, vermijdt de auteur ingewikkelde notaties en voorziet vele abstracte beschouwingen van zijn inzichtelijke commentaar. Waar mogelijk, geeft de auteur korte en elegante bewijzen. Veel aanvullend materiaal is op een handige wijze verborgen in voorbeelden en opgaven. Zodoende bevat het boek relatief veel mate-

riaal in verhouding tot zijn grootte.

Het onderhavige boek richt zich klaarblijkelijk op mensen die de kansrekening op een wiskundig rigoureuze manier willen bestuderen. Als zodanig is het boek bijzonder duidelijk en met veel zorg geschreven. Desalniettemin is een bepaald niveau van wiskundige cultuur van de lezer vereist. Bovendien is een elementaire voorkennis van de kansrekening wenselijk. Het boek van D. Pollard is dus minder geschikt als leerboek kansrekening voor beginners zonder gedegen wiskundige achtergrond: veel verfijnde maattheoretische beschouwingen kunnen verwarrend zijn voor lezers die voor het eerst kennismaken met de kansrekening.

Al met al is het boek van harte aanbevolen, zowel als leerboek voor lezers met affiniteit voor wiskunde als naslagwerk voor experts. *E.N. Belitser*



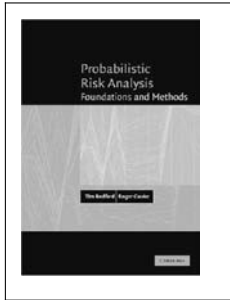
Stephen Senn
Dicing with Death
Chance, Risk and Health

Cambridge: Cambridge University Press, 2003
251 p., prijs £15,99
ISBN 0-521-54023-2

De enigszins morbide titel van dit boek reflecteert twee voorliefdes van de auteur: medische statistiek en toveren met taal. De auteur begint met een frustratie die een aantal statistici zal herkennen: "Look at that miserable student in the corner at the party. What are you studying? ... statistics". Statistiek wordt niet door iedereen als volwaardig vakgebied beschouwd, omdat het enerzijds 'te wiskundig' is voor toegepaste wetenschappers en 'niet wiskundig genoeg' voor wiskundigen. De schrijver doet een poging beide groepen te overtuigen van de schoonheid van de (medische) statistiek. Omdat deze twee doelgroepen ver uit elkaar liggen, gebruikt hij hoofdstukken met en zonder ster om meer en minder wiskundig georiënteerde onderwerpen aan te duiden. In sommige gevallen zal de wiskundige zich storen aan de overdreven uitgebreide uitleg van simpele begrippen zoals de binomiaalcoëfficiënt, maar gezien de spagaat die de auteur moet maken, zij dit hem vergeven. Het boek is rijklijk voorzien van voetnoten waarin sommige onderwerpen ook nog verder uitgediept worden. Een aantal onderwerpen is erg specifiek gericht op medische toepassingen zoals Cox' levensduurmodellen, gerandomiseerde klinische studies en ziekteverspreiding. Meer fundamentele statistische kwesties komen echter ook aan bod. Zo schetst de auteur het ontstaan van hypothesetoetsen, de verschillen tussen de Bayesiaanse en frequentistische school en fenomenen zoals regressie naar het gemiddelde. Het boek blijkt daarbij een rijke geschiedkundige bron te zijn met carrièrebeschrijvingen van vele beroemde statistici en kansrekenaars, waarbij de onhebbelijkheden van de beroemdheden niet vergeten worden. Dit laatste geeft het boek een aangenaam smeugig karakter.

Het boek is gelardeerd met (soms te lange) volzinnen en citaten, waarmee de schrijver het boek wellicht een literair karakter wil geven, hetgeen onnodig is. De kracht van Senn ligt in het illustreren van statistische begrippen. Voorbeelden zijn de trigonome-

trische analogie voor het begrip 'meetfout' en het proportionele denken als basis voor het Cox regressiemodel. Voeg daarbij een dosis paradoxen die de revue passeren (zoals de Lindley paradox) met gedegen verklaringen en het boek ontvouwt zijn grootste waarde voor de docerende statisticus. De auteur leunt wellicht teveel op het verleden en laat helaas na de tegenwoordig belangrijke rol van de statisticus in de analyse van genetische data te beschouwen. Dit boek geeft wel duidelijk een bewijs voor de relevantie van de statistiek in de maatschappij, hetgeen een steun in de rug voor 'that miserable student' moet zijn. *M. van de Wiel*



T. Bedford, R. Cooke
**Probabilistic Risk Analysis
Foundations and Methods**

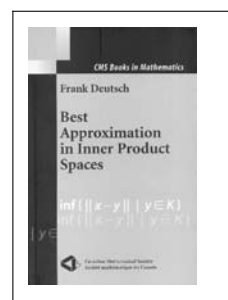
Cambridge: Cambridge University Press, 2001
393 p., prijs £45.00
ISBN 0-521-77320-2

De auteurs van dit boek behandelen de concepten en mathematische fundamenteën die ten grondslag liggen aan het kwantificeren en interpreteren van risico. Dat de term risico niet meer weg valt te denken uit de huidige samenleving wordt zeer goed geïllustreerd in het eerste hoofdstuk van het boek: voorbeelden van incidenten in de lucht- en ruimtevaart, de nucleaire sector en de chemische sector hebben er onder andere toe geleid dat de (kwantitatieve) risicoanalyse zijn intrede heeft gedaan bij de *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) en de *US Nuclear Regulatory Commission* (NRC). Ook de Nederlandse overheid heeft het concept risico geaccepteerd en vereist van installaties die te maken hebben met gevaarlijke stoffen een *Extern Veiligheid Rapport* (EVR) en daarmee zijn normstellingen geïntroduceerd voor het risico.

Het 393 pagina's tellende boek is opgedeeld in vier delen. Het eerste deel bestaat uit slechts één hoofdstuk waarin naast een historisch overzicht kort en algemeen wordt ingegaan op risico en de analyse daarvan. Het tweede deel van het boek behandelt de theoretische kant van risico, waarin in eerste instantie op filosofische wijze wordt uitgeweid over onzekerheid, haast ten spijt van de auteurs zo lijkt het: "Our focus in this book is practical. Unfortunately, in order to be practical, one must occasionally dabble in philosophy". Het derde hoofdstuk begint, met het voorgaande hoofdstuk nog in gedachten, glashard met een review van de elementaire waarschijnlijkheidsrekening, waarmee de wiskundige doorgaans meer vertrouwd is. De meest voorkomende verdelingen (binomiaal, normaal, exponentieel, poisson, gamma, beta, lognormaal) worden kort, maar zuiver belicht. De in risicoanalyses veel gebruikte Weibullverdeling wordt in een apart hoofdstuk tot in detail bekeken: de auteurs bespreken de toepasbaarheid van verschillende methoden (grafisch, maximum likelihood, Bayesiaans, Kaplan-Meier) om de Weibullparameters te schatten. Daarnaast wordt in het tweede deel van het boek aandacht besteed aan statistische inferentie. De twee meest voorkomende principes (Bayesiaanse inferentie en klassieke inferentie) worden beide besproken. Naast de uitgebreide beschrijving worden de voor- en nadelen van beide methoden belicht.

Het derde en vierde deel van het boek vormen de praktische invulling en toepasbaarheid van het geheel. Het derde deel bestaat uit zeven hoofdstukken die betrekking hebben op de analyse van systemen. De hoofdstukken zijn grotendeels onafhankelijk te lezen (elk hoofdstuk belicht op tamelijk summier wijze een component uit het geheel van de probabilistische risicoanalyse). Er wordt aandacht besteed aan (de analyse van) foutenbomen en gebeurtenisbomen, verschillende modellen met betrekking tot zogenaamd 'afhankelijk falen' worden besproken en ook worden wiskundige gereedschappen aangereikt om zo goed mogelijk faaldata te collecteren. Daarnaast wordt in het derde deel ingegaan op het gebruik van experts om expert-afhankelijke kansverdelingen te verkrijgen (expert judgement), hetgeen met name van belang is in het geval bepaalde parameters en de bijbehorende onzekerheden niet te schatten zijn met behulp van 'echte data'. In het voorlaatste hoofdstuk van het derde deel wordt een aantal beschikbare modellen en technieken met betrekking tot menselijk falen beschouwd. In het laatste hoofdstuk van het derde deel wordt aandacht besteed aan de problemen omtrent het beoordelen van de kwaliteit en betrouwbaarheid van software. Het vierde en laatste deel van het boek heeft betrekking op onzekerheidsmodellering en het meten van risico. Het bestaat uit een zestal hoofdstukken die wederom grotendeels onafhankelijk zijn. In dit deel wordt aandacht besteed aan beslissingstheorie, hetgeen als belangrijke toepassing kan worden gezien van de risicoanalyse. Tevens wordt aandacht besteed aan meerdimensionale verdelingen en beslissingsproblemen (in veel beslissingsvraagstukken is er meer dan één factor die van invloed is) en wordt kort ingegaan op zogenaamde projectrisico's (dat naast het risico van systemen op de omgeving een steeds belangrijkere rol gaat spelen in allerlei takken van de industrie). Tamelijk uitgebreid wordt er stilgestaan bij onzekerheidsanalyse; er wordt in dit hoofdstuk niet alleen gekeken naar de wiskundige verhandeling, ook wordt ingegaan op het visualiseren van onzekerheden middels zogenaamde 'cobweb plots'. Het laatste hoofdstuk van het vierde deel gaat in op het meten van risico en zegt kort iets over de heersende regelgeving omtrent risico's.

Dit fraai uitgevoerde boek beschikt over een index van illustraties en een index van tabellen. Bijna elk hoofdstuk wordt besloten met een reeks opgaven. Het boek is geschreven voor een ieder met enige kennis van waarschijnlijkheidsrekening en statistiek. Voor degenen die geïnteresseerd zijn in de concepten en mathematische fundamenteën van risico, en alles wat daaromheen speelt, is het een aanrader. *G.R. Kuik*



Frank Deutsch
**Best Approximation in Inner Product
Spaces**

CMS Books in Mathematics
Berlin: Springer Verlag, 2001
338 p., prijs €64,95
ISBN 0-387-95156-3

In dit boek worden theorie en toepassingen behandeld van beste benaderingen in vectorruimten met een inwendig product $\langle x, y \rangle$. Standaard voorbeelden van deze problematiek zijn: de kleinste-

kwadratenbenadering van een metingentabel met behulp van een polynoom, en de beste invulling voor een overbepaald systeem van vergelijkingen.

Wie niet vertrouwd is met inwendig-productruimten en beste benadering kan die achterstand goedmaken met de hoofdstukken 1 en 2. De beste benadering van een element p in een verzameling K is een element $x \in K$ dat de uitdrukking $\|p - x\|$ minimaal maakt. Natuurlijke vragen die daarbij opduiken, geven reeds een ruwe indeling van het boek. Voor welke typen verzamelingen K bestaan er beste benaderingen en is de oplossing uniek (hoofdstuk 3)?

Hoe herken je een beste benadering (hoofdstuk 4)? Hangt de beste benadering continu af van p (hoofdstuk 5)? Hoe groot is de 'fout' $\|p - x\|$ (hoofdstuk 7)? Hoe bereken je de beste benadering (hoofdstuk 9)?

Verzamelingen K die unieke beste benaderingen bezitten voor iedere p noemt men *Chebyshevverzamelingen*. Zonder de uniciteitsvoorwaarde spreekt men van *proximale verzamelingen*. Vrijwel alle existentiële stellingen zijn bevat in het ene resultaat, dat 'bijna-compacte' verzamelingen proximaal zijn en dat complete convexe verzamelingen Chebyshevverzamelingen zijn. Hoofdstuk 4 opent met het centrale resultaat rond de karakterisering van een beste benadering $x \in K$ van p : $\langle p - x, y - x \rangle \leq 0$ voor alle $y \in K$. Via Gram-Schmidtorthogonalisatie en enige Fourieranalyse worden meteen enkele klassieke beste-benaderingsproblemen opgelost.

In hoofdstuk 5 wordt de metrische projectie p_K (die aan een punt p zijn beste benadering in een Chebyshevverzameling K toekent) behandeld. Deze functie is altijd niet-expansief: $\|p_K(p) - p_K(q)\| \leq \|p - q\|$. Onder extra voorwaarden op K worden nog andere resultaten verkregen over p_K . Hoofdstuk 6 bevat de Fréchet-Rieszrepresentatiestelling in Hilbertruimten, die zegt dat elke begrensde lineaire functionaal $f(x)$ van de vorm $\langle x, p \rangle$ is voor een of ander element p . Veel resultaten in dit hoofdstuk (rond beste benaderingen in deelruimten, halfruimten, en polyhedra) zijn aanmerkelijk eenvoudiger aan te tonen in complete ruimten met deze representatiestelling.

De benaderingsfout is de afstand $d(p, K)$. Naast algemene 'formules' voor $d(p, K)$ worden in hoofdstuk 7 ook bruikbare formules gegeven voor bijzondere K , zoals eindig (co-)dimensionale deelruimten. In hoofdstuk 8 worden beste benaderingen voor het oplossen van een vergelijking $Ax = y$ behandeld, waar A een begrensde lineaire operator is.

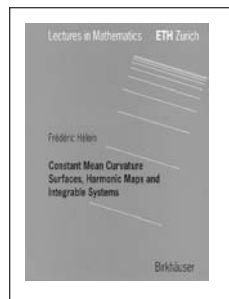
In hoofdstuk 9 wordt van Neuman's methode van alternatieve projectie bij het berekenen van beste benaderingen behandeld, met bijzondere aandacht voor de convergentiesnelheid. Hoofdstuk 10 gaat over interpolatie onder nevenvoorwaarden betreffende de interpolerende functie. In hoofdstuk 11 wordt een algemene formulering van interpolatie bestudeerd. Hoofdstuk 12 gaat over het belangrijkste onopgeloste probleem van de theorie van beste benaderingen: is elke Chebyshevverzameling in een Hilbertruimte convex?

Meetkundige voorstelling en dualiteitsprincipes spelen een belangrijke rol in de ontwikkeling van de theorie. Door de theorie niet te beperken tot *volledige* inwendig product ruimten (dat wil zeggen, Hilbertruimten) komen ook voor de toepassingen belangrijke onvolledige ruimten (zoals $C_2[a, b]$) binnen bereik.

Elk hoofdstuk eindigt met 'historical notes'. Hier vind je veel aanvullende informatie over sommige resultaten, hun ontstaan,

en hun toepassing. Deze monografie, geschreven met zeer veel zorg voor detail, is uitzonderlijk omdat ze vertrekt vanuit een minimale voorkennis van calculus en lineaire algebra en eindigt op onderzoeksniveau.

M. van de Vel



Frédéric Hélein

Constant Mean Curvature Surfaces, Harmonic Maps and Integrable Systems

Lectures in Mathematics. ETH Zürich

Basel: Birkhäuser, 2001

128 p., prijs € 23,-

ISBN 3-7643-6576-5

As indicated by the title, these lectures are about the connection between differential geometry and integrable systems. Integrable systems came up, although they were not recognized as such, in the study of embedded surfaces in, for example, Riemannian geometry. When the theory of integrable systems started to develop, it was realized that many integrable equations (with the Korteweg-de Vries equation as the most famous example) could be expressed as compatibility conditions between linear equations, and that they could be viewed as obstructions to zero curvature.

The present monograph starts out describing surfaces with prescribed mean curvature and conformal maps from a two-dimensional domain to $\mathbb{R}^3$. The discussion is on an elementary level and one does not need to be a differential geometer to be able to follow it, which is a good thing since it should also be readable for those working in integrable systems. Harmonic maps are introduced next and the variational point of view is discussed. Via the Gauss-Codazzi condition we arrive at the structure equations. It is explained how these arise and how they can be integrated. From the point of view of integrable systems, this integration is the trivial part, since it can always be done, so one cannot expect to find anything remarkable, like an integrable system. The remarkable thing is now that if one can deform the imbedding by a one-parameter family (this is the so-called spectral parameter) then one is on the right track towards integrability.

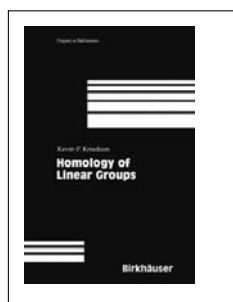
The theory is now getting more modern, loop groups are introduced. Using the techniques from integrable systems to solve the equations obtained from the structure equations, one then tries to go back to differential geometry and obtain geometric objects with prescribed properties. Wente tori are discussed, which are immersed constant mean curvature tori. These came as a complete surprise when they were discovered.

Let me add a few personal remarks to this description. I read these lectures in the hope of obtaining some answers, but in this I was disappointed. One question I had was: Why zero curvature? It seems that the whole thing works much better with constant curvature, and, moreover, I cannot follow the derivation of the zero curvature condition from the existence of a moving frame. In the derivation of the zero curvature equation one relies on the concept of integrability. This requires the mixed derivatives to be equal. But despite the common name and the fact that the zero curvature concept has been very successful in integrability theory, there is really no mathematical argument that enforces this. One

may argue that zero curvature is a special case, but what happens is that at some point one obtains an expression of the form $H_1 + \kappa H_2$, where $H_i, i = 1, 2$ are compatible Hamiltonian operators and κ the value of the constant curvature. Thus by taking $\kappa = 0$ one loses the bi-Hamiltonian character and thereby automatic integrability. To retrieve it is a nontrivial problem.

A second doubt I have is the following. It appears that one can only see that the structure equations lead to integrable systems and infinite dimensional geometry when one starts with the right connection. For instance, if for curves one chooses the Frenét frame, the equations become very messy and it takes the Hasimoto transformation to see that things are very well organized. But the Hasimoto transformation is nothing but a gauge transformation to the parallel frame, so this parallel frame gives the right connection. This choice of connection is never discussed and it seems to me that this way the connection between geometry and integrability will always be a bigger mystery than it should be.

J. Sanders



K.P. Knudson
Homology of Linear Groups
Progress in Mathematics, Vol. 193
Basel: Birkhäuser, 2001
XII, 192 p., prijs €88,-
ISBN 3-7643-6415-7

This book presents an overview of recent work on homology of linear groups. No special knowledge concerning algebraic group theory is needed to read the book, since only matrix groups like GL_n and SL_n are discussed. Spectral sequences are abundant, therefore knowledge of algebraic topology and group cohomology is required. Most chapters contain a short section discussing the relation of the presented results to K-theory.

The approach of this monograph is more or less chronological. The starting point is the work of Quillen on linear groups over finite fields and the work of Borel on arithmetic groups over the real field.

Both are treated in the first chapter. In the second chapter stability results are discussed. The theorem of W. van der Kallen is stated, and the proof is given for a special case (that of rings with many units). These results are then applied to general linear groups over local rings with infinite residue field.

The focus in the third chapter is on known results for low dimensional cohomology groups, especially $H_3(GL_2)$. Here the methods of proof involve concepts as scissors congruence groups for the full group of isometries of hyperbolic n -space and Bloch groups.

The subject of Chapter 4 is groups that act discretely on locally finite trees. Many of these groups are discrete subgroups of the groups GL_2 and SL_2 over a complete p -adic field K with finite residue field. In these cases the tree is the Bruhat-Tits tree of $PGL_2(K)$, defined using R -lattices in K^2 . Here R is the ring of integers of K . This chapter contains many very explicit results concerning the homology of such groups.

The fifth and final chapter treats the Friedlander-Milnor con-

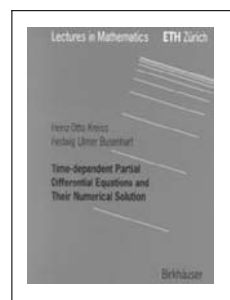
jecture concerning the cohomology of algebraic groups made discrete. There are three appendices containing background material. The subjects are classifying spaces, spectral sequences, K-theory and étale cohomology.

The main focus of the book is on results and theorems. As a consequence proofs tend to be short and sketchy. For example, one of the essential steps in the proofs in Chapter 4 concerning groups acting transitively on trees is the result that such a group has a description as an amalgamated product (as the product of the stabilisers of the vertices of an edge amalgamated along the stabiliser of the edge). For a complete proof of this result one is referred to the book of Serre on trees, even though the proof is short and essential for understanding the results of this chapter.

For the non-specialist this book is hard to read. In most cases proofs are short, often merely outlines and sometimes even only a reference is given for an essential step in the proof. Even though the fact that each chapter ends with some exercises suggests otherwise, this book is not well suited as a study book.

For the specialist it gives a clear overview of results, even though for proofs he is not familiar with he will have to go back to the original research articles. However, the list of references consists of a mere 134 items and is very short compared to the broad range of results presented in the book.

H.H. Voskuil



H.-O. Kreiss and H. Ulmer Busenhardt
Time-dependent Partial Differential Equations and Their Numerical Solution

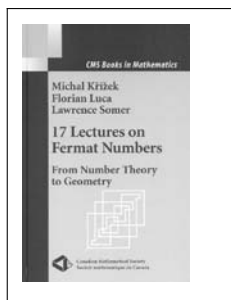
Lectures in Mathematics. ETH Zürich
Basel: Birkhäuser, 2001
82 p., prijs €21,-
ISBN 3-7643-6125-5

The book by Kreiss and Busenhardt, based on lectures given by the first author at the Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, highlights the main ideas contained in two well-known classics in the numerical analysis literature, the first by Kreiss and Lorenz and the second by Gustafsson, Kreiss, and Oliger. It provides a concise and unifying perspective on the well-posedness of initial boundary value problems and the stability of their finite difference discretization.

Starting from the simplest hyperbolic equation, the prototypical scalar first-order one-dimensional wave equation with constant coefficients, Chapter 1 precisely introduces the concept of well-posedness of the Cauchy problem. This concept then naturally extends to hyperbolic systems with constant coefficients, first in one and then in multiple space dimensions. Necessary and sufficient conditions for the well-posedness of general (hyperbolic, parabolic, and mixed) systems with constant coefficients are presented; their usefulness is illustrated by applying them, for instance, to the linearized compressible Navier-Stokes equations. Chapter 2 addresses the delicate issue of well-posedness in the presence of boundary conditions, often avoided in other texts. While the method of characteristics can be used in one space dimension, multiple space dimensions are typically analyzed by Fourier transform in space and Laplace transform in time. Chapter 3 discusses the stability of finite difference approx-

imations where the partial differential equation is discretized in space, but with time kept continuous. Again, first periodic and then half-plane problems are treated. As in the continuous case, a practical test which guarantees stability in the generalized sense is obtained by introducing the concept of boundary stability. Non-linear problems are briefly discussed in Chapter 4, where both energy methods and perturbation techniques are used to derive a priori estimates and prove convergence of difference methods.

This nice little book is intended for graduate students and researchers interested in the theory and numerical analysis of partial differential equations. It contains many carefully chosen examples, is self-contained, and as such a pleasure to read. The expected mathematical background of the reader is familiarity with linear algebra, Fourier and Laplace transformations, difference and differential equations, Gronwall's lemma, etc. At the end of each chapter specific references to the two books mentioned above are given to facilitate a more detailed study of the material. Thus I strongly recommend this book as a starting point to anyone interested in the stability theory of finite difference methods applied to time-dependent partial differential equations. *M.J. Grote*



M. Krízek, F. Luca, L. Somer
17 Lectures on Fermat Numbers
From Number Theory to Geometry

CMS Books in Mathematics

New York: Springer, 2002

257 p., prijs €46,95

ISBN 0-387-95332-9

This book was written by the three authors to celebrate the 400th anniversary of Pierre de Fermat's birth (1601). It is a series of 17 lectures on the Fermat numbers $F_n = 2^{2^n} + 1$ for $n = 0, 1, 2, \dots$

The assumed technical background is minimal, and a (mathematically inclined) high school student should be able to read this book with little difficulty. The majority of the book uses little more than congruences and a few appeals to *Fermat's Little Theorem*. The authors even supply the definition of a *field* before using the concept in Chapter 15. Nonetheless, they demonstrate that a large number of interesting properties can be proven with these modest tools.

After a couple of introductory chapters, the book turns to the famous divisibility properties of these numbers. Fermat thought that all the F_n are prime. In fact all of $F_5, \dots, F_{30}$ are composite, the first one being proven composite by Euler in 1732. Congruence based methods for proving compositeness and finding factors of Fermat numbers take the reader to the end of Chapter 7.

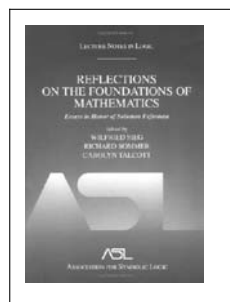
There then follows a series of chapters giving miscellaneous results (including a chapter called *miscellaneous results*) and theorems in which Fermat numbers play a role. There are discussions on irrationality properties of various sums of Fermat numbers and an application to signal processing called the Fermat Number Transform. The climax is the classical result that a regular n -gon is constructible by ruler and compass if and only if $n = 2^i p_1 p_2 \dots p_j$ where $n \geq 3, i \geq 0, j \geq 0$, and $p_1, p_2, \dots, p_j$ are distinct Fermat primes.

A notable fact about this book is the lengths to which the au-

thors have gone to force the book to have dimensions related to the Fermat numbers. The three authors have written a book with 17 chapters covering 257 pages. Finally (and maybe I am becoming paranoid) I estimate that the book contains about 65537 words!?

The downside of playing around like this is that a tradeoff has to be made between these extra requirements and more common editorial considerations. I found that the book would have been more readable if it were shorter. In normal circumstances this could have been achieved by relegating some of the results to exercises.

J. Edwards



W. Sieg, R. Sommer, C. Talcott
Reflections on the Foundations of
Mathematics
Essays in Honour of Solomon Fefer-
man

Antick, MA: A.K. Peters Ltd., 2002

450 p., prijs \$45,00

ISBN 1-56881-170-5

Dit is een feestbundel, uitgegeven ter gelegenheid van de zeventigste verjaardag van Solomon Feferman in 1998. Feferman is een eminent mathematisch logicus, vooral bekend door zijn bijdragen aan de grondslagen van de wiskunde, in het bijzonder de bewijstheorie. In 2003 ontving hij van de Koninklijke Zweedse Akademie van Wetenschappen de tweejaarlijkse *Rolf Schock Prize* op het gebied van logica en wijsbegeerte "for his work on the arithmetization of metamathematics, transfinite progressions of theories, and predicativit".

De bundel bevat twintig bijdragen van de hand van leerlingen, naaste collegae en vakgenoten van Feferman, geordend naar vier thema's: *Proof theoretic analysis*, *Logic and computation*, *Applicative and self-applicative theories*, en *Philosophy of modern mathematical and logical thought*. De bijdragen onder de eerste drie thema's zijn vrij technisch van karakter, en mede daardoor vooral interessant voor vakgenoten. De vijf artikelen onder het laatste thema lijken mij voor een breder publiek interessant, en ik laat ze daarom hieronder kort de revue passeren.

De bijdrage van Paolo Mancosu gaat over een discussie tussen Bernays, Carnap, Gödel en anderen in 1930, over het constructieve karakter van bewijzen: is het altijd mogelijk om uit een bewijs van een uitspraak $\exists x A(x)$ de definitie van een wiskundig object a te destilleren waarvoor $A(a)$ geldt?

Charles Parsons behandelt het debat (geopend door Weyl in 1918) over impredicatieve definities in de wiskunde, dat wil zeggen definities van een object a met gebruikmaking van entiteiten waar a onderdeel van is. Rechtvaardiging hiervan is in het algemeen gebaseerd op het Platonisch-realistisch uitgangspunt: a bestond al voordat we het definieerden.

In *Calculations by man and machine: conceptual analysis* gaat Wilfried Sieg in op diverse definities van het begrip *berekenbaar* (door mens en/of machine) die voorgesteld zijn door Gödel, Church, Hilbert, Bernays, Turing, Post and Gandy. Een aantal hiervan wordt geaxiomatiseerd en nader geanalyseerd.

William Tait's bijdrage gaat over finitisme ofwel finitistische wiskunde. De oorsprong van dit begrip ligt in het door Hilbert ge-

formuleerde doel waarvan Gödel de onbereikbaarheid aantoonde: het bewijzen van de consistentie van de wiskunde met finitistische middelen. Tait gaat in op kritiek op een eerder artikel van zijn hand, waarin hij verdedigde dat finitisme overeenkomt met PRA, de theorie van de rekenkunde die alle primitief recursieve functies bevat en waar inductie alleen toegelaten is voor kwantorvrije formules.

Johan van Benthem (de enige Nederlander in deze bundel) heeft het over het begrip *logicaliteit*: wanneer is een constante/operator/begrip logisch? Verschillende perspectieven (semantiek, bewijstheorie, algoritmiek, speltheorie) leveren verschillende antwoorden; de nadruk ligt hier op het semantisch perspectief. Bij de beantwoording van de logicaliteit-vraag spelen permutatieinvariantie, homomorfismeinvariantie en bisimulatiepreservatie een rol.

G. Renardel de Lavalette



S. Sorin

A First Course on Zero-Sum Repeated Games

Mathématiques & Applications 37

Berlijn: Springer Verlag, 2002

204 p., prijs €39,54

ISBN 3-540-43028-8

In dit boek behandelt de auteur verschillende varianten van nul-som herhaalde spelen. Dergelijke spelen zijn tweepersoons spelen die gekarakteriseerd worden door een matrix R . Op tijdstip $t \in \{1, 2, 3, \dots\}$ kiest speler 1 een rij i en kiest speler 2 een kolom j . Speler 1 ontvangt dan het bedrag r_{ij} van speler 2. Op tijdstip $t + 1$ herhaalt zich dit gebeuren wanneer de spelers opnieuw acties kiezen. De spelers kiezen deze acties telkens gelijktijdig en onafhankelijk van elkaar. In het spel met volledige informatie neemt men aan dat beide spelers de matrix R kennen en dat zij, telkens wanneer de spelers acties gekozen hebben, de actiekeuze van hun tegenstander direct vernemen. Bij het kiezen van acties op volgende tijdstippen kunnen zij dus reageren op de historie van actiekeuzen zoals ze die hebben waargenomen. Speler 1 probeert zijn (limietgemiddelde of verdisconteerde) inkomsten te maximaliseren, terwijl speler 2 probeert om de inkomsten van speler 1 te minimaliseren.

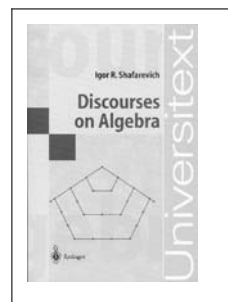
In plaats van op elk tijdstip het matrixspel R te spelen, zou men ook op elk tijdstip t één van eindig veel matrixspelen $R_1, R_2, \dots, R_z$ kunnen spelen, waarbij de overgang van matrixspel tot matrixspel op stochastische wijze afhangt van de daadwerkelijk gekozen acties. Wanneer aangenomen wordt dat de spelers zowel de uitbetalingsmatrices als de overgangsstructuur kennen, dan noemt men dit type spelen stochastische spelen. Men kan dergelijke spelen ook beschouwen als tweepersoons Markov beslissingsprocessen. Hoofdstuk 5 van dit boek is geheel aan deze klasse van spelen gewijd. Het afsluitende hoofdstuk 6 bespreekt het verband tussen deze stochastische spelen en de spelen met onvolledige informatie die in de hoofdstukken 1 tot en met 4 uitgebreid besproken worden.

Bij een herhaald spel met onvolledige informatie is de uitbetalingsmatrix één van eindig veel matrices $R_1, R_2, \dots, R_z$, die alle dezelfde afmeting hebben. De spelers kennen deze matrices, maar

weten niet noodzakelijk welke matrix ze precies aan het spelen zijn. Al spelende kunnen ze daar informatie over verkrijgen. Zo kan het bijvoorbeeld zijn dat, volgens een voor beide spelers bekende kansverdeling, één van de matrices gekozen wordt, maar dat alleen speler 1 verneemt welke matrix dat is. Op elk van de tijdstippen horen de spelers wel de actiekeuzen, maar niet de uitbetaling. Onder deze omstandigheden probeert speler 1 weer zijn inkomsten te maximaliseren, terwijl speler 2 die weer probeert te minimaliseren. In een andere variant heeft elk van de spelers privé-informatie over de matrix die gespeeld wordt, maar weet geen van beiden welke matrix het precies is.

Sorin bespreekt de basismodellen en resultaten in detail, waarbij hij tevens ruim aandacht heeft voor de grote variatie in benaderingswijzen en gebruikte wiskundige gereedschappen. Ook komen recente ontwikkelingen en diverse uitbreidingsmogelijkheden aan de orde. Voor de volledigheid is het boek voorzien van diverse appendices, die bijna een kwart van het boek beslaan. Ondanks de vele voorbeelden is een gedegen wiskundige voorkennis nodig om de materie goed te kunnen bevatten. Dit boek is daarom vooral geschikt voor onderzoekers die zich in deze richting willen gaan verdiepen.

F. Thuijsman



I.R. Shafarevich

Discourses on Algebra

Universitext

Berlijn: Springer Verlag, 2002

276 p., prijs €34,95

ISBN 3-540-42253-6

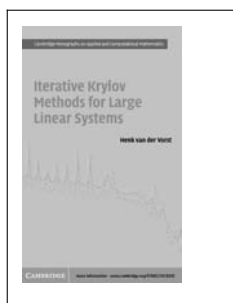
Dit boek gaat uit van de klassieke tweedeling van het wiskundeonderwijs in meetkunde aan de ene, en algebra aan de andere kant. Waar de meetkunde haar Euclides heeft, is er eigenlijk geen boek dat systematisch de onderwerpen van de schoolalgebra behandelt en in een breder wiskundig kader plaatst; in deze leemte probeert de schrijver te voorzien.

Zoals Shafarevich zelf al in het voorwoord opmerkt, gaat het boek in feite over meer dan wat wiskundigen tegenwoordig onder algebra verstaan: elementaire getaltheorie, rekenen met polynomen, verzamelingenleer en de beginselen van de kansrekening zijn de belangrijkste onderwerpen. De schrijver begint op het nulpunt en geeft vrijwel complete bewijzen van alle elementaire eigenschappen van getallen, polynomen en verzamelingen. Aan de orde komen onder andere Eulers bewijs dat de som van $1/p$, waarbij p de priemgetallen doorloopt, divergent is (stelling 26 op blz. 124), de stelling van Sturm over nulpunten van polynomen (stelling 39 op blz. 179), en Cantors bewijs dat de reële getallen overaftelbaar zijn (stelling 41 op blz. 190).

De stijl is woordenrijk en niet erg beeldend, daarentegen wel compleet, met een goed oog voor waar de moeilijkheden zitten. Dat maakt het boek geschikt voor geconcentreerde zelfstudie. De samenhang van het boek is uitstekend: vele resultaten, en ook vele in de bewijzen gebruikte ideeën, worden verderop in het boek weer op organische wijze gebruikt. Daardoor ontstaat inderdaad het beeld van algebra als een samenhangend geheel, waaraan volgens Shafarevich behoefte is.

Dit boek kan al interessant zijn in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs (hoewel daar de term algebra misschien al lang verdwenen is). Een voorwaarde daarvoor lijkt me wel dat het boek vertaald wordt in het Nederlands, aangezien het Engels van dit boek, dat overigens uitstekend vertaald is, voor velen te moeilijk zal zijn. Voor wiskundelaren is het een goede manier eens wat 'hogere wiskunde' tot zich te nemen en een garantie voor interessante uren.

C. van de Woestijne



H.A. van der Vorst
Iterative Krylov Methods for Large Linear Systems

Cambridge: Cambridge monographs on applied and comp. Maths.13, Cambridge University Press, 2003

221 p., prijs £37,50

ISBN 0-521-81828-1

Beschouw het stelsel lineaire vergelijkingen $Ax = b$, waarbij $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ een ijle matrix is, dat wil zeggen overwegend nullen bevat. Dergelijke stelsels zijn veelal het resultaat van een discretisatie van een randwaardeprobleem in twee of drie dimensies. Als A een zeer grote matrix is, dan zijn directe methoden ter oplossing van $Ax = b$ inefficiënt wat betreft computertijd en -geheugen.

Een alternatief zijn iteratieve methoden, waarbij uitgaande van een startvector x_0 opeenvolgende benaderingen x_m , $m = 1, 2, \dots$, worden berekend. In iteratieve Krylovmethoden geldt $x_m \in K^m(A, r_0) = \text{span}\{r_0, Ar_0, \dots, A^{m-1}r_0\}$ met $r_0 = b - Ax_0$. Als A symmetrisch positief definit is, dan kan de methode der geconjugeerde gradiënten (CG) worden afgeleid. Deze methode is in detail geanalyseerd.

Als A niet symmetrisch is, dan verdwijnen nagenoeg alle mogelijkheden tot analyse. Varianten van CG worden gebruikt, zoals Generalized Minimal Residual Method GMRES en Bi-Conjugate Gradient-Stable Algorithm (BiCGSTAB). Inzicht in deze methoden bestaat uit een mengsel van enige analyse en geobserveerde ervaringen.

Iteratieve Krylovmethoden ter oplossing van $Ax = b$ zijn veelal te traag. Vandaar dat het stelsel wordt gepreconditioneerd, dat wil zeggen een Krylov-methode wordt gebruikt ter oplossing van $K^{-1}Ax = K^{-1}b$ met K een goede benadering van A . Preconditionering is meer kunst dan kunde, analyse ontbreekt geheel. Van der Vorst is zo'n dertig jaar actief op het gebied van Krylovmethoden. Belangrijke bijdragen zijn de incomplete LU-preconditionering van M -matrices, de analyse van het convergentiegedrag van CG, de uitvinding van BiCGSTAB en vectorisatie/parallelisatie van Krylovmethoden. Tezamen met anderen heeft Van der Vorst enkele overzichtsartikelen geschreven.

Op het gebied van iteratieve methoden voor stelsels lineaire vergelijkingen zijn reeds indrukwekkende boeken verschenen. Ik noem hier de boeken *Iterative Methods for Sparse Linear Systems* (1996) van Saad en *Computer Solution of Large Sparse Linear Systems* (1999) van Meurant. In beide boeken wordt veel aandacht besteed aan Krylov-methoden. Hoe verhoudt de monografie van Van der Vorst zich tot deze standaardwerken?

In de eerste plaats is zijn boek dunner, en daadwerkelijk geschikter om een eerste indruk te krijgen van Krylovmethoden.

Indien een lezer gesteld is op rigide afleidingen van Krylovmethoden en hun eigenschappen, kan hij beter de boeken van Saad en Meurant raadplegen, echter voor zover de eigenschappen van deze methoden bewijsbaar zijn.

Voor niet-bewijsbare inzichten kan men uitstekend terecht in het boek van Van der Vorst. In zijn bekende verhalende stijl wordt een schat aan observaties en ervaringen geëxposeerd. Zo wordt de lezer ingewijd in de mysteriën van Krylovmethoden voor niet-symmetrische matrices, en preconditionering. Ook worden vectorisatie en parallelisatie van de gepreconditioneerde methoden besproken.

Het boek leest lekker weg. Ik kan het van harte aanbevelen.

E.F. Kaasschieter



J. Jacod, A. Shiryaev
Limit Theorems for Stochastic Processes

Berlin: Springer Verlag, 2003

288 p., prijs €99,95

ISBN 3-540-43932-3

Two important cornerstones in probability theory are the theory of semi-martingales and the theory of weak convergence of processes. Semi-martingales provide a very natural tool to study stochastic differential equations that are key tools in, e.g., financial mathematics. Process convergence results are useful in a large variety of problems ranging from large sample theory in statistics to scaling limits for probabilistic models stemming from (for example) mathematical physics and stochastic networks.

The 'classical' method to prove a limit theorem is to prove (i) convergence of the finite-dimensional distributions and (ii) tightness. The present book is devoted to a different method, which focuses on the convergence of the *characteristics* of a process. The characteristics can be seen as the infinite dimensional analogue of the three characteristics (drift, Levy measure and diffusion coefficient) of a Levy process.

This is well explained in the introduction. The first part of the book is devoted to the theory of semi-martingales and related subjects. I found this part very technical and hard to read and a reader who is not acquainted with stochastic processes on the level of Karatzas and Shreve should make no attempt to read this book.

The first link with limit theorems is given in Chapter 5. Chapter 6 treats the Skorokhod topologies and convergence of processes in such topologies. The remaining chapters are then devoted to a wealth of limit theorems. Throughout the book (except for the first chapter) a considerable amount of space is spent on examples.

The 1987 version of the book was a landmark in probability theory. The same can be said about the second edition. I can recommend this book to every reader who is sufficiently experienced and willing to spend some effort on the often very technical issues. Also, I think the book is very useful as a reference.

The difference between the second edition and the first becomes clear when reading the preface to the second edition, where the authors first argue that it may have been appropriate to write

a completely new book, but instead write that 'our natural laziness prevented us to do that, but we felt compelled to fill in the most evident holes in this book'. When looking at the list of references in the back of the book one gets a better indication of the amount of effort undertaken: the list of newer references has just been concatenated to the old list. Of course, the authors did correct a number of errors and misprints.

Apart from this, three new topics have been added to the second edition. The first topic is stochastic calculus with a view towards financial mathematics, resulting in new sections in Chapters II (stochastic exponentials) and III (vector-valued extensions of sde's). The second topic concerns predictive uniform tightness criteria for semi-martingales (resulting in updates of Chapters VI and IX). Finally, the authors included several results on limit theorems for discretized martingales (See Chapter IX.7).

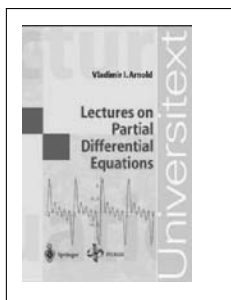
To conclude, this book is still the reference in this domain and as such I can definitely recommend it to both pure and applied probabilists who are interested in this topic. However, I hesitate to recommend the book to researchers already owning the first edition.

A.P. Zwart

klassieke randwaardeproblemen voor de Laplaciaan aan de orde.

Het boek biedt, ook en juist voor lezers met voorkennis op de besproken gebieden, een groot aantal ideeën, verbanden en inzichten, meestal geïnspireerd door de natuurkunde en geformuleerd op een 'niet-technische', vaak verbazingwekkend eenvoudige manier. Dit is de zeer sterke kant van het boek en maakt het lezen de (soms wel degelijk nodige!) moeite zeker waard. Aan de andere kant is het niet bepaald een boek voor beginners, want de bewijzen zijn vaak schetsmatig of worden geheel of gedeeltelijk aan de lezer overgelaten. Verder maken de (vaak geenszins triviale) problemen en oefeningen een essentieel deel van het boek uit.

G. Prokert



V.I. Arnold

Lectures on Partial Differential Equations

Berlijn: Springer Verlag, 2004

157 p., prijs €39,95

ISBN 3-540-40448-1

De auteur verwierf eerder naam met onder meer zijn boeken over gewone differentiaalvergelijkingen en geometrische methoden in de klassieke mechanica. Het hier te bespreken boek deelt een aantal kenmerken met deze eerdere werken. Het meest opvallend hierbij is, dat er relatief weinig formules maar veel figuren ter verduidelijking van meetkundige situaties in de tekst opgenomen zijn. De gekozen opzet is meestal geïnspireerd door natuurkundige problemen en concepten, en de auteur laat zich, in zijn eigen woorden, leiden door het "principle of minimal generality, according to which every idea should first be clearly understood in the simplest situation".

Desalniettemin ligt het niveau van het boek, naar de mening van de recensent, duidelijk boven dat van gangbare inleidende boeken over partiële differentiaalvergelijkingen. In het bijzonder zijn enige kennis van en bekwaamheid in de differentiaalmeetkunde en de complexe functietheorie nodig. In een appendix wordt ook ingegaan op verbanden tussen de theorie van sferische harmonischen en algebraïsche topologie.

Het boek begint met een consequent coördinaatvrije discussie van de theorie van eerste orde partiële differentiaalvergelijkingen (met behulp van jets), en het principe van Huygens (voor golf-fronten) wordt geformuleerd in het kader van contactstructuren. Vervolgens wordt de eendimensionale golfvergelijking op een meer conventionele manier behandeld (methodes van d'Alembert en Fourier). Verder komen in het boek – steeds met het oog op de fysische achtergronden – variationele methoden, potentiaaltheorie, sferische harmonischen en (zonder volledige bewijzen) de



H.G. Dales, P. Aiena, J. Eschmeier, K.B. Laursen and G.A. Willis

Introduction to Banach Algebras, Operators, and Harmonic Analysis

Cambridge: Cambridge University Press, 2003

336 p., prijs £27,99

ISBN 0-521-53584-0

Dit boek bevat de uitgewerkte tekst van vijf recent gegeven voordrachtsreeksen, van elke auteur een. De onderwerpen zijn onderling verwant, maar ieder deel kan onafhankelijk bestudeerd worden. Deel I (Dales), getiteld *Banach algebras*, verschaft onder meer achtergrondinformatie. Deel II (Willis), *Harmonic analysis and amenability*, sluit hier goed op aan. De overige delen gaan over continue lineaire operatoren op een Banachruimte. Eschmeier schrijft over invariante deelruimten, Laursen over lokale spectraaltheorie en Aiena over SVEP (*Single Valued Extension Property*) en Fredholmtheorie. De auteurs kennen elkaar goed en werken al tientallen jaren veelvuldig samen, waarbij de universiteit van Leeds het centrale punt is.

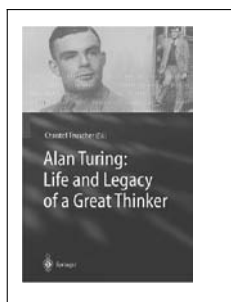
Het boek is overzichtelijk uitgevoerd met 28 doorlopend genummerde hoofdstukken die elk zijn onderverdeeld in secties. Mede hierdoor oogt het boek toegankelijk. En dat is het ook: met niet te veel en helder geformuleerde tekst voel je je al gauw thuis in het onderwerp. Toch wordt zeker niet volstaan met een conventionele behandeling van wat basistheorie. Een van de charmes van het boek is juist dat al gauw meer geavanceerde onderwerpen ter sprake komen. In deel I bijvoorbeeld zijn er secties over automatische continuïteit (een specialiteit van Dales), derivaties en cohomologie. Willis behandelt het belangrijke geval van de groepalgebra van een lokaal compacte groep. De amenabele groepen vormen een belangrijke deelklasse (de term *amenable* (handelbaar) berust op een woordspeling: zulke groepen hebben een *invariant mean* en zijn dus 'ameanable'). Voor meer informatie over de inhoud van het boek verwijs ik naar de beknopte samenvatting die in het voorwoord te vinden is.

Bij oppervlakkige lezing krijgt men een panoramisch beeld van het vakgebied, en wie dieper op een onderwerp wil ingaan kan zijn krachten beproeven op de *Exercises* aan het eind van ieder hoofdstuk. Daar vindt men tevens *Additional Notes* die samen met de literatuurlijst aan het eind van ieder deel de weg wijzen naar de vakliteratuur. In dit verband is van belang dat in 2000 bij Oxford University Press vier boeken over nauw verwante onderwer-

pen zijn verschenen, waaronder van Dales over *Automatic Continuity* en van Laursen (samen met Michael Neumann) over *Local Spectral Theory*. Het onderhavige boek zal bij de bestudering van deze beide standaardwerken een nuttig hulpmiddel zijn. Ook lijkt het mij geschikt voor een geavanceerd college of seminarium, omdat alleen enige basiskennis van de functionaalanalyse wordt voorondersteld.

Samenvattend: een waardevolle aanvulling op de bestaande literatuur.

J.D. Stegeman



Christof Teuscher, Ed.

**Alan Turing:
Life and Legacy of a Great Thinker**

Berlin: Springer Verlag 2004

542 p., prijs \$59,95

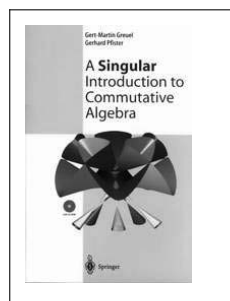
ISBN 3-540-20020-7

Naar aanleiding van de negentigste verjaardag van de geboorte van Alan Turing (1912-1954) vond 23 juni 2002 te Lausanne (Zwitserland) een symposium plaats. Als eerbetoon aan deze bijzondere wiskundige, bracht Springer Verlag de neerslag van dit symposium in boekvorm uit. Het boek is veel meer dan een wetenschappelijk congresverslag: beginnend bij een symbolisch toneelspel, waarin Turings bekenden en fictieve personages fungeren, wordt de lezer meegevoerd door vijf delen en 21 hoofdstukken, inclusief een gevoelige analyse van de nieuwste bevindingen over de Pools-Britse connectie van crypto-analisten en wiskundigen voorafgaand aan de Tweede Wereldoorlog. De 25 auteurs zijn erin geslaagd om de betekenis van de bedenker van de Turing-machine zo compleet mogelijk weer te geven. Douglas Hofstadter schreef het voorwoord.

Een greep uit de bijdragen: mathematisch logicus Michael Beeson (San José University, California) plaatst Turings oeuvre in historisch perspectief. De axiomatisering van de logica en rekenkundige onderbouwing van de gehele wiskunde vertoont een historische evolutie vanaf Leibniz en Frege tot Russell en Hilbert. Nagenoeg gelijktijdig met Gödel en Alonzo Church zal Turing in de jaren dertig die evolutie afsluiten met de oplossing van het *Entscheidungs*-vraagstuk. Maar deze negatieve oplossing, het niet volledig herleidbaar zijn van wiskunde tot computation, krijgt ook een positieve wending, meent Beeson: het wijst de weg naar nieuwe loopholes in de mathematische logica, zoals partiële mechanisaties. In deze summiere bespreking verdient ook Dennetts bijdrage *Can Machines Think?* bijzondere aandacht. Daniel Dennetts (Tufts University, Massachusetts) publiceerde dit essay reeds in 1985, maar bracht het hier opnieuw uit met naschriften uit 1985 en 1997. Een bijkomende reden hiervoor vormen de ervaringen met de sinds 1991 georganiseerde Loebner-prijscampetitie. Hierbij wordt de uitdaging van de Turing Test — het ontwerpen van een computer(programma) dat door een interviewer niet kan worden onderscheiden van een reëel persoon — als concreet, maatschappelijk experiment ten uitvoer gebracht. Alle pogingen tot dusver om de *Unrestricted Turing Test* positief te laten uitvallen, faalden, merkt Dennett op, maar het sociale experiment is des te leerzamer. Hoewel Turings (in 1950) voorgestelde test geens-

zins een psychologische test beoogde, is de praktijk hier toch op uitgedraaid. Maar het belangrijkste nadeel, volgens Dennett, is dat de maatschappelijke commotie die Turing teweegbracht de aandacht heeft afgeleid van het echte probleem: het overschatten van de mogelijkheden van computers, het niet herkennen van beperkingen noodzakelijk om combinatorische explosies uit te sluiten of het miskennen van de façades (Dennett noemt het voorbeeld van de Potemkindorpen) waarachter programma's en sommige *expert systems* schuilgaan. Terwijl Turing er op uit was het vruchteloze gefilosofeer een halt toe te roepen, heeft deze miskenning van het reële, technologische vraagstuk tot een sociale ramp geleid. 'De beste AI-labs ter wereld wagen zich niet (meer) aan de Loebnerprijs-competitie; de Turing Test is te moeilijk voor de echte wereld', verzucht Dennett, die zich daarom in 1995 als voorzitter terugtrok. Andere bijdragen gaan in op de bijzondere band tussen Alan Turing en de filosoof Ludwig Wittgenstein. Anders dan Andrew Hodges in zijn Turingbiografie uit 1983 aangeeft, blijken volgens nieuwe bronnen de contacten tussen Wittgenstein en Turing toch belangrijker te zijn geweest voor beider werk, meldt Diane Proudfoot (University of Canterbury, Christchurch, New Zealand). De vraag of elk wiskundig probleem oplosbaar is, komt in beider werk aan de orde, en notities in Wittgensteins *Lectures on the Foundations of Mathematics* (1939) vermelden lange discussies met Turing. Proudfoot verwijst ook naar een mogelijke invloed van Turing op aspecten van Wittgensteins theoretische psychologie. Turings werk over de biologische morfogenese, zijn minder bekende werkterrein dat op één artikel uit 1952 na postuum werd uitgegeven, wordt door Jonathan Swinton (Cambridge, UK) op geactualiseerde wijze weergegeven.

W. Allaerts



G.-M. Greuel, G. Pfister

A Singular Introduction to Commutative Algebra

Berlin etc.: Springer-Verlag, 2002

588 p., prijs €48,10 (met CD-Rom)

ISBN 3-540-42897-6

In de jaren tachtig stonden de auteurs met enkele anderen aan de basis van het computeralgebrapakket *Singular*, gericht op berekeningen in de commutatieve algebra. Het boek is het resultaat van jarenlange onderwijservaring in de commutatieve algebra verweven met en ondersteund door Singular om de algoritmische aspecten te belichten. De computeralgebrakant geeft het boek een eigen karakter.

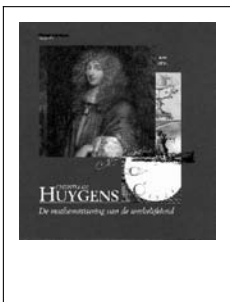
Uiteraard staan aan polynoomringen verwante objecten centraal en niet zozeer abstracte ringen en modulen zoals bijvoorbeeld in het klassieke boek van Atiyah en MacDonald. Begrippen en resultaten gaan vergezeld van de bijbehorende constructies en berekeningen in Singular (op de bijgeleverde cdrom staat Singular zelf, maar zijn ook alle relevante spullen zoals voorbeelden opgenomen).

De algebra staat centraal en voorop: de auteurs hebben de bijbehorende algebraïsche meetkunde verplaatst naar een dikke appendix, haast een boek op zichzelf. Die scheiding maakt het wel wat moeilijker om de motivatie erin te houden en om een goe-

de voorstelling van zaken te krijgen. In dit opzicht verschilt het boek van bijvoorbeeld dat van Eisenbud (*Commutative algebra with a view towards algebraic geometry*), waarin juist algebra en meetkunde hand in hand gaan. Maar misschien gaan er met algebra, computeralgebra en meetkunde ook wel teveel lijnen door elkaar lopen.

Het boek bevat een schat aan zorgvuldig uitgewerkt materiaal (ringen, idealen, Gröbner bases, modulen, Noetherse normalisatie, primaire decompositie, Hilbert functies, locale ringen, homologische algebra; soms zijn ook bijdragen aan het vakgebied van de auteurs zelf of van mensen uit hun onmiddellijke omgeving verwerkt), zoveel dat je als docent wel heel bewust een plan moet trekken om met een inspirerende collegereeks voor de dag te komen. Er worden enkele suggesties gedaan voor mogelijke cursussen. Allemaal beslaan ze een beperkt deel van de behandelde stof. Dat is geen ramp, want je kunt uit de hoofdstukken die volgen op de basishoofdstukken over ringen en modulen tot op zekere hoogte naar eigen inzicht iets bij elkaar zoeken. Die latere hoofdstukken kunnen ook dienen om studenten aan projecten te zetten.

Het boek lijkt ook een weerslag geworden te zijn van wat Singular zoal kan, en heeft enigszins het karakter van een naslagwerk gekregen op het gebied van berekeningen in de commutatieve algebra. Mede in die rol zal het boek zeker nuttig blijken. *H. Sterk*



Rienk Vermij
Christiaan Huygens
De mathematisering van de werkelijkheid
 Diemen: Veen Magazines, 2004
 160 p., prijs €32,50
 ISBN 90-76988-358

Christiaan Huygens is de Nederlandse bijdrage aan een internationale reeks wetenschappelijke biografieën bestemd voor een breed publiek. Rienk Vermij heeft zich uitstekend van zijn taak gekweten: hij koppelt in dit rijkelijk geïllustreerde boek een vlotte schrijfstijl aan historische degelijkheid. Christiaan Huygens (1629–1695) was een zeventiende-eeuwse geleerde die zich bezighield met vrijwel alle takken van de toenmalige wiskunde. Wiskunde was de leer van grootheden: abstracte in de meetkunde en rekenkunde, concrete in allerlei takken van 'gemengde wiskunde' zoals astronomie, muziek en optica. Huygens' prestaties zijn talrijk: van de uitvinding van het slingeruurwerk tot het beginsel van golfvoortplanting, van de ontdekking van de maan en ring van Saturnus tot de theorie van slingerbeweging, van de botsingswetten tot de regels 'in spelen van geluck', van de kwadratuur van parabolen tot het huygense oculair, van het 31-toons-stelsel tot speculaties over de beschavingen op andere planeten. Puur, gemengd, praktisch liepen bij Huygens naadloos in elkaar over: de theorie van evoluten leerde hem welke de isochrone slingerbaan was waarmee je een perfect lopend uurwerk kon maken. Huygens was enorm veelzijdig maar ontbeerde, in vergelijking met tijdgenoten als Galilei, Descartes en Newton, een overkoepelende gedachte of een richtinggevend programma. Daarmee heeft de biograaf een compositieprobleem. Vermij heeft dat opgelost door als leidraad 'de mathematisering van de werkelijk-

heid' te kiezen en dat thema intellectueel, cultureel en sociaal uit te werken. Aan het begin van de zeventiende eeuw introduceerden Galilei en Descartes de revolutionaire gedachte dat filosofie wiskundig beoefend kon en moest worden. Toen Huygens rond 1650 op het geleerde toneel verscheen was het idee dat wiskunde de sleutel tot inzicht in de natuur vormt nog vooral een filosofisch programma. Huygens maakte het realiteit. Hij liet zien hoe je natuurverschijnselen wiskundig kunt analyseren en terugbrengen tot elementaire mathematische wetmatigheden. Hij liet ook zien hoe je dergelijke basisinzichten vervolgens uit kunt werken naar complexe concrete vraagstukken. Zijn 'pièce de resistance' was de slingerbeweging. Hij vond niet alleen de elementaire slingerwet maar zocht tevens uit hoe een fysische slinger zich wiskundig gedraagt: niet de ideale van een puntmassa aan een gewichtloos koord, maar een tastbaar gewicht aan een even tastbaar koord. Het briljante resultaat vond zijn weerslag in Huygens' meesterwerk *Horologium Oscillatorium*, in het rampjaar opgedragen aan Lodewijk XIV. Huygens' slingertheorie is voor ons lastig te doorgronden vanwege het prenewtoniaanse denken in termen van beweegkrachten. Huygens keek naar centrifugale tendenties – de kracht waarmee een rondgeslingerde steen aan het koord trekt – in plaats van centripetale krachten – waarmee mijn hand aan het koord trekt. Vermij geeft een heldere uitleg waarbij de oorspronkelijkheid van Huygens' gedachtengang niet verloren gaat. Met zijn slingertheorie kon Huygens de versnelling van de zwaartekracht afleiden: $9,79 \text{ m/s}^2$. Een voor die tijd buitengewoon nauwkeurige waarde die bovendien exact verkregen was in plaats van met rommelige experimenten. Het zou niet lang duren voordat Huygens er achter kwam dat die waarde varieerde op aarde. Vermij vermijdt de wiskundige details van Huygens' analyse, maar ziet desondanks kans het wiskundige karakter van diens denken invoelbaar te maken. Wie in de wiskunde van Huygens wil duiken, kan terecht bij *Oeuvres Complètes de Christiaan Huygens*, Koninklijke Hollandse Maatschappij der Wetenschap, 22 delen, Den Haag: Martinus Nijhoff, 1888–1950. In veel bibliotheken te vinden en tegenwoordig online bij de Franse Nationale Bibliotheek: gallica.bnf.fr; kies 'rechercher' en zoek op auteur 'Huygens'; de afzonderlijke delen zijn gescand, ze kunnen worden doorgebladerd of gedownload.

Huygens was een wiskundig knutselaar en Vermij weet overtuigend te laten zien dat hij een elegante oplossing en een gedegen bewijsvoering eigenlijk belangrijker vond dan het resultaat. *F.J. Dijksterhuis*



Piergiorgio Odifreddi
Geschiedenis van de Wiskunde in de Twintigste Eeuw
 Utrecht: Epsilon, 2005
 146 p., prijs €14,-
 ISBN 90-5041-088-X
 Vertaling: J.C. van den Berg

Het boek begint met twee interessante inleidingen van Henk Broer en Gian-Carlo Rota, die beide, maar vooral die van Rota, pleidooien zijn om het slagveld te betreden waarop de wiskunde ten onder dreigt te gaan.

Het boek zelf beschrijft de stand van zaken van de wiskunde in de twintigste eeuw. In die zin is het minder een geschiedenisboek dan een overzicht van de stand van zaken (dat overzicht past ook beter bij de oorspronkelijke titel: *La Matematica del Novecento*). De hoofdstukken gaan achtereenvolgens over grondslagen, zuivere wiskunde, toegepaste wiskunde, wiskunde met de computer. Tenslotte is er een hoofdstuk met zogenoemde open problemen.

De referentiepunten die Odifreddi gebruikt bij zijn beschrijving van de thema's zijn de 23 problemen van Hilbert uit 1900, de Fieldsmedaille, ingesteld in 1936 en dé wiskundeprijs voor jonge wiskundigen en de Wolfprijs, die in 1978 voor het eerst werd uitgereikt. De onderwerpen die bij die referentiepunten aan de orde zijn gebruikt hij in zijn beschrijving van de wiskunde in de twintigste eeuw. Daarmee richt het boek zich op de grote resultaten, waardoor een collage ontstaat van redelijk onafhankelijk van elkaar en in eigen tempo te lezen gedeelten.

Vervolgens ontrolt zich een kaleidoscoop van wiskundige ontwikkelingen. Ten aanzien van de grondslagen van de wiskunde komen ook de ontwikkelingen vanaf de Grieken aan de orde en natuurlijk de verzamelingenleer van Cantor, en daarbij Russell en Gödel, de structuren van Bourbaki en de categorietheorie. Toch is dit vooral een logisch-filosofisch hoofdstuk geworden, dat helder is maar als eerste 'écht' hoofdstuk misschien wat afschrikt. Hoofdstuk 3 bevat de zuivere wiskunde en is zeer informatief, vooral voor diegenen die de moderne ontwikkelingen recent niet meer zo gevolgd hebben. Het boek gaat vanzelfsprekend niet erg in op details en blijft daarmee een redelijk abstracte beschrijving geven. Daar wrekt zich ook het door de uitgeverij geformuleerde ingangsniveau: basiskennis wiskunde. Ik denk niet dat je er daarmee komt, maar goed, uitgevers doen dat zo. In het bewijs van de laatste stelling van Fermat komen veel van de ontwikkelingen bijeen en worden vanuit dat perspectief beschreven. Maat- en integratietheorie, theorie van lichamen, dekpuntstelling van Brouwer, transcendente getallen, stelling van Gödel, distributies, differen-

tiaaltopologie, kortom teveel om op te noemen, maar stuk voor stuk boeiende en belangrijke onderwerpen die op een toegankelijke manier worden beschreven. Het taalgebruik is daarbij soms wat stug en de bronverwijzing eigenlijk afwezig en dat is lastig voor iemand die snel wat verder met een bepaald onderwerp wil. Daarmee blijft het voorgestelde ingangsniveau een storende factor.

In het hoofdstuk over toegepaste wiskunde (hoofdstuk 4) komen allerlei raakvakken in beeld zoals via het gebruik van wiskunde in de kristallografie, relativiteitstheorie, speltheorie, de kwantummechanica, kansspelen, lineaire programmering, taalwetenschap. Dit is uit de aard der zaak een wat fragmentarischer hoofdstuk, maar illustreert de rijkheid aan toepassingen van de wiskunde. De inhoud van wiskunde met de computer (hoofdstuk 5) is wat bekender, maar daarmee zeker niet eenvoudiger, dan de andere. Het gaat vooral over computerondersteunde wiskunde, als de vierkleurenstelling, choastheorie, kunstmatige intelligentie.

Dat er nog veel opgelost moet worden laat hoofdstuk 6 zien, dat zich begeeft op en over de rand van de vorige naar de huidige eeuw en een doorkijk geeft naar de actuele en toekomstige problemen, bijvoorbeeld de Riemannhypothese, het vermoeden van Poincaré, de executietijd bij NP-problemen, maar bijvoorbeeld ook het probleem van de perfecte getallen. Jammer dat de literatuurverwijzingen heel globaal zijn. Het boek zou aan kracht winnen als bij elk onderwerp een lezenswaardig 'verder lezen' werd geboden. Nu staat er wel een erg eenvoudige en eenzijdige bibliografie genoemd, met vooral ook boeken en boekjes uit de epsilonuitgaven.

Ondanks de paar genoemde onvolkomenheden is naar mijn idee weer een waardevol boek aan de Epsilonreeks toegevoegd.

Het is een buitengewoon positief boek over de wiskunde, dat haar bestaansrecht als deelnemer in de opbouw van de huidige maatschappij heel duidelijk laat zien, maar vooral ook de kracht van de wiskunde laat zien als cultuuroverdrager. *H. Krabbendam*