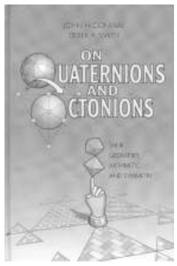
Boekbesprekingen

Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.
Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.
Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.math.rug.nl/revwg/
e-mail: wgreview.win@tue.nl



J.H. Conway, D.A.Smith
On Quaternions and Octonions
Natick, MA : A.K. Peters Ltd., 2003
159 p., prijs $ 29,–
ISBN 1-56881-134-9

Drie facetten van de in de titel genoemde getallen, namelijk hun meetkunde, hun rekenkunde en hun symmetrie komen speciaal in dit boek aan de orde. Voor de in de titel niet genoemde, maar in hoofdstuk 1 wel behandelde complexe getallen is alles vrij eenvoudig; meetkunde en symmetrie vragen om rotaties en spiegelingen in het platte vlak, rekenkunde behandelt de gehele getallen van Gausz ($a + bi$ met gehele a en b), maar ook de gehele getallen van Klein ($a + b\omega$ met $\omega^2 + \omega + 1 = 0$).

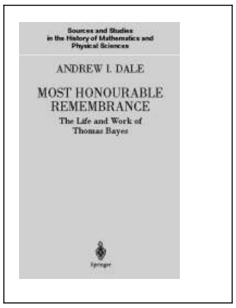
De quaternionen in hoofdstuk 2 vragen meer aandacht, het zijn de bouwstenen voor drie- en vierdimensionale meetkunde en de behandeling van de symmetrie vraagt meer groepentheorie; de regelmatige lichamen in drie en vier dimensies zijn interessanter dan de regelmatige veelhoeken in het vlak. De quaternionengetaltheorie heeft twee facetten die analogie vertonen met respectievelijk de gehele getallen van Gausz en van Klein. De gehele quaternionen van Lipschitz zijn de getallen $a + bi + cj + dk$ met gehele a, b, c en d; de gehelen van Hurwitz die waarin a, b, c, d óf alle geheel zijn óf alle een geheel getal plus $1/2$ zijn. De norm van de quaternionen van Hurwitz zijn ook gehele rationale getallen. Voor de gehelen van Lipschitz werkt het principe van deling met kleine rest niet, voor de Hurwitz gehelen werkt dit principe wel, zodat de getaltheorie in het laatste geval eenvoudiger is. Maar ontbinding in priem-quaternion factoren vraagt toch nog wel wat subtiele redenering. We zijn nu zo ongeveer bij het midden van het boek aangekomen. Er komen nu twee aanloophoofdstukken over de beroemde sommen-van-kwadratenidentiteiten en Moufangloops alvorens de octonionen (vroeger in de Utrechtse traditie octaven geheten) aan de orde komen. De associativiteit is dan ook verloren gegaan, de regels voor de vermenigvuldiging zijn gecompliceerder geworden, de meetkunde en symmetrie eveneens.

Bij de definitie van gehele octonionen (op de manier van Hurwitz) speelt de even kwadratische vorm met determinant 1 door Korkine en Zolotarev in 1877 geconstrueerd, nu beter bekend als de vorm behorende bij de exceptionele Liegroep E_8, de rol van normvorm.

De achtdimensionale delingsalgebra van de octonionen, door Graves in 1844 geconstrueerd is een typisch voorbeeld van abstractie op grond van nieuwsgierigheid onderzocht. Maar er blijkt samenhang met vele niet-triviale meetkundige zaken. En als men op internet octonionen opzoekt vindt men naast verwijzingen naar wiskundig onderzoek ook verwijzingen naar recent theoretisch natuurkundig onderzoek. Het boek van G.M. Dixon, *Division Algebras: Octonions, Quaternions, Complex Numbers and the Algebraic Design of Physics*, verwijst naar titels over superstring theorie, twistors, uitbreiding van het standaardmodel enzovoorts. Zowel dit fysicaboek als het werk van Conway-Smith bespreken het magisch vierkant van Freudenthal, bij iedere delingsalgebra kan een elliptisch vlak, een projectief vlak, een vijfdimensionale symplectische meetkunde of een metasymplectische meetkunde geconstrueerd worden.

In een uitvoerig overzichtsartikel in de *Bulletin of the AMS* (deel 39 (2002) p. 145-205) van J.C. Baez vindt de lezer een lijst van 14 onderwerpen over octonionen die de auteur daar dringend aanraadt voor nadere bestudering. Zij die meer willen weten over de rol van octonionen in wis- en natuurkunde zou ik voor de lezing van het boek van Conway en Smith eerst dit overzichtsartikel willen aanraden, om dan de smaak te pakken te krijgen voor de verfijnde getaltheorie in het tweede deel van het besproken boek.

Alles bij elkaar genomen is de vondst van Graves in 1844 in de eerste jaren van de eenentwintigste eeuw een actueel onderwerp, ook in toepassingen binnen de wiskunde en natuurkunde geworden. Zouden de exceptionele Liegroepen en speciaal de E_8 toch een rol spelen in de fysische modellen van de wereld? Dan hebben de octonionen een goede toekomst en wellicht zelfs de getaltheorie van deze octonionen! *F. van der Blij*



A.I. Dale

Most honourable remembrance. The life and work of Thomas Bayes, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences

New York: Springer Verlag, 2003
667 p., prijs € 69,50
ISBN 0-387-00499-8

Bovenstaand boek is gewijd aan de initiator van de vorm van statistiek die naar hem is genoemd: de Bayesiaanse statistiek. De auteur concentreert zich op de persoon en het werk van de predikant Thomas Bayes (1702-1761), wat betekent dat slechts een beperkt deel gaat over de bijdrage aan de statistiek waardoor hij beroemd is geworden. Dale heeft in dezelfde serie van uitgever Springer *A History of Inverse Probability: From Thomas Bayes to Karl Pearson* doen verschijnen. Lezers die in de geschiedenis van Bayesiaanse statistiek zijn geïnteresseerd kunnen beter dat boek ter hand nemen. Ook het boek van Anders Hald, *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*, is dan een betere keus. Bayes' overige werken gaan namelijk over heel andere onderwerpen: over Goddelijke goedgunstigheid, over de theorie van fluxies en over semiconvergente rijen. Deze drie publicaties zijn van een inleiding en een conclusie voorzien en in onderhavig werk gepubliceerd, samen met het werk over inverse waarschijnlijkheid. Verder zijn er nog een aantal brieven en een aantekeningenboek opgenomen. Er wordt ook aandacht besteed aan Bayes' leven.

Het boek is niet een intellectuele biografie in de gebruikelijke zin van het woord. Ik kan me eigenlijk ook nauwelijks een auteur indenken die zo'n biografie zou kunnen schrijven. Gezien de variëteit van de onderwerpen van Bayes' publicaties zou zo iemand over een zeer brede expertise moeten beschikken. En om zijn leven en carrière goed te kunnen duiden, is een grondige kennis van de Engelse samenleving van de achttiende eeuw noodzakelijk. Het boek is meer een becommentarieerde bronnenpublicatie waaraan een bespreking van allerlei feiten uit Bayes' leven is toegevoegd.

De auteur bekijkt Bayes' publicatie over inverse waarschijnlijkheid vanuit modern mathematisch-statistisch gezichtspunt: "Postulates, definitions, axioms, and propositions succeed each other in logical order, and the general appearance of the work does not seem foreign to the modern eye". Desondanks is de auteur er zich van bewust, dat het vanuit historisch gezichtspunt niet altijd even correct en interessant is om wetenschap van vroeger aan moderne maatstaven te meten; "Some of Bayes's arguments seem to foreshadow aspects of limit theory; but presented as they were (and as they could then only possibly be), they fail to convince today, adequate though they might have been at the time" (beide citaten op p. 249).

Degene die geïnteresseerd is in het leven en de intellectuele achtergrond van de initiator van de Bayesiaanse statistiek kan plezierige uren met dit boek doorbrengen. *I.H. Stamhuis*

I. Satake et al. (eds.)

Kenkichi Iwasawa Collected papers, Vols. 1 & 2,

Heidelberg: Springer Verlag, 2001
880 p., prijs € 298,–
ISBN 4-431-70314-4

Kenkichi Iwasawa werd in 1917 in Shinshuku-mura (Kiryuushi) geboren. Hij overleed in Tokyo in 1998. Iwasawa was een van de invloedrijkste wiskundigen van de twintigste eeuw. Velen zullen hem kennen van de formule $G = KAN$: de Iwasawadecompositie van een semisimpele Liegroep. Iwasawa's belangrijkste werk betreft echter de algebraïsche getaltheorie. Hij creëerde een geheel nieuwe vakgebied dat nu *Iwasawatheorie* heet. De technieken zijn zeer krachtig en speelden een grote rol in Wiles' bewijs van de Laatste Stelling van Fermat in 1993. Tegenwoordig is Iwasawatheorie een zeer belangrijk instrument in de arithmetische algebraïsche meetkunde.

Iwasawa studeerde aan de Universiteit van Tokyo. De grote getaltheoreticus Takagi ging net met pensioen toen Iwasawa begon. Takagi's leerling Iyanaga doceerde er nu. De eerste twaalf artikelen van Iwasawa gaan over groepentheorie. Ze zijn geschreven tussen 1941 en 1944. Iwasawa bestudeert hierin niet alleen eindige groepen, maar ook oneindige, topologische groepen en groepenringen daarover. In 1945 promoveert Iwasawa. Dan wordt hij ernstig ziek. Hij gaat pas in 1947 weer aan het werk. In 1949 wordt hij assistentprofessor aan de universiteit van Tokyo. In die jaren levert Iwasawa een belangrijke bijdrage aan de oplossing van het vijfde probleem in Hilbert's lijst. Iwasawa karakteriseert Liegroepen die modulo hun radicaal compact zijn volledig in termen van hun topologische groepsstructuur. In dit artikel vinden we de beroemde Iwasawadecompositie van een semisimpele Liegroep.

In 1950 wordt Iwasawa uitgenodigd om op het *Internationale Congres* in Cambridge (MA) te spreken. Hij blijft vervolgens twee jaar aan het IAS in Princeton. Van de geplande terugkeer naar Japan wordt afgezien als Iwasawa een positie aan het MIT krijgt aangeboden. Hij blijft in de verenigde Staten. Gedurende zijn Princetonjaren werd Iwasawa sterk beïnvloed door Emil Artin. Hij leert er algebraïsche getaltheorie en publiceert een artikel in de *Annals* over adèleringen. Het verzameld werk bevat ook een brief die Iwasawa in 1952 aan Dieudonné schreef. Hierin legt hij uit hoe de zetafunctie van een getallenlichaam gedefinieerd kan worden als integraal over de idèleklassengroep. Dit is een idee dat later vorm kreeg in het beroemde proefschrift van John Tate.

Het speelt tegenwoordig een zeer belangrijke rol in de automorfe representatietheorie.

In de volgende jaren bestudeert Iwasawa vooral cyclotomische lichamen, lichamen van de vorm $\mathbf{Q}(\zeta_m)$ waar ζ_m een m-de eenheidswortel is. André Weil had een paar jaar eerder gesuggereerd om voor elk priemgetal p de cyclotomische lichamen in de oneindige toren

$$\mathbf{Q}(\zeta_p) \ \subset \ \mathbf{Q}(\zeta_{p^2}) \ \subset \ \mathbf{Q}(\zeta_{p^3}) \ \subset \ \ldots$$

te zien als analoga van constantenuitbreidingen van een functielichaam. Het asymptotische gedrag van de klassengroepen van de lichamen in deze toren zou dan wellicht lijken op dat van de groepen van k_n-rationale punten van de Jacobianen van een vaste kromme X over een eindig lichaam $\mathbf{F}_q$, die men over de constantenuitbreidingen $k_n = \mathbf{F}_q(\zeta_{p^n})$ bekijkt.

In 1958 bewijst Iwasawa een zeer interessante stelling in deze richting. Hij bewijst dat de precieze p-macht die het klassengetal h_n van het lichaam $\mathbf{Q}(\zeta_{p^n})$ deelt, van de vorm p^{e_n} is met

$$e_n \ = p^{\mu n} + \lambda n + \nu, \qquad \text{voor } n >> 0.$$

Hier zijn μ, λ en ν de *Iwasawa-invarianten* van de uitbreiding. Het zijn gehele getallen. Als de invariant μ gelijk aan nul zou zijn, dan bevestigt deze formule Weils idee.

Iwasawa bestudeert daarna klassengroepen in willekeurige $\mathbf{Z}_p$-uitbreidingen. Dit zijn lichaamsuitbreidingen waarvan de Galoisgroep isomorf is met de additive groep $\mathbf{Z}_p$ van de p-adische getallen. De eerder genoemde toren van cyclotomische lichamen is het belangrijkste voorbeeld ($p \neq 2$). Alle natuurlijke limietconstructies die men uitvoert in een $\mathbf{Z}_p$-uitbreiding zijn modulen over een zekere pro-eindige groepenring Λ. Jean-Pierre Serre, die in die jaren op het *Séminaire Bourbaki* Iwasawa's werk populariseert, merkt op dat Λ isomorf is met de ring $\mathbf{Z}_p[[T]]$ van machtreeksen over $\mathbf{Z}_p$. Dit is een ring van Krull-dimensie 2. Het is juist het soort ring dat Iwawasa in zijn jonge jaren bestudeerde. Heden ten dage ziet men de ring Λ als een speciaal geval van een universele deformatiering. Iwasawa's stelling volgt uit een grove classificatie van eindig voortgebrachte Λ-modulen. Aan elk eindig voortgebracht Λ-moduul kent Iwasawa een *karakteristiek polynoom* toe en de vorm van het polynoom bepaalt de Iwasawa-invarianten μ, λ en ν. Hij bepaalt vervolgens welke vorm het karakteristieke polynoom van het p-stuk van de projectieve limiet van de klassengroepen kan hebben. Dit polynoom kan dan gezien worden als een arithmetisch analogon van het karakteristiek polynoom van Frobenius dat men associeert aan een kromme over een eindig lichaam.

Begin jaren '60 werkt Iwasawa de theorie van $\mathbf{Z}_p$-uitbreidingen verder uit. Hij doet berekeningen die suggereren dat inderdaad geldt $\mu = 0$. Het onderwerp krijgt een enorme impuls als Iwasawa een artikel van T. Kubota en H.W. Leopoldt onder ogen krijgt. In dit artikel worden p-adische L-functies geconstrueerd door de gebruikelijke Dirichlet-L-functies p-adisch te interpoleren. Iwasawa ziet in dat dit dezelfde functies behoren te zijn als zijn karakteristieke polynomen. Nu is *Iwasawatheorie* geboren. Het *hoofdvermoeden* van deze theorie is het idee dat de analytisch geconstrueerde L-functies van Kubota-Leopoldt gelijk zijn aan de algebraïsch geconstrueerde functies van Iwasawa.

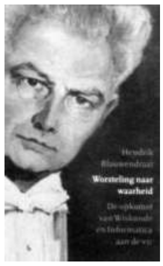
In 1967 verlaat Iwasawa het MIT en wordt hij hoogleraar aan de universiteit van Princeton. In de twintig jaar die hij in Princeton zal doorbrengen, promoveren Ralph Greenberg, Larry Washington en Bob Coleman bij hem.

In de jaren '70 trekt Iwasawatheorie zeer veel beoefenaars. Er wordt veel gerekend en speciale gevallen van het hoofdvermoeden worden bewezen. In 1978 bewijzen Bruce Ferrero en Larry Washington dat $\mu = 0$ voor de eerder genoemde cyclotomische $\mathbf{Z}_p$-uitbreiding. Rond die tijd bewijzen John Coates en Andrew Wiles een speciaal geval van het Birch-Swinnerton-Dyer-vermoeden met behulp van technieken uit de Iwasawatheorie. In zijn proefschrift bestudeert Ralph Greenberg $\mathbf{Z}_p$-uitbreidingen van totaal reële lichamen. Zijn vermoeden dat voor deze lichamen de λ-invariant ook gelijk aan 0 is, is nog altijd niet bewezen.

Het eerste teken dat het hoofdvermoeden ging bezwijken kwam in 1976, toen Ken Ribet de omkering van een stelling van Herbrand uit de jaren '30 bewees. Ribet gebruikte de arithmetiek van modulaire krommen. Het idee om deze krommen bij het probleem te betrekken is volstrekt nieuw en gaat terug op Serre. Deze zag in die jaren in dat vele klassieke congruenties geïnterpreteerd konden worden in termen van modulaire Galoisrepresentaties. Een paar jaar later verfijnt Wiles het werk van Ribet en dan, in 1981, bewijzen Mazur en Wiles het Hoofdvermoeden van de Iwasawatheorie. Het bewijs is lang en gebruikt een hoop algebraïsche meetkunde in de stijl van Grothendieck. Het grondidee is echter hetzelfde als dat van het bewijs van Ribet.

De editors van Iwasawa's verzameld werk zijn G. Fujisaki, K. Kato, M. Kurihara, S. Nakajima en I. Satake. De twee delen bevatten 65 artikelen van Iwasawa en een mathematische biografie van de hand van John Coates. De artikelen zijn in het Duits, Engels of Japans geschreven. De Japanse artikelen zijn voorzien van een uitgebreide samenvatting in het Engels. Het is heel boeiend de ontwikkeling van Iwasawa's werk te volgen in deze twee goedverzorgde banden.

R. Schoof



H. Blauwendraat
Worsteling naar waarheid. De opkomst van Wiskunde en Informatica aan de VU
Zoetermeer: Uitgeverij Meinema, 2004
248 p., prijs €20,–
ISBN 90-211-3973-1

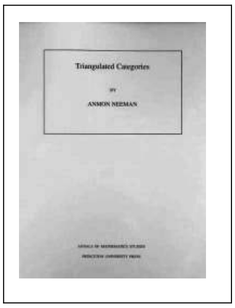
Dit boek is ontstaan uit de gelijknamige afstudeerscriptie in de studie Wiskunde die de schrijver in 2001 aan de Vrije Universiteit (VU) heeft voltooid. Er wordt een schets gegeven van de geschiedenis van de huidige afdelingen Wiskunde en Informatica. Inhoudelijk komen onderwijs en onderzoek nauwelijks aan de orde, omdat de schrijver poogt het boek leesbaar te maken voor lezers die wel algemeen wetenschappelijk geïnteresseerd zijn, maar terzake geen vakopleiding hebben genoten. Feitelijk geeft het boek een chronologie van gebeurtenissen en omstandigheden die bij het ontstaan en de groei van de Faculteit der Wis- en Natuurkunde, waaruit genoemde afdelingen zijn voortgekomen, een rol speelden. De schrijver heeft tal van archiefstukken geraadpleegd en een tiental ooggetuigen ondervraagd en zodoende allerlei bijzonderheden aan een breder publiek bekend kunnen maken. Zo worden, bijvoorbeeld, de in sommige opzichten zo tragische gebeurtenissen tijdens de tweede wereldoorlog weer in herinnering gebracht. Het boek bevat slechts weinig statistisch materiaal, maar men kan er toch vinden dat de studierichting Wiskunde in 1930 begon met twee hoogleraren en drie studenten terwijl er nu voor Wiskunde en Informatica 28 hoogleraren, 42 docenten en (ongeveer) 300 studenten zijn.

De afstudeerscriptie was geschreven naar aanleiding van de toen nog verwachte honderdste geboortedag van J.F. Koksma (1904-1964), aan de VU de eerste gewoon hoogleraar voor Wiskunde, benoemd in 1930. Aan het werk van Koksma voor de VU en aan zijn betekenis voor de wiskunde wordt veel aandacht besteed. De titel van het boek is ontleend aan de slotzin van een voordracht die Koksma in 1936 voor een algemeen publiek hield, en waarin hij zich (dus) genoopt zag slechts over de grondslagen van de wiskunde te spreken. In die tijd woedde de grondslagenstrijd zó hevig dat ze ook buiten de wiskunde werd opgemerkt en weerklank vond; op de VU bij de huisfilosoof Vollenhoven die meende, uitgaande van gereformeerde beginselen, voor het intuïtionisme te moeten kiezen. Koksma begon zijn werkzaamheden dus in een milieu dat een zekere vooringenomenheid bezat. Blauwendraat besteedt dan ook tamelijk veel aandacht aan de opvattingen van Kant, Brouwer en Vollenhoven, maar toch wellicht niet genoeg om de lezer met de wijsbegeerte van de wiskunde vertrouwd te maken. Het boek bevat weliswaar twee voorbeelden uit de wiskunde om het betoog te illustreren; maar het eerste hiervan (p. 107) is een slordige beschrijving van diophantische ongelijkheden en een vertekende definitie van transcendente getallen (doelende op het werkterrein van Koksma); het andere geeft een onhandig gekozen en ongebruikelijk bewijs van de tussenwaardestelling waarvan evenwel niet alleen een deel van de redenering maar ook de logische pointe ontbreekt.

Met het begrip 'vooroordeel' gaat de schrijver nogal ongenuanceerd om: zijn openingszet *'wetenschap zonder vooroordelen is onmogelijk'* (p. 17) wordt Abraham Kuyper in de mond gelegd. Nu weten we precies wat Kuyper schreef en wat hij bedoelde (uit zijn zogenaamde Stonelezingen, 1898), hij bedoelde een religieuze stellingname, toentertijd bekend als 'antithese' maar onder roomskatholieke invloed ook 'zuil' genoemd en later vervlakt tot 'verzuiling'. De schrijver transformeert het begrip tot een pragmatisch uitgangspunt (p. 19), namelijk, enigszins verwarrend, de invalshoek van de verhouding van wiskunde cum annexis, en van de wiskundigen, tot het christelijk karakter van de VU. Deze invalshoek vernauwt hij vervolgens tot drie vragen: (1) bestaat een christelijke wiskunde, (2) heeft het christelijk karakter invloed op de sociale structuren binnen de disciplines, zoals omgangsvormen, en (3) zijn er bepaalde ideeën over de 'dienstbaarheid' der wetenschap. De laatste twee van deze vragen betreffen gedrag en vlijt, en kunnen hier gevoeglijk buiten beschouwing blijven. De eerste vraag bepaalt het interessante deel van het boek. Het antwoord op de vraag is evenwel negatief, zoals de VU-hoogleraar Fabius al in 1884 op knorrige toon had aangegeven (p. 36), door de VU-leiding in 1971 werd erkend (p. 135), en door de schrijver, ogenschijnlijk schoorvoetend, wordt toegegeven (p. 194: "als zo'n wiskunde mogelijk zou zijn geweest").

Het boek bevat een lijst van promoties in Wiskunde en Informatica, en het is geïllustreerd met een groot aantal foto's waaronder veel portretten van genoemde personen. Het personenregister aan het eind van het boek is tamelijk onvolledig. Opvallend is dat de schrijver bij de nadruk waarmee hij aan het begin over vooroordelen spreekt, geen aandacht schenkt aan de mogelijke vooringenomenheden van zijn veel geciteerde bronnen en zegslieden, zodat de geïnteresseerde lezer met een hoop huiswerk blijft zitten. Het boek is verschenen als nr. 5 in de *Historische Reeks VU* waarin delen over natuur- en scheikunde in voorbereiding zijn die aandacht zullen geven aan een andere coryfee van de VU, de wetenschapshistoricus R. Hooykaas (p. 217). Hier zien wij met belangstelling naar uit.

W. van der Meiden



A. Neeman
Triangulated Categories
Annals of Mathematics Studies 148
Princeton: Princeton University Press, 2001
499 p., prijs $ 52,50
ISBN 0 691 08686 9

Getrianguleerde categorieën spelen een rol in onder andere de homologische algebra, homotopietheorie en K-theorie, en dus ook in de algebraïsche topologie en in de theorie van motieven. In de homologische algebra bijvoorbeeld definieert men afgeleide functoren met behulp van injectieve of projectieve resoluties, of algemener acyclische resoluties. Resoluties zelf zijn complexen, uniek op quasi-isomorfisme na. Voor een abelse categorie A definieert men dan ook de *afgeleide categorie* $D(A)$ door in de categorie van complexen in A de quasi-isomorfismen te inverteren. Afgeleide categorieën zijn niet meer abels, maar hebben wel de structuur van *getrianguleerde categorie*: een collectie gedistingeerde driehoeken die de notie van korte exacte rij vervangt (denk hierbij aan de lange exacte cohomologierij). Allerlei ingewikkelde zaken zoals spectraalrijen voor afgeleiden van samengestelde functoren, dualiteit en Künnethformule voor cohomologie worden veel simpeler als ze in termen van afgeleide categorieën worden beschreven. Het is een interessant feit dat dezelfde notie van getrianguleerde categorie ook op natuurlijke wijze uit de homotopietheorie tevoorschijn komt.

Het te recenseren boek is begonnen als een project van de schrijver, Amnon Neeman, en Vladimir Voevodsky, één van de twee ontvangers van de Fields medaille in 2002. De bedoeling was een boek te schrijven over toepassingen van de theorie van getrianguleerde categorieën op motieven. Neeman zou de theorie schrijven, en Voevodsky de toepassingen.

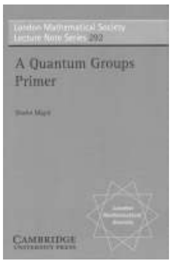
Maar zoals wel vaker gebeurt, explodeerde Neemans deel van het werk buiten proportie, en bestaat het boek nu alleen uit de formele theorie van getrianguleerde categorieën. De motivische toepassingen hopen Neeman en Voevodsky in een vervolg te geven.

De getrianguleerde categorieën die uit de hoek van de motieven komen, hebben niet de eindigheidseigenschappen (zoals compact voortgebracht zijn) die in de klassieke literatuur altijd worden aangenomen. Het boek bevat dan ook voor een groot deel generalisaties van bekende resultaten naar deze nieuwe situatie. De bewijzen zijn echter noodzakelijk volkomen anders. Afgezien van deze generalisaties bevat het boek veel nieuwe resultaten over de structuur van getrianguleerde categorieën.

Voor een gedetailleerde beschrijving van de inhoud van de 9 hoofdstukken en 5 appendices verwijzen we naar de review van

Stanislaw Betley in de *Mathematical Reviews* van de *AMS*. Laten we hier volstaan met zeggen dat het eerste hoofdstuk begint met de definitie van getrianguleerde categorie, en met het noemen van lokalisatie stellingen (Verdier, Thomason, Bousfield) en de representeerbaarheidsstelling van Brown. Het gebruik van cardinaalgetallen om 'kleine objecten' te definiëren maakt dat het boek ook nog eens een extra verzamelingstheoretisch smaakje heeft. Ieder hoofdstuk en iedere appendix eindigt met een kort historisch overzicht.

Het boek is zonder twijfel wetenschappelijk van grote kwaliteit. Het is goed en inspirerend geschreven en aangenaam te lezen. De schrijver heeft een goed gevoel voor wat een lezer interesseert: "Sweeping, general theorems about arbitrary 2-categories tend to leave us cold. We become impressed only when we learn that these theorems teach us something new. Preferably something new about an old, concrete example that we know and love." De benodigde voorkennis voor dit boek is de taal van categorieën en functoren, geadjungeerden, enige elementaire homologische algebra. Het boek is interessant voor ieder die al weet wat een getrianguleerde categorie is, of die weet dat hij dit moet leren. *B. Edixhoven*



Shahn Majid
A Quantum Groups Primer
London Mathematical Society Lecture Note Series 292
Cambridge: Cambridge University Press, 2002
169 p., prijs £28,–
ISBN 0-521-01041-1

This book on quantum groups is the text of a course of 24 lectures — each lecture is a chapter in the book — given at the University of Cambridge in 1998. These were algebra lectures given in the Department of Pure Mathematics and Mathematical Statistics.

This book consists of three parts. The first part treats some of the basic theory of Hopf algebras. The second part deals with representation theory and the last part is on more advanced topics.

In the view of the author, quantum groups are Hopf algebras. He starts his lectures with elements of the theory of Hopf algebras. This is done in the first chapters. The definition is followed by the two motivating examples (the group algebra of a finite group and the universal enveloping algebra of a finite-dimensional Lie algebra). Also included is a simple example of a non-commutative, non-cocommutative Hopf algebra. Dual pairs of Hopf algebras are studied, giving rise to the notion of an action of a Hopf algebra on an algebra. The dual notion, a coaction, is treated as well. Throughout, the basic examples are studied, such as the Hopf algebra $SL_q(2)$ as coacting on the quantum plane A_q^2.

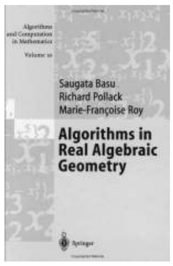
Part I also studies quasitriangular structures, as well as the quantum double and dual quasitriangular structures.

In Part II of the lecture series, representations of quantum groups are treated, together with some of their applications. The theory is intimately related with braids and knots. Therefore the first lecture in this part is devoted to braided categories. There is an obvious link between these braided categories and quasitriangularity. Hecke algebras and the natural relation with braid and knot theory come into play, and a method is obtained to construct knot invariants. In this chapter too, examples play a crucial role. Here, as a particular case, the representations of the quantum group $U_q(sl_2)$ are explicitly given.

Hopf algebras in braided categories are also studied in Part II. Using the method of 'bosonisation', this kind of Hopf algebras is taken back to the level of usual Hopf algebras.

Further topics are a natural construction of the standard quantizations of the universal enveloping algebras of complex semisimple Lie algebras, together with the Serre relations, group factorizations and the bicrossed product construction and other more advanced topics.

Some aspects of the theory of Hopf algebras, such as integrals, are not covered in this book, and it does not refer to many other aspects of quantum group theory such as the theory of locally compact quantum groups. It certainly can serve as a primer for students who want a short introduction to the theory of quantum groups within the purely algebraic framework. This book is well written and one of its interesting features is that it contains many of the standard examples. *A. Van Daele*



S. Basu, R. Pollack, M.F. Roy
Algorithms in real algebraic geometry
Algorithms and computation in mathematics 10
Berlin: Springer Verlag, 2003
602 p., prijs €60,–
ISBN 3-540-00973-6

Consider polynomials $f_1, \ldots, f_r, g_1, \ldots, g_s$ in n variables and with real coefficients. Then $\{x \in \mathbf{R}^n \mid f_i(x) = 0 \text{ and } g_j(x) \geq 0\}$ is called a semi-algebraic set.

This book is about the algorithmic study of such sets. For instance, a rather nontrivial problem asks for an efficient determination of the connected components of a semi-algebraic set. As a special case, if the set is finite we are asking for all of its elements.

It helps to generalize and replace $\mathbf{R}$ with an arbitrary real closed field. Indeed many algorithms are based on perturbing a problem infinitesimally, then solving the perturbed problem, and finally taking a limit to solve the original problem. For this one wants to extend the base field with a positive but infinitely small deformation parameter. That is just one of the many techniques one may learn from this book.

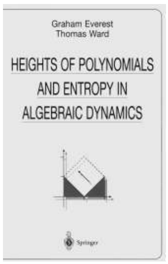
Other important ingredients include logic, in particular quantifier elimination and the transfer principle, Morse theory, real root counting, semi-algebraic triangulations, simplicial homology, an effective Nullstellensatz, and subresultants. All this is built up from scratch: instead of referring to other texts for standard material, the book gives short introductions to whatever is needed. It is all very practical, only theory which is relevant for the algorithms is treated. However, this choice does mean that much is excluded.

The authors are expert guides, they have preferred clarity to conciseness. They are not afraid to repeat themselves, telling a story first in the simplest case, then again and again with extra wrinkles added as the situation gets more complicated, which it definitely does.

But the patient reader is well rewarded. For instance, one soon learns what projecting semi-algebraic sets to a coordinate axis has to do with preservation of properties, such as the number of connected components, under a field extension. This is of course important when adjoining infinitely small deformation parameters. Towards the end, the book becomes more like a research paper, providing algorithms with better complexity than those in use at the time of writing. *W. van der Kallen*

make a powerful appearance.

The authors write about all this with erudition and charm taking the excellent pedagogical principle of proving things mostly in the simpler cases only and not attempting full generality. They have included more than a hundred exercises, with hints, which range all the way upward to the highest level of open research problems such as something equivalent to proving that there are infinitely many Mersenne primes. *M. Hazewinkel*



G. Everest, T. Ward
Heights of polynomials and entropy in algebraic dynamics
Berlin: Springer Verlag, 1999
212 p., prijs €67,36
ISBN 1-85233-125-9

The height of an algebraic number, a point of an algebraic variety, or a polynomial is an important notion in algebraic number theory and algebraic geometry. It is in one way or another a measure of complexity that has proved its value in these areas, viz. the ones that have classification numbers 11 and 14 in MSC2000.

A discrete time dynamical system is simply a map T of a compact metric space X into itself. If X is a compact topological group and T is a homomorphism, it is an algebraic dynamical system. One important number attached to a (discrete time) dynamical system is its entropy, a number that up to a point is classifying in the sense of dynamical system theory. This is area 37 in MSC2000.

At first sight it would seem exceedingly unlikely that there would be any relation at all between entropy and height. Reality is otherwise: they are very much intertwined, and this is what this unusual and very interesting book is about.

Let's give some detail for the simplest manifestation of this. The Mahler measure of a polynomial

$$F(x) = a_d x^d + a_{d-1}x^{d-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = a_d \prod_{i=1}^{d} (x - \alpha_i)$$

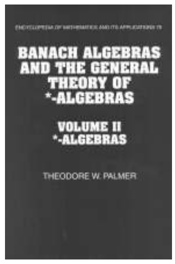
is

$$M(F) = |a_d| \prod_{i=1}^{d} \max\{1, |\alpha_i|\} .$$

Its logarithm $m(F)$ is also called Mahler measure.

Now take an integral $n \times n$ matrix A and take the induced map T_A of the torus R^n/Z^n into itself. Then (see page 35 of the book under review): The topological entropy of the transformation T_A is equal to the (logarithmic) Mahler measure of the characteristic polynomial of the matrix A.

Such a thing cannot, of course, be just a coincidence. There is something very fundamental going on that is still not all that well understood. What has just been said is only the beginning of an absorbing (interspecialistic) area of research, which, in a way, started with the quest for large prime numbers (Lehmer, 1933). One aspect that takes much space in the present volume is the situation with polynomials in more than one variable. Here elliptic curves, those much loved objects from algebraic geometry, again



T.W. Palmer
Banach Algebras and the General Theory of *-Algebras II
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 49
Cambridge: Cambridge University Press, 2001
834 p., prijs £75,–
ISBN 0-521-36638-0

Dit is het tweede deel van een omvangrijk werk over Banach algebra's en *-algebra's. Deel 1 kwam uit in 1994 en bedoelde te voorzien in "a gentle introduction to most of the research on general Banach algebras". Het vond een zeer gunstig onthaal in de *Mededelingen van het Wiskundig Genootschap*, september 1996. Hier wordt Deel 2 besproken dat werd gepubliceerd in 2001 en de theorie van *-algebra's — dat wil zeggen, complexe algebra's met involutie — bestrijkt. De pretentie is: een werk "including all known results on general Banach *-algebras". Het gebruik van het woord 'general' indiceert in dit verband dat geen uitputtende, systematische behandeling wordt geboden van C*-algebra's.

De twee boeken tellen samen zo'n 1600 pagina's, elk circa 800. Het totale werk is ingedeeld in 12 hoofdstukken en er is (in overeenstemming met de bovengenoemde pretentie) een indrukwekkende hoeveelheid materiaal bijeengebracht en verwerkt. Per saldo is mijn mening over dit boek — ruimer: deze twee boeken — dan ook positief, wat niet wegneemt dat er hier en daar aanleiding is voor een kritische kanttekening.

Hieronder volgt de bespreking van het tweede boek dat bestaat uit de Hoofdstukken genummerd 9 t/m 12. Ik houd het kort, zeker in verhouding tot de omvang van het werk.

Hoofdstuk 9, getiteld **-Algebras*, behandelt de algebraïsche theorie van *-algebra's sec, dat wil zeggen zonder verdere a-priori veronderstellingen. De voor de ontwikkeling van de theorie noodzakelijke operatorentheorie staat her en der verspreid in de tekst. Dit komt de overzichtelijkheid niet ten goede. Elders in het boek komen vergelijkbare, wat minder overzichtelijke, situaties voor.

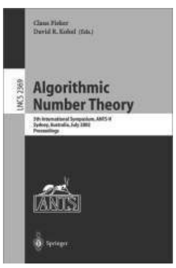
Hoofdstuk 10, getiteld *Special *-Algebras*, is gewijd aan de bestudering van *-algebra's waaraan wel extra eisen zijn opgelegd: G*-algebra's, S*-algebra's, Sq*-algebra's, etc. Het heeft geen zin om al die onderscheidingen hier te benoemen (ten behoeve van een indruk: voor een Sq*-algebra geldt een zeker 'square root axiom'). Het lijkt er op alsof het de bedoeling is na te gaan hoe ver men kan komen zonder de (ultieme) eis 'Banach *-algebra' die in Hoofdstuk 11 wordt gesteld. De auteur zelf noemt Hoofdstuk 10 "the heart of this volume". Of het bij anderen dan de echte specialist (bijvoorbeeld graduate students) warme gevoelens voor het onderwerp zal opwekken durf ik niet zomaar aan te nemen.

Hoofdstuk 11, gaande onder de naam *Banach *-Algebras*, gaat over de structuur waar het uiteindelijk om draait: de Banach algebra met involutie. Voor een groot deel gaat het om herformuleringen en toespitsingen van het eerder ontwikkelde materiaal. In de inleiding tot het hoofdstuk wordt de indruk gewekt dat men de lezing van het boek ook hier zou kunnen aanvangen. Of dit ook zo is betwijfel ik: het aantal terugverwijzingen lijkt mij te groot.

Hoofdstuk 12 heeft als titel *Locally Compact Groups and their *-Algebras*. Het is een lang hoofdstuk: 226 pagina's (alleen overtroffen door Hoofdstuk 9 met 238 pagina's). Voor het elders in het boek centrale begrip *-algebra is hier, naar het mij voorkomt, slechts een bijrol weggelegd. Daarmee is dit hoofdstuk een beetje een vreemde eend in de bijt. Ook de presentatie wijkt af van die in de rest van het boek: de toegankelijkheid is minder.

Met die toegankelijkheid is het voor het overige redelijk gesteld, zeker als men de omvang van het werk in aanmerking neemt. De auteur neemt regelmatig de moeite om de relatie tussen verschillende delen van de tekst toe te lichten. Verder gaat hij veelvuldig in op historische achtergronden. Het aantal verwijzingen is enorm, en het boek bevat een adequate index en een goed notatieoverzicht.

Zoals ik eerder aanduidde is mijn oordeel over dit boek positief, maar dan wel met een zekere nuancering. Er zijn inderdaad bepaalde onevenwichtigheden zoals — om er nog maar eens een te noemen — een naar mijn mening niet goed uitgekristalliseerde *Preface*. Misschien ligt de verklaring voor deze en eerder aangeduide onvolkomenheden hierin dat de schrijver geen kans heeft gezien het boek geheel naar de oorspronkelijke bedoeling af te maken. Zelf zegt hij hierover: "Volume II has two missing chapters. (...) In the end, I had neither the space nor the energy to complete these chapters. Age and health intervened." Voor wat wèl tot stand werd gebracht, voor de enorme hoeveelheid arbeid die hier is verricht, is per saldo grote waardering op zijn plaats. Het heeft voor degene die een actieve interesse in de theorie van Banach algebra's heeft een waardevol naslagwerk opgeleverd. *H. Bart*



C. Fieker, D.R. Kohel (eds.)

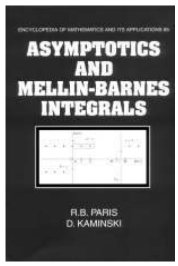
Algorithmic Number Theory, 5th International Symposium, ANTS-V, Sydney, Australia, July 7-12, 2002

Lecture Notes in Computer Science 2369, proceedings
Berlin: Springer Verlag, 2002
517 p., prijs €71,–
ISBN 3-540-43863-7

The book to be reviewed contains the conference proceedings of the *ANTS-V (5th Algorithmic Number Theory Symposium)* held at Sydney, Australia, in July 2002, (http://magma.maths.usyd.edu.au/antsv). The first edition of the book had the title *Algebraic Number Theory*, which was a misprint and was corrected later on by Springer. There are four other books in this series published by Springer, which contain the proceedings of the *ANTS I-IV* (LNCS 877, 1122, 1423, 1838).

The book contains 39 articles about computational algebraic number theory, arithmetic geometry and cryptography. A set of representatives is given by the five invited talks: M.Bhargava (Gauss decomposition and generalizations), J.Coates (Elliptic curves - the crossroads of theory and computation), A.Joux (The Weil and Tate pairings as building blocks for public key cryptosystems), B.Poonen (Using elliptic curves of rank one towards the undecidability of Hilberts 10th problem over rings of algebraic integers), and T.Satoh (On p-adic point counting algorithms for elliptic curves over finite fields).

The *ANTS* takes place every second year and is a milestone in the field of number theory and cryptography. The articles in this book reflect the broad interest of the organizing committee and the participants. The emphasis lies on the mathematical theory as well as on computational results. We recommend the book to students and researchers who want to read about current research in number theory and arithmetic geometry and its applications. *R. Carls*



R.B. Paris, D. Kaminski

Asymptotics and Mellin-Barnes Integrals

Cambridge: Cambridge University Press, 2001
Encyclopedia of Mathematics and Its Applications 85
422 p., prijs £70,–
ISBN 0-521-79001-8

The *Mellin-Barnes integrals* considered in this book are of the form $\int_\gamma Q(s) z^{-s} ds$ where $Q(s)$ involves gamma functions, trigonometric functions and zeta functions, while the contour γ runs from $c - i\infty$ to $c + i\infty$, avoiding singularities of the integrand. Such integrals have been used in particular in the theory of special functions, by Barnes and several other authors, among whom C. S. Meijer in his theory of the G-function. The authors are mainly concerned with the asymptotic behavior of these integrals, which we denote further on by *MB-integrals*, as $z \to \infty$.

The first three chapters are devoted to an introduction to asymptotics and properties of Mellin transforms with among others MB-integral representations of hypergeometric and confluent hypergeometric functions. Next, applications are given to transformation of the series, number-theoretic sums, solutions of special classes of ordinary differential equations and difference equations, and of integral equations with product or convolution kernels.

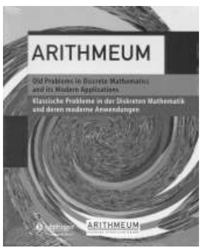
Chapter 5 is devoted to asymptotic expansions. First those of algebraic type are treated: they are obtained by shifting the path of integration and evaluating the residues at the singularities which are encountered by this shifting. Then saddle-point approximations are treated. Finally exponential asymptotic expansions are considered: they arise by estimating the integrand by means of factorial series. These methods are applied to several special functions, and to sums and integrals which allow a representation by MB-integrals.

In Chapter 6 the Stokes phenomenon for a confluent hypergeometric function and a special G-function is treated based on MB-integral representations for these functions. Here, the remainder term after truncation of the asymptotic series at the smallest term is represented by an MB-integral for which another asymptotic expansion is given. This leads to exponentially improved expansions and the smooth transition of asymptotic expansions across

Stokes lines in terms of error functions. By a repetition of this procedure of writing remainder terms as MB-integrals and then truncating the corresponding asymptotic expansion optimally, so-called hyperasymptotic expansions are obtained. The theory is also applied to exponentially improved asymptotics of the gamma function. The results are compared with those obtained by a numerical procedure.

In Chapter 7 multiple MB-integrals are treated. The main emphasis here is on Laplace-type multiple integrals where the integrand contains an exponential with a polynomial as exponent. First, these are transformed to multiple MB-integrals and then algebraic expansions are derived. The last chapter gives three applications: (i) to generalised Euler-Jacobi series, (ii) to a new asymptotic formula for the zeta-function on the critical line and (iii) to the Pearcy integral arising in diffraction theory.

The authors have presented their material in a clear way. The book is a welcome addition to the literature on asymptotics. *B. Braaksma*



Arithmeum : old problems in discrete mathematics and its modern applications

Berlin : Springer, 2002

cd-rom

ISBN 3-540-14901-5,

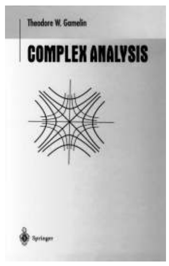
prijs €30,–

Eindelijk is het gelukt de *Arithmeum* cd-rom te bekijken: de cd draait niet onder *Unix/Linux* en heeft problemen met diverse smaken van Windows, waardoor ik nu zeer vertrouwd ben met het 'Bitte warten'-scherm. Een nieuwe, sterke laptop draait de cd echter zonder problemen af onder *Windows XP*. Maar dan ben je ook binnen een lesuur klaar: de cd bevat vier filmpjes die alles bij elkaar drie kwartier in beslag nemen.

De cd is ontwikkeld door *Arithmeum*, een rekenmuseum in Bonn dat verbonden is aan het plaatselijke onderzoeksinstituut voor discrete wiskunde. De vier filmpjes behandelen dan ook alle vier discrete optimaliseringsmethodes. In het derde filmpje bijvoorbeeld worden Steinerbomen behandeld onder de titel *Van Fermat naar chip-ontwerp*. We zien een plaatje van een aantal steden in de Verenigde Staten. Een mevrouw legt uit dat het eerder geïntroduceerde Fermatprobleem van het vinden van een punt dat de som van de afstanden tot drie gegeven punten minimaliseert, gegeneraliseerd kan worden: we zoeken nu een aantal extra punten in de VS opdat de totale lengte van het netwerk dat de gegeven steden en de extra punten verbindt, minimaal is. Zo'n netwerk heet een Steinerboom. Vervolgens verschijnt een kaartje van Europa waarop Londen, Rome en Sint Petersburg aangegeven zijn. Nu mogen we zelf aan de slag. De kortste weg van Rome naar Sint Petersburg via Londen bedraagt 3350 kilometer. We worden gevraagd het Fermatpunt te vinden. We komen in de buurt, maar vinden de juiste locatie (Bonn) net niet. We mogen nog meer doen. Nu het Steinerprobleem in Manhattan en dus in de Manhattanmetriek.

De programmaatjes zijn makkelijk te bedienen, alleen is het bij het maken van de Steinerboom wel lastig dat teruglopen hetzelfde is als wissen. Het blijkt dat Manhattan op een chip lijkt: het Central Park kan vergeleken worden met een geheugeneenheid waarover geen bedrading loopt terwijl die bedrading juist wel mag lopen over het wegennet van Manhattan, bestaande uit loodrecht op elkaar staande straten. De Steinerbomen kunnen dus toegepast worden om chips optimaal te bedraden.

De drie andere filmpjes zijn van het zelfde niveau. Al met al is de cd vergelijkbaar met een tv-documentaire, aangevuld met een paar kleine programmaatjes die je hooguit één keer speelt; wel is alles netjes verzorgd en onderhoudend. *R. Lindenbergh*



T.W. Gamelin

Complex analysis

Undergraduate texts in mathematics

Berlin: Springer-Verlag, 2001

478 p., prijs €79,95

ISBN 0-387-95093-1

Dit boek is een introductie in de complexe analyse. Het eerste deel van het boek bevat het standaardmateriaal voor een eerste cursus in de complexe analyse. Deze theorie kan op ruwweg drie manieren onderwezen worden: die van Cauchy (met nadruk op lijnintegralen), die van Weierstrass (met nadruk op machtreeksen) en die van Riemann (met de nadruk op meetkunde).

De schrijver kiest voor de manier van Cauchy met af en toe een uitstapje naar de manier van Riemann. Dit lijkt mij een goede keuze aangezien deze manier het meest 'calculus-achtig' is en dus het best aansluit bij wat de gemiddelde student al weet als hij aan een cursus complexe analyse begint. De uitstapjes naar de meetkundige manier van Riemann zijn essentieel om vat te krijgen op meerwaardige functies zoals de wortelfunctie en de logaritme. De auteur kiest ervoor om in de definitie van analytische functie op te nemen dat de afgeleide continu moet zijn (net als Cauchy dit deed) en pas op bladzijde 123 volgt de stelling van Goursat die zegt dat deze aanname overbodig is. Dit lijkt didactisch gezien de juiste keuze.

Iedere sectie in het boek heeft één centraal idee. De auteur legt eerst dit idee (helder) uit en vervolgens volgt er een overvloed aan (goede) opgaven om dit idee te verwerken. Alweer didactisch juist.

Het tweede deel van het boek bevat een selectie uit de 'modernere' complexe analyse. De onderwerpen die behandeld worden zijn: conforme afbeeldingen met als hoofdstellingen de Riemann afbeeldingsstelling en de uniformisatie stelling; harmonische functies met als hoofdstellingen de Poisson integraalformule en de stelling van Perron; priemgetallen met als hoofdstellingen de stelling van Dirichlet en de priemgetalstelling; normale families met als hoofdstelling de stelling van Montel en als toepassing Julia verzamelingen en de Mandelbrot verzameling; approximatie met als hoofdstelling de stelling van Runge en als gevolgen de stelling van Mittag-Leffler en de productstelling van Weierstrass.

Ik denk dat dit een uitstekend boek is om complexe analyse uit te leren. De auteur heeft de juiste keuzes gemaakt, zijn uitleg is helder en de opgaven zijn bijzonder goed. *M. Opmeer*