

Boekbesprekingen

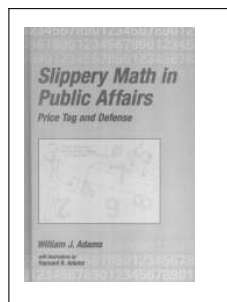
| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG
 Instituut voor wiskunde en informatica
 Postbus 800, 9700 AV Groningen
 Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>
 E-mail: revwg@math.rug.nl
 Na maart 2003: wgreview.win@tue.nl



W.J. Adams
**Slippery math in public affairs;
 price tags and defense**
 New York: Marcel Dekker, 2002
 247 p., prijs \$ 125,-
 ISBN 0-8247-0790-7

Dit boekje gaat niet over wiskunde, maar over het gebruik en vooral misbruik van getallen in de publieke sector en de politiek. In de loop van het boekje wordt overtuigend aangetoond aan de hand van ettelijke voorbeelden uit de Amerikaanse praktijk dat cijfers een vaak onterechte suggestie van autoriteit en exactheid geven. Gesjoemel met getallen, onterechte interpretaties, het getalsmatig 'oplossen' van complexe vergelijkingen, slecht onderbouwde voorspellingen, het komt allemaal uitbundig aan de orde. Maar om eerlijk te zijn, halverwege het boekje heb je de boodschap wel door. En tegen die tijd heb je ook wel genoeg van de flauwe tekeningen van de dochter van de auteur die vrijwel elke pagina larderen. Gelukkig voelde ik me echter verplicht tot het einde toe door te lezen. Het laatste hoofdstuk gaat namelijk over de vraag: Hoe kunnen we kinderen onderwijzen zodat ze kritisch tegenover het gebruik van getallen staan? Helaas komt de auteur niet veel verder dan een lijst referenties over het kritisch gebruik van getallen en de constatering dat het geen politiek belang dient burgers mondig te maken. Ook maakt hij duidelijk dat hij voor het onderwijzen van de grenzen van de mogelijkheden van een wiskundige aanpak is, maar hoe dit in het wiskundeprogramma vorm moet krijgen komt niet aan bod. Wat wel aan bod komt is kritiek op het huidige programma, dat slechts op economisch en politiek gewin uit zou zijn. Een magere conclusie.

De waarde van dit boekje moet vooral worden gezocht in de vele voorbeelden van misbruik van getallen bij het nemen van beslissingen. Het zal er voor zorgen dat ik de krant morgen wat kritischer dan gewoonlijk zal lezen.

G. Koole



N.G. van Kampen
Waanwetenschap
 Utrecht: Epsilon Uitgaven, 2002
 160 p., prijs €16
 ISBN 90-5041-074-X

Waanwetenschap, daarover wilde professor Van Kampen een boekje schrijven. Het is de vraag of hij ons daar een plezier mee heeft gedaan. Al bij het lezen van de achterflap bekruipt de lezer een onrustig gevoel. De aankondiging dat het boekje op allerlei denkfouten ingaat die zowel binnen als buiten de wetenschap gemaakt zijn, is daar nog geen debet aan. Echter, het vooruitzicht dat de auteur in slechts 136 pagina's met buitensporige fontgrootte een aantal wetenschapsgebieden bij het grof vuil zetten zal, zorgt voor de nodige twijfel: moet ik hier wel aan beginnen?

Als de lezer zich toch maar gewoon aan het lezen zet, wil het

maar niet duidelijk worden wat de auteur voor ogen staat. Vijftig pagina's lang dist de auteur lustig een slepende stoet foutjes en flauwigheden op, zonder dat hij ergens de moeite neemt het waartoe van deze overdaad toe te lichten.

Na deze eerste vijftig pagina's, die nog als onschuldig vermaak zijn te kenmerken, maakt de auteur het pas echt bont. In welgeteld zeven pagina's wordt de wijsbegeerte afgedaan als een verkeerde manier van denken — en er blijkt één pagina meer nodig om de sociologie in de hoek te zetten. De sociologie is gelukkig, in tegenstelling tot de wijsbegeerte, nog niet volkomen verloren: als er heel hard gewerkt wordt, dan wordt het misschien nog wat met de sociologen. Maar waarschijnlijk wordt het niets als er geen fysici aan te pas komen.

Wat moet men hier nu mee? Misschien bezigt Van Kampen een vorm van humor waar ik geen gevoel voor heb, maar ik vrees dat het hier een sterk staaltje bèta-arrogantie betreft waarvan natuurwetenschappers buiten eigen kring nogal eens beschuldigd worden.

Ik begrijp best dat niet iedereen gecharmeerd is van de duistere teksten van een filosoof als Heidegger en ik begrijp ook dat men hem gaarne zijn aureool van diepzinnigheid af wil nemen. Maar het lijkt mij verstandig dit zo integer en 'wetenschappelijk' mogelijk te doen. Als Van Kampen citeert, zonder aandacht te besteden aan de context van het citaat en als hij opsomt zonder de leidende these die tot deze opsomming noopt te verhelderen, dan vrees ik dat zijn bijdrage niet serieus genomen zal worden.

Het advies dat ik de auteur zou willen meegeven is: schoenmaker blijf bij je leest. De hoofdstukken die fysische onderwerpen zoals entropie en quantummechanica behandelen zijn eigenlijk best lezenswaard. Maar het valt mij, gegeven de context, moeilijk hier nog waardering voor op te brengen.

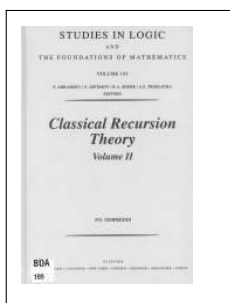
Tot slot: 'Waanwetenschap' maakt onderdeel uit van de epsilon-reeks. Achterin is een lijst te vinden met deeltjes die in deze reeks verschenen zijn. Als je de titels bekijkt, krijg je het idee dat de meeste van deze boeken onderdelen uit wiskunde en natuurkunde serieus voor de leergierige student uiteen willen zetten. Wat dit betreft is het mij een raadsel wat de redactie ertoe heeft aangezet 'Waanwetenschap' in haar fonds op te nemen.

G.-J. van der Heiden

zeer geslaagd. De auteur weet van zijn encyclopedisch overzicht een spannende geschiedenis te maken. Hij doet steeds zijn best de leidende gedachte achter een definitie, een bewijs of een bewijstechniek duidelijk te maken en te laten zien waar en wanneer deze leidende gedachte nog meer aan het werk was.

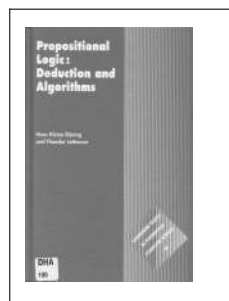
De recursietheorie is de studie van de klasse van de berekenbare functies van de verzameling van de natuurlijke getallen naar zichzelf en begon met de ontdekking van deze klasse van functies in de dertiger jaren van de vorige eeuw door Turing, Church en anderen. Deze studie is de natuurlijke voortzetting van het in de negentiende eeuw door Dedekind en anderen begonnen onderzoek naar de grondslagen van de analyse, en vormt een centraal en wezenlijk onderdeel van de wiskunde met tal van analogieën in andere gebieden, zoals de verzamelingenleer en de complexiteitstheorie. Posts beroemde artikel uit 1944, over de verschillende manieren die er zijn om de recursief-opsombare verzamelingen van natuurlijke getallen in complexiteitsklassen in te delen, speelt een belangrijke rol in de behandeling van de auteur. Hij lijkt er ons toe te willen overhalen alle vragen die uiteindelijk hun oorsprong vinden in dit artikel tot de klassieke recursietheorie te rekenen. 'Post's problem' is de in dat artikel opgeworpen vraag of er twee recursief-opsombare verzamelingen van natuurlijke getallen bestaan zo dat geen van beide Turing-reduceerbaar is tot de andere. Deze vraag werd in 1956 opgelost, door Friedberg, een Amerikaan, en, onafhankelijk van hem, door Muchnik, een Rus. Zij bedachten de zogenaamde prioriteitenmethode. In het eerste deel heeft de auteur laten zien dat deze methode in zekere zin te krachtig is voor de door Post gestelde vraag en dat die vraag eenvoudiger antwoorden toelaat, misschien meer in de geest van Posts eigen aanpak. In dit tweede deel besteedt hij aandacht aan de vele uiteenlopende varianten en toepassingen van de prioriteitenmethode zelf. Ook geeft hij een overzicht van de recursietheoretische toepassingen van de techniek van het forceren, die voor het eerst door Cohen gebruikt werd in zijn bewijs van de onafhankelijkheid van de continuümhypothese. Bovendien behandelt hij verschillende manieren om een soort van complexiteit van berekenbare functies te definiëren, en bestudeert hij zekere klassen van berekenbare functies die men verkrijgt door grenzen te stellen aan rekentijd of geheugencapaciteit. Hij bespreekt uitvoerig de soms wat verwaarloosde Gregorczyk-Ackermann-hierarchie. Het boek is een goudmijn.

W. Veldman



P. G. Odifreddi
Classical Recursion Theory II
(*Studies in logic and the foundations of mathematics*; 143)
Amsterdam: Elsevier, 1999
949 p., prijs €131,59
ISBN 0-444-50205-X

Het eerste deel van dit indrukwekkende boek dat ongetwijfeld nog lange tijd een onontkoombaar standaardwerk zal zijn verscheen in 1989. De auteur had er veertien jaar aan gewerkt. Dit tweede deel telt ruim 900 bladzijden, zo'n 300 meer dan het eerste deel, en heeft nog eens tien jaar op zich laten wachten. De beide delen samen bieden een fascinerend panorama van de recursietheorie waar ook menig deskundige veel van kan leren. Het boek is bedoeld als leerboek en als naslagwerk en is in beide opzichten



H. Kleine Büning and T. Lettermann
Propositional logic: deduction and algorithms
(*Cambridge tracts in theoretical computer science*; 48)
Cambridge: Cambridge university press, 1999
409 p., prijs £50
ISBN 0-521-63017-7

Dit boek is een vertaling van een oudere Teubner uitgave uit 1994. Waarom schrijven de auteurs een boek over de klassieke tweewaardige propositiologica? Antwoord: de behandelde problemen worden niet bekeken vanuit de wiskunde of de logica maar vanuit de informatica. Wat in de wiskunde eenvoudig is kan behoorlijk lastig worden zodra de conditie van effectieve oplos-

baarheid worden ingeruild voor efficiënte oplosbaarheid.

Fundamentele problemen in de complexiteitstheorie laten zich formuleren als problemen over de propositiële logica. De vraag of voor een formule een propositioneel model bestaat leidt tot het beruchte *Satisfiability* probleem, de moeder van alle NP-lastige problemen. De vraag of er een bewijssysteem bestaat waarbinnen iedere tautologie een compact bewijs heeft is equivalent met het al bijna zo beruchte NP = co-NP probleem. En het waarheidsprobleem voor volledig gequantificeerde propositionele formules (QBF) staat model voor de complexiteitsklasse Pspace.

De theorie van logische functies speelt traditioneel een grote rol bij het ontwerp van hardware en bij de theorie van chipontwerp. Propositionele functies zijn van groot belang voor verificatie van Industriële systemen. Tenslotte verwijst ik naar het Logisch Programmeren zoals belichaamd in de taal Prolog, waarvan het gebruikte inferentiemechanisme zich goed laat onderzoeken in zijn beperking tot de propositionele kern. Deze ingang tot kennissystemen vormt voor de auteurs het voornaamste motief voor het schrijven van dit boek.

Met deze achtergrondinformatie kunnen we de keuze voor de onderwerpen die in het boek aan de orde komen begrijpen.

Hoofdstuk 1 geeft een inleiding tot de taal en semantiek van de propositiële logica. In hoofdstuk 2 worden de diverse normaalvormen (DNF en CNF) die in het vervolg een belangrijke rol spelen ingevoerd. Er wordt gekeken naar gegevensstructuren om formules in de computer op te slaan naar alternatieve representaties zoals Decision Diagrams.

Hoofdstuk 3 is gewijd aan het Satisfiability probleem. De complexiteitsstatus van een aantal varianten van dit probleem wordt vastgesteld en oplossingsmethoden worden onderzocht en geanalyseerd.

Hoofdstuk 4 gaat over resolutie: het klassieke inferentiemechanisme dat in de AI wordt gebruikt om stellingen te bewijzen door uit de ontkenning van de stelling een tegenspraak af te leiden. Diverse vormen van resolutie worden ingevoerd en vergeleken. In hoofdstuk 5 wordt dit nader toegespitst op het fragment dat bekend staat als Horn Logic, waarvoor resolutie efficiënt kan werken. Dit fragment vormt de logische basis voor het Logisch Programmeren. Het hoofdstuk eindigt met een analyse van de inferentie algoritme die achter de taal Prolog schuil gaat.

Hoofdstuk 6 bespreekt een aantal bekende propositionele bewijssystemen voor tautologische formules en vermeldt resultaten over de relatieve efficiëntie van deze systemen. Het laatste hoofdstuk handelt over het probleem QBF en aanpassingen van de resolutie methode voor deze klasse problemen.

Een bibliografie van 18 pagina's maakt de lezer duidelijk dat in dit vakgebied veel onderzoek heeft plaatsgevonden. Resteert de vraag voor welke doelgroep dit degelijke doch redelijk saai opgeschreven boek kan worden aanbevolen. Voor een inleidende cursus complexiteitstheorie is het minder geschikt, al was het maar omdat een bewijs van de stelling van Cook-Levin waarmee de NP-volledigheid van het Satisfiability probleem wordt aangetoond ontbreekt. Bezien vanuit het perspectief van een geavanceerde cursus valt op dat de auteurs een opvallende smaak hebben bij hun keuze van expliciet behandelde onderwerpen.

Geen harde-ondergrensresultaten over netwerk complexiteit, of het beruchte probleem om een expliciete functie te beschrijven waarvan de netwerk complexiteit een niet-lineaire ondergrens vertoont (de theorie van Shannon laat zien dat het overgrote deel

van de logische functies exponentiële netwerk complexiteit heeft). Resultaten over ondergrenzen voor de complexiteit van begrensde resolutiemethoden worden behandeld zonder bewijs. Maar het eenvoudige probleem van het oplossen van de vervulbaarheid van 2-CNF formules wordt in details behandeld als een grafenprobleem. Ik krijg de indruk dat een relatie met grafentheoretische algoritmen een nodige en voldoende voorwaarde is geweest voor de auteurs om een onderwerp in extenso te behandelen, en dat levert een remarkabel beeld op van het vakgebied.

Wat resulteert is een leesbaar boek dat nuttig is om in de collectie te hebben en handzaam is als bron voor additionele opdrachten in het kader van een cursus complexiteitstheorie.

P. van Emde Boas

András Hajnal and Peter Hamburger

Set Theory

(London mathematical society student texts; 48)

Cambridge: Cambridge university press, 1999.

316 p., prijs £16.95

ISBN 0-521-59667-X

Enige tijd geleden besprak ik *Set Theory for the working mathematician* van K. Ciesielski [NAW, 5/1 nr. 2, p. 179], uit dezelfde serie als het onderhavige boek (nummer 39 versus 48). Twee boeken, kort na elkaar in dezelfde serie en over hetzelfde onderwerp maar toch een wereld van verschil. Op de eerste plaats is er verschil in inhoud, hetgeen te verwachten is; de verzamelingenleer is onderhand zo'n uitgebreid gebied geworden dat men er veel verschillende boeken over kan schrijven. Op de tweede plaats is er verschil in aanpak. Alles wat in het boek van Ciesielski [C] misging, en dat was nog al wat, ging in het boek van Hajnal en Hamburger [HH] goed. Dat is waarschijnlijk voor een groot deel te verklaren uit het feit dat [HH], in eerste versie, al uit 1983 stamt en door de jaren heen (in Hongarije) als universitaire tekst heeft dienstgedaan en voortdurend aangepast en verbeterd is; dit is de eerste Engelstalige versie. Alle verschillen zijn mijns inziens terug te brengen tot het woord 'aandacht'; [C] was niet veel meer dan een zonder veel fantasie in elkaar gesleuteld werkje, [HH] heeft een goede opbouw en opgaven waarover is nagedacht.

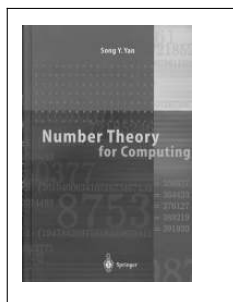
De eerste helft van het boek is een inleiding in de verzamelingenleer zoals die in veel boeken te vinden is maar dan toch weer op eigen wijze. Eerst wordt de theorie van kardinaal- en ordinaalgetallen met een min of meer intuïtief idee van 'verzameling' opgebouwd; daarna wordt het voorafgaande verhaal axiomatisch onderbouwd, aan de hand van de axioma's van Zermelo en Fraenkel plus het Keuzeaxioma.

Het tweede deel is gewijd aan combinatorische verzamelingenleer: stationaire verzamelingen, partitiecalkulus, grote kardinaalgetallen en nog veel meer. Die combinatoriek wordt aan het einde toegepast bij de bestudering van het gedrag van de continuümfunctie: $\kappa \mapsto 2^\kappa$. Het is sinds het werk van Cohen en Easton bekend dat, voor reguliere kardinaalgetallen, alles wat niet expliciet verboden is ook echt mogelijk is. Wat minder duidelijk is, is het gedrag van 2^κ voor singuliere κ . De laatste stelling van het boek is het resultaat van Shelah dat $2^{\aleph_\omega} < \aleph_{(2^{\aleph_0})^+}$, een fascinerend resultaat dat het begin markeerde van nieuwe ontwikkelingen in de aritmetiek van de kardinaalgetallen.

Het boek is zeker niet perfect, sommige stukjes uitleg doen wat

geforceerd aan, de notatie kan hier en daar wat beter en de index had een stuk beter gekund. Maar al lezende kreeg ik gewoon zin er college uit te gaan geven.

K. P. Hart



S.Y. Yan
Number theory for computing

Berlin: Springer-Verlag, 2000

381 p., prijs €44,95

ISBN 3-540-65472-0

Onlangs verscheen bij Springer al de tweede (uitgebreide) editie van dit boek. Het gaat over een onderwerp waar kennelijk veel belangstelling voor is, namelijk het toepassen van getaltheorie in, volgens de schrijver, *computing and information technology*. En dat is, zegt hij allemaal te volgen zonder voorkennis die verder gaat dan middelbare school wiskunde.

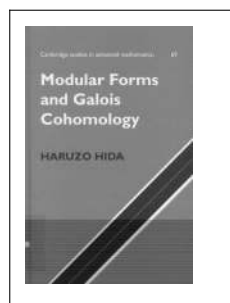
Het boek ziet er prachtig uit. Veel van het overbekende Springer-geel is vervangen door diverse tinten blauw, en wat overblijft op de buitenkant doet denken aan de variaties in oranje die het Nederlandse straatbeeld tooiden in de tijd dat we nog meetelden als voetbalnatie. Binnenin vinden we duur glanzend papier, en maar liefst 67 zwart-wit foto's en plaatjes op formaat ongeveer 2 bij 2 1/2 centimeter, waarop we wetenschappers van Euclides tot Shor, Cocks en Karp zien afgebeeld. U kent hen niet allemaal? Geen probleem, ik evenmin, en het lezen van dit boek levert u indien gewenst voldoende levensfeitjes over ieder van hen.

Mijn eerste twijfel over het boek kwam wel door deze foto's: met zoveel geweld zijn sommige ervan in het piepkleine formaat geperst, dat de indruk verkregen wordt dat opmerkelijk veel personen in het behandelde vakgebied voorzien zijn van een hoofd dat veel breder is dan lang. Wellicht een gevolg van de gangbare verhoudingen in een computerscherm? Vervolgens blijkt ook de nummering tot enige frustratie te leiden. Op bladzij 103 staat onder Remark 1.6.6 het Example 1.6.15, gevolgd door Exercise 1.6.1. Een verwijzing naar Definitie 1.6.2 levert enig zoekwerk, want terwijl Conjecture 1.6.2 zich op pagina 118 bevindt, staat gevraagde definitie 28 pagina's eerder in het boek.

Over de inhoud valt helaas nog veel meer onplezierigs te zeggen. Om met een positieve noot te beginnen, er zijn pagina's (zoals 137 waar behoudens 7 correct gespelde namen niets staat) die geheel foutloos lijken te zijn. Het lijkt me heel moeilijk, iets conceptueels uit dit boek te leren. Om bij wat triviale voorbeelden te blijven, de notatie $a \bmod n$ wordt voor de eerste keer op pagina 6 gebruikt, waarbij voor details naar pagina 90 en verder wordt verwezen. Echter, de meteen al gebruikte notatie $\frac{1}{e} \bmod n$, die pas op bladzij 95 terloops in de tekst wordt genoemd en voor welks bestaan we moeten vertrouwen op de niet van een bewijs voorzien Stelling 1.6.3, zal dan voor de beoogde lezer met alleen maar middelbare-schoolachtergrond vast wel voor een klein probleem zorgen. De definitie van de Euler-phi-functie deugt niet (als $n = 1$). De lezer wordt vergast op lange rijen stellingen zonder enig commentaar welke daarvan diep en welke volledig triviaal zijn. Pagina 60 begint met een opdracht voor de 'interested reader': als

$f := 2^k + 1$ en $g = 2^{m-k} f^2$ (waarbij $m > k$ natuurlijke getallen zijn) en nog een rijtje van 5 gehele getallen allemaal priemgetallen zijn, dan zou daarmee een 'bevriend getallenpaar' te maken zijn. Zou de auteur weten dat dit een onzinnige mededeling is?

De auteur bedankt in z'n inleiding een kleine 40 collega's en nog wat 'referees from Springer-Verlag' (wie zou Dr. Ajie Lenstra eigenlijk zijn?), en besluit met de woorden: "nothing is perfect and nobody is perfect". Zo worden we het toch nog eens. J. Top



H. Hida
Modular forms and Galois cohomology

(Cambridge studies in advanced mathematics)

Cambridge: Cambridge university press, 2000

343 p., prijs £42,50

ISBN 0-521-77036-X

In 1993 kondigde A. Wiles een bewijs aan van een deel van het Taniyama-Shimura vermoeden, waarmee dan tevens het vermoeden van Fermat bewezen kon worden. In 2001 is door Breuil, Conrad, Diamond en Taylor het volledige Taniyama-Shimura vermoeden bewezen. Een van de belangrijkste ingrediënten van de hierbij gebruikte theorie is die van de modulaire vormen. Het boek van Hida is ontstaan uit een serie *graduate courses*, gegeven door de auteur en biedt een goede ondergrond om het bewijs van Wiles te kunnen volgen. Het geeft onder andere het bewijs van de stelling van Taylor en Wiles die geschikte universele deformaties verbindt met Hecke algebra's in het minimale geval (alleen de *ordinary case*).

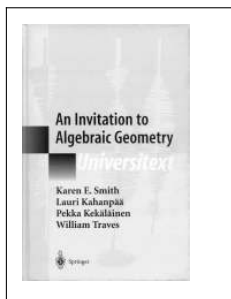
Het eerste hoofdstuk geeft een overzicht van en introductie in het onderwerp en behandelt Hecke karakters en modulaire vormen in het eendimensionale geval. Dit hoofdstuk is bovendien het meest verwarrende hoofdstuk voor een nog niet geheel ingewijde lezer, omdat Hida teruggrijpt op door hem in voorgaande colleges reeds behandelde theorie. In dit boek verwijst hij daarvoor dan onder andere naar zijn eerder uitgegeven boek *Elementary Theory of L-Functions and Eisenstein Series* en zijn nog te verschijnen *Geometric Modular Forms and Elliptic Curves*. Na de behandeling van de Hecke karakters in 1.1 volgt in 1.2.1 een overzicht van de inhoud van de hoofdstukken van dit boek, waarna de schrijver weer verder gaat met modulaire vormen en deformaties in de rest van 1.2.

In hoofdstuk 2 komen groepsvoorstellingen, pseudorepresentaties en deformaties aan de orde. Vanaf hier is het boek elementair, *self-contained* en minder vluchtig. Hoofdstuk 3 is min of meer een kernhoofdstuk en gaat over modulaire vormen en hun Galoisrepresentaties. Hier wordt de stelling van Taylor en Wiles bewezen. Hoofdstuk 4 geeft de benodigde cohomologietheorie waar in de vorige hoofdstukken al naar werd verwezen.

De hoofdstukken 1 tot en met 4 vormen een geheel. Het laatste, hoofdstuk 5 is nog een extraatje van 94 pagina's waarin de auteur ingaat op zijn eigen interesse en onderzoek over een uitbreiding van de klassegetalformule in het niet abelse geval en andere resultaten.

Al met al is het een goed leesbaar boek waarin de nieuwe theorieën nu in boekvorm netjes en min of meer *self-contained* bij el-

kaar staan. Het is verder hier en daar voorzien van opgaven. Het boek is daarmee geschikt voor een gevorderd college modulaire vormen en verder voor zelfstudie voor iedereen die op grond van werk of interesse met dit onderwerp te maken heeft. *S.J. Hoving*



K.E. Smith, L. Kahonpää
An invitation to algebraic geometry
 Berlijn: Springer-Verlag, 2000
 155 p., prijs €32,72
 ISBN 0-387-98980-3

Dit enthousiasmerend geschreven boek is voortgekomen uit een door de eerste auteur aan AiO's en gevorderde wiskundigen gegeven cursus over algebraïsche meetkunde. Het is bedoeld als "an advertisement for the deep and beautiful mathematics of algebraic geometry" (p.138). Volgens de auteurs heeft de lezer behalve lineaire algebra geen voorkennis in de algebra nodig.

Door weinig te bewijzen lukt het hun om zonder technisch apparaat veel onderwerpen te behandelen. Ze beperken zich tot variëteiten over \mathbb{C} , waarbij ze het begrip schema en het nut ervan af en toe noemen.

Ze gaan eerst in op affiene en quasi-projectieve variëteiten en voorbeelden zoals Veronese-afbeeldingen, Segre-inbeddingen en Grassmannvariëteiten, en noemen de stelling van Chow. Ook onderzoeken ze de kwadrieken door vijf gegeven punten. Ze geven een ad hoc-definitie van de graad van een projectieve variëteit en noemen de stelling van Bézout. Daarna definiëren ze het Hilbert-polynoom en schetsen de constructie van het Hilbert-schema. Vervolgens behandelen ze raakruimtes en gladheid. Ze vertellen over families, de stelling van Bertini en de Gaussafbeelding. Er volgt een hoofdstuk over birationale meetkunde, waarin ze rationale en birationale afbeeldingen en oplazen van affiene variëteiten (in een punt en langs een ideaal) behandelen en de stelling van Hironaka over de resolutie van singulariteiten formuleren. Het hoofdstuk eindigt met een uitleg over classificatieproblemen, waarbij ze moduli-ruimtes van krommen en minimale modellen noemen. Het laatste hoofdstuk gaat over afbeeldingen naar \mathbb{P}^n . Ze leggen het verband met lijnbundels, (gladde) krommen komen aan bod, en tenslotte wordt de constructie van hun moduli-ruimte uit het Hilbert-schema geschetst. In een appendix worden schoven en abstracte variëteiten gedefinieerd.

Het boek staat vol met voorbeelden, plaatjes en verwijzingen naar de literatuur. Iedere paragraaf eindigt met opgaven die variëren van letterlijke herhaling van argumenten uit de tekst tot gevorderde opgaven.

Helaas zijn er in de opgaven, in de plaatjes en in de tekst fouten geslopen. Er worden feiten niet genoemd die dan later worden gebruikt (bijvoorbeeld dat globale reguliere functies op een projectieve samenhangende variëteit constant zijn) en sommige begrippen blijven een beetje vaag. Verder is het de vraag of de lezer zonder algebraïsche voorkennis de stukken in bijvoorbeeld Hartshorne's standaardwerk waarnaar voor bewijzen wordt verwezen wel kan lezen. Toch is het een indrukwekkend en mooi boek.

F. Bittner



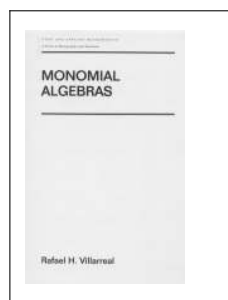
H.M. Srivastava and J. Choi
Series associated with the zeta and related functions
 Dordrecht: Kluwer, 2001
 388 p., prijs €140,94
 ISBN 0-7923-7054-6

Dit boek is een encyclopedisch werk over $\zeta(s)$, de Riemann zeta functie, en hieraan gerelateerde speciale functies. Hierbij moet men denken aan de (incomplete) gamma- en beta-functie, de polygamma-functie en andere varianten en generalisaties van de gamma functie. Verder de dilogaritme en de trilogaritme, de Hurwitz(-Lerch) zeta-functie, Bernoulli en Euler polynomen. Het boek bevat een ongelooflijke rijkdom aan identiteiten. Het langste hoofdstuk handelt over gesloten evaluaties van reeksen van de vorm $\sum_{k=2}^{\infty} \zeta(k)a_k$, met a_k meest een relatief eenvoudige functie van k . Hier vindt men een lijst van maar liefst 720 van zulke identiteiten! Als encyclopedisch werk is dit boek zeker geslaagd en allerlei recent gevonden identiteiten zal men er ook in vinden. Wat dat betreft is het boek een verdedigbare aanschaf voor een wiskundebibliotheek.

Op de achterflap wordt beweerd dat men het boek ook kan gebruiken om de verschillende methoden en technieken op dit gebied te leren. In dit opzicht vind ik het boek echter teleurstellend; deze gedeelten van het boek zijn rommelig, hoofd- en bijzaken worden niet goed onderscheiden en de vele referenties naar het (vele) eigen werk van de auteurs gaan spoedig storend werken. Voor de in dit boek behandelde stof kan men mijns inziens veel beter te rade gaan bij het uitstekende boek *Special functions* van Andrews, Askey en Roy, Cambridge university press, 1999.

De computeralgebra-enthousiasteling kan veel plezier beleven aan het boek van Srivastava en Choi. Bij het numeriek controleren van een aantal van de geclaimde identiteiten bleek dat formule (17) op bladzijde 108 incorrect is. Laat $\rho = (1 + \sqrt{5})/2$. Dan luidt formule (17): $Li_2(-\rho) = -\pi^2/10 + (\log \rho)^2/2$. De bron van deze formule blijkt het bekende boek *Polylogarithms and associated functions* van L. Lewin te zijn. Nalopen van Lewin's bewijs van bovenstaande identiteit leert echter dat $Li_2(-\rho) = -\pi^2/10 - (\log \rho)^2$, hetgeen wel consistent is met de decimaal ontwikkelingen die men met bijvoorbeeld Maple voor beide kanten vindt.

P. Moree



R.H. Villarreal
Monomial algebras
 (Pure and applied mathematics; 238)
 Basel: Marcel Dekker Inc, 2001
 455 p., prijs \$ 195,-
 ISBN 0-8247-0524-6

The aim of this book is to introduce methods to study monomial algebras and their presentation ideals. The first four chapters of the book deal with commutative algebraic tools needed to study the rest of the book, such as module theory, Noether norma-

lization, graded algebra, Hilbert function theory, et cetera. These subjects are chosen very well, in order to make the book self contained they are completed with some nice exercises.

From chapter 5 to the end, which I think is the main part of the book, the author tries — and in my opinion succeeds — to offer the reader the pleasure of reading a text that contains many different materials algebraic and combinatoric which are nicely combined. Chapter 5 deals with monomial ideals, face rings and simplicial complexes. Chapter 6 is intended to study properties of edge ideals such as Cohen-Macaulay properties using graph theory. Chapter 7 deals with subalgebras generated by monomials and the corresponding Rees algebra. Chapter 8 covers the monomial subring associated to graphs emphasising the integral closure of them as well as the integral closure of an edge algebra. Chapter 9 includes the study of the monomial subring of bipartite graphs and complete graphs. Chapter 10 and 11 deal with toric ideals. There are not many books which include these subjects and I believe the author has provided a good exposition for those who wish to learn them. In doing so, he has filled a gap in the literature.

H. Rahmati

automorphisms of the orthogonal group of the norm of an octonion algebra, the related spin groups and the connection with the automorphism group of the algebra are studied in this chapter.

Chapter 4 is devoted to twisted composition algebras and related groups of type 3D_4 and 6D_4 .

In chapter 5, 6 and 7 the algebras under consideration are Albert algebras and a special type of Jordan algebras called J-algebras. A J-algebra A is a finite-dimensional commutative but not necessarily associative algebra over a field k (with $\text{char } k \neq 2, 3$) with identity element e and a nondegenerate quadratic form Q with associated bilinear form $\langle \cdot, \cdot \rangle$ such that for all $x, y, z \in A$ one has

$$Q(x^2) = Q(x)^2 \text{ if } \langle x, e \rangle = 0, \quad \langle xy, z \rangle = \langle x, yz \rangle,$$

and

$$Q(e) = 3/2.$$

Examples of J-algebras can be constructed as follows.

Let C is a composition algebra over k . Then for fixed elements $\gamma_i \in k^*$, let A be the set of $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ -hermitian 3×3 matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & c_3 & \gamma_1^{-1}\gamma_3\bar{c}_2 \\ \gamma_2^{-1}\gamma_1\bar{c}_3 & 2 & c_1 \\ c_2 & \gamma_3^{-1}\gamma_2\bar{c}_1 & 3 \end{pmatrix}$$

where $\xi_i \in k$, and $c_i \in C$. On A one can define a product

$$xy = \frac{1}{2}(x \cdot y + y \cdot x)$$

where \cdot denotes the standard matrix product, and a quadratic form by

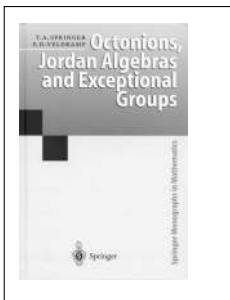
$$Q(x) = \frac{1}{2}\text{tr}(x^2).$$

This product and quadratic form turn A into a J-algebra. In the special case where C is an octonion algebra, A is an Albert algebra. The interest in Albert algebras and J-algebras is motivated by their relation with exceptional groups of type F_4 and E_6 . Indeed, if A is an Albert algebra over k and $A_K = K \otimes_k A$ where K is the algebraic closure of k , then the automorphism group of A_K is an algebraic group of type F_4 . The linear transformations of A_K leaving the cubic form \det , defined by taking the determinant of the 3×3 matrices, invariant, form an algebraic group of type E_6 .

The final chapter of this book is devoted to some cohomological invariants of the algebras studied.

The book is written in a clear style and suitable for readers with a basic knowledge in algebra and algebraic group theory.

H. Cuypers



T.A. Springer and F.D. Veldkamp
Octonions, Jordan Algebras and Exceptional Groups

(monographs in mathematics)

Berlijn: Springer-Verlag, 2000

208 p., prijs € 86,48

ISBN 3-540-66337-1

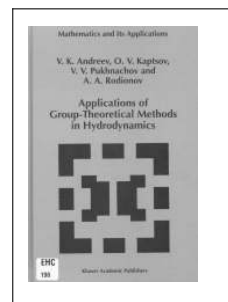
In the summer of 1963, T.A. Springer gave a course of lectures at the Mathematical Institute of the university of Göttingen on octonions, Jordan algebras and some exceptional groups related to these. Notes of these lectures (by P. Eysenbach) were published by the Göttingen Institute under the title *Oktaven, Jordan Algebras und Ausnahmegruppen* and became well known in the field as the *Göttingen notes*. But unfortunately, the notes have been unavailable for a larger audience for quite some time. The present book, which is a completely revised, English version of the German notes, resolves that problem.

The book contains eight chapters, each ending with some historical notes. Its central theme is the study of some classes of algebras equipped with some special (mostly quadratic) forms and their automorphism groups.

In the first chapter composition algebras are introduced. A composition algebra C over a field k is a not necessarily associative algebra with identity element e such that there exists a norm N on C with $N(xy) = N(x)N(y)$ for all $x, y \in C$. The basic theory of these algebras is developed and a classification is given. A composition algebra over a field k has dimension 1, 2, 4 or 8. Composition algebras of dimension 4 are called quaternion algebras, those of dimension 8 are called octonion algebras.

Octonion algebras play a central role in the whole book. Indeed, in chapter 2, automorphisms of octonion algebras form the central theme. In particular, it is shown that the automorphism group of an octonion algebra is an exceptional group of type G_2 .

The third chapter is devoted to the study of triality. The triality



V.K. Andreev, et al
Application of group-theoretical methods in hydrodynamics

(Dordrecht: Kluwer, 1998)

396 p., prijs € 172,43

ISBN 0-7923-5215-7

Lang geleden intussen begon ik enthousiast aan het bespreken van dit werk. In grote lijnen was ik wel van de behandelde stof

op de hoogte en kon ik de tekst volgen, maar er waren een aantal storende (tijdrovende) drukfouten (op de van mij doorgewerkte eerste bladzijden) aanwezig.

Verder wordt een niet-standaard notatie gebruikt, die ik ook niet met de hulp van een andere vakman kon begrijpen.

Over het nog doorgewerkte gedeelte is het volgende te zeggen: de benodigde hoeveelheid werk om de symmetrieën van een PDV te berekenen komt niet uit de verf en is zonder een computer programma (bijna) niet te doen (behalve minivoorbeelden). Maar dit is misschien een van de sterke punten van dit boek, ter aanzien van hydrodynamica worden de symmetrieën, en andere eigenschappen vaak in tabellen opgesomd. Nagerekende vergelijkingen (van de eerste paar bladzijden) waren correct. Er wordt zeer veel informatie geleverd. Maar vanwege de drukfouten in het theoretische gedeelte van het boek zal het vermoedelijk toch nodig zijn om voor gebruik de gegeven resultaten te verifiëren.

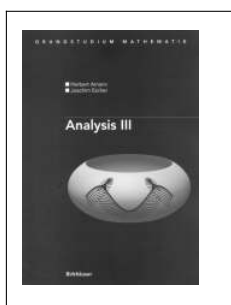
De later getoonde berekeningen, voorbeelden voor stromingsleer, waren voor mij niet te doen. De hoeveelheid informatie is wel enorm en voor iemand die al enigszins met symmetrieën vertrouwd is en op de specifieke toepassing gebieden, die behandeld worden, veel af weet zal vermoedelijk wat ideeën kunnen oppikken voor eigen, nuttig gebruik.

P.K.H. Gragert

op variëteiten, een straffe inleiding in zijn onderwerp, hoofdzakelijk de theorie van Riemannvariëteiten; en ook hier een retrospectie van de klassieke analyse, met stellingen uit de vectoranalyse die men evenwel als het ware uit hun notationale vermomming moet pellen. In het laatste hoofdstuk vloeit het zojuist besprokene samen met de eerder behandelde Lebesguetheorie. Na een paragraaf waarin voor variëteiten een maatbegrip wordt gedefinieerd, geïnduceerd door de meetbare verzamelingen van de omgevende ruimte, wordt de integratie van differentiaalvormen behandeld. Een en ander voert dan in de laatste paragraaf tot de stelling van Stokes met haar consequenties. Ook hier weer de toepassing op de bijzondere gevallen die uit de klassieke analyse bekend zijn. (Een samenvatting van niet-Euclidische meetkunde vinden we in §XI.5 en vraagstuk XII.3.11(!).)

Als geheel geeft het boek een fundamentele achtergrond aan voor alle onderwerpen die bij het onderwijs in de analyse aan de orde komen (of, althans, kwamen). Het boek is zonder een behoorlijke voorbereiding niet zo gemakkelijk te lezen. De lezer moet al wel ervaring in het verwerken van abstracte denkbeelden, kennis van lineaire algebra en een flink stuk topologie hebben verworven, en bereid zijn om zich langdurig met het boek af te zonderen om de taal van het boek meester te worden en met de resultaten vertrouwd te raken (waarbij de vele vraagstukken van nut zijn). Voor een vlugge referentie is het boek niet zo geschikt. Door deze restricties is het als leerboek bij voorkeur te gebruiken in 'ster'-klassen. Maar voor wie het eenmaal kent, moet het een uiterst waardevol naslagwerk zijn.

W. van der Meiden



H. Amann en J. Escher

Analysis III

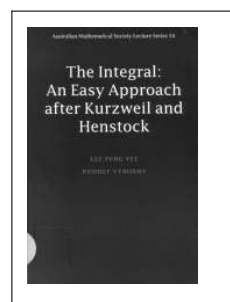
Basel: Birkhäuser-Verlag, 2001

490 p., prijs €29,-

ISBN 3-7643-6613-3

Met dit derde, in 2001 gepubliceerde deel is de trilogie over Analyse, waarvan de andere delen in 1998 en 1999 verschenen zijn, voltooid; met 480 bladzijden is het tevens het omvangrijkste deel. Het is hoofdzakelijk aan integratietheorie gewijd, hier (anders dan in het voorafgaande tweede deel) op een geavanceerd niveau gepresenteerd. Al in de bespreking van de eerdere delen is opgemerkt dat vanaf hoofdstuk II in het eerste deel de betreden ruimten Banachruimten zijn (NAW 5/1(2000), p.236), en waar die delen nog wel enkele voorbereidende passages bevatten, wordt de lezer nu van meet af aan als ingewijd beschouwd. De dichtheid van nieuwe begrippen is groot, de formuleringen zijn bondig, door een intensief gebruik van notatie zelfs uiterst bondig, en de inhoud is niet alleen omvangrijk aan onderwerpen, maar ook massief.

Er zijn vier hoofdstukken (doorlopend) genummerd IX–XII. De eerste twee hiervan, samen in omvang de helft van het boek, geven Lebesgue-maattheorie en de (Bochner-) Lebesgue integraal. De behandeling is grondig, nauwkeurig en volledig, en voert na de gebruikelijke en verwachte onderwerpen als L_p -ruimten, de stelling van Fubini en de 'transformatiestelling' over verandering van coördinaten, naar inleidingen in de distributietheorie en de Fouriertransformatie. Het volgende hoofdstuk XI 'Mannigfaltigkeiten und Differentialformen' is in het tweede deel al voorbereid met paragrafen VII.9, 'Mannigfaltigkeiten', en VIII.3 'Pfaffsche Formen' en geeft, hoewel ook voorbereiding voor de integratie



L.P. Yee and R. Výborný

The integral: an easy approach after Kurzweil and Henstock

(Australian mathematical society lecture series; 14)

Cambridge: Cambridge university press, 2000

311 p., prijs £24,95

ISBN 0-521-77968-5

Around 1960 both J. Kurzweil and R. Henstock introduced a significant modification of the definition of the Riemann integral, which yields a class of integrable functions which properly includes the class of all Lebesgue integrable functions.

We briefly recall this definition in case of a bounded interval $[a, b]$ in \mathbf{R} . A tagged partition P of this interval is a partition $a = x_0 < x_1 \dots < x_n = b$ together with a choice of tags $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$ for all $i = 1, \dots, n$. Given a real valued function f on $[a, b]$ the corresponding Riemann sum is denoted by $R(f, P)$. If δ is a strictly positive function on $[a, b]$ (in this context δ is called a gauge function), then a tagged partition P is called δ -fine whenever $\xi_i - \delta(\xi_i) < x_{i-1} < x_i < \xi_i + \delta(\xi_i)$ for all i . The function f is called Kurzweil-Henstock integrable (KH-integrable) on $[a, b]$ if there exists a real number I (which will be denoted by $\int_a^b f dx$) such that for every $\varepsilon > 0$ there exists a gauge function δ such that $|R(f, P) - I| < \varepsilon$ for all δ -fine tagged partitions P of $[a, b]$. Considering constant gauge functions only, it is obvious that every Riemann integrable function is KH-integrable. As mentioned above, actually any Lebesgue integrable function is KH-integrable. For the Kurzweil-Henstock integral the following form of the funda-

mental theorem of calculus holds: if $f, F : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ are such that $F'(x) = f(x)$ for all $x \in [a, b]$, then f is KH-integrable and $\int_a^b f dx = F(b) - F(a)$ (note that this result does not hold in general for the Lebesgue integral, since the hypothesis does not imply that f is Lebesgue integrable). Moreover, in this integration theory there are no improper integrals (on bounded or unbounded intervals).

After a short review of the Riemann integral in the first chapter, in Chapter 2 of the book under review the definition and elementary properties of the Kurzweil-Henstock integral are discussed. The main topics in Chapter 3 are convergence theorems and the relation between the KH-integral and the Lebesgue integral (a function f is Lebesgue integrable if and only if both f and $|f|$ are KH-integrable). In this connection it is interesting to note that the KH-integral actually coincides with the so-called Perron integral, as introduced by O. Perron in 1914 with a completely different definition. More advanced and specialized convergence theorems are discussed in Chapters 4 and 5. The KH-integral in several variables is treated in Chapter 6 (including a Fubini theorem and a change of variables formula). Finally some applications of the integral are discussed in Chapters 6 and 7.

For those who are interested in the Kurzweil-Henstock integration theory, this book provides an elegant introduction to the subject. Many examples and exercises are included. *B. de Pagter*

E. Kaszkurewicz and A. Bhaya

Matrix diagonal stability in systems and computation

Boston: Birkhäuser-Verlag, 2000

267 p., prijs DM 168,-

ISBN 3-7643-4088-6

In this book the stability of non-linear dynamical systems is analyzed that possess a so-called 'diagonally stable structure'. These are systems that can be written (perhaps after a change of coordinates) in the form of a set of n nonlinear differential or difference equations:

$$x_i^+ = \sum_{i=1}^n a_{ij} \Phi_{ij}(x, t), \quad i = 1, \dots, n$$

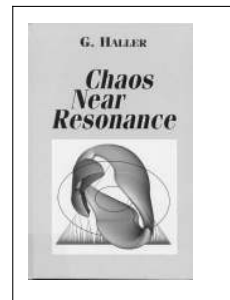
where for all i and j $\Phi_{ij} : \mathbf{R}^n \times T \rightarrow \mathbf{R}^n$ satisfies certain so-called sector conditions, and x_i^+ denotes dx_i/dt in the continuous-time case, with $T = \mathbf{R}^+$; or $x_i(t+1)$ in the discrete-time case, with $T = \mathbf{N}$. Here the matrix $A := (a_{ij})$ is assumed to be diagonally stable, which means that there exists a positive definite matrix P , with P diagonal, which makes the Liapunov expression $A^T P + PA$ negative definite (respectively the Stein expression, $A^T P A - P$, for the discrete-time case).

Examples that fit into this framework occur in many applications like in circuits and systems, in computation using asynchronous iterative methods and in control. Examples that range from neural networks and computation to passive circuits and mathematical ecology are discussed in the chapters 1, 4, 5, 6. In the stability analysis of these systems by means of diagonal-type Liapunov functions there are several classes of matrices that play a role. In particular it is shown that the necessary and sufficient conditions for stability of the nonlinear system can be often formulated as necessary and sufficient condition for diagonal stability of a certain matrix. Therefore, after motivating the contents of

the book by a number of examples in the first chapter, the book starts in chapter 2 with the introduction of several classes of matrices that have some special properties and which later on play a role in this stability analysis. For these matrices in particular the question is raised under what conditions they are diagonally stable. Chapter 3 presents the basic stability results.

The book gives a unifying perspective provided by the matrix stability formulation of the results. Its main concern is the analysis and the understanding of how the formulation of a problem in terms of matrix diagonal stability has several payoffs in terms of desirable qualitative system properties such as robust and absolute stability.

The expected mathematical background of the reader is familiarity with linear algebra and matrix theory, as well as difference and differential equations. The book is intended for graduate students and researchers in the fields of control, stability of dynamical systems, and convergence of algorithms. The book is rather self contained and as such a pleasure to read. In particular it links various results on matrix theory to stability analysis which were spread over the literature up to now and as such the book is a valuable contribution. A minor point is that the subject index could be improved as far as introduced notation is concerned. Furthermore, like in most first editions of a book, I had the impression that incidently the formulation of results was not completely correct. *J. Engwerda*



G. Haller

Chaos near resonance

(Applied mathematical sciences; 138)

Berlijn: Springer-Verlag, 1999

427 p. prijs € 71,06

ISBN 0-387-98697-9

Resonant dynamics occurs when two or more vibrations interact in the sense that the corresponding periods are related by linear relations with small integers. This phenomenon occurs in simple oscillators with a time-periodic forcing, but also in autonomous systems with several degrees of freedom. Resonant dynamics is interesting for its complexity, which is often surprising and sometimes even dramatic. This is even more true when several resonances interact.

Dynamical aspects of interest related to resonances are bifurcations, both local and homoclinic, "... slow and partially slow manifolds, fast multipulse connections among them and slow-fast chaotic sets coexisting with them." In the literature many studies exist on local aspects of resonance, often resorting to normal form theory, connecting this to singularity theory, Kolmogorov-Arnold-Moser and Nekhorochev theory, Melnikov theory, singularity theory, et cetera. It should be mentioned that there also is a lot of numerical work on this subject. The literature alternately deals with conservative and with dissipative systems.

The present book focusses on more global aspects, using (geometric) singular perturbation theory, where slow manifolds are seen as small perturbations of critical manifolds. It considers the interplay between slow and fast dynamics, in particular "fast

jumps between different resonances and then slow asymptotic behavior." For this a good theory of invariant manifolds is needed as well as detailed local and global estimates.

Chapter 1 contains both an introduction in and a survey of dynamical systems theory, which serves as background for the whole book. Various subjects like the Poincaré-Cartan integral invariant, KAM theory and whiskered tori, stable and unstable manifolds and foliations, homoclinic orbits and homoclinic manifolds, normal form theory, Melnikov methods and chaos are briefly treated here. Details often have to be found in references.

Chapter 2 contains the underlying theory of homoclinic jumping and slow-fast chaos in the finite dimensional setting, illustrated with help of two examples related to the Nonlinear Schrödinger Equation. One is 2 degree of freedom truncation and the other a higher (but still finite) dimensional discrete approximation. Both are Hamiltonian systems with dissipative terms. The mathematical background material for this chapter can be found in two appendices, one on differential geometry and the other on analysis.

Chapter 3 deals with applications to physical systems, as these occur in mechanics and optics. As the author says, here the theory of chapter 2 is shown "in action", although it can be read rather independently. Chapter 4 deals with Hamiltonian resonance and chapter 5 with the infinite dimensional case. Again, there are two leading examples, both related to the Nonlinear Schrödinger equation.

This is a very well-organized book with a nice bibliography of almost 400 items. Remarkably, references to the book V.I. Arnold, *Geometric methods in the theory of ordinary differential equations* (1983) and to the paper D. Ruelle and F. Takens, *On the nature of turbulence* (1971) are missing. The expression 'strange attractors' occurs once, namely at the very end of chapter 2. It seems to me, however, that the program induced by Ruelle, Takens, Arnold and others, concerning the role of (finite dimensional) chaos in infinite dimensional systems, plays a paramount role in the background of this work. Nevertheless, I strongly recommend the book to all people interested in the subject.

H. Broer

W. McLean

Strongly elliptic systems and boundary integral equations

Cambridge: Cambridge university press, 2000

357 p., prijs £20.95

ISBN 0-521-66375-X

In dit boek worden theoretische aspecten van randintegraalmethoden behandeld, zoals die optreden bij elliptische stelsels.

De eerste drie hoofdstukken bestaan uit een introductie van diverse wiskundige begrippen zoals verder in het boek gebruikt worden. Er worden eerst een aantal basisbegrippen uit de functionaalanalyse behandeld waarna de theorie van Sobolev-ruimtes op Lipschitz-domeinen wordt behandeld. Tevens wordt een korte behandeling van distributies en Fourier-transformaties gegeven.

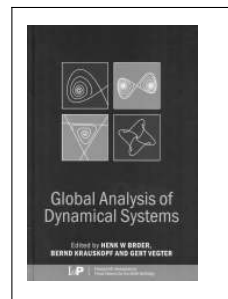
In hoofdstuk 4 wordt een begin gemaakt van de behandeling van elliptische systemen. Als basis wordt de eerste Greenidentiteit gebruikt om tot een abstracte (zwakke) formulering te komen van randwaarde-problemen. Centraal staat het Fredholm-alternatief voor het gemengde Dirichlet- en Neumann-probleem op een begrensde Lipschitz-gebied. Allereerst worden een aan-

tal standaardresultaten over regulariteit van oplossingen, inclusief de transmissie-eigenschap, afgeleid. Uiteindelijk worden een aantal lastige afschattingen van Necas, die de H^1 -norm van het spoor van de oplossing aan zijn L_2 -norm van de co-normale afgeleide koppelen. Deze afschattingen worden later gebruikt om te laten zien dat, zelfs voor algemene Lipschitz-gebieden, de elementaire afbeeldingseigenschappen van de oppervlakte potentiaalen en randintegraaloperatoren gelden in het gebied van Sobolev-ruimten. Hoofdstuk 5 zoomt in op een aantal technische aspecten zoals eindige-deelintegralen en hun Fourier-transformatie.

De hoofdstukken 6 en 7 vormen de kern van het boek. Hier worden potentiaalen en randintegraaloperatoren die verband houden met een sterk elliptisch systeem partiële integraalvergelijkingen. Er worden voor Dirichlet-, Neumann- en gemengde problemen integraalvergelijkingen afgeleid voor zowel inwendige als uitwendige problemen. Het Fredholm-alternatief wordt voor verschillende problemen bepaald. De hoofdstukken 8-10 geven een korte behandeling van drie van de eenvoudigste en belangrijkste voorbeelden van elliptische operatoren, de Laplace-vergelijking, Helmholtz-vergelijking en tenslotte een korte behandeling van de gelineariseerde vergelijkingen voor een homogeen en isotroop elastische medium.

Het is een redelijk leesbaar boek dat een goed inzicht geeft van de huidige theoretische concepten op het gebied elliptische operatoren die voor een aantal toepassingen van belang zijn. Helaas wordt er geen aandacht besteed aan numerieke aspecten waar men uiteindelijk mee te maken krijgt als men met behulp van randintegraalmethoden een probleem wil oplossen.

A.J. Hermans



Henk Broer et al. (eds.)

Global analysis of dynamical systems

(Festschrift dedicated to Floris Takens for his 60th birthday)

Bristol: Institute of physics publishers, 2001

464 p., prijs £60,-

ISBN 0-7503-0803-6

Dit boek handelt over een groot aantal onderwerpen in de dynamische systemen waarmee tegelijk de brede interesse en vele contacten van Floris Takens recht wordt gedaan. Hij schreef opmerkelijke artikelen over singulariteiten van vektorvelden, bifurcatietheorie, reconstructie in de analyse van tijdreeksen en over vele andere onderwerpen.

Het was een goed idee om te beginnen met de herdruk van een vroege en invloedrijke publicatie van Takens: *Forced oscillations and bifurcations*. Dit werd in 1974 gepubliceerd door het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht als Communicatie volume 3; de kwaliteit van typewerk en reproductie in die tijd was zo laag dat de mensen altijd verwezen naar deze communication als 'the Utrecht preprint'. Ze konden niet geloven dat dit de definitieve publicatie was. Dat verhinderde overigens de mensen niet om de interessante resultaten uit deze 'Utrecht preprint' te lezen en te gebruiken. Dit Festschrift bevat 20 artikelen die uiteenlopen van zuiver wiskundig tot expliciete toepassingen, met onder andere een vlugschrift van Ruelle, een artikel van Palis en Yoccoz (met wie Takens lang samenwerkte) en interessante stukken

werk van voormalige studenten — Takens begeleidde ongeveer 20 promovendi — en vrienden. Zeven artikelen gaan over bifurcatie theorie, twee houden zich bezig met homocliene bifurcaties en twee met Hamilton mechanica; er is een artikel over tijdreeksanalyse en vier artikelen over ergodentheorie en ééndimensionale afbeeldingen. Om een indruk te krijgen van de inhoud bespreken we twee artikelen.

Exponential confinement of chaos in the bifurcation sets of real analytic diffeomorphisms van Henk W. Broer en Robert Roussarie gaat over bifurcaties die samenhangen met vlakke vektorvelden die periodiek van de tijd afhangen. Normalisering (middelen) levert vektorvelden die symmetrisch en integreerbaar zijn. Een belangrijk gevolg is dat in het oorspronkelijke systeem de chaos beperkt is tot exponentieel of super-exponentieel dunne verzamelingen.

An unfolding theory approach to bursting in fast-slow systems door Martin Golubitsky, et al. 'Bursting'-verschijnselen trekken veel aandacht, onder meer doordat ze een rol spelen in het modelleren van neurofysiologische processen; bovendien gaat dit gepaard met opwindende wiskunde. De natuurlijke wiskundige context is hierbij het gebied van de systemen met beurtelings snelle en langzame dynamica. Hierbij treden pieken op in het signaal en hogere co-dimensie bifurcaties. Zo worden voor bepaalde zenuwcellen periodieke 'burststers' gekarakteriseerd door codimensie twee, andere 'burststers' hebben codimensie drie. In dit artikel wordt een classificatie van gevallen gegeven met expliciete normaalvormen en aanwijzingen voor numerieke verwerking.

Er zijn nog vele andere interessante artikelen in dit Festschrift. Het is niet alleen een eerbewijs aan Floris Takens maar ook een waardevolle en stimulerende toevoeging aan de literatuur van dynamische systemen.

F. Verhulst

This book is a thesis, well written, but heavy reading even for someone vaguely familiar with the topic. To every chapter, a list of background literature is given and in this way the text could nevertheless serve as a good starting point for someone who would like to enter this field.

H.G. Dehling

V. Koshamnenko

Singular quadratic forms in perturbation theory

(*Mathematics and its applications*; 474)

Dordrecht: Kluwer, 1999

308 p., prijs €124,79

ISBN 07923-5625-X

De laatste jaren hebben westerse uitgeverijen waaronder Kluwer heel wat in Rusland verschenen wiskundige boeken vertaald en opnieuw uitgegeven. Veel van die werken zijn een aanwinst en dat is dit boek ook.

De titel suggereert dat het gaat over singuliere storingsrekening zoals die bijvoorbeeld bij grenslagen in de stromingsleer wordt gebruikt. Daar betekent singulier dat de storingsterm van de differentiaalvergelijking een term is die de hoogste afgeleide bevat. Met singulier wordt door de auteur echter iets anders bedoeld. Het boek gaat vooral over perturbaties van de Schrödingervergelijking in de vorm van potentialen waarvan de dragers geconcentreerd zijn op verzamelingen van Lebesgue-maat nul. Dit betekent dat deze perturbaties nul zijn op een dichte deelruimte van de Hilbert-ruimte en dat ze dus niet als een gewone operator in die Hilbert-ruimte opgevat kunnen worden. Een voorbeeld van een singuliere perturbatie is $\epsilon\delta$, met ϵ een getal en δ de distributie van Dirac. Hoewel men in de natuurkundige literatuur vaak onbekommerd formeel rekent met dergelijke perturbaties en ze bijvoorbeeld gewoon additief schrijft heeft deze schrijfwijze a priori geen duidelijke betekenis. Een gevolg hiervan is onder andere dat reeksexpansies in termen van ϵ die voor reguliere perturbaties convergeren in de normale topologie, niet meer convergeren in het geval van singuliere perturbaties. Het onderwerp van dit boek is hoe dergelijke singuliere perturbaties mathematisch correct beschreven kunnen worden.

Er zijn ruwweg drie methoden om de singuliere perturbaties te behandelen, namelijk door gebruik te maken van kwadratische vormen, door zelfgeadjungeerde uitbreidingen en door een geschikte uitbreiding van de Hilbert-ruimte. De graad van de singulariteit van de perturbatie kan gedefinieerd worden met behulp van de familie Hilbert ruimten

$$\cdots \supset H_{-1} \supset H_0 = H \supset H_1 \supset H_1 \supset \cdots,$$

waarbij H_k gedefinieerd is als het domein van de $k/2$ -de macht van de ongeperturbeerde zelfgeadjungeerde operator. Voor het geval van de Schrödingervergelijking in de vrije ruimte zijn de H_k de standaard Sobolev-ruimten. Een kwadratische vorm in H heet k -singulier als ze singulier is in de ruimte H_k maar regulier in H_{k+1} , dat wil zeggen als de ruimte van vectoren die door de vorm op nul wordt afgebeeld dicht ligt in H_k maar niet in H_{k+1} . 1- en 2-singuliere vormen zijn het meest interessant in de toepassingen.

Het boek bestaat uit vier hoofdstukken. In het eerste hoofdstuk wordt grotendeels bekende theorie over kwadratische vormen herhaald. Hoofdstuk 2 gaat over singuliere kwadratische vormen.



Y. Nishiyama

Entropy methods for martingales

(*CWI tract*; 128)

Amsterdam: CWI, 2000

139 p., prijs €15,88

ISBN 90-6196-490-3

The book by Yoichi Nishiyama is a CWI edition of the author's Ph.D. thesis, defended in 1998 at the University of Utrecht and written under the supervision of Richard Gill. The following table of contents might give a first impression of the contents of the book: 1. Introduction, 2. Maximal Inequalities, 3. Weak Convergence Theorems, 4. Integral Estimators, 5. M-estimators: General Criterion and Euclidean Parameters, 6. Non-parametric Maximum Likelihood Estimation, 7. Miscellanies.

In the book by Nishiyama, processes which have a martingale structure are studied. More specifically, three different models are being studied, namely multivariate point processes, martingale difference arrays and continuous time local martingales. After an introduction to these models in the first chapter, weak convergence is established in the next two chapters. The remaining 4 chapters are concerned with statistical applications, establishing asymptotic normality and efficiency of estimators in various models.

In hoofdstuk 3 wordt de constructie van zelfgeadjungeerde uitbreidingen behandeld en het boek sluit af met een hoofdstuk over toepassingen in de quantumveldentheorie. Daar worden perturbaties vaak gedefinieerd met behulp van creatie en annihilatie-operatoren in de Fock-ruimte en deze perturbaties zijn singulier. Verder worden nog het verstrooiingsprobleem en spectrale eigenschappen van singulier verstoorde operatoren bestudeerd.

De auteur schrijft in zijn voorwoord dat hij bij de lezer kennis veronderstelt over de theorie van lineaire operatoren in Hilbert-ruimten, van perturbaties van lineaire operatoren, van kwadratische vormen, van verstrooiingsproblemen, van rigged Hilbert-ruimten, van zelfgeadjungeerde uitbreidingen van hermitische operatoren en van quantumveldentheorie. Het boek is dan ook geen leerboek voor studenten maar een geavanceerd werk over een nog niet volledig opgelost en moeilijk onderwerp uit de mathematische fysica. Het is zeer goed geschreven (ook het engels is goed) en is zeker aan te raden aan geïnteresseerde wiskundigen en aan diegenen die bekend zijn met de formele beschouwingen van de quantumveldentheorie en die wel eens willen zien hoe één en ander mathematisch gepreciseerd kan worden. Daarbij is dan dus wel heel wat wiskundige voorkennis nodig. *H.P. Urbach*

K. Murota

Matrices and matroids for systems analysis

(Algorithms and combinatorics)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

483 p., prijs €96,63

ISBN 3-540-66024-0

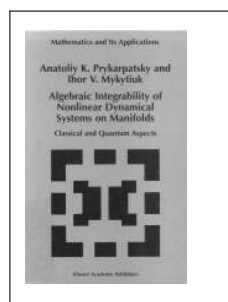
Zoals de titel al aangeeft gaat het boek over methoden om systemen te analyseren. Hierbij moet bij systemen gedacht worden aan dynamische verschijnselen beschreven door middel van lineaire differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten.

In het boek wordt er van uitgegaan dat de systemen gemodelleerd zijn volgens fysische principes. Dit resulteert in systemen beschreven met behulp van matrices waarvan de niet-nul elementen onderverdeeld kunnen worden in vaste constanten en systeemparameters. Vaste constanten hebben een bekende vaste waarde, systeemparameters zijn onderhevig aan onzekerheid. Bijvoorbeeld in een knooppunt in een elektrisch netwerk geldt volgens Kirchhoff dat de som van alle stromen nul is. Dit resulteert in een lineaire vergelijking in de stromen met vaste constanten ± 1 . Daarnaast is het bijvoorbeeld zo dat de wet van Ohm een parameter bevat, namelijk de (vaak onzekere) weerstandswaarde. Om rekening te kunnen houden met de aard van zowel vaste constanten als systeemparameters heeft de auteur gekozen voor een aanpak met matroiden. Daarmee kunnen enerzijds algebraïsche aspecten ten gevolge van vaste constanten gemodelleerd worden en anderzijds structurele aspecten ten gevolge van de aanwezigheid van systeemparameters.

In hoofdstuk 1 wordt met een eenvoudig elektrisch netwerk aangetoond dat het soms niet voldoende is om alleen het nul/niet-nul patroon van de systeemmatrices te beschouwen, maar dat het onderscheid tussen vaste constanten en systeemparameters noodzakelijk kan zijn. In hoofdstuk 2 worden achtereenvolgens matrices, grafen en matroiden behandeld. Hoofdstuk 3 bevat resultaten over de fysische dimensie van vaste constanten en systeemparameters gebaseerd op de uitgangspunten van

het boek. Hoofdstuk 4 is een hoofdstuk met resultaten op het gebied van matrices met zowel vaste constanten als systeemparameters. In hoofdstuk 5 wordt het begrip matroïde uitgebreid naar 'valuated matroid'. Deze uitbreiding kan vergeleken worden met de uitbreiding van gewone matrices naar polynoommatrices. In hoofdstuk 6 worden verdere eigenschappen en toepassingen gegeven met betrekking tot de klasse van systemen uit het boek. Er komen zaken aan de orde als bestuurbaarheid en het al dan niet aanwezig zijn van zogenaamde 'fixed modes'. Tenslotte behandelt hoofdstuk 7 onderwerpen die minder direct aansluiten bij de systemen uit het begin van het boek, maar meer voortborduren op hoofdstukken 5 en 6 over 'valuated matroids'.

Het boek is goed leesbaar en goed toegankelijk voor een algemeen wiskundig publiek. Door het niveau van de aangeboden stof is het echter niet eenvoudig. Het boek heeft als voordeel dat het geen echt leerboek is over matroiden en als zodanig niet vol staat met allerlei abstracte resultaten. De matroiden worden ingevoerd met als doel het bestuderen van lineaire systemen waarin enerzijds vaste constanten een rol spelen en anderzijds vrije parameters aanwezig zijn. Dit maakt de introductie van matroiden met hun eigenschappen heel natuurlijk. Het boek lijkt daarom geschikt voor lezers die geïnteresseerd zijn in combinatorische eigenschappen van systemen en daarbij de fysische achtergrond niet uit het oog willen verliezen. Anderzijds lijkt het ook geschikt voor experts op het gebied van matroïde-theorie, die mooie illustraties van het toepassen van matroiden in kunnen vinden. *J.W. van der Woude*



A.K. Prykarpatsky en I.V. Mykytiuk Algebraic integrability of nonlinear dynamical systems on manifolds. Classical and quantum aspects

(Mathematics and its applications; 443)

Dordrecht: Kluwer, 1998

554 p., prijs €234,50

ISBN 0-7923-5090-1

In de inleiding preciseren de auteurs niet voor wie het boek bedoeld is, maar de cover raadt het aan voor studenten die een proefschrift voorbereiden, voor onderzoekers en voor wiskundige natuurkundigen. Naar mijn mening is het boek echter uitsluitend geschikt voor geavanceerde wiskundige natuurkundigen, die gespecialiseerd zijn in integreerbare systemen (klassiek en kwantum). Uitsluitend voor die groep lijkt het boek in aanmerking te komen, en dan nog slechts als naslagwerk, niet als studieboek.

Laat mij starten met een serieuze waarschuwing voor de titel van het boek. In het begin van de jaren 80 hebben Adler en van Moerbeke de notie van algebraïsch integreerbaarheid ingevoerd. De benaming heeft betrekking op integreerbare systemen wiens gecomplexificeerde Liouville tori algebraïsche tori zijn, vandaar de benaming, die standaard is. Het boek handelt echter helemaal niet over dat soort integreerbare systemen, maar over integreerbare systemen die geconstrueerd worden met algebraïsche technieken (Lie groepen, Lie algebras, current en Virasoro algebras, representatie theorie, ...).

De inhoudstafel is de enige leidraad door het boek : niet al-

leen is de inleiding totaal niets-zeggend, een index voor dit lijvige boek (550 pagina's, vrij kleine druk) is afwezig! Een lineaire lektuur van het boek is zeker af te raden, in ieder geval is het zinloos. Dit is een boek om op een willekeurige plaats open te slaan en dan te bladeren, zoals velen doen met een encyclopedie. De theorie wordt niet stelselmatig opgebouwd en definities worden vaak niet gegeven: er wordt gewoon een referentie gegeven.

Het eerste hoofdstuk gaat over dynamische systemen met homogene configuratieruimten, met speciale aandacht voor de integreerbaarheid van deze systemen. Een introductie tot integreerbaarheid in het algemeen, met eenvoudige voorbeelden ontbreekt. Dat maakt het hoofdstuk zwaar om te verteren. Een motivatie om zich tot dit soort systemen te beperken ontbreekt eveneens. De meeste resultaten zijn voor het eerst door één van de twee auteurs, of door allebei, bewezen. De beste beschrijvingen van dat hoofdstuk is dat het een aaneenplakken van onderzoeksartikels is. In die zin kan dat hoofdstuk gebruikt worden.

Het tweede hoofdstuk gaat over geometrische kwantisatie en heeft niets met het eerste te maken (althoewel het met integreerbaarheid te maken heeft!). Dit is het best geschreven hoofdstuk van het boek, en geeft een goede inleiding, voor de jonge onderzoeker, over geometrische kwantisatie. Behalve de laatste paragraaf is alles in dit hoofdstuk te vinden in standaard boeken over geometrische kwantisatie. Hoofdstuk 3 bevat een lange lijst voorbeelden van integreerbare systemen, terwijl hoofdstuk 4 over quantum statistische mechanica gaat. Ik heb van dat hoofdstuk niet veel begrepen. Het vijfde en laatste hoofdstuk beslaat ongeveer de helft van het boek en is geschreven door vier auteurs wat de stijl zeer onuniform maakt. Ik citeer een definitie op pagina 372 "The R -structure is called the Lie algebra structure g , with the linear homomorphism $R : g \rightarrow g$, provided that ...". Die definitie heeft totaal geen zin, en het is niet de enige! Dat hoofdstuk gaat over oneindig dimensionale integreerbare systemen en het is zeer technisch. Een hoofdstuk om in te bladeren. Op het einde van het hoofdstuk is een appendix over Lie groepen en Lie algebras. Door een typografisch probleem zijn stukken tekst uit definities en uit stellingen verdwenen (een propositie op pagina 534 bijvoorbeeld begint met "with highest weight, ...". Die appendix, die duidelijk geschreven was om de lezer te helpen het boek te lezen, is dus jammer genoeg totaal onbruikbaar, en dit door een technische fout.

Tweehonderdvierendertig euro is veel voor zo'n boek. Wie het boek als geschenk krijgt zal hopelijk uit deze recensie begrepen hebben hoe het boek, naar mijn mening, eventueel kan gebruikt worden.

P. Vanhaecke

H. Thorisson

Coupling, stationarity, and regeneration

(Probability and its applications)

New York: Springer-Verlag, 2000

517 p., prijs €81,29

ISBN 0-387-98779-7

Dit lijvige en zeer interessante boek richt zich, zoals het voorwoord vermeldt, tot aio's en onderzoekers in kanstheorie, stochastisch modelleren en mathematische statistiek. Ondanks de laatste categorie, bevat het pure kanstheorie dat op een heldere en 'snelle' wijze bij de lezer binnenkomt. Thorisson verstaat de

kunst om lastige en theoretische onderwerpen dusdanig te noteren en uit te leggen dat het een plezier wordt er kennis van de nemen. De 10 hoofdstukken worden in vele paragrafen opgedeeld, die op hun beurt weer opgedeeld zijn in vele, korte subparagraafjes met pakkende titels. Zo wordt Paragraaf 1.7 (over convergentie van continue stochasten) onderverdeeld in zes subparagraafjes met de titels: 'Density Convergence implies Total Variation Convergence', 'Hitting the Limit', 'Converse?' (let op het vraagteken), 'Pointwise Convergence of Densities Is Too Strong', 'Total Variation Convergence Is Too Weak', 'What Has Been Achieved?'; dit laatste subparagraafje beslaat een halve bladzijde en bevat het uiteindelijke resultaat.

Het basis-onderwerp is coupling: de constructie van een kopie X' van een familie X van stochasten zodanig dat in deze twee families de marginale verdelingen gelijk zijn. (Bijvoorbeeld de independence coupling, bestaand uit onafhankelijke kopieën X'_i van de X_i .) In de hoofdstukken één tot en met zeven staan couplings centraal. Er worden allerlei varianten op dit begrip beschouwd, om resultaten af te leiden voor (rijen van) stochasten, Markov processen, stochastische wandelingen, vernieuwingsprocessen, stochastische elementen in een willekeurige meetbare ruimte, stochastische processen, en random fields. In de hoofdstukken acht tot en met tien gaat het over stationaire processen en regeneratieve processen; hier worden couplings als hulpmiddelen gebruikt.

Zoals boven opgemerkt, is het boek goed leesbaar. Hoewel tamelijk geavanceerde onderwerpen worden beschouwd, is het boek opvallend 'self-contained'. Thorisson kan vaak in enkele zinnen de onderliggende theorie uitleggen, in zijn eigen correcte, enigszins informele stijl. Het boek is een aanrader voor elke wetenschapper in de kanstheorie.

G. Nieuwenhuis

R.W. van der Hofstad

One-dimensional random polymers

(CWI tract; 123)

Amsterdam: CWI, 1999

165 p., prijs €18,15

ISBN: 90-6196-481-4

This book is based on the author's PhD thesis at the University of Utrecht. As such, it serves as a concise and self-contained monograph on the subject — and a very nice one. The main subject of the book is, as the title shows, one-dimensional random polymers.

In this book, two kinds of one-dimensional random polymers are considered. One is the *Domb-Joyce model*, defined by introducing self-repelling interactions into simple random walks, and involving a parameter β . The other is the *Edwards model*, defined by introducing self-repelling interactions into continuous Brownian motion. Intuitively, the Edwards model can be considered as a continuous version of the Domb-Joyce model.

The central question is the limiting behaviour of these models, in other words, how the (infinitely) long polymers behave. Because non-interacting models (simple random walk and Brownian motion) exhibit diffusive behaviour, our main concern here is whether such diffusive behaviour is changed qualitatively, once we introduce interactions. Various Domb-Joyce models on the d -dimensional hypercubic lattice with $d \geq 5$ have been shown to exhibit the diffusive behaviour. But in 1-dimension, where the

repulsive interactions matter more, the models (are expected to) exhibit much richer behaviour. In particular, it is expected (and has partly been proved) that the Domb-Joyce model exhibits the following qualitatively different behaviour depending on the value of the parameter β .

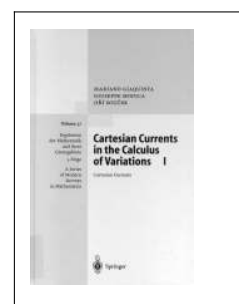
- If we fix $\beta > 0$, it shows a *ballistic* behaviour.
- On the other hand, if we decrease the value of β depending on n (the length of the walk) like $\beta \approx n^{-3/2}$, it shows a *diffusive* behaviour.
- Between these two limiting cases it will show something in between, but no proof had been given.

The main purpose of the book is to prove and refine some of the above expectations (and similar results for the Edwards model) as mathematical theorems.

In section 2, the author considers the Domb-Joyce model for fixed positive β . The main goal of this chapter is to give a detailed β -dependence of the speed constant and other important constants which characterize the ballistic behaviour. In section 3, the author considers the Edwards model with fixed $\beta > 0$. In section 4 (theorem 4.2 of the book), the author considers the Domb-Joyce model for n -dependent β_n , which satisfies $\beta_n \rightarrow 0$ and $\beta_n n^{3/2} \rightarrow \infty$. Finally in section 5, the author obtains bounds on important constants appearing in chapters 2 through 4. Since the publication of the book more than three years ago, the author has made a lot more progress concerning one-dimensional random polymers. Some of the recent results can be found in a recent review article of the author.

In summary, this is a very nice book, and it can serve as a good introduction to the subject. Anyone interested in problems of one-dimensional random polymers are recommended to consult this book and the recent review article, before embarking on his own researches.

T. Hara



M. Giaquinta, G Modica and J Soucek
Cartesian currents in the calculus of variations I and II

(*Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete*; 37/38)

Berlin: Springer-Verlag, 1998

711/697 p., prijs € 234,-

ISBN 3-540-64009-6/3-540-64010-X

The title of this voluminous 2 volume monograph will convey little to most readers. No wonder, because the term *Cartesian currents* was coined by the authors only some 12 years ago. For that matter, even the term current, which dates back to René Thom, 1955, is not all that well known. Currents are to forms on a manifold as generalized functions (distributions in the sense of Schwartz) are to functions. More precisely a current is a functional on the linear space of compactly supported (alternating) forms on a manifold. It is homogeneous of dimension p if it is zero on all forms of degree unequal p . Thus currents can be seen as a kind of global distributions and they generalize both forms (covariant vectors) and vector fields (contravariant vectors). The name derives from the fact that currents of dimension 1 in three dimensional space can be interpreted as electric currents.

Cartesian currents are a special kind of current specifically de-

signed to handle nonscalar (global) variational problems such as minimal immersions, harmonic maps between Riemannian manifolds, and a variety of related problems in physics and mechanics. As is well known, optimal solutions often necessarily have singularities, and as in other fields a suitable notion of weak solutions needs to be defined. Very roughly Cartesian currents are those that can be (weakly) approximated by smooth (graphs of) maps. Here it is of considerable importance to take into account that in the nonscalar case the notion of a weak distributional derivative is not the right one to work with. Instead one needs to work with what is called (in these volumes) approximate differentiability.

The authors have made an enormous, and to my mind largely successful, effort to present this technically very complicated field in a selfcontained and understandable way (though definitely high level; there is no way that these volumes can be seen as an introduction). For example they devote something like a hundred pages to explain the relevant parts of geometric measure theory (a notoriously difficult subject). They also have not hesitated, where appropriate, to do a bit of repetition to help the reader who does not want to go through all 1400 pages consecutively. There is no doubt that these two volumes should be on the shelves of just about every library with some pretense to be of value.

In a project of this size and level of sophistication there are inevitably some things that could have been better, some things to cavil at (which is, after all, one of the functions of a book reviewer). In this case, I noted four things: There are rather a lot of typos. There are quite a number of mangled/fractured sentences like (page 176 of Volume I): "A more complicate example which shows a lot of fractures in the graph is Cantor-Vitali function for which the approximate differential is zero almost everywhere and the graph in the previous sense consists of infinitely many horizontal segments, compare next chapter". There is some lack of motivational remarks. Not in the technical sense, more in the linguistic/philosophical sense. I would have liked to know, for example, why these particular currents are called *Cartesian* currents. Does this exhaustive, detailed two volume treatise belong in the *Ergebnisse* series. I think not. It should have been in the *Grundlehren* series both as regards style and type of book and level.

These are rather minor points. The authors are to be complimented on having done a magnificent job. A monograph like this illustrates well that also in the new electronic age books on paper will remain though journal papers may go more or less completely electronic.

M. Hazewinkel

J. Grasman en O.A. van Herwaarden
Asymptotic methods for the Fokker-Planck equation and the exit problem in applications

(*Springer series in synergetics*)

Berlijn: Springer-Verlag, 1999

220 p., prijs € 38,85

ISBN 3-540-64435-0

Uitgangspunt voor de auteurs is een niet-lineair dynamisch systeem voorzien van een kleine stochastische verstoring. De linearisatie met betrekking tot deze verstoring geeft de zogeheten Langevin vergelijking. Als $p(t, x)$ de kansdichtheid aangeeft om het systeem in toestand x op tijd t te vinden, dan is p de oplossing van een lineaire diffusievergelijking, de zogenaamde Fokker-Planck-

of ook wel de voorwaartse Kolmogorov-vergelijking.

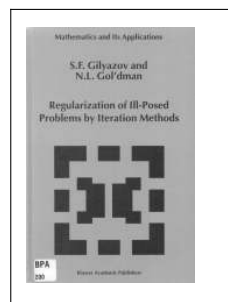
De auteurs leggen uit hoe vragen over het gedrag van het stochastische proces vertaald kunnen worden in vragen over het gedrag van oplossingen van de Fokker-Planck-vergelijking, met speciale aandacht voor de 'exit-kans' en 'verwachte exit-time' uit een gegeven gebied. Deze vragen zijn de motivatie voor een uitgebreide analyse van randwaardenproblemen voor de Fokker-Planck vergelijking. Vanwege de kleine stochastische verstoring heeft de Fokker-Planck-vergelijking een kleine parameter in de diffusie-term. Dit maakt het mogelijk om technieken uit de theorie van singuliere verstoringen effectief te gebruiken. Gegeven het stochastisch verstoord dynamische systeem wordt de corresponderende Fokker-Planck-vergelijking direct geformuleerd. De resultaten van de asymptotische analyse worden direct geïnterpreteerd in termen van het originele stochastisch verstoord dynamische systeem. Deze ad hoc-benadering omzeilt het gebruik van geavanceerde stochastische analyse. In het laatste deel van het boek wordt een aantal toepassingen behandeld variërend van grondwaterstromen en de verspreiding van vervuilingen tot problemen uit de stochastische populatiedynamica.

Samenvattend is het een wat informeel boek dat laat zien hoe men met behulp van technieken uit de singuliere verstoringrekening dynamische systemen met stochastische verstoringen kan bestuderen. De doelgroep waarop de auteurs zich richten wordt niet geheel duidelijk, maar voor toegepast wiskundigen met een achtergrond in de singuliere verstoringstheorie lijkt het me een nuttig en interessant boek.

S.M. Verduyn Lunel

the book, is necessarily somewhat incomplete and not unbiased. Moreover, the organization of the material seems haphazard and without a clear line — for instance, chapter two begins immediately with technicalities leaving the motivation completely to the reader. One clearly gets the impression that the author has 'learned through writing', as he states in the introduction. More seriously, many of the interesting problems in this area today, such as recurrence and reinforcement, scaling behaviour and criticality, and in general the strong interaction with problem areas in statistical physics, go without mention. This, together with the willy-nilly organization, produces the curious effect of making an exciting subject dull. However, the subjects that are covered are also of interest, and in these areas this book can serve as a learning tool and a reference.

M. Keane



S.F. Gilyazov and N.L. Gol'dman
**Regularization of ill-posed problems
by iteration methods**

(*Mathematics and its applications*; 499)

Dordrecht: Kluwer, 2000

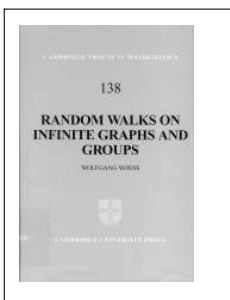
340 p., prijs €120,25

ISBN 0-7923-6131-8

In dit boek wordt het gebruik geanalyseerd van regulariserende iteratieve methoden voor het oplossen van slecht-gestelde lineaire problemen in Hilbert-ruimten geanalyseerd. Dat wil zeggen, er wordt getracht oplossingen v te construeren van de vergelijking $Au = f$, met A een lineaire begrensde operator die de Hilbert-ruimte U op de Hilbert-ruimte F afbeeldt, zodanig dat de norm van de fout $Av - f$ klein is. Dat levert voor singuliere problemen geen eenduidige oplossing op en eenduidigheid kan verkregen worden door het minimaliseringsprobleem te regulariseren, bijvoorbeeld door naar de norm van de fout plus een norm van v te kijken. Hieronder valt de bekende Tikhonov-regularisatie.

Bekende iteratieve oplosmethoden voor eindig dimensionale lineaire ruimtes zijn de geconjugeerde richtingen methode en de geconjugeerde gradienten methoden. Beide methoden laten zich veralgemeniseren voor lineaire vergelijkingen in Hilbert-ruimten. Het is bekend dat deze methoden voor lineaire vergelijkingen over eindig dimensionale ruimten een regulariserende werking hebben: de slecht-gesteldheid van het probleem wordt pas na verloop van een aantal iteraties merkbaar en de benaderende oplossingen zijn in de eerste fase van het iteratieproces nog glad. De beide auteurs verwijzen hier niet naar en zijn kennelijk onbekend met deze eigenschappen. Werk op dit (eindig dimensionale) gebied is goed beschreven in een boek van P.C. Hansen. In dit geval worden de genoemde iteratieve methoden toegepast op de vergelijking $A^*Au = A^*f$, waarbij A^* de geconjugeerde van A aan geeft.

Eenzelfde aanpak hanteren de auteurs ook in dit boek. Zij regulariseren de iteratieve methoden door in het iteratieproces de iteratiecoëfficiënten te berekenen met inproducten waarin gehele positieve machten van de operatoren A^*A en AA^* een rol spelen. In het eindig dimensionale geval betekent dat, dat de norm van $Av - f$ in een andere norm geminimaliseerd wordt. Die opmerking wordt in het boek niet gemaakt en ik weet ook niet ze-



W. Woess

**Random walks on infinite graphs
and groups**

(*Cambridge tracts in mathematics*; 138)

Cambridge: Cambridge university press, 2000

334 p., prijs £40,-

ISBN 0-521-55292-3

This book is a research monograph dealing with discrete time random walks on countable graphs. In the first chapter, the author presents selected topics around what he calls the 'type problem', meaning the determination of the recurrent or transient nature of such walks on different graphs. He also succeeds in slightly annoying the reviewer, who was involved in the first proofs of many of these results as part of the Rennes group KGB in the 1970's, by not presenting any of these results or even giving the references to the Asterisque volume and other French literature where they appeared. On the other side, too much emphasis is placed in the reviewer's opinion on the contributions of Varopolous and the Italian school. The second chapter deals with the determination of the spectral radius associated with random walks, the computation of Green functions, and associated isoperimetric inequalities. In chapter three, the asymptotic behaviour of transition probabilities is discussed through the presentation of diverse local limit theorems, and the final chapter contains a brief excursion into topological boundary theory, which allows identification of the harmonic functions associated with random walks.

So far the content. The choice of material, given the length of

ker of die interpretatie zich uitstrekt tot Hilbert-ruimten. Het zou de interpretatie van de beschouwde iteratieve methoden zeker vereenvoudigen. Hoe dan ook, de auteurs analyseren het convergentiegedrag van de geregulariseerde methoden grondig en gaan ook op de praktische toepasbaarheid in door het uitwerken van een aantal voorbeelden. Bij deze voorbeelden worden analytische problemen zoals het Stefan-probleem, gediscretiseerd, waardoor de uiteindelijke vergelijkingen zich toch weer in eindig dimensionale ruimten afspelen. Dat zou kunnen betekenen dat we er in praktische zin niet veel mee opgeschoten zijn, echter, de analyses zijn gedaan voor het oneindig dimensionale geval waardoor zij een globale geldigheid hebben. Het zou leuk en instructief geweest zijn als de auteurs hier wat aandacht aan gewijd hadden.

Het boek op zich is zeer nuttig voor de specialist op dit gebied. Het Engels is vaak wat klungelig en stoort hier en daar de leesbaarheid. Ook vervelend is dat er geen list of notations aanwezig is. Dat is bij de interpretatie van een aantal stellingen bepaald lastig omdat daarin optredende operatoren soms tamelijk onopvallend vele hoofdstukken eerder geïntroduceerd zijn. Mijn geheugen is niet zo goed dat ik me zoiets vele bladzijden later nog herinner. Ook vind ik het jammer dat de verwijzingen naar de literatuur op een hoop in de inleiding geveegd zijn. In de hoofdstukken zelf komt men maar spaarzaam verwijzingen tegen. Een historisch overzicht van de resultaten aan het eind van elk hoofdstuk ontbreekt eveneens. Dat betekent dat de specialist in dit boek veel mooie resultaten tegenkomt, maar een en ander zelf in de goede historische context moet plaatsen en bronnenonderzoek moet doen als hij of zij op dit werk wil verder borduren.

H.A. van der Vorst

gen wordt veelvuldig gebruik gemaakt van aanhalingstekens ter voorkoming van het kopiëren van (delen van) formules. Op het schoolbord niet ongebruikelijk, maar voor de moderne tekstverwerker absoluut onnodig. Over het algemeen komen vooral de numerieke methoden aan bod, maar wordt weinig ingegaan op foutenanalyse. Er wordt een online service bij het boek aangeboden. Ik heb gekeken of de door mij gevonden zetfouten daar te vinden zijn. De internet pagina was op dit punt pas voor het eerste kwart van het boek bijgewerkt.

Lezers die menen de Duitse taal niet machtig te zijn, hoeven zich niet te laten weerhouden om dit boek te bestuderen. In korte tijd geraakt men thuis in deze schone taal, die voor de wiskunde een grote expressiviteit heeft. Met plezier, zowel op het gebied van de taal als van de wiskunde, heb ik dit boek doorgewerkt. Er steekt een uitdaging voor de lezer in om aan de hand van dit boek bepaalde onderwerpen diepgaand te bestuderen.

A. Korlaar

J.J. Callahan

The geometry of spacetime: an introduction to special and general relativity

(Undergraduate texts in mathematics)

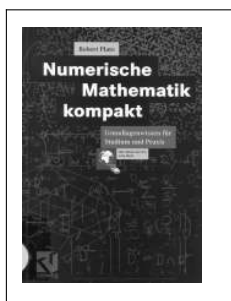
Berlin: Springer-Verlag, 2000

451 p., prijs €50,10

ISBN 0-387-98641-3

Omdat dit boek is verschenen in de reeks *Undergraduate texts in mathematics*, wordt de indruk gewekt dat het hier gaat om een wiskundeboek, of misschien om een speciaal voor wiskundestudenten bestemd boek over de relativiteitstheorie. Dit is niet het geval; temidden van de meer dan honderd boeken in deze prachtige serie is dit het enige natuurkundeboek. Het is inderdaad — zoals de ondertitel aangeeft — een uitvoerige inleiding in de speciale en algemene relativiteitstheorie, de theorie die samen met de quantumtheorie de natuurkunde van de twintigste eeuw ingrijpend vernieuwd heeft. Het is een boek bestemd voor 'undergraduates', wat dat in het nieuwe Nederlandse 'Bachelor-Masters' systeem ook moge betekenen. Als zodanig vind ik het een geslaagd boek.

De presentatie van de benodigde wiskunde, eerst analyse en lineaire algebra, later differentiaalmeetkunde voor de algemene theorie, is voor een groot gedeelte elementair, helder, uitvoerig — misschien op sommige punten iets te uitvoerig en expliciet — en beter en preciezer dan gemiddeld in boeken over dit onderwerp. Callahan behandelt de standaardonderdelen van de relativiteitstheorie op voortreffelijke manier: eerst de speciale theorie, uitgaande van het principe van de gelijkwaardigheid van alle met elkaar door eenparig rechtlijnige beweging verbonden inertiaalsystemen, vervolgens, via het bespreken van willekeurige coördinaatsystemen, de overgang naar de algemene theorie gebaseerd op het equivalentieprincipe. Verder de fysische betekenissen van kromming van de tijdruimte, de Einstein-vergelijkingen voor het gravitationele veld. Tenslotte enkele van de standaardgevolgen van de algemene theorie, zoals de buiging en roodverschuiving van het licht en de perihelium-precessie van Mercurius. De relativiteitstheorie is een natuurkundige theorie met soms verrassende consequenties; ruimte en tijd is niet steeds wat we intuïtief denken. Dit maakt het boek duidelijk aan de hand van vaak origineel gekozen voorbeelden en situaties, zoals bijvoorbeeld bij de bespreking van tweedimensionale ruimte-tijd diagrammen, waar



R. Plato

Numerische Mathematik kompakt

(Grundlagenwissen für Studium und Praxis)

Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn,

2000

360 p., prijs €24,54

ISBN 3-528-03153-0

Het boek is prettig leesbaar en er komen relatief veel onderwerpen aan bod. De zestien hoofdstukken behandelen polynoom- en spline interpolatie, Fourier-transformaties, stelsels lineaire en niet-lineaire vergelijkingen, numerieke integratie, eenstaps en meerstapsmethoden voor beginwaardeproblemen, randwaardeproblemen, eigenwaardeproblemen, approximatietheorie en floating point-aritmetiek. (Sommige onderwerpen over meerdere hoofdstukken.) Notatie is zeer belangrijk voor elegantie. Meestal wordt in dit boek een 'alom bekende' notatie gehanteerd, die echter voor de gewetensvolle lezer niet altijd te verteren is. Op bladzijde 320 bijvoorbeeld wordt geen onderscheid gemaakt tussen een rij en de range van een rij. Ik mis een lijst van gebruikte notaties. De lijst van afkortingen in de index is verre van compleet. Ook in de tekst wordt niet iedere notatie verklaard. (Voorbeeld: $[[x_{k-1}, x_k]$, bladzijde 37) Een typerend voorbeeld van een afkortingsmechanisme in dit boek is $f, g : \mathbf{R}^N \supset D \rightarrow \mathbf{R}$, waar uw recensent niet van houdt. Ik betwijfel, of dergelijke expressies formeel te ontleden zijn (definitie 1.2, bladzijde 2). Bij afleidin-

ter verheldering bij paardenraces gebruikte foto-finishplaatjes ten tonele worden gevoerd. Het boek toont ook een goed gevoel voor de historische dimensie van het onderwerp.

Tenslotte wat kritiek. De wiskundige behandeling vind ik zoals gezegd hier en daar te expliciet. Er wordt aan sommige deelonderwerpen, zoals bijvoorbeeld de hyperbolische meetkunde in hoofdstuk 2, een onevenredig grote aandacht besteed. Er zijn ook zaken die ik mis. Einstein ontwikkelde de relativiteitstheorie, in het bijzonder de speciale theorie, vanuit het door hem verworven inzicht dat de Maxwell-theorie van het electromagnetisme inconsistent was met die andere bouwsteen van de negentiende eeuwse natuurkunde, de Newtonse mechanica. Dit bracht hem tot een beschrijving waarin ruimte- en tijdvariabelen op gelijke voet worden behandeld en tot de al eerder door onze landgenoot Lorentz ad hoc ingevoerde Lorentz-transformaties. De Maxwell-vergelijkingen, een systeem van partiële differentiaalvergelijkingen voor twee driedimensionale vectorvelden, krijgen daarbij een bijzonder eenvoudige vierdimensionale vorm, nog eleganter als men daarbij differentiaalvormen gebruikt. Hiervan is bij Callahan niets te vinden. Een andere omissie betreft 'zwarte gaten', een van de spectaculaire theoretische consequenties van de algemene relativiteitstheorie, waarvan recente astronomische observaties het bestaan lijken te hebben bevestigd.

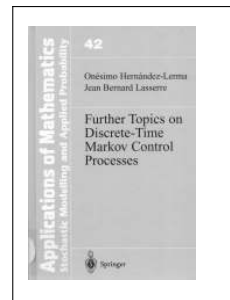
Samenvattend: ondanks wat kleine subjectieve bezwaren vind ik het een goed opgezet, helder en zorgvuldig geschreven, uitstekend verzorgd boek, een welkome nieuwteling in het grote gezelschap van de al bestaande leerboeken over de relativiteitstheorie.

P.J.M. Bongaarts

gemaakt van precieze normschattingen voor exponenten van matrices. Stabiliteitsresultaten, normschattingen, majorisaties en minorisaties worden in het boek verder gegeven voor eindigdimensionale lineaire systemen met tijdsafhankelijke parameters en met statische niet-lineaire terugkoppelingen. Een belangrijk deel van het boek is gewijd aan generalisaties hiervan naar systemen met vertragingen en naar partiële differentiaalvergelijkingen.

Resultaten rondom het vermoeden van Aizerman staan momenteel nog altijd in de belangstelling; misschien kan zelfs van een opleving worden gesproken, vooral in verband met uitbreidingen naar niet-gladde terugkoppelingen waarmee bepaalde typen van hybride (gemengd continue/discrete) systemen kunnen worden beschreven. Wie op zoek is naar concrete en gedetailleerde informatie rond de stabiliteit van lineaire systemen, eventueel in combinatie met niet-lineaire terugkoppelingen, zal het soms wat vreemde Engels in het boek van Gil' graag voor lief nemen om de gelegenheid te hebben uit een rijk arsenaal aan resultaten te kunnen putten. Voor aanschaf door de individuele wiskundige is het boek overigens, gezien de prijsstelling, niet door de uitgever bedoeld.

J.M. Schumacher



O. Hermández-Lerma and J.B. Laserra
Further topics on discrete-time Markov control processes

(Applications of mathematics stochastic modelling and applied probability; 42)

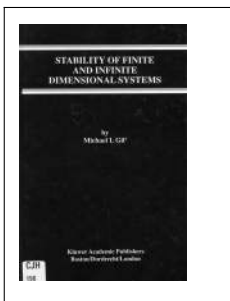
New York: Springer-Verlag, 1999

276 p., prijs €60,84

ISBN 0-387-98694-4

This book is part 2 in a two-volume series about Markov control processes in discrete time. The two volumes are reasonably self-contained. In part 2 subjects, several of which were already discussed in part 1, are studied using a different and usually more restrictive set of conditions. The differences have to do with the boundedness and the sign of the cost functions, the control-constraint sets and the transition laws. In part 2 this leads to a dynamical programming operator that is a contraction with respect to some weighted norm. Such weighted norms, which allow sharper and more detailed results, play a role in much of part 2. As in part 1, the presentation of the material is in general clear and coherent and is at the level of a graduate seminar. No problem sets have been included. The main subjects of part 2 can be gleaned from the following list of chapters: Ergodicity and Poisson's equation, discounted dynamic programming with weighted norms, the expected total cost criterion, undiscounted cost criteria, sample path average cost, the linear programming approach.

E.J. Balder



M.I. Gil
Stability of finite and infinite dimensional systems

(International series in engineering and computer science; 455)

Boston: Kluwer, 1998

354 p., prijs €172,50

ISBN 0-7923-8221-8

In 1949 formuleerde M.A. Aizerman een vermoeden omtrent de stabiliteit van de niet-lineaire systemen die worden verkregen door een niet-lineaire terugkoppeling toe te passen op een lineair ingangs-uitgangssysteem, waarbij de niet-lineaire karakteristiek voldoet aan een zogeheten sectorconditie. Het vermoeden van Aizerman genereerde veel belangstelling omdat het de belofte in zich had van een globaal en robuust stabiliteitsresultaat voor een flinke klasse niet-lineaire systemen. Gedeeltelijke bewijzen werden gevonden, maar ook voorbeelden die duidelijk maakten dat het vermoeden in de door Aizerman uitgesproken algemeenheid niet juist is. Diverse varianten die werden geformuleerd, onder meer door R.E. Kalman, bleken eveneens onjuist. In 1981 bewees Michael Gil' dat een op sommige punten zelfs versterkte vorm van het vermoeden van Aizerman waar is onder de aanname dat het in de formulering van het vermoeden figurerende lineaire ingangs-uitgangssysteem een niet-negatieve impulsresponsie heeft. Dit mooie resultaat is de spil waar het hier besproken boek van Gil' om draait. Veel van de techniek die bij het bewijs van pas komt is interessant op zich; onder meer wordt gebruik