Jan van de Craats
*Koninklijke Militaire Academie*
*Postbus 90002, 4800 PA Breda*
*J.vd.Craats@mindef.nl*

# Een pentagonale microkosmos

**Van 6 oktober tot 20 november 2001 wordt in het Stedelijk Museum te Amsterdam werk van de in Limburg wonende en werkende kunstenaar Gerard Caris geëxposeerd. Jan van de Craats geeft alvast een toelichting.**

Onder de kunstenaars die zich door meetkundige vormen laten inspireren neemt de Maastrichtse tekenaar, graficus en ontwerper Gerard Caris (1925) een bijzondere plaats in. Al meer dan dertig jaar lang laat Caris zich uitsluitend inspireren door de regelmatige vijfhoek en allerlei twee- en driedimensionale meetkundige vormen die daar direct uit af te leiden zijn. Zo werkt hij in het vlak niet alleen met pentagons (regelmatige vijfhoeken), maar ook met pentagrammen (regelmatige vijfpuntige sterren), decagons (regelmatige tienhoeken) alsmede met ruiten en driehoeken met hoeken die een geheel veelvoud zijn van 36 graden. In de ruimte gebruikt Caris voornamelijk de dodecaëder (het regelmatige twaalfvlak) en bepaalde daaraan verwante ruitenveelvlakken.

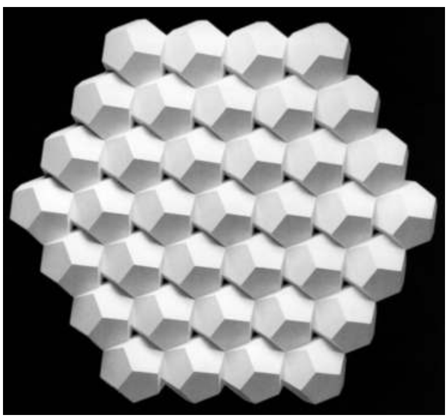


foto: Frans Grummer

Gerard Caris, Reliëfstructuur (1985)

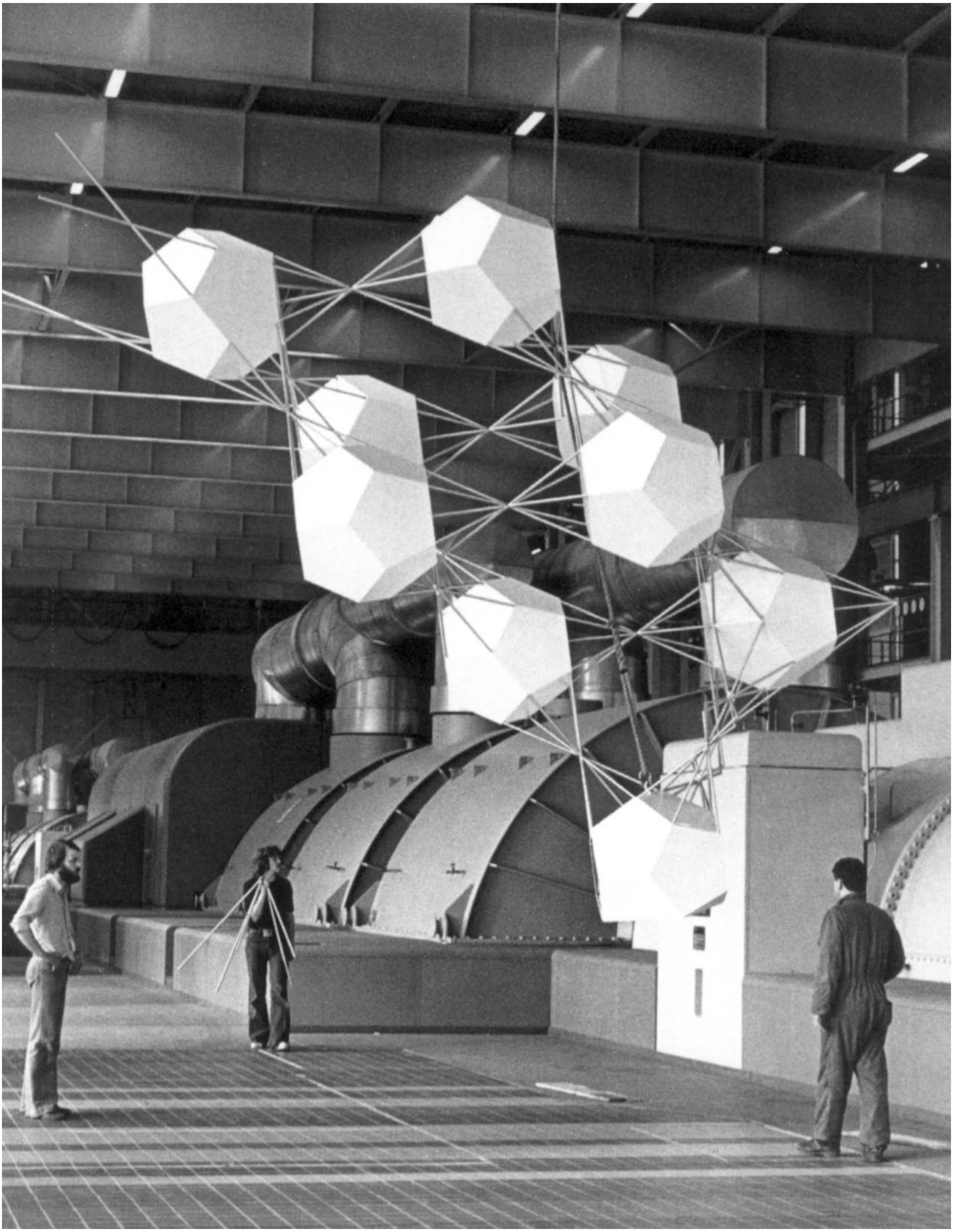
## Symmetrieën

Met deze elementen als bouwstenen heeft Caris in de loop der jaren een indrukwekkend oeuvre opgebouwd waarin het spanningsveld tussen symmetrie en creatieve fantasie telkens weer op nieuwe manieren gestalte krijgt. Niet-wiskundigen zullen misschien moeite hebben om de orde en de harmonie, die onmiskenbaar uit de abstracte vormen van Caris' creaties naar voren komen, nader te preciseren en te benoemen. Aandachtig kijken zal dan geleidelijk allerlei symmetrievormen en structurele verbanden onthullen, net zoals een muziekliefhebber door aandachtig te luisteren naar een fuga van Bach ook steeds meer aspecten van de onderliggende structuren in de muziek zal ontdekken. Wiskundigen zien echter direct aanknopingspunten: de vijfvoudige rotatie-en spiegelsymmetrie in pentagon en pentagram, de gulden snede als alomtegenwoordig verdelingsprincipe, de kristallografische restrictie die het samengaan van globale vijfvoudige rotatiesymmetrie met translatiesymmetrie verbiedt. Zij herkennen de onmogelijkheid om het vlak zonder gaten of overlappingen met regelmatige vijfhoeken te vullen: als je het, zoals Caris soms doet, toch probeert, blijven er vanzelf ruiten, pentagrammen of andere intrigerend gevormde tussenruimten over. Sommige van Caris' tekeningen doen denken aan aperiodieke Penrose-betegelingen.

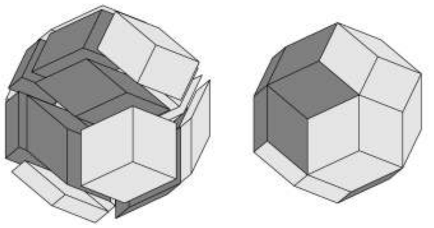
## Driedimensionale constructies

In zijn driedimensionale scheppingen exploreert Gerard Caris vooral de creatieve mogelijkheden van de dodecaëder. Hij bouwt er bijvoorbeeld kolommen en helixconstructie

**Illustratie p. 259.** Gerard Caris, Dodecahedron Netstructuur (1977), EZH, Maasvlakte. Foto: Gerard Caris.



mee. Een naadloze ruimtevulling met dodecaëders is onmogelijk, maar door ze regelmatig te rangschikken maakt Caris reliefstructuren die de twee-, drie- of vijfvoudige rotatieassen van de dodecaëders op indringende wijze benadrukken. Zeer fascinerend zijn weer andere ruimtelijke constructies waarin hij bepaalde ribben van een dodecaëder met staaldraad verlengt waardoor ze met vijf tegelijk in één punt samenkomen, en na verdere verlenging weer een dodecaëder omsluiten. Zo'n structuur kan verder worden uitgebouwd, en het is lang niet triviaal om uit te zoeken welke eindige of zelfs oneindige patronen er op die manier kunnen ontstaan. Een monumentale realisatie van zo'n structuur is in 1977 in de Electriciteitscentrale Maasvlakte geplaatst.



Keplers ruitendertigvlak opgebouwd uit tien romboëders van type $A_6$ (donker) en tien romboëders van type $O_6$ (licht)

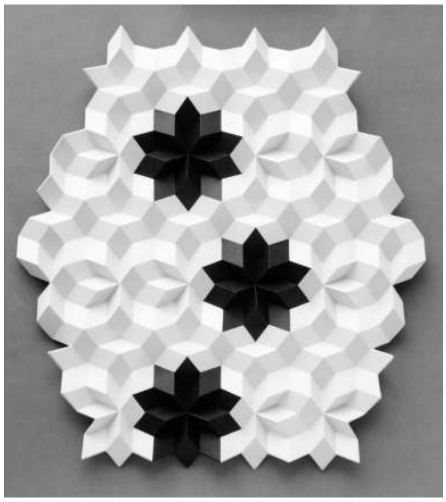
## Romboëders

Zo'n vijf jaar geleden heeft Gerard Caris twee nieuwe elementen aan zijn ruimtelijke vormenrepertoire toegevoegd: twee speciale romboëders (dat zijn parallellepipeda met onderling congruente ruiten als zijvlakken). Men kan ze op de volgende manier uit de dodecaëder afleiden. Verbind de middelpunten van diametrale zijvlakken. Er zijn twaalf zijvlakken, dus op die manier ontstaan zes lijnen door het centrum, die vanwege de symmetrie van de dodecaëder onderling allemaal dezelfde scherpe hoek $\varphi$ insluiten. Het is een eenvoudige opgave om te verifiëren dat $\tan\varphi = 2$.

Men kan nu op precies twee essentieel verschillende manieren drie lijnen uit dit zestal kiezen. Elke van beide keuzes definieert een scheef driedimensionaal assenstelsel, en de 'eenheidskubus' in zo'n stelsel is dan een romboëder met zes congruente ruiten met hoeken ter grootte van $\varphi$ en $\pi - \varphi$ als zijvlakken. Bij de ene keuze van de drie assen heeft zo'n romboëder twee diametrale hoekpunten waar drie ruiten met hun *scherpe* hoek $\varphi$ bij elkaar komen, bij de andere keuze zijn er twee diametrale hoekpunten met drie *stompe* hoeken $\pi - \varphi$. Alle andere hoekpunten van de beide soorten romboëders zijn gemengd scherp-stomp. De eerstgenoemde romboëder wordt $A_6$ genoemd (acute-angled), de tweede $O_6$ (obtuse-angled). Vermeldenswaard is verder nog dat de diagonalen van de zijvlaksruiten van de beide romboëders de guldensnedeverhouding hebben. Ze worden daarom ook wel 'gulden ruiten' genoemd.

## Veelvlakken en reliëfstructuren

Wat deze romboëders als bouwstenen voor driedimensionale constructies extra geschikt maakt, is de grootte van hun tweevlakshoeken. Elk tweetal aangrenzende zijvlakken van een $A_6$ sluit een hoek in van 72 of 108 graden, en bij de $O_6$ zijn die hoeken 36 graden en 144 graden. Men kan er dus ruimtelijke structuren mee bouwen met lokale of zelfs globale vijfvoudige rotatiesymmetrieën.




Reliëfstructuur 3 V 1 (2000)

Fascinerend is de mogelijkheid om twintig romboëders, tien van elke soort, samen te stellen tot het *Kepler-triacontahedron*, een ruitendertigvlak dat dezelfde symmetriegroep heeft als de dodecaëder. Daarnaast kan men de twee soorten romboëders gebruiken om er, analoog aan het tweedimensionale geval, aperiodieke Penrose-ruimtevullingen mee te construeren (zie bijvoorbeeld [3] en [4], p. 220–222 voor meer details; vergelijk ook [1], p. 141–144 en [2], p. 54–74).

Gerard Caris gebruikt de beide soorten romboëders in driedimensionale sculpturen die allerlei soorten van symmetrie of 'bijnasymmetrie' laten zien. De meeste zijn helaas alleen nog maar kleinschalig uitgevoerd; in hun koele schoonheid vragen ze echter om monumentale realisaties in parken en op pleinen.

## Referenties


1 W.W.R. Ball and H.S.M. Coxeter, *Mathematical Recreations and Essays*, 12th edition, University of Toronto Press, 1974, ISBN 0-8020-6138-9.

2 H.S.M. Coxeter, *The Beauty of Geometry, Twelve Essays*, Dover, ISBN 0-486-40919-8, 1999 (eerder verschenen als *Twelve Geometric Essays*, 1968).

3 N.G. de Bruijn, *A riffle-shuffle card trick and its relation to quasicrystal theory*, Nieuw Archief voor Wiskunde Vol 4 (5), 1987, 285–301.

4 Marjorie Senechal, *Quasicrystals and Geometry*, Cambridge University Press, 1995, ISBN 0-521-37259-3.