

Wim Groen

Vrije Universiteit, Faculteit der Exacte Wetenschappen
Divisie Wiskunde en Informatica, De Boelelaan 1081, 1081 HV Amsterdam
groen@cs.vu.nl

Keuzeonderwerpen in het onderwijs

De eerste zebrabloekjes

Vanaf 1998 zijn middelbare scholen begonnen met het Tweede Fase onderwijs. Een van de spannendste en meest uitdagende aspecten van de Tweede Fase is de invoering van het keuzeonderwerp, het zogeheten zebrablok. Wim Groen vertelt hoe de zebrablokken in de praktijk gestalte hebben gekregen en hoe de invoering is verlopen.

Op 1 december 1994 begon de vakontwikkelgroep voor wiskunde met haar werkzaamheden. Het was haar taak programma's te ontwerpen voor de wiskundevakken in de nieuwe profielstructuur van de bovenbouw van het HAVO en het VWO. Die profielstructuur zou in 1998 of 1999 in de HAVO-VWO scholen van start gaan in de klassen vier, vijf en zes.

Hoewel we dat zelf toen niet zo in de gaten hadden, was het een turbulente tijd in wiskundeonderwijsland. In 1985 waren de wiskundeprogramma's voor het VWO vernieuwd; we gingen toen over van de vakken Wiskunde I en II naar Wiskunde A en B, wat zowel nationaal als internationaal een kleine revolutie was geweest. Via Wiskunde A kregen toepassingen voor het eerst een officiële plaats in de programma's. De maatschappelijke relevantie werd een criterium voor leerstofkeuze. Het HAVO volgde in 1990. Ook daar verscheen naast het 'gewone' vak Wiskunde B het vak Wiskunde A waarin de toepassingen centraal stonden. Aan de basisvorming werd vanaf 1988 hard gewerkt door de COW (Commissie Onderwijs Wiskunde).

Inmiddels werden de kritische geluiden over Wiskunde B in het VWO luider en luider. De examenresultaten waren slecht. Teruglopende studentenaantallen bij de wiskunde- en informaticaopleidingen zouden wel eens het gevolg kunnen zijn van het feit dat de wiskunde in het voortgezet onderwijs de leerlingen geen goed beeld gaf van de discipline wiskunde op de universiteit. In het VWO kwamen er nauwelijks nog universitair opgeleide docenten wiskunde bij. De zojuist vernieuwde onderbouw (basisvorming wiskunde, gestart in 1993) maakte een herstructurering van de Wiskunde B hard nodig. De komst van de grafische rekenmachine vroeg om een herwaardering van de manier waarop de analyse moest worden opgebouwd. Redenen genoeg voor het mi-

nisterie om op 23 mei 1993 een Studiecommissie Wiskunde B VWO in te stellen, die tot taak kreeg de problemen te inventariseren en voorstellen te doen voor het oplossen van die problemen.

Het mooie en informatieve rapport van deze studiecommissie verschijnt in oktober 1994; in diezelfde maand verschijnt ook het definitieve rapport van de Stuurgroep Profiel Tweede Fase Voortgezet Onderwijs, waarin de huidige profielstructuur voor de bovenbouw van HAVO en VWO wordt geïnitieerd. Weer twee maanden later, ik vermeldde het al eerder, mocht de vakontwikkelgroep een begin maken met de invulling van de wiskundevakken in die profielstructuur. Het is opmerkelijk dat geen enkel lid van de vakontwikkelgroep ook aan de studiecommissie Wiskunde B deelnam.

Zebrablokken

Ook de vakontwikkelgroep levert geen half werk. Al in oktober 1995 ligt er een uitvoerige beschrijving van de voorstellen voor de examenprogramma's wiskunde, zowel voor HAVO als voor VWO. In die voorstellen zijn dan de resultaten van een inmiddels gehouden raadplegingsconferentie met een vijftigtal wiskundedocenten uit het voortgezet onderwijs en een raadpleging georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren al verwerkt.

In het rapport vinden we op het formaat van een bladzijde A4 een overzicht in drie kolommen van de programmavoortstellen. Er is een gemeenschappelijk deel en er zijn profieldelen. Deze profieldelen zijn aangegeven door middel van witte blokken met een dunne rand (algebra en analyse), witte blokken met een brede rand (discrete wiskunde), lichtgrijze blokken (statistiek en kansrekening), donkergrijze blokken (meetkunde). Helemaal onderaan zien we gearceerde blokken; dat zijn de keuzeonderwerpen. De laatstgenoemde blokken ontleen aan hun arcering de naam zebrablokken.

Over die keuzeonderwerpen schrijft de commissie in haar rapport: "In de VWO-kaart staat onderaan elk VWO-profiel een blok (zebrablok genoemd vanwege de vormgeving in dat schema) van 40 studielasturen waarin ruimte is voor keuzeonderwerpen. Daarin wordt leerlingen de



De eerste zes zebraboekjes van Epsilon uitgaven

gelegenheid geboden om zelfstandig of in (klein) groepsverband een of meerdere onderwerpen te bestuderen of opdrachten uit te voeren die passen bij het profiel, de wiskunde in dat profiel en wellicht zelfs de toekomstige studie. De leerling dient een keuze te kunnen maken uit een flink aantal beschikbare Zebraboekjes. De studielast van elk zebraboekje kan variëren en de leerling dient bij zijn keuze te zorgen voor een studielast van 40 uur. Er is voor deze opzet van keuzeonderwerpen gekozen om nog meer dan in het reguliere programma recht te doen aan onderzoeksvaardigheden en studievvaardigheden.”

“Niet alleen de leermethoden zullen dergelijke keuzeonderwerpen aanbieden. Belangstellenden van universiteiten (en bij navraag bleken deze gemakkelijk te vinden) zullen worden uitgenodigd dergelijke Zebraboekjes te maken, die al dan niet in samenwerking met de educatieve uitgeverijen beschikbaar komen voor de scholen. Docenten van het voortgezet onderwijs worden bij de beoordeling van de haalbaarheid van de diverse onderwerpen betrokken. [...] Een uitputtende lijst van mogelijke keuzeonderwerpen is uiteraard niet te geven. Daarom volstaan we hier met het opsommen van een aantal voorbeelden per profiel.” (Zie tabel 1)

“De wiskunde in het profiel Cultuur en Maatschappij omvat zelfs twee Zebrablokken. Het blok dat exclusief voor C&M is gereserveerd, omvat 40 studielasturen die dienen te worden besteed aan keuzeonderwerpen in een culturele en/of historische context.” Aldus de voorstellen over het keuzeonderwerp op bladzijde 54 van het rapport. Vooral het commissielid Jan Breeman schijnt zich sterk gemaakt te hebben voor de introductie van zo'n keuzeonderwerp in het nieuwe programma.

In dit standpunt wijkt de vakontwikkelgroep nogal af van wat de studiec ommissie Wiskunde B kort daarvoor in haar eindrapport had geschreven: “De Commissie is voorstander van een keuzeonderwerp binnen het examenprogramma. [...] Toch durft zij een keuzeonderwerp niet aan te bevelen omdat de enquête onder de docenten uitwijst dat men hier niet op zit te wachten en ook omdat eerdere keuzeonderwerpen, zoals bij Wiskunde II, nooit een succes zijn geworden. . .” (Rapport studiec ommissie Wiskunde B, blz. 63).

Hoe het verder ging

Tussen het tijdstip van het verschijnen van het eindrapport van de vakontwikkelgroep (oktober 1995) en het moment dat de eerste scholen van start gaan met het nieuwe Tweede Fase programma (september 1998) gebeurt er nog van alles. Om een evenwichtiger verdeling van de leerstof over de schooljaren te krijgen, verdwijnt het gemeenschappelijke deel en wordt opgenomen in de profielen. Ter voorkoming van overlading worden er nog diverse onderdelen van de voorstellen geschrapt. Stonden er voor Cultuur & Maatschappij eerst twee zebra blokken in het programma, in de eindsituatie zijn die allebei verdwenen en staat er alleen in de drie andere profielen telkens precies een zebra blok. En de optimistische opmerking in het rapport dat er velen als het ware stonden te trappelen om zebra boekjes te gaan schrijven bleek meer waar te zijn dan sceptici hadden voorspeld! Langzaam maar zeker begint er werkelijk een voorraad van zebra onderwerpen te ontstaan. In het volgende zal ik proberen een beeld te geven van de situatie op dit moment (voorjaar 2001).

Natuur & Techniek	Natuur & Gezondheid	Ec & Mij/Cultuur & Mij
volledige inductie	genetica	speltheorie
priemgetallen	chemische reacties	elasticiteit
codering	populatiegroei	duale lp-probleem
analogie	prooi-roofdier	Poissonverdeling
centrale projectie	Markovketens	voorraadmodellen
kaartprojecties	vormen in de natuur	tijdreeks analyse
cryptosystemen	recursie	wachttijden
de wetten van Kepler	chaos	codering
projectieve meetkunde	codering	recursie
recursie	numerieke methoden	optimaliseringsproblemen
numerieke methoden	links en rechts in de natuur	numerieke methoden
dubbelverhouding	dosis-reactie-modellen	differentievergelijkingen
chaos	echografie	netwerken
complexe getallen	dimensies in de natuur	Markovketens
taylorreeksen	grafan (Euler, Hamilton handelsreizigersprobleem)	portfolio-modellen
curve-fitting	computer algebra	3d lin. prog/simplex
groeptheorie		
convergentie		
matrices en determinanten		
kegelsneden (anal. mtk)		
grafan (Euler, Hamilton, handelsreizigersprobleem)		
computer algebra		

Tabel 1 Een lijst van keuzevakken per profiel

Epsilon en Wolters Noordhoff

Twaalf zebra boekjes zijn er inmiddels verschenen; acht bij Epsilon uitgaven en vier bij Wolters-Noordhoff. De Epsilon boekjes worden uitgegeven in samenwerking met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren; op de achterkant wordt de rol van Jan Breeman nadrukkelijk vermeld: “De zebra-reeks is ontstaan naar het idee van Jan Breeman om VWO-leerlingen in keuze-uren kennis te laten maken met onderwerpen uit de wiskunde die buiten het standaardcurriculum vallen, maar wel zeer de moeite waard zijn.” Titels van de Epsilon Zebra boekjes zijn:

1. Jan van den Broek en Peter Kop: *Kattenajds en statistiek*. Over het verwerken van steekproefgegevens en het toetsen van hypothesen.
2. Agnes Verweij en Martin Kindt: *Perspectief, hoe moet je dat zien?* Over de theorie van het perspectief en het gebruik daarvan in schilderijen.
3. Jan Smit en Wim Kremers: *Schatten, hoe doe je dat?* Manieren om de omvang van een populatie te schatten met behulp van een steekproef.
4. Wim Kleijne en Ton Konings: *De gulden snede*. Klassieke meetkunde, Fibonacci-rijen en kunst.
5. Henk Tijms, Frank Heierman en Rein Nobel: *Poisson, de Pruisen en de Lotto*. Introductie tot en toepassingen van de Poissonverdeling.
6. Frits Beukers: *Pi*. Over de geschiedenis van (het berekenen van) pi.
7. Peter Lanser: *De laatste stelling van Fermat*. Over de geschiedenis van de stelling en het bewijs ervan.
8. H. de Swart, A. van Deemen, E. van der Hout en P. Kop: *Verkiezingen, een web van paradoxen*. Over de voor- en nadelen van verschillende kiesmechanismen.

Bij Wolters-Noordhoff zijn de volgende Zebraboekjes uitgekomen:

1. Prof. dr. F. van der Blij: *Wiskunde met verve*. Hoe kunstenaars wiskunde kunnen gebruiken.
2. Jan van den Brink: *GPS en wiskunde*. Over plaatsbepaling met behulp van satellieten.
3. Vincent van Leijen: *Over zeeën van tijd*. Hollandse navigatie in de 16e en 17e eeuw.
4. Jelske Kuijper: *Op een goudschaal*. Afwegingen over de gulden snede.

Overeenkomsten en verschillen

Op het eerste gezicht lijken de boekjes van de beide series wel een beetje op elkaar. Ze hebben hetzelfde formaat en dezelfde omvang: zo'n 50 à 60 bladzijden. Als je wat beter kijkt, zie je toch grote verschillen.

De boekjes van Wolters-Noordhoff hebben een consequente vormgeving; bladspiegel en lettertype zijn in alle boekjes dezelfde. Men houdt zich keurig aan de conventies voor wiskundeteksten; variabelen zijn cursief gezet en formules hebben de gangbare lay-out. Ook de indeling is voor alle boekjes gelijk. *Vooraf* — de auteur geeft kort aan wat je kunt verwachten, welke wiskunde je nodig hebt en welke activiteiten je geacht wordt te gaan ontplooien. *Bron* — een beschrijving van de context waarin je het onderwerp kunt plaatsen. *Opgaven* — dit is het centrale deel van het boekje. In een aantal hoofdstukjes vind je informatie over het onderwerp. Kleine stukjes leestekst worden afgewisseld met opdrachten, zodat je actief moet blijven en voortdurend kunt controleren of je nog begrijpt waar het over gaat. Je wordt geacht dit deel in twaalf studielasturen te kunnen doorwerken.

In het hoofdstuk *Onderzoek* krijg je suggesties voor nader te onderzoeken thema's, voor bronnen om verdere gegevens te vinden en voor de manier waarop je van dat onderzoek verslag zou kunnen doen (logboek, dossier, verhaal). Nadrukkelijk wordt steeds vermeld dat je het onderzoek alleen of in een groepje kunt doen en dat je over de te kiezen werkwijze vooraf afspraken moet maken met de docent.

Als je ervoor kiest het onderzoek af te ronden met een *Presentatie* dan vind je in het hoofdstuk dat die naam draagt daarvoor waardevolle tips. Het slothoofdstuk *Antwoorden of Aanwijzingen* dient ter ondersteuning van het centrale deel van het boekje. Mocht je bij het doorwerken van de opdrachten ergens vast lopen, dan kun je hier misschien iets vinden om weer verder te kunnen.



De zebraboekjes van Wolters-Noordhoff

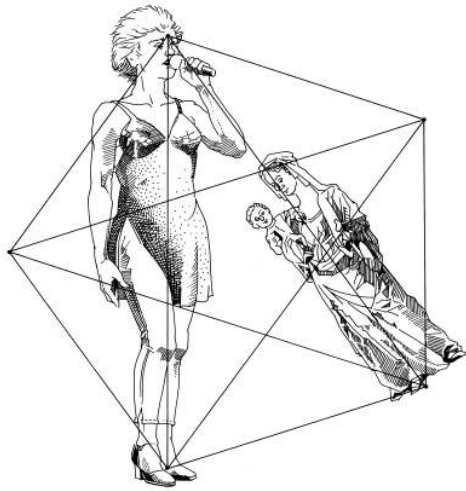
De boekjes die zijn uitgegeven door Epsilon verschillen sterk in vorm en opbouw. Kennelijk leveren de auteurs de tekst camera-ready aan. De ene auteur cursiveert de variabelen wel, de andere doet dat niet; in het ene boekje vind je wel een kopregel die je vertelt in welk hoofdstuk je bent, in het andere boekje niet. Ook de lettertypen verschillen van boekje tot boekje. Wel zitten er in bijna alle boekjes gemeenschappelijke elementen: steeds vind je achterin de antwoorden van de opgaven uit het centrale deel en ook wordt vaak een suggestie gedaan voor verder werk door het formuleren van een zogenoemde eindopdracht. Aanwijzingen voor een eindverslag of een presentatie komen in de Epsilonboekjes niet of slechts zijdelings voor.

Ook de didactiek in de Epsilonserie is niet in alle boekjes dezelfde. In het ene boekje (*Perspectief*, *De Gulden Snede*) wisselen verhalende tekst en opgaven elkaar af, in het andere (*Kattenajds en Statistiek*, *Pi*) bestaat een hoofdstuk uit een aantal verhalende paragrafen en bevat de slotparagraaf van een hoofdstuk de opgaven.

Op een goudschaal

Omdat in beide series een boekje over de gulden snede voorkomt, ligt het voor de hand die boekjes eens met elkaar te vergelijken.

Jelske Kuijper (*Op een goudschaal*, uitg. WN) introduceert de Gulden Snede als een speciale manier om een lijnstuk te versnijden, die in veel wiskundige figuren voorkomt, bij voorbeeld de vijfhoek. Als aandachtstrekker dient de vraag of de navel de gouden positie inneemt, zie figuur 1. De eerste drie hoofdstukken in het opdrachtendeel



Figuur 1 Neemt de navel een gouden positie in? Uit: *Op een goudschaal*, p. 9.

zijn voornamelijk meetkundig van aard en hebben de titels:

1. De Gulden Snede: echt of bedacht (constructie van Hero; gouden rechthoeken (Parthenon, Le Corbusier), schelpen, zonnebloemen, Lucas-rijen)
2. Historische goudmijnen (pentagram, stellingen van Euclides over de Gulden Verhouding, de gouden driehoek in de regelmatige vijfhoek, constructie van de gouden driehoek)
3. Gouden figuren (in het platte vlak: gouden driehoeken en rechthoeken, Penrose-betegeling. In de ruimte: regelmatige veelvlakken)

We krijgen, voordat we aan het onderzoek toekomen, nog twee hoofdstukken:

4. Gouden getallen (Fibonacci-getallen, kettingbreuken)
5. Natuurlijk goud; vergulde kunst (over toepassingen van de Gulden Snede in de beeldende kunst)

Volgens de aanwijzingen in het woord vooraf zou je deze vijf hoofdstukken in twaalf studielasturen moeten kunnen doorwerken. Je hebt dan kennism gemaakt met allerlei meetkundige aspecten van de Gulden Snede en terloops aardig wat klassieke meetkunde voorbij zien komen, zoals de stellingen over omtrekshoeken en middelpuntshoeken in een cirkel en de machtsstelling. Je hebt gewerkt aan fibonacci-rijen, gestoeid met kettingbreuken, spiralen geanalyseerd en je verdiept in de modulator van Le Corbusier.

In het onderdeel krijg je bijvoorbeeld de volgende suggestie: "Was Seurat een uitzondering, of pasten meer schilders de Gulden Snede toe in hun schilderijen? Bekijk bijvoorbeeld schilderijen van Piet Mondriaan, hoe deed hij het? Je kunt ook zoeken naar kunstenaars die gouden figuren afbeeldden, zoals Dali. Laat zien hoe ze dat deden. Speelde de Gulden Snede bij deze kunstenaars verder ook een rol? Doe je eigen kunsthistorische onderzoek en bedenk dat je interessante vondsten ook kunt gebruiken bij een presentatie zoals in deel 3 van dit boekje beschreven staat. Als 'zijkpad' van dit thema kun je ook onderzoek doen naar de Gulden Snede in de muziek; je vindt daarover meer informatie op het Internet." [Op een goudschaal; blz. 41/42]

En zo staan er nog negen andere suggesties. Er wordt aanbevolen aan dit onderzoek ook twaalf uur te besteden. Je hebt dan nog twaalf uur over om het geheel op een aantrekkelijke manier te presenteren.

De gulden snede

Wim Kleijne en Ton Konings zijn onze gidsen bij de verkenning van de Gulden Snede in de zebra-reeks van Epsilon. In hoofdstuk 1 (*Een goddelijke verhouding*) introduceren zij de Gulden Snede als een getal

dat 'al eeuwen in de belangstelling staat' en dat een rol speelt bij de verdeling van een lijnstuk in twee stukken. Zij vermelden dat rechthoeken waarvan de lengte en breedte zich verhouden als de Gulden Snede volgens sommigen een zeker schoonheidsideaal vertegenwoordigen en kondigen aan dat er ook een verband is met Fibonacci-rijen. Er volgt dan een lang hoofdstuk (*De wiskunde van de Gulden Snede*) dat opent met een verhaal over het pentagram en de magische betekenis daarvan. Vervolgens onderzoeken we de vijfhoek en maken kennis met passer-en-liniaal constructies van de verdeling van een lijnstuk in de verhouding van de Gulden Snede (zie figuur 2).

Lucas-rijen en Fibonacci-rijen vormen een intermezzo en daarna verdiepen we ons in de gulden driehoek en de regelmatige tienhoek. We construeren het pentagram en eindigen met fractals waarin de goddelijke verhouding een rol speelt.

In het hoofdstuk *Eindopdrachten* vinden we beknopte aanwijzingen voor het uitvoeren van zo'n opdracht en zeven tamelijk uitvoerig toegelichte suggesties voor onderzoeksthema's. Uiteraard wordt frequent verwezen naar de studie van Albert van der Schoot over de geschiedenis van de goddelijke proportie (De ontstelling van Pythagoras).

Opvallend in beide boekjes is de rol van de passer-en-liniaal constructie uit de klassieke meetkunde. De auteurs gaan ervan uit dat leerlingen min of meer met die traditie op de hoogte zijn. Ze zouden zich daarin wel eens kunnen vergissen. Zoals uit bovenstaande zeer beknopte synopsis al blijkt, is het boekje van Jelske Kuijper rijker en veelzijdiger dan het epsilonboekje. Een wiskundeleraar aan een gymnasium die voor zijn leerlingen dit onderwerp heeft gekozen, zei me dat hij 'het boek van Kuijper mooier, maar voor de leerlingen erg zwaar vindt.' Dat is natuurlijk ook maar een schatting, maar ik kan me voorstellen dat hij tot dit oordeel komt. Het lijkt me toe dat het epsilonboekje door leerlingen wat beter zonder hulp van de leraar kan worden doorgewerkt.

Ervaringen

De meeste boekjes laten zich vlot lezen, voor zover je dat althans van een wiskundeboek kunt zeggen. Je moet natuurlijk pen en papier erbij hebben en meeschrijven en -rekenen, want anders ben je al snel het spoor bijster. Het lijkt me toe dat de gemotiveerde VWO-leerling met deze boekjes goed aan de slag kan. Of dat ook werkelijk het geval zal zijn, moet de praktijk natuurlijk nog uitwijzen. Enig rondbellen naar vier mij bekende wiskundeleraars gespreid over verschillende regio's van het land leverde verschillende reacties op.

Leraar 1 "Onze school is in 1999 met de Tweede Fase begonnen en onze leerlingen zullen dus in 2002 met de nieuwe examens kennismaken. Met het keuzeonderwerp zijn we dan ook nog niet begonnen. Het standaardprogramma is al zo omvangrijk dat we, ook doordat we minder contacturen hebben, de grootste moeite zullen hebben om dat netjes af te krijgen. Je begrijpt dat we daar toch de prioriteit leggen, want wat op het centraal schriftelijk wordt gevraagd, wil je toch zeker behandeld hebben. Het keuzeonderwerp schuiven we dus maar helemaal naar achteren."

"We stellen ons voor dat de leerlingen zelfstandig een door ons gekozen boekje gaan doorwerken en dat het resultaat van die arbeid als 'voldaan' zal worden afgetekend. Welke criteria we daarbij zullen aanleggen, moeten we nog bekijken. Misschien combineren we het keuzeonderwerp wel met een praktische opdracht."

Leraar 2 "Onze school is in 1998 met de Tweede Fase begonnen en dezer dagen hebben we het keuzeonderwerp net afgerond. We hebben

het eenvoudigste boekje gekozen (Verkiezingen), omdat we de indruk hebben dat leerlingen anders vastlopen en voor een intensieve begeleiding hebben we geen tijd. Over het begeleiden van leerlingen die aan een project werken, hebben we wel een instructiemiddag gehad. Zoals gebruikelijk schoot die zijn doel weer ver voorbij. We kregen een syllabus van ruim 60 bladzijden, waarin allerlei tips voor de begeleider stonden. Buitengewoon handig voor een hoogleraar die een dissertatieonderzoek moet begeleiden, maar voor de schoolsituatie veel te uitgebreid.”

“Voor de afronding van het keuzeonderwerp hebben we een toets gegeven waarbij de leerlingen het boekje mochten gebruiken. Wie er met de pet naar heeft gegooid, valt dan toch wel door de mand. Al met al zullen de meeste leerlingen er niet veel meer dan circa 20 uur aan hebben gewerkt. Men vergeet vaak dat de meeste leerlingen alleen er naar streven om met minimale inspanning zo goed mogelijk het examen te halen.”

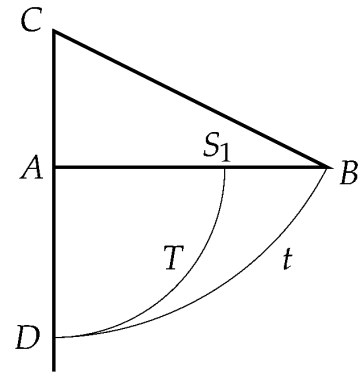
“Er zou flink gesneden moeten worden in de werkstukcultuur, want die cultuur werkt ‘handig lenen’ in de hand en je kunt je afvragen of dat wel zo goed is.”

Leraar 3 “Mijn leerlingen werken aan het epsilonboekje over de Gulden Snede. Ze doen dat grotendeels zelfstandig en ze zijn er best leuk mee aan de slag. Nadat ze het opdrachtdeel hebben doorgewerkt, moeten ze nog een onderzoekje doen. Ze kunnen daarvoor een thema kiezen uit de lijst die het boek geeft, maar ik heb ook zelf nog wat ideeën aangedragen en ze mogen ook zelf een thema kiezen. Van dat onderzoeksdeel moeten ze een verslagje maken van ongeveer vier bladzijden. Het geheel sluiten we af met een toets die voor circa 70% over het opdrachtdeel en voor circa 30% over het onderzoeksdeel gaat. Hoe het zal gaan aflopen weten we nog niet, maar aan vroegere ervaringen (lang geleden) met dit soort projectjes bewaar ik goede herinneringen. Toen waren de leerlingen behoorlijk enthousiast, vonden het leuker dan de gewone stof.”

“Het cijfer voor het keuzeonderwerp tellen we als een praktische opdracht; zo kunnen we twee eisen van het programma handig combineren. De geïnvesteerde tijd is veel minder dan wat het programma eist, want wat het zwaarst is, moet het zwaarst wegen. We zitten nu natuurlijk nog in de ontwikkelingsfase. Als het programma straks is uitgekristalliseerd, is er misschien wel meer tijd voor het keuzeonderwerp vrij te maken.”

Leraar 4 “De Wiskunde A leerlingen hebben gekozen voor het boekje Wiskunde met verve van Van der Blij. We hebben dat min of meer klassikaal met elkaar doorgewerkt. Het is nodig sommige opgaven met elkaar te bespreken, anders lopen ze vast. Bovendien moeten ze ook wennen aan een andere stijl van omgaan met wiskunde. Nadat ze het opdrachtdeel hebben doorgewerkt, moeten ze leren omgaan met een eenvoudige programmeertaal die ze kunnen gebruiken om zelf een kunstwerk te maken; ook moeten ze een onderzoekje doen. Vooral die programmeertaal vonden sommigen moeilijk. Voor onderzoeksthema’s heb ik, naast wat het boek geeft, ook zelf nog een aantal suggesties gedaan, zoals vragen rond regelmatige veelvlakken, de Gulden Snede of magische vierkanten. Maar ze mogen ook zelf iets kiezen. De afronding laat ik vrij; ze mogen gewoon een klassiek verslag maken, maar ook met behulp van de computer zelf een kunstwerk ontwerpen en dat presenteren. De grote meerderheid (80%) kiest voor het vertrouwde verslag.”

“We hebben er behoorlijk wat tijd in gestoken en die tijd is er ook in het programma, al halen we de bedoelde veertig studielasturen niet.



Figuur 2 Hoek A is recht; $AC = \frac{AB}{2}$; t is cirkelboog (C, BC) ; T is cirkelboog (A, AD) ; S_1 verdeelt AB volgens de gulden snede. Uit: *De Gulden Snede*, p. 11.

Zoals te verwachten zijn de reacties van de leerlingen wisselend: sommigen vinden 't leuk, anderen niet.”

Een goed idee?

De gematigd positieve reacties van deze vier leraren wettigen de vraag: “Was het een goed idee van Jan Breeman de leerlingen kennis te laten maken met interessante onderwerpen die buiten het standaardcurriculum vallen?” Op het eerste gezicht lijkt dat wel het geval. Wie zijn vak leuk vindt, kan daar toch niets tegen hebben. Of de praktijk van het keuzeonderwerp veel enthousiaste leerlingen en leraren zal opleveren, waag ik te betwijfelen. Die twijfel wordt ook bevestigd door de resultaten van de enquête onder wiskundeleraren die door de studiecommissie Wiskunde B is gehouden. Uiteindelijk heeft de uitkomst er toe geleid dat die commissie de introductie van een keuzeonderwerp ontraadde. In de geschiedenis van de leerplanontwikkeling zie je dat nieuwe elementen in examen-programma’s bijna altijd worden doorgedrukt door specialisten in het vak die, nadat ze geruime tijd het vak hebben beoefend, menen dat ook beginners moeten kennismaken met de dingen waar zij zelf zo van genieten. Of dat voor beginners werkelijk wel zo leuk is, is lang niet zeker. Elke generatie leerlingen begint weer bij het begin en er zal maar een zeer kleine fractie zijn die in staat is de motiverende werking van zo’n geavanceerd keuzeonderwerp te ervaren. Voor de meeste leerlingen zal het gewoon de zoveelste taak zijn die gedaan moet worden om door het examen te komen. ◀