

Jan van de Craats

Koninklijke Militaire Academie
Postbus 90154, 4800 RG Breda
J.vd.Craats@mindef.nl

Boekbespreking

Honderd jaar wiskundeonderwijs

Ter gelegenheid van haar vijfenzeventigjarig bestaan heeft de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren een feestbundel laten verschijnen onder de titel Honderd jaar wiskundeonderwijs. Jan van de Craats bespreekt het boek voor het Nieuw Archief.

Honderd jaar wiskundeonderwijs bij een vijfenzeventigjarig jubileum? Ach, dacht men waarschijnlijk, honderd is een mooier getal dan vijfenzeventig, en bovendien gebeurde er in het eerste kwart van de twintigste eeuw toch maar weinig op het gebied van het wiskundeonderwijs dat nu nog aandacht verdient. We maken er dus honderd jaar van: een boek over het wiskundeonderwijs in de twintigste eeuw.

De drie redacteurs hebben hun opdracht vervolgens grootschalig aangepakt: de bundel omvat tweeëndertig essays, gelardeerd met minibiografieën van tien Nederlandse wiskundendidactici uit de besproken periode, alles tesamen goed voor een dikke turf van 440 bladzijden. Het menu is gevarieerd: memoires, stukjes geschiedschrijving, examenbesprekingen, beschouwingen over didactiek en leerplanontwikkeling, persoonlijke ontboezemingen en interviews. Sommige auteurs, bijvoorbeeld de kort geleden op 106-jarige leeftijd overleden Dirk Struik, halen herinneringen op aan hun eigen schooltijd en hun wiskundestudie. Ex-secretaris en erelid Jan Maassen bespreekt de ge-

schiedenis van de club, die in 1925 opgericht werd als Vereniging van leraren in de Wiskunde, Mechanica en Cosmografie aan Hogere Burgerscholen (de oorspronkelijke naam was dan ook Wimecos). Pas in 1955 werden ook leraren aan gymnasia en lycea als lid toegelaten; tot dan toe waren die verenigd in de onderafdeling LIWENAGEL van het Genootschap van Leraren (vraag aan de jongere lezers: waar zou die naam de afkorting van zijn?). En pas in 1968, toen de vakken mechanica en cosmografie definitief van de lesroosters verdwenen waren, kreeg de vereniging haar huidige naam.

Meisjes

Zoals gezegd, het boek is een bonte verzameling geworden, en ik kan in deze bespreking alleen maar een persoonlijke greep uit de inhoud doen. Onthutsend vond ik twee artikelen over meisjes en wiskunde: een stuk van Marjolein Kool en een stuk van Nora Blom en Francis Meester. Ze laten ieder op hun eigen manier zien wat er allemaal voor onverdiende barrières waren voor meisjes met talent voor de exacte vakken. Uit het tweede stuk citeer ik de inhoud van een psychologisch advies naar aanleiding van een beroepskeuzetest die aan het einde van de lagere school werd afgenomen: *Hanneke is een begaafd meisje met een goed leerverstand, meer dan echte studie-aanleg. Dit laatste*

kan nog komen. Hanneke kan eigenlijk wat ze zelf wil: Gymnasium, HBS, MMS. Een toekomst is voor een zo begaafd meisje moeilijk vooruit vast te leggen. Misschien is iets in de kinderverzorging, lerares kinderverzorging en opvoeding of iets dergelijks het beste. Hanneke is wel echt vrouwelijk, verzorgend. Ze zal een goede moeder zijn. We schrijven dan niet 1912, maar 1962, het jaar waarin ik zelf eindexamen deed. Hoe liep het verder met Hanneke? In 1969 haalde zij haar eindexamen Gymnasium B met negens en tiens voor de wiskundevakken. Toch gaf haar dat niet genoeg zelfvertrouwen om een doctoraalstudie wiskunde te beginnen, en er was ook niemand die haar dit aanraadde. Ze schreef zich na veel aarzelingen in voor de MO-opleiding, rondde die af met glanzende cijfers en werd wiskundelerares. Eind goed, al goed, maar toch vraag je je af waarom zo iemand door haar ouders, haar omgeving en haar docenten niet veel meer gestimuleerd werd haar talenten volledig te ontwikkelen. Laten we hopen dat de situatie in dit opzicht inmiddels sterk verbeterd is, dan heeft de *Kies exact!*-campagne toch nog enig effect gehad.

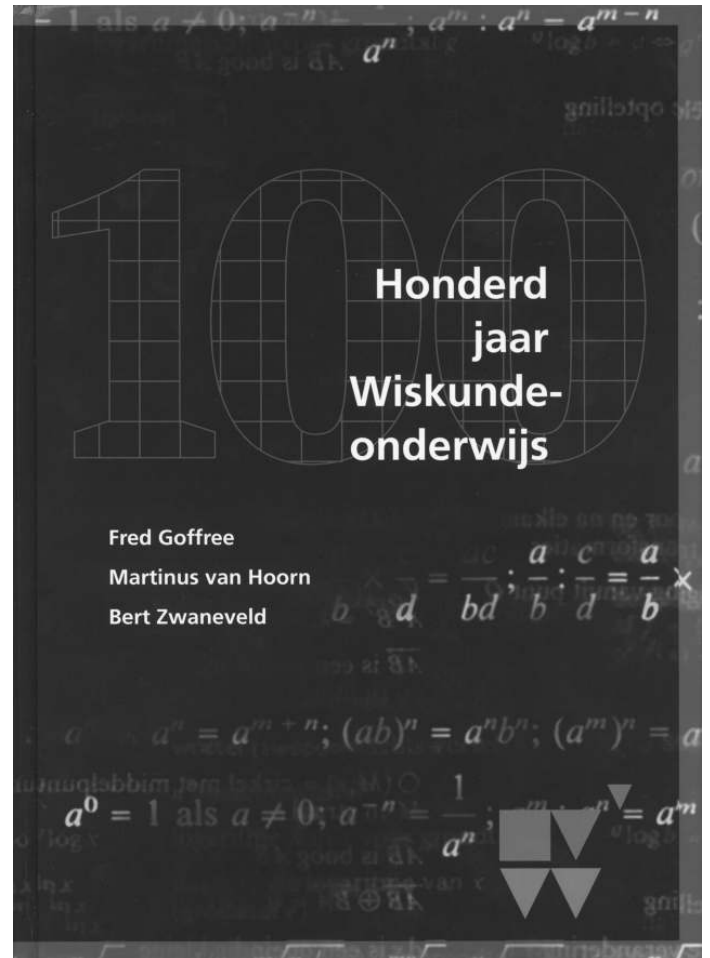
Gezapgheid

De geschiedenis van het wiskundeonderwijs in de eerste helft van de vorige eeuw is er een van gezapgheid en conservatisme. Een rapport uit 1926 van een commissie onder leiding van E.J. Dijsterhuis en H.J.E. Beth ter herziening van het HBS-programma, met daarin onder andere het voorstel om differentiaal- en integraalrekening in de leerstof op te nemen, verdween door toedoen van de inspecteur in de la, waar het pas in 1937 weer uit tevoorschijn werd gehaald. Het examenprogramma voor gymnasia en lycea, dat dateerde van 1919, zou zelfs tot 1961 ongewijzigd standhouden. De middelbare-schoolwiskunde voor HBS B en Gymnasium B uit die periode kan men karakteriseren als omvangrijk, moeilijk, uitdagend en gespeend van iedere toepassingsgerichtheid. Veel planimetrie en stereometrie, alles met een hoog puzzelgehalte. Prachtig oefenmateriaal voor wiskundig talent, ook al was de basis twijfelachtig, en de aansluiting op de moderne wiskunde vrijwel nonexistent. Zo stelde prof.dr. N.H. Kuiper in een artikel uit 1963 in *Euclides*: 'Een deel van het huidige meetkunde onderwijs bestaat in de uitvoerige bestudering van een aantal wiskundig doodlopende wegen.' Kuiper noemt daarbij als voorbeelden: om- en ingeschreven cirkel; formules voor R en r ; koördenvierhoek.

In 1958 waren de examenprogramma's voor HBS B en Gymnasium B gelijkgetrokken; de eerste eindexamens nieuwe stijl vonden in 1961 plaats, met als meest in het oog springende vernieuwing de introductie van de infinitesimaalrekening en de afschaffing op de HBS van de beschrijvende meetkunde. De voorgestelde invoering van de statistiek als toegepast vak was door de inspectie tegengehouden. Daarna volgden de veranderingen elkaar echter in hoog tempo op. In 1968 kwam de mammoetwet: MULO, HBS, Lyceum en Gymnasium werden vervangen door MAVO, HAVO en VWO, en de facto verdween op dat moment ook de 'oude' meetkunde uit het wiskundeprogramma.

Gouden tijd

De wiskunde van de bovenbouw van het VWO werd gesplitst in Wiskunde 1, bestaande uit analyse, kansrekening en statistiek, en Wiskunde 2, een vak dat voor geen enkele universitaire studierichting verplicht gesteld werd, en dat deels bestond uit vectormeetkunde en voor de rest uit een keuzeonderdeel dat de leraar (na goedkeuring door de inspectie) naar eigen voorkeur kon invullen. Meestal werd complexe getallen gekozen, maar anderen kozen topologie, getallentheorie, numerieke wiskunde, of nog weer een ander onderwerp. In zijn bijdrage 'Honderd jaar leerplanwijzigingen', doet Wim Groen nogal schamper



over Wiskunde 2 ('Al snel wordt Wiskunde 2 een nogal algoritmisch vak waarin de aandacht voor deductie en redeneren niet erg aan zijn trekken komt'), maar in feite kunnen we achteraf de periode 1968–1987 dankzij Wiskunde 2 zien als de gouden tijd van het wiskundeonderwijs van de twintigste eeuw. Juist het niet-verplichte karakter van Wiskunde 2 maakte het vak aantrekkelijk voor beta-getalenteerden, terwijl het keuzeonderwerp de enthousiaste leraar de gelegenheid gaf echte, uitdagende wiskunde met zijn leerlingen te doen. Niet voor niets was dat ook de tijd waarin de beta-wetenschappen niet te klagen hadden over studentenaantallen, en ook de wiskunde niet: jaarlijks meldden zich meer dan zeshonderd eerstejaarstudenten wiskunde aan de Nederlandse universiteiten.

Intussen zaten ook de leerplanontwikkelaars niet stil. Onder de bezielende leiding van Freudenthal werd gewerkt aan nieuw reken- en wiskundeonderwijs voor de lagere school en het voortgezet onderwijs. De geschiedenis van het door hem opgerichte IOWO, dat later, na een moeilijke overgangperiode, als Freudenthal Instituut zou worden voortgezet, wordt uitgebreid geboekstaafd, niet alleen in het stuk van Wim Groen, maar ook, met aanstekelijk enthousiasme, in bijdragen van Ed de Moor, Aad Goddijn, Edu Wijdeveld, Heleen Verhage en George Schoemaker, Guus Vonk en Michiel Doorman. Het is verleidelijk om op die artikelen ook weer uitvoerig commentaar te gaan geven, maar ik wil dat hier niet doen. Ieder die zich betrokken voelt bij het wiskundeonderwijs doet er goed aan om deze stukken te lezen, in de eerste plaats om alle feiten nog eens in historisch perspectief geplaatst te krijgen, maar ook om de achterliggende ideeën verwoord te zien door auteurs die er zelf nauw bij betrokken waren.

Aan het eind van de jaren zeventig kregen Freudenthals ideeën over 'realistisch wiskundeonderwijs' plotseling veel wind in de zeilen. De aanleiding was nogal triviaal: Wiskunde 1 was te moeilijk voor veel toekomstige gamma-studenten, terwijl het toch voor die studierichtingen een universitaire toelatingseis bleef. Als gevolg daarvan begonnen veel studenten met een wiskunde-deficiëntie aan hun studie, hetgeen direct tot ongelukken leidde bij de beruchte statistiekentamens in het eerste jaar. De gamma-faculteiten hadden er geen zin meer in om die studenten in de zomervakantie dure wiskunde- en statistiekcursussen te laten volgen, en begonnen dus aan te dringen op minder beta-gerichte wiskunde op het VWO. Dat was de aanleiding voor een totale herverkaveling: Wiskunde 2 werd afgeschaft, Wiskunde 1 werd omgevormd tot Wiskunde B (waarbij de statistiek verdween en er weer wat ruimte-meetkunde terugkwam), en uit het niets werd Wiskunde A geschapen: realistische wiskunde voor toekomstige gamma-wetenschappers.

Onverschilligheid

Het is tekenend voor de toenmalige onverschilligheid bij de universitaire wiskundigen jegens alles wat er op het VWO gebeurde, dat niemand zich daar realiseerde dat met het afschaffen van Wiskunde 2 in feite de kip werd geslacht die de gouden eieren legde. Eigenlijk had men helemaal niet in de gaten dat er überhaupt iets veranderde; men had het veel te druk met het eigen onderzoek, en interesseerde zich totaal niet voor wat er op de 'middelbare school' (zoals men het VWO hardnekkig bleef noemen) gebeurde. Diezelfde onverschilligheid had er al eerder toe geleid dat niemand protesteerde toen door onverstandige beleidsmaatregelen de universitaire lerarenopleidingen in feite de nek werd omgedraaid. Het is jammer dat over deze ingrijpende ontwikkelingen maar weinig te lezen valt in de feestbundel. Of komt dat omdat men de feeststemming niet wilde bederven?

Wiskunde A

Hoe dan ook, in 1985 werden de nieuwe programma's ingevoerd, en in 1987 vonden de eerste VWO eindexamens Wiskunde A en B plaats. Een paar jaar later volgde ook de HAVO. De reacties op de 'realistische wiskunde' van Wiskunde A waren gemengd. In het boek worden ze goed verwoord door leraren die door Fred Goffree geïnterviewd zijn. Josephine Buskes zegt: 'Wiskunde A was ook zo'n verandering die ik in eerste instantie als een uitdaging ervoer. Ik had bij het oude vak Wiskunde 1 gemerkt dat de leerstof op dat niveau voor een aantal leerlingen niet was weggelegd. Ze bleven zich inspannen en het lukte maar niet. Ik vond het een goed idee om die leerlingen Wiskunde A aan te bieden. Daar konden ze wel mee uit de voeten en ze hadden er meer aan. Ik heb zeer gemotiveerd aan de Hewet-cursus (een nascholingscursus -JvdC) deelgenomen en ik ben er enthousiast op school mee gestart. Maar achteraf voel ik me enigszins teleurgesteld over deze verandering. Soms denk ik wel eens dat Wiskunde A meer een veredelde vorm van tekstverklaring is en dat vind ik jammer.' Een ander geluid laat Eric Overwater horen: 'Het toepassen van wiskunde. Daar heb ik in 5 VWO mee geëxperimenteerd. In een periode van 2 á 3 weken waren er twee middagen gepland waarop alle 88 leerlingen in viertallen bezig waren met werken aan opdrachten van de Wiskunde A-lympiade. Het is dan geweldig om te zien hoe enthousiast ze daarmee bezig zijn. Ze merken dat de wiskunde die ze hebben gehad, door henzelf toegepast kan worden. Dat vinden ze 'gaaf'. Ik stond ervan te kijken.'

Die twee citaten geven goed de paradoxale situatie weer van het vak Wiskunde A: het proefwerk- en eindexamenkeurslijf dwingt leraren en examenmakers vooral om leerlingen 'dichtgetimmerde' sommen te laten oefenen. De 'realiteit' van de opgaven is er vaak met de haren

bijgesleept: als regel is er een gekunstelde context waarin aannamen worden opgelegd die eigenlijk de toets der kritiek niet kunnen doorstaan. Zelf kritisch nadenken wordt daardoor eerder ontmoedigd dan gestimuleerd. Heel anders is het wanneer leerlingen in groepsverband een groter, open geformuleerd project kunnen uitvoeren. Dan kan enthousiasme en creativiteit ontstaan. Maar kunnen we de stok achter de deur van de proefwerken en examensommen missen? Daarover had ik graag een uitgebreide beschouwing gelezen.

Controversen

Is het bij een bundel van meer dan 400 bladzijden wel eerlijk om te vermelden dat je eigenlijk nog onderwerpen mist? Ik heb het al een paar maal gedaan, en ik zou er nog best mee door kunnen gaan. Daartegenover staat dat er ook nogal wat gevallen zijn van verschillende auteurs die hetzelfde verhaal vertellen, bijvoorbeeld over de didactische controversen tussen E.J. Dijksterhuis, Tatjana Ehrenfest-Afanassjewa en Hans Freudenthal. Dat verhaal is al vele malen beter en uitgebreider verteld, bijvoorbeeld in de Dijksterhuis biografie van Klaas van Berkel; in deze bundel was een korte, eenmalige vermelding voldoende geweest. Wél interessant en nieuw vond ik de beschrijving van de wederwaardigheden van de Wiskunde Werkgroep, een min of meer los verband van in het wiskundeonderwijs geïnteresseerden die van 1936 tot 1974 actief was.

Zo is er in de bundel veel interessants te lezen. Ik wil eindigen met een vooruitblik. De schoolwiskunde tot 1960 heb ik gekarakteriseerd als omvangrijk, moeilijk, uitdagend en gespeend van iedere toepassingsgerichtheid. De huidige schoolwiskunde is niet zo gemakkelijk in een paar woorden te vatten. Toepassingsgerichtheid is er thans volop, zeker in naam. Het uitdagende is er echter een beetje van af, en erg moeilijk is de schoolwiskunde ook niet meer, daar zorgen de normhandhavingen en puntenbijtellingen in de eindexamens wel voor. We hebben inmiddels vier profielen gekregen, twee met Wiskunde B en twee met Wiskunde A. Het moeilijkste B-profiel, Natuur en Techniek, kent ook de moeilijkste wiskunde. Het wordt door slechts weinig universitaire studierichtingen als toelatingseis gehanteerd. Misschien is dat wel een *blessing in disguise*: op die manier beperkt de populatie zichzelf automatisch tot de beta-geïnteresseerden, en we hebben aan Wiskunde 2 gezien hoe gunstig dat voor het vak kan uitpakken. ←

Onder redactie van Fred Goffree, Martinus van Hoorn en Bert Zwaneveld, Honderd jaar wiskundeonderwijs, Een jubileumboek. Leusden 2000, Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, 440 blz., prijs NLG 57,50. ISBN 9001791727