

Een eeuw wiskunde in boeken

In het kader van het Wereld Wiskundig Jaar 2000 besteedt het Nieuw Archief aandacht aan de 'oogst' van een eeuw wiskundeboeken. Verschillende wiskundigen werd de volgende vraag voorgelegd: "Welk wiskundeboek heeft in uw leven op u de meeste indruk gemaakt?" Hieronder staan zes nieuwe bijdragen. Lezers van het Nieuw Archief worden uitgenodigd een bijdrage te leveren aan de volgende nummers. Uw favoriete boek kan een wetenschappelijk werk zijn, maar ook een studieboek of populair boekwerk dat u als buitengemeen stimulerend hebt ervaren. Stuur uw tekst (ongeveer 350 woorden) naar: naw@math.leidenuniv.nl

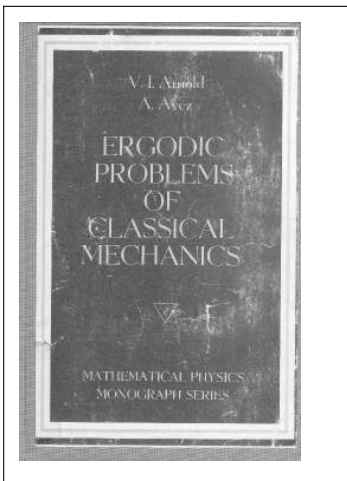
Klassieke stijl

Ferdinand Verhulst verhulst@math.uu.nl

Wiskundeboeken lezen vond ik vroeger tamelijk vervelend. Dat kwam, denk ik, omdat het belang (of geringe belang) van de inhoud meestal pas duidelijk werd als je het hele boek had doorgewerkt. Veel techniek, weinig presentatie en bespreking van ideeën. Een uitzondering vormden in mijn studententijd de boeken van Richard Courant. Het gaat nu beter met het lezen omdat ik meer weet en in gedachten veelal de inleiding van boeken die ik lees kan schrijven. Hoe veel leesbaarder zijn dan de boeken die rond 1900 verschenen zoals de werken van Poincaré en Borel. Een auteur die door deze klassieke stijl is geïnspireerd is V.I. Arnold. Rond 1970, toen ik in mijn promotietijd met veel moeite inzicht probeerde te krijgen in de grondslagen van dynamische systemen, verscheen Arnold en Avez: *Ergodic Problems in Classical Mechanics* (de tweede auteur is vertaler en bewerker). Het maakte op mij een geweldige indruk omdat veel van de problemen waarover ik nadacht hier helder besproken werden. En dan de unieke opzet

van het boek: 4 hoofdstukken van in totaal 114 bladzijden, gevolgd door 34 appendices van in totaal 155 bladzijden. Ik ben Arnold als auteur natuurlijk intensief blijven volgen. Ook zijn latere boeken zijn heel belangrijk en in dezelfde stimulerende stijl geschreven. Ze bepalen het gezicht van de moderne theorie van dynamische systemen.

V.I. Arnold en A. Avez. *Ergodic Problems in Classical Mechanics*, W.A. Benjamin, Inc. (1968)



Een ontdekking in de jaren '50

W. Kleijne W.Kleijne@owinsp.nl

Het staat me nog helder voor de geest: als HBS'ervond ik in een tweedehands boekwinkel de boeken van professor Beth over de wijsbegeerte van de wiskunde, verschenen in de jaren '40 en gepubliceerd in de zogenaamde Philosophische Bibliotheek.

Het waren boeken die voor mij als 16-jarige in de tweede helft van de jaren '50 van de vorige eeuw een volkomen nieuwe wereld openden. De fascinatie hiervoor die toen bij mij ontstond is mijn gehele leven gebleven: een fascinatie voor gedachten achter het eigenlijke wiskundige denken, voor werelden achter de directe technisch-wiskundige wereld.

Zonder dat ik toen alles kon begrijpen en plaatsen wat in deze boeken naar voren werd gebracht, waren de teksten zo toegankelijk dat ik er veel uit leerde. Dit zegt veel over de grote bekwaamheden van de vermaarde Beth: hij wist echt moeilijke stof zo te verwoorden en te presenteren dat deze ook voor beginners (ten dele) te lezen was.

De grote wijsgerige verhalen werden door Beth in deze boeken verteld. Het ging daarin om onder andere de relatie aanschouwing-meetkunde, de ontdekking van de niet-euclidische meetkunde, de rol van de axiomatic in de wiskunde, het logicisme, het intuïtionisme, over syntax en semantiek, om maar enkele onderwerpen te noemen. Maar ook ging het over de gedachtenwereld van de oude Grieken, van Descartes, van Bolzano en anderen. Hun wiskundig-wijsgerige betekenis werd glashelder belicht.

Deze werken van Beth zijn voor mij het startpunt geworden van een levenslange zoektocht naar de eigenlijke grond van het wiskundig denken: een tocht vol van openbaringen en verrassingen.

Wiskunde kan bedreven worden zonder veel kennis te hebben van de wijsgerige achtergronden van de wiskunde. Maar met die

wijsgerige kennis worden wiskundige inzichten dieper en verbanden duidelijker. Tijdens deze zoektocht in de wijsbegeerte van de wiskunde heb ik me verwonderd over het feit dat met name in ons land slechts zo weinig vakgenoten zich interesseren voor wiskundig wijsgerige zaken. Aan de andere kant word je dan weer verrast door mensen van buiten ons vakgebied die een diepe belangstelling voor de wijsbegeerte van de wiskunde aan de dag leggen en deze belangstelling bovendien



gepaard laten gaan met een diepgaande kennis op dit terrein. Ik denk hier bijvoorbeeld aan het proefschrift van de theoloog D.H.T. Vollenhoven *De wijsbegeerte der wiskunde van theïstisch standpunt* (Amsterdam, 1918), geschreven vanuit het gedachtengoed van de (gereformeerde) wijsbegeerte der wetsidee: een studie die nog steeds waard is gelezen te worden.

De boeken van Beth vormden voor mij in dit alles het begin. Ik be- waar ze dan ook als kostbare kleinoden, want ze ontsloten voor mij een wereld waarin ik mij nog steeds met ontzettend veel plezier beweeg. Evert W. Beth, *Inleiding tot de wijsbegeerte der wiskunde, De wijsbegeerte der wiskunde van Parmenides tot Bolzano, Wijsgerige ruimteleer, resp. 1940, 1944, 1950, Philosophische Bibliotheek, Uitg. Standaard-Boekhandel, Antwerpen.*

Anything by Adams or Milnor

H. Geiges geiges@math.leidenuniv.nl

When I first went up to Cambridge as a third year undergraduate, Frank Adams did not teach any courses at that level, and very sadly he died before I returned to Cambridge a couple of years later as a Ph.D. student. So I never had the intellectual pleasure to attend a lecture course by Adams, one of the greatest algebraic topologists there ever was. But fortunately he had the rare gift to write books and scientific papers that give the impression as if he was lecturing personally to you during a walk through the countryside, without making any concessions regarding mathematical rigour.

All his writings are enlivened by witty remarks that he also used as a lecturer to keep the attention of his audience. Some of these remarks have become classics, like his description of a spectral sequence – one of the machineries of algebraic topology to compute invariants by a complicated iterative algebraic procedure – as “an Elizabethan drama, full of action, in which the business of each character is to kill at least one other character, so that at the end of the play one has the stage strewn with corpses and only one actor left alive (namely the one to speak the last few lines).” In case the machinery of algebraic topology ever seemed too daunting, he would comfort the reader with the words “let us be glad we don’t work in algebraic geometry.”

One of his books that I found particularly useful as a student was his *Algebraic Topology – A Student’s Guide*. It begins with a thirty page survey of the material which faces a student of algebraic topology, and a guide to the most convenient sources for these topics. The bulk of the book consists of a collection of classic expositions taken from

lecture notes, proceedings and other sources which are not easily accessible. The introductory survey ends with the immensely sane advice to the student that before he “writes anything himself he should soak himself in papers which are well written. For this purpose I would recommend practically anything written by J.-P. Serre or J.W. Milnor.” – or J.F. Adams, I might add. With my research turning towards differential topology, I thoroughly soaked myself in writings of John Milnor. Many

of these only exist as mimeographed Princeton notes that would certainly warrant compiling a companion volume to the book by Adams. One of Milnor’s little gems is his *Topology from the Differentiable Viewpoint*. Milnor manages to cover on sixty pages some of the most fundamental ideas of differentiable topology, such as the Pontrjagin construction and framed cobordisms, and yet keep the level of presentation accessible to second year undergraduates, without ever resorting to quoting theorems without proof. Simply miraculous.

J. Frank Adams, *Algebraic Topology – A Student’s Guide*, Cambridge University Press, 1972; John W. Milnor, *Topology from the Differentiable Viewpoint*, The University Press of Virginia, 1965 (reprinted by Princeton University Press, 1997).

The Two Cultures

A.W. Grootendorst

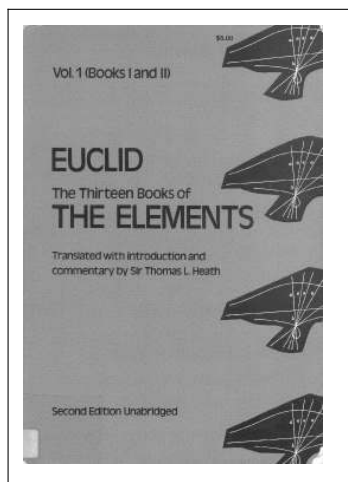
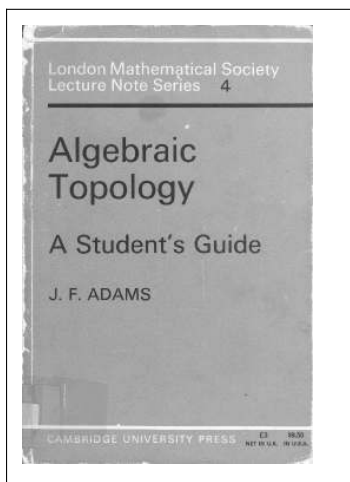
Deze titel, van het vermaarde boek van C.P. Snow, heb ik gekozen om aan te geven waarover mijn stukje zal handelen, maar het betekent niet dat dit boek zelf hier centraal staat. Toen ik in 1946 overstapt was op de studie van de wiskunde, nadat ik mij vier jaren zeer intensief met de klassieke talen had beziggehouden, kon ik bij een uitverkoop voor in totaal fl. 1,20 in het bezit komen van *De Elementen van Euclides*, ingeleid en besproken (aan de hand van de oorspronkelijke tekst) door de befaamde klassiek geschoolde wiskundige dr. E.J. Dijksterhuis. Dit maakte op mij een diepe indruk en vervulde mij met enorm ontzag voor de originele bijdragen die de Grieken hebben geleverd aan de wiskunde.

Dit boek zette mij op het spoor van het werk van Sir Thomas Heath, eveneens classicus en mathematicus, degene die ik op dit gebied het meeste bewonder. Door zijn werk (in het bijzonder zijn commentaar op de Elementen van Euclides, *The Thirteen Books of Euclid’s Elements* – gebaseerd op de Griekse tekst, bezorgd door I.L. Heiberg – en zijn *History of Greek Mathematics*) ben ik enthousiast geworden voor de studie van de Griekse Wiskunde en de invloed daarvan op de wiskunde als geheel.

Wat mij bijzonder fascineerde was het feit dat de Grieken juist die problemen hebben geëentameerd die later van fundamenteel belang bleken te zijn en latere wiskundigen inspireerden. Een zeer boeiend voorbeeld daarvan is de theorie van het irrationale getal, waarmee de Grieken zo intens worstelden, een theorie die eerst door Richard Dedekind volledig is geformuleerd in zijn *Was sind und was sollen die Zahlen?* uit 1858, dus 2200 jaren na Euclides! In het voorwoord spreekt Dedekind expliciet uit dat hij voortbouwt op de definitie van

gelijkheid van verhoudingen uit de *Elementa* (V, def. 5). Dit leidde mij tevens tot een verdere tocht door vele gebieden van de geschiedenis van de wiskunde.

Er is echter meer, en daaraan ontleen ik de titel van dit stukje. Dijksterhuis, Heath en Heiberg – maar ook vele anderen, van wie ik slechts noem Zeuthen, Thomas en Knorr – hebben met hun werk een band gelegd tussen de α - en de β -cultuur en be- wezen dat deze ook op dit gebied zo voortreffelijk kunnen sa- mengaan. Toenemende belang-



stelling voor de geschiedenis van de wiskunde wijst in deze richting en mijn ervaringen met colleges en met voordrachten voor een ruimer publiek, lijken dit te bevestigen. Het is daarom zeer te betreuren dat het onderwijs in de klassieke talen bij het VWO steeds meer een rol in de marge gaat vervullen. Ik wil dit stukje evenwel niet beëindigen met de sombere woorden van een *laudator temporis acti*, maar met een woord van dankbaarheid voor het blijvende genoegen dat ik ontleen aan werk van Heath.

Sir Thomas L. Heath. *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Vol. IHHL. Reprint, Dover Publications, Inc. New York, 1956.

Niet leren, maar studeren

A. Verweij A.Verweij@its.tudelft.nl

Tijdens mijn studie in Leiden, in de jaren zestig, heb ik welgeteld vier wiskundeboeken — beter gezegd: wiskundeboekjes — aangeschaft. Ze zijn nauwelijks groter dan een A6-je, mijn deeltjes over topologie en functietheorie uit de Sammlung Götschen. Het stond wel interessant om iets wiskundigs, en dan nog in een vreemde taal, in de boekenkast te hebben. Nodig had ik de boekjes niet en hetzelfde gold voor de andere wiskundeboeken die me in de loop van mijn studie aanbevolen werden. Alle stof die voor een tentamen — de enige toetsvorm die destijds bij wiskunde gehanteerd werd — begrepen en geleerd moest worden, werd op college besproken en op het bord uitgeschreven. Ik maakte aantekeningen en voegde deze tenslotte samen tot een dictaat. Eventuele oefenopgaven werden op stencil uitgereikt, en daarmee was het leer materiaal compleet.

Heel anders was de werkwijze bij mijn bijvak filosofie. De colleges van professor J.B.Ubbink, die hiervoor uit Utrecht overkwam, waren bedoeld als opstap naar en motivering voor het echte werk: een scriptie schrijven over een speciaal onderwerp. Voor mijn onderwerp, semantische paradoxen, moest ik me eerst aan de hand van enkele boeken in de beginselen van de logica inwerken. Ubbink noemde als een van de werken, “die zowel een inleidend karakter hebben als op hoog niveau staan (en daarom de moeite van het aanschaffen waard zijn)”: *A précis of mathematical logic* van J.M. Bocheński.

Ik kocht het boek en zo kreeg ik voor het eerst studiemateriaal (zonder opgaven) in handen waaruit ik zelf de relevante delen moest selecteren en beslissen wat ik daarmee ging doen. Studiemateriaal dat ik door de voor mij onbekende Engelse vaktermen in de beknopte tekst en de lastige notaties van de in overvloed aanwezige logische formules

moeilijk leesbaar vond en waarvan ik — ook als ik wist wat er stond en na veel nadenken — niet alles begreep.

Dit boek vormde voor mij het startpunt van een intrigerende zoektocht door verwante literatuur uit de bibliotheek in de achterkamer van het oude herenhuis aan de singel waarin het Leidse Filosofisch Instituut gevestigd was. Vele mooie zomerdagen bracht ik daar in de serre door met stapeltjes stoffige boeken en ik genoot van al die verzamelde wijsheid. Toen pas,

vlak voor mijn doctoraalexamen, door mijn bijvak en Bocheński's boek, kreeg ik het gevoel dat ik niet leerde, maar studeerde.

J.M. Bocheński, *A Précis of Mathematical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1959.

Making a new science

C.H. Hommes hommes@mail.fee.uva.nl

Het 'wiskundeboek' dat op mij de meeste indruk heeft gemaakt is eigenlijk geen wiskundeboek, maar een populair wetenschappelijk werk geschreven door een Amerikaanse journalist. Behalve de bekende kwadratische differentievergelijking $x_{next} = r x(1 - x)$ worden er geen formules gebruikt. Gleick geeft vooral een historische beschrijving van de belangrijkste ontwikkelingen rond de 'ontdekking' van het verschijnsel *deterministische chaos*. Een historische beschrijving waar misschien niet iedereen zich volledig in kan vinden, maar voor mij, destijds als beginnend promovendus die de 'chaos-theorie' in de economie wilde toepassen, een boek dat de 'helden' van de niet-lineaire dynamica beschreef en het fundamentele belang van het werk van Poincaré, Smale, Ruelle, Takens, Yorke, Feigenbaum, Swinney en vele anderen onderstreepte.

Er zijn veel populair wetenschappelijke boeken over de 'chaos-theorie' geschreven. Het bijzondere, misschien zelfs unieke van het boek van Gleick is dat hij als niet-specialist de essentie van het vakgebied doorgrond heeft en deze met zijn journalistieke talent meesterlijk heeft weergegeven. Voor een kenner zijn Gleick's beschrijvingen van chaos, vreemde aantrekkers, fractalen, dimensie en universaliteit verrassend eenvoudig; voor een leek zijn dezelfde beschrijvingen glashelder. Het boek staat vol met fraaie anekdotes. De mooiste is wellicht die waarin de meteoroloog Edward Lorenz begin jaren zestig, aanvankelijk denkend dat zijn computer het begeven heeft, de gevoelige afhankelijkheid van startwaarden ontdekt. Nu nog gebruik ik deze anekdote om aan mijn economiestudenten het begrip gevoelige afhankelijkheid van startwaarden uit te leggen.

Toepassingen in de economie worden in het boek niet of nauwelijks genoemd. Eigenlijk alleen het werk van Mandelbrot over katoenprijzen, in de jaren zestig, maar Mandelbrot is natuurlijk meer wiskundige dan econoom. Als promovendus kreeg ik van mijn collega economen nogal eens te horen dat de chaos-theorie voor de economie niet relevant is. Bij deze discussies kwam bijna altijd Gleick's boek ter sprake, dat door de betreffende collega al gelezen was of naar aanleiding van de discussie gelezen werd. Gleick's boek heeft ook bij economen ongetwijfeld

een grotere belangstelling voor het vakgebied gewekt. Het boek heeft bijgedragen aan mijn eigen fascinatie voor het onderwerp, die denk ik nooit meer over zal gaan.

James Gleick, *Chaos. Making a new science*, Viking Penguin, New York, 1987.

