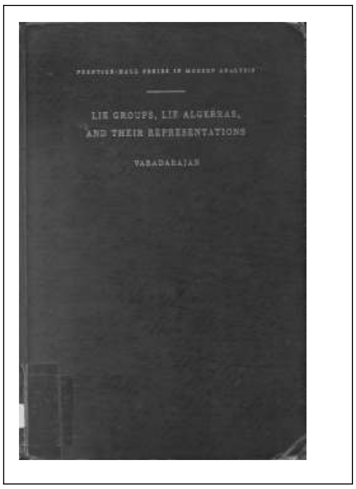
# Een eeuw wiskunde in boeken

**In het kader van het Wereld Wiskundig Jaar 2000 besteedt het Nieuw Archief aandacht aan de 'oogst' van een eeuw wiskundeboeken. Verschillende wiskundigen werd de volgende vraag voorgelegd: "Welk wiskundeboek heeft in uw leven op u de meeste indruk gemaakt?" Hieronder staan zeven nieuwe bijdragen. Lezers van het Nieuw Archief worden uitgenodigd een bijdrage te leveren aan de volgende nummers. Uw favoriete boek kan een wetenschappelijk werk zijn, maar ook een studieboek of populair boekwerk dat u als buitengemeen stimulerend hebt ervaren. Stuur uw tekst (ongeveer 350 woorden) naar: naw@math.leidenuniv.nl**

## Liegroepen en Lie-algebra's

**G.J. Heckman** *heckman@sci.kun.nl*

Het wiskundeboek dat mij wellicht het meest heeft geraakt is het tekstboek *Lie groups, Lie algebras and their Representations* van V.S. Varadarajan. De eerste drie hoofdstukken zijn een goede uiteenzetting van de theorie van differentieerbare variëteiten, Liegroepen en Lie-algebras respectievelijk. Het hart van het boek is het slothoofdstuk 4 waarin de theorie van compacte Liegroepen wordt behandeld met als hoogtepunt de karakterformule van Weyl. Varadarajan volgt bij het bewijs van de karakterformule de methode van Weyl door de Haarmaat over conjugatieklassen uit te integreren en gebruik te maken van de orthogonaliteitsrelaties van Schur.



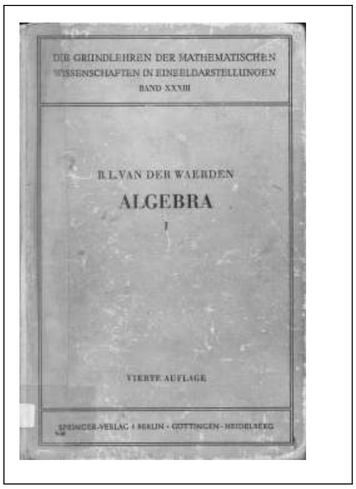

Toen ik deze theorie als student leerde, werd ik getroffen door de elegantie en eenvoud ervan. Maar ook later toen ik meer wiskunde gezien had heeft het me gefrappeerd welke impact Weyls formule in de afgelopen eeuw heeft gehad. Allereerst de algebraïsering van het bewijs: wat betreft de volledige reducibiliteitsstelling door Casimir en van der Waerden, en de karakterformule zelf door Freudenthal. Een hele diepzinnige generalisatie is de parametrisatie en karakterformule van de discrete reeks voor een willekeurige halfenkelvoudige Liegroep afkomstig van Harish-Chandra. De noemerformule van Weyl werd door Macdonald gegeneraliseerd naar de context van affiene wortelsystemen. Macdonalds identiteit kwam op zijn plaats te vallen enerzijds met de theorie van affiene Kac-Moody algebras zoals ontwikkeld voornamelijk door Kac, anderzijds in het werk van Looijenga over simpel-elliptische singulariteiten. Ook het recente werk van Borcherds ligt hier weer in het verlengde van. Het hier gegeven lijstje is verre van volledig, maar gelet op de beoogde lengte wil ik het hier maar bij laten. Toen ik tegen mijn afstuderen kennis nam van Varadarajans boek had ik niet kunnen vermoeden welk staartje dit boek voor mij in petto zou hebben.

*V.S. Varadarajan,* ***Lie groups, Lie algebras and their Representations***

## Moderne Algebra

**P. van Emde Boas** *peter@wins.uva.nl*

De Diepste indrukken in een mensenleven worden in het algemeen gewekt tijdens de jeugd. Helaas lezen slechts weinigen in die periode wiskundeboeken; hoogstens nog wel eens een populair boek over wiskunde, maar dat is iets geheel anders.




De overgang van de Middelbare school naar de Universiteit was voor ons studenten van de jaargang 1962 groot. Op de Middelbare school waren wij nog onderhouden in vakken als Stereometrie, Analytische Meetkunde en iets wat leek op calculus maar het in geen velden of wegen was. We leverden wel bewijzen, maar niet op grond van enige systematische axiomatische aanpak.

Op de Universiteit ging het er geheel anders aan toe. Een strenge aanpak op basis van beginselen en de daaruit af te leiden stellingen vulde de colleges. Op practica werden sommen gemaakt die op het eerste gezicht minder met de theorie te maken leken te hebben. Zagen wij veel wiskundeboeken in die dagen? Amper. Er waren in de vroege zestiger jaren goede syllabi en de docenten gaven zodanig college dat het eigen dictaat in het algemeen volstond om het theorie tentamen te behalen.

Het duurde dan ook tot de zomer van het tweede jaar dat ik in de vakantieperiode mij voor het eerst verdiept heb in een echt wiskunde boek: Algebra Erster Teil von B.L. van der Waerden (U leest het correct: de Duitse editie (zesde druk) uit 1964). Pas toen ben ik goed gaan begrijpen wat een wiskundeboek inhoudt. Uitgaan van simpele beginselen en voortgaan tot ver voorbij de eenvoudige zaken die op het college aan de orde kwamen.

Het boek bevatte ook reeds in de eerdere hoofdstukken schitterende voorbeelden van nieuwe ideeën en inzichten. De analyse van Lineaire onafhankelijkheid en Algebraische onafhankelijkheid op basis van structurele eigenschappen: achteraf weet ik dat hierachter het Matroide-begrip schuilgaat. De constructie van de $p$-adische getallen via de completeringsconstructie die wij zo goed hadden begrepen voor de reële getallen, maar die op deze wijze aanleiding gaf tot een monstrum waarvan wij tot dan toe geen weet hadden (inmiddels ben ik wel van deze schok bekomen). En de opzet van de Galoistheorie (waarvan ik inmiddels vele vele alternatieven heb mogen bestuderen).

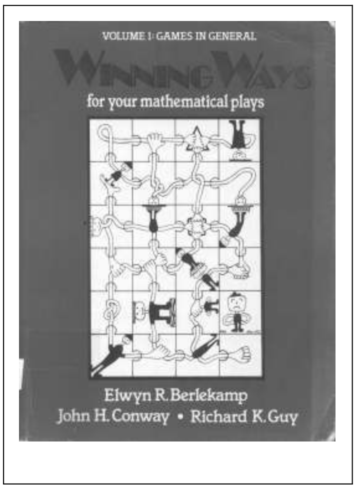
Nochtans: dit was de eerste kennismaking met echte wiskunde uit een echt wiskundeboek en ik zal dan ook niet aarzelen om van der Waerdens Moderne Algebra voor te dragen voor de titel van meestindrukwekkend wiskundeboek.

*B.L. van der Waerden,* ***Algebra Erster Teil****, zesde druk, 1964*

## De droom van Melle Waterdrager

**S. Kemme** *educad@xs4all.nl*

Ik sta aan de hemelpoort.
Petrus: "Zo, en wie hebben we daar? Wat heb jij gedaan?"
Ik: "Wiskundeleraren opleiden." Petrus: "Dat klinkt niet slecht. Het wiskundeonderwijs stelt hier nog niet veel voor. Dus wat ben je plan? Voor de draad ermee."




Ik: "Ik wil er alleen maar in als ik mijn lievelingsboeken mee mag nemen."
Petrus: "En dat zijn?"
Ik: "*Winning ways for your mathematical plays* van Berlekamp, Conway en Guy; *Catastrophe Theory and its Applications* van Poston en Stewart en *Fermat's Last Theorem* van Edwards. Ze zijn al wel wat verouderd maar ik heb die boeken altijd zo graag willen lezen en er nooit de tijd voor gehad. Ik wil er ook graag wat over vertellen."
Petrus: "Laat maar eens zien. Aha, ik zie het al, het gaat over spelletjes, plaatjes en getallen en je leert er ook nog wiskunde van. Lijkt me een goed plan. Kom erin."
En de grote gouden deuren zwaaien wijd open en ik sta in grote brede bundels zonlicht en ik mag naar binnen.

Bovenstaand stukje van mijn hand uit het jubileumboek van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren beschrijft een droom van Melle Waterdrager. In dit geval komen de voorkeuren van Waterdrager behoorlijk goed overeen met mijn eigen voorkeuren.

Mijn eerste echte wiskundeboek moet *Foundations of Analysis* van Edmund Landau zijn geweest. Ik moet het in mijn eerste of tweede studiejaar hebben aangeschaft. Motief: het idee dat je de hele analyse kon opbouwen vanuit de natuurlijke getallen. Dat kunstje wilde ik wel eens zien. Nadat ik eenmaal doorhad hoe het werkte, heb ik het nooit meer ingezien. Op die manier ging het verder. Las of hoorde ik iets dat me interesseerde, dan kocht ik daarover een door een betrouwbaar persoon aanbevolen boek. Ik begon er in te lezen tot ik de essentie door had en zette het dan bij in de kast.

Mijn boekenkast is in de loop der jaren gevuld met een bonte stoet aan wiskundeboeken. Van Bourbaki, logika, geschiedenis van de wiskunde, niet-standaard analyse, locaal convexe topologische vectorruimtes, partiële differentiaalvergelijkingen, getaltheorie, wiskundige modellen tot en met Turtle meetkunde.

Mijn laatste aangeschafte boek? *Concrete Mathematics* van Graham, Knuth en Patashnik. Een prachtig boek vol mooie wiskunde. Het ligt nog bij mijn stoel en dat betekent dat ik er nog in bezig ben. Ook dit boek zal ik nooit helemaal uitkrijgen.

*Berlekamp, Conway & Guy,* ***Winning ways for your mathematical plays****; Poston & Stewart,* ***Catastrophe Theory and its Applications****; Edwards,* ***Fermat's Last Theorem***

## Hondert geometrische questien

**J.A. van Maanen** *J.A.van.Maanen@math.rug.nl*

Eulers *Introductio in analysin infinitorum* (1748) en de *Introduction to the theory of numbers* van Hardy en Wright leggen het af tegen de *Hondert geometrische questien* van Sybrandt Hansz. Cardinael, de 'Vriesche Euclides' die Harlingen verliet om in Amsterdam rekenmeester te worden. Het boekje werd meegeleverd bij de *Practijck des lantmetens* van Johan Sems en Jan Pietersz. Dou. Er verschenen rond 1620 twee verschillende edities, de ene bij Willem Jansz [Blaeu], de ander bij Jan Jansz.


Waarom maakt dit boekje zo'n indruk? Om te beginnen heeft het op de titelpagina een vignet met een 'bewijs zonder woorden' van de stelling van Pythagoras. Dat was de eerste positieve flits die Cardinael door me heen zond, toen ik zijn tekening opeens doorzag. Dan is er het feit dat ook iemand als Christiaan Huygens zijn meetkundige repertoire uitbreidde door Cardinael te bestuderen, en met hem velen in de 17de eeuw. Maar het mooiste is het boek zelf, met zijn houtsneden en prachtige opbouw van de meetkunde. Het eerste probleem meteen al. Cardinael geeft een 13–14–15–driehoek en vraagt "hoe lanck het perpendiculum $AD$ zijn sal?" Het antwoord volgt via tekenen en schuiven met oppervlakjes, en was een verademing na het kale rekenen dat ik bij gonio geleerd had. En zo gaat het boek verder. De ene prachtige figuur na de andere, een aaneenschakeling van mooie problemen en flitsende oplossingen. Teken maar eens, zoals Questie 92 voorstelt, een "driehoeckigh stuck veldts van ongelijcke zyden en hoecken als $ABC$" met in het inwendige "een gegheven punt $D$, door welck punt begheert men een rechte sloot te graven; sulcx dat den driehoeck ABC daer door ghedeelt wordt in twee ghelijcke deelen. Vraghe hoemen dit Geometrisch doen sal?" Of stel als Capiteyn uw schutten en spiessen in slagorde op (in de hoop dat de vijand ook eerst een kwadratische vergelijking zal oplossen, want anders eindigt uw veldtocht bij Questie 36).

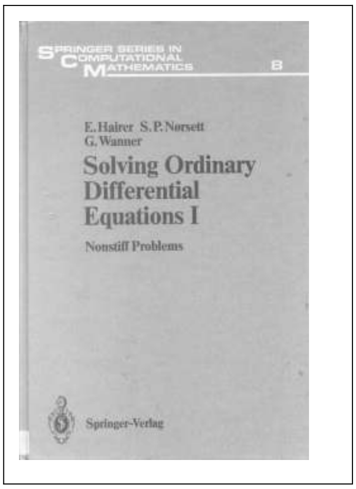
Het inspirerende van het boek zit hem zowel in de grote lijnen (de uitgebalanceerde volgorde van de problemen, bijvoorbeeld; zo komt de 13–14–15–driehoek menigmaal terug) als in de details, maar vooral in het contrast tussen de synthetische manier waarop Cardinael meetkunde bedreef en de lessen die ik op school gehad heb.

*Sybrandt Hansz. Cardinael,* ***Hondert geometrische questien****, verschenen rond 1620*

## Bomen, ordesterren en numerieke efficiëntie

**K.J. in 't Hout** *hout@math.leidenuniv.nl*

Twee wiskundeboeken die veel indruk op mij hebben gemaakt zijn het in 1987 verschenen boek *Solving Ordinary Differential Equations I* van Hairer, Nørsett en Wanner en het vier jaar later verschenen *Solving Ordinary Differential Equations II* van Hairer en Wanner. Deze twee boeken, die samen één geheel vormen, geven een prachtig overzicht van talrijke resultaten die zijn bereikt op het gebied van de numerieke oplossing van beginwaardeproblemen voor gewone differentiaalvergelijkingen. Het eerste deel is volledig gewijd aan *niet-stijve* problemen. In dit deel wordt bijvoorbeeld de vermaarde theorie der ordecondities voor Runge–Kutta methoden uiteengezet. Deze mooie theorie werd door J.C. Butcher in 1963 opgesteld, en zij berust onder andere op het ingenieuze gebruik van een bepaald soort grafen (bomen). Sinds 1963 zijn vele uitbreidingen en verfijningen van Butcher's theorie der ordecondities afgeleid, en deze worden in deel I uitgebreid behandeld. Het tweede deel gaat in zijn geheel over *stijve* en *differentiaal-algebraïsche* problemen. Hier vindt men bijvoorbeeld de theorie betreffende ordesterren. Ordesterren zijn bepaalde, aan numerieke methoden gerelateerde deelverzamelingen van het complexe vlak, die er vaak uitzien als sterren. Deze verzamelingen werden in 1978 door Hairer, Nørsett en Wanner geïntroduceerd. Vele nieuwe en diepe stellingen, in het bijzonder over de relatie tussen de stabiliteit en de orde van numerieke methoden, zijn met behulp van ordesterren afgeleid. In deel II komen deze ruim aan bod, uiteraard vergezeld gegaan van vele mooie plaatjes.




De twee boeken beslaan samen meer dan 1100 bladzijden, en bevatten een veelheid aan mooie wiskundige stellingen en bewijzen. Ze zijn op een zeer heldere en boeiende manier geschreven. Hetgeen de boeken bijzonder maakt, is de combinatie van het uitgebreide theoretisch wiskundige onderzoek van numerieke methoden met intensief praktisch onderzoek, door implementatie en uitvoering van methoden op de computer. Aan het begin van sectie IV.10 schrijven de auteurs: *After having seen so many different methods and ideas ... it is legitimate to study how all these theoretical properties pay off in numerical efficiency*. Deze opmerking is mijns inziens typerend voor de opzet van de twee boeken. Er is een duidelijke en stimulerende wisselwerking tussen theoretisch en praktisch onderzoek van numerieke methoden, en dit is wat de boeken zeer interessant en aantrekkelijk maakt.

Van beide boeken zijn inmiddels tweede edities verschenen: van het eerste boek in 1993 en van het tweede boek in 1996. Voor een ieder met interesse in de numerieke oplossing van beginwaardeproblemen bij gewone differentiaalvergelijkingen, of in aanverwante gebieden, worden de twee boeken warm aanbevolen.

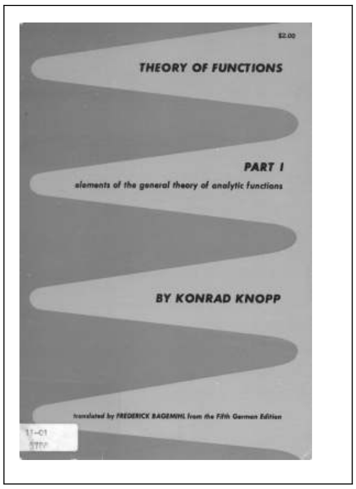
*E. Hairer, S.P. Nørsett & G. Wanner,* ***Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff problems****, Springer Series in Comput. Mathematics, Vol. 8, Springer-Verlag 1987, Second revised edition 1993.*

*E. Hairer & G. Wanner,* ***Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems****, Springer Series in Comput. Mathematics, Vol. 14, Springer-Verlag 1991, Second revised edition 1996.*

## Voordeliger dan science fiction

**A.J. van der Poorten** *alf@math.mq.edu.au*

I spent 1960 in Israel, on a youth leadership course and mostly labouring on border settlements. I could not afford to keep buying science fiction books, which I would complete in an hour, and which did not warrant rereading more than a dozen or so times. But then I chanced upon Dover's set of books and problem books on 'Theory of Functions' by Konrad Knopp. At $5 \times \$1.35$ that was at a cost of some twenty SF books, but providing many more hours of interesting occupation. For the rest of that year I read and reread the three text volumes and worked on the associated problems to the extent of trying to understand their hints and solutions.




I had intended to return to Australia to study physics at Sydney University. But, by September, I was moved to write to my high school mathematics teacher to ask him about an undergraduate scholarship in mathematics I recalled him speaking of. On returning to Sydney in February, 1961, I accepted an offer of a cadetship in mathematics at the University of New South Wales. It paid me to complete an honours degree, and required me to accept a position for a minimum of three years once I had my PhD (so, in 1968, I *had to* take a tenured lectureship in mathematics at UNSW — a few years later there were scores of candidates competing for each such vacancy).

I had soon augmented my naïve but detailed knowledge of introductory classical complex analysis by a careful reading of Whittaker & Watson (at an expensive 116 shilling); Dienes, 'The Taylor Series' (a Dover book I bought in 1963 for 32 shilling) was influential. I've never shaken off the feeling that making a problem think you know very little is a fine way to trick it into succumbing to your attack.

Knopp tells a compelling story in which analytic continuation is an impressive miracle. I still think of his treatment of double periodicity with affection; later, grafting Bellman's 'Brief introduction to theta functions' (Holt, Rinehart and Winston, at 20 shilling in 1962) on to that was helpful. Of course, I've learned more of the subject since, perhaps from better books. None influenced my life nearly as drastically.

By the way: my favourite SF story, back in 1960, was Eric Frank Russell, 'Plus X', in *4 for the Future*, Groff Conklin, ed. 1959, US$0.35.

*Konrad Knopp,* ***Elements of the Theory of Functions, Theory of Functions, Volumes 1 and 2****, and* ***Problem Books in the Theory of Functions, Parts 1 and 2****; in five volumes; Dover Publications Inc., New York (in 1960 priced at US$1.35 per volume).*

## Kwadratische vormen

**F. van der Blij**

Kan ik de vraag welk wiskundeboek in mijn leven op mij de meeste indruk heeft gemaakt beantwoorden? Zijn mijn indrukken van wiskundeboeken lineair te ordenen? De Amsterdamse Boekengids vroeg mij enkele jaren geleden *"Welk boek heeft U op het spoor gezet?"* Een iets andere maar wel verwante vraag. In het nummer van oktober 1996 beschreef ik hoe Bieberbachs Funktionentheorie me tot de wiskunde als blijvende activiteit aanzette.

Ik kreeg dit boek bij mijn eindexamen HBS door bemiddeling van mijn wiskundeleraar Wichers, die mij in de periode van de vijfde klas in vele uren niet alleen de schoonheid van de meetkunde, zijn lievelingsvak, maar ook de beginselen van de analyse had laten ontdekken. Het was een college van dr. L.W. Nieland in de oorlogsjaren in Utrecht waardoor ik getroffen werd door de toepassing van de analyse om stellingen over gehele getallen te krijgen. De klassieke theorie van Jacobi die de thetafunkties gebruikt om aantallen representaties van natuurlijke getallen als sommen van kwadraten te schrijven was voor mij een bron van inspiratie. Toen ik dr. Nieland vroeg mij verder te begeleiden in dit vak wees hij mij bescheiden terug: "Ik ben maar een tijdelijke invaller, U moet een andere leermeester zoeken." Zo kwam ik met de zelfde vraag terecht bij de Leidse docent, dr. H.D. Kloosterman, waar ik enige tijd colleges van gevolgd had. Hij vertelde over zijn eigen onderzoek over het gebruik van thetafunkties om de karakters van de modulaire congruentie groepen te bepalen. En hij raadde mij als lectuur *Über die analytische Theorie der quadratischen Formen* van C.L. Siegel aan. En dit artikel heeft toen meer indruk gemaakt dan de wiskundeboeken, die ik gelezen had. De geheel andere methode om dezelfde problemen over de representatie van natuurlijke getallen door kwadratische vormen te behandelen boeide me uitermate.


ÜBER DIE ANALYTISCHE THEORIE DER QUADRATISCHEN FORMEN

Het fundamentele idee dat getaltheoretische stellingen af te leiden zouden zijn uit 'analytische' behandeling van het probleem, namelijk de weg om het probleem over de ring van de gehele getallen in verband te brengen met het zelfde probleem geformuleerd over het lichaam van de reële getallen en over alle $p$-adische lichamen, was voor mij een zo groot wonder, dat ik daar niet los van gekomen ben.

*C.L. Siegel,* ***Über die analytische Theorie der quadratischen Formen****, Annals of Mathematics 36 (1935), 527 - 606.*