

W. Bosma

Katholieke Universiteit Nijmegen, Subfaculteit Wiskunde
Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen
bosma@sci.kun.nl

Interactieve algebra cd-rom

Het elektronische wiskundeboek is er!

Nu zal dat U wellicht evenzeer opwinden als de aankondiging dat de zomerkoninkjes er weer zijn, maar dat is niet helemaal terecht. Met 'elektronisch boek' bedoel ik hier niet een elektronische versie van een gewoon boek — dat zou immers weinig opmerkelijk zijn langzamerhand — maar een ingewikkeld elektronisch document (geleverd op cd-rom) dat met zijn extra *features* de pretentie heeft het boek overbodig te maken. Weliswaar wordt de cd verpakt in een hard stuk karton dat tevens de voorkant van een ouderwets boek is dat de dezelfde tekst bevat, maar dat is slechts een tijdelijke maatregel zolang cd's nog detoneren in de Documentwinkel. Laten we ons ook niet direct verliezen in sombere overpeinzingen dat in het *fin de siècle* boeken nog slechts verpakkingsmateriaal voor cd's zijn.

Bij de mild kritische opmerkingen die ik me ga veroorloven moet U natuurlijk bedenken dat in elke recensent een gemankeerd auteur schuilgaat. *Mild* kritisch vanwege kwaliteit en karakter van het experiment, en omdat de recensent natuurlijk nog wel *door één deur moet kunnen* met de auteurs. Die moderne beeldspraak schiet met drie auteurs wat tekort, maar het brengt ons wel direct op de juiste populaire toon. Want de inleiding in de algebra waar we het hier over hebben, wordt aangekondigd als *Algebra Interactive!*, en met *Learning Algebra in an Exciting Way*. Na opening van het document met een moderne *browser* op PC of workstation krijgen we een scherm te zien met een snel logo — interactive document **Algebra** met de **e** (van elektronisch?) daartussen gefrommeld om **idea** te spellen — en handige *buttons*, waarvan vooral degene met het label *cool* intrigeert. Daarmee kun je *applets* aanklikken, die de algebra moeten illustreren. Ik doe hier mijn

best elementen van het *popi* taalgebruik te laten zien die de verpakking van dit document *appeal* voor de Jonge Gebruiker moeten verschaffen. Helaas roept dat bij mij altijd het beeld op van de net iets te vlotte Oudere Jongere die wanhopig probeert door zijn toffe woordkeus aansluiting te krijgen bij de jeugd.

Maar laat ik er direct bij zeggen dat ik hiermee zo ongeveer uitpuittend ben geweest in het geven van dergelijke voorbeelden, omdat die slechts aan de oppervlakte (en dan nog spaarzaam) te vinden zijn. Bekijken we om te beginnen de tekst van het document (door ouderwets in het boek te lezen) dan valt ons weinig bijzonders op: het is een vlot geschreven boek met een redelijke keuze van onderwerpen (in 8 hoofdstukken: Arithmetic, Modular Arithmetic, Polynomials, Modular Arithmetic for Polynomials, Permutations, Monoids and Groups, Rings and Fields, Permutation Groups), en een aardige keuze van toepassingen (RSA, radar detection, error-correcting codes). Daar gaat het natuurlijk niet om; wel om de vraag: wat voegt de cd-rom toe aan het boek? Aan de tekst zelf weinig (al is het aardig de kleine stukjes op te sporen die in het boek niet gereproduceerd zijn — verbeeld ik het me, of zijn daar nou net de stilistisch mindere passages te vinden?). Integendeel zelfs, zou je kunnen zeggen: omdat met de huidige generatie HTML nog geen fraai ogende wiskundetekst te produceren valt, is de typografie op het scherm inferieur (zelfs voor het \geq teken wordt een gif-plaatje gebruikt); bovendien is de vormgeving (anders dan die in het boek) die van het bekende Amerikaanse tekstboek met Stellingen in grote gele blokken. Een menu onder in zo'n blok verschaft toegang tot een nieuw venster met daarin Bewijs, Voorbeeld, Illustratie of wat dies meer zij. Het valt verder op dat er zo heel erg *weinig*

tekst op een beeldscherm past. En hoe weinig geschikt een tamelijk lineaire wiskundetekst als deze eigenlijk is voor het heen en weer springen met de hyperlinks die gegeven worden (bovendien raak je daar soms ergerlijk de draad door kwijt wanneer je in het opgeroepen venster niet terug kunt klikken).

De werkelijk toegevoegde waarde zit hem in de *coole* applets bij elk hoofdstukje en de *gapplets* die op vrijwel elke pagina te vinden zijn. Een applet is een klein in Java geschreven programmaatje waarmee je via muisklikken kunt communiceren: typisch is het resultaat van zo'n klik een kleine animatie — een driehoek draait en verandert daarbij van kleur. Een 'gapplet' verschaft hier toegang tot het meegeleverde computeralgebra pakket GAP (voor Groups, Algorithms and Programs), zij dient voor het uitvoeren van zeer specifieke opdrachten, zoals het in factoren ontbinden van een geheel getal dat in een venstertje kan worden ingetypt.

Enkele applets zien er bijzonder fraai uit en illustreren concepten heel helder. Zo kun je met muisklikken een graaf maken, en vragen of een bepaalde permutatie van de punten aanleiding geeft tot een automorfisme; het antwoord wordt gegeven door beide versies van de graph in een animatie over elkaar te schuiven en te laten zien of dat precies 'past' of niet.

De 'gapplets' vond ik in het algemeen wat minder bevredigend. Hinderlijk vond ik (na het opvallend gemakkelijk installeren van de cd, zowel in Windows- als in UNIX-omgeving) het relatief grote aantal fouten dat ik tegenkwam: binnen een kwartier kreeg ik enkele malen een *internal error* met onbegrijpelijke GAP-fouten over het scherm, alsook diverse malen de mededeling `GAP OUTPUT doesn't make sense`. En dat zonder mezelf

uit te leven in de favoriete sport om zulke fouten uit te lokken aan de randen van het toelaatbare! De begrijpelijke restricties op de invoer, die er voor zorgen dat je geen nieuwe taal hoeft te leren, nemen soms kolderieke vormen aan: zo is 100 een bovengrens op de getallen waarvan een kleinste gemene veelvoud bepaald kan worden. Maar mijn voor naamste bezwaar is dat de gebruiker helemaal geen realistisch beeld verschaft wordt van wat makkelijk en wat moeilijk is voor een pakket als GAP: 2^{35} kan evenmin ontbonden worden als een product van 35-cijferige priemgetallen. En dat raakt de kern van een ander punt dat me bijzonder opviel. Hoewel het Preface rept van *emphasis on computational and algorithmic aspects*, lijkt het hele gebruik van GAP dat van de 'zwarte doos': vrijwel nergens wordt een verband gelegd tussen de theorie en wat er gebeurt wanneer een voorbeeld wordt uitgerekend. Zo worden er twee gaplets gegeven voor het berekenen van grootste gemene delers: in de ene wordt in de doorsnijding van verzamelingen delers van twee getallen het grootste element gezocht, in de andere wordt (de uitgebreide versie van) het algoritme van Euclides toegepast (neem ik aan!). Maar het lijkt mij niet ondenkbaar dat het de argeloze Jongeling ontgaat dat alleen dat laatste algoritme ook heel goed toepasbaar is op hele grote voorbeelden — toegang daartoe heeft hij immers niet!

Is dit de toekomst van het wiskundeboek? Ik denk dat deze vraag een gedifferentieerd antwoord behoeft: de tijd lijkt nog vrij ver weg dat je even comfortabel een elektronische tekst leest als een conventioneel boek. Voor een deel heeft dat met bladergemak te maken, met snelheid van het verversen van pagina's, met ongemakkelijke apparaten waarmee je niet prettig op de bank gaat zitten, voor een deel ook met uiterst gebrekkige typografie. Ik zie daar, met betere software (MathML?), snellere chips en hopelijk geheel nieuwe handzame lees-devices, op termijn wel verbetering in komen — maar er is nog een lange weg te gaan. Als lezer ben ik voorlopig sceptisch. Als (voorlopig gemankeerd) auteur van een dergelijk project zou ik opzien tegen de enorme extra inspanning die de illustraties vergen, vooral nu er nog zo weinig hulpmiddelen voorhanden zijn. Uitgevers zijn kennelijk dol op *nieuwe media* en zien wel brood in een nieuwe generatie geïntegreerde documenten. De eerste berichten over de verkoop lijken ook zeer bemoedigend. Sommige opleidingen zijn eveneens snel in het uitproberen van deze nieuwe vormen — waarbij ik trouwens ook al geluiden opving dat toch vooral

het *boek* door de studenten wordt gebruikt. Dat reflecteert wellicht de overdreven hooggespannen verwachtingen die sommigen koesteren omtrent de aantrekkingskracht op jongeren van alles wat met computers, internet en applets te maken heeft. Wanneer niet om *intrinsieke* redenen gebruik gemaakt wordt van de computer — bijvoorbeeld omdat je sommige concepten heel treffend kunt animeren — maar slechts om de vorm, omdat het aansluit bij de cultuur, is een dergelijke toepassing even zinloos en misplaatst als het draaien van popmuziek tijdens een college. Wanneer je kunt laten zien dat een computer-algebrapakket je in staat stelt sneller en verder te rekenen dan je ooit met de hand zou kunnen, en dat er *wiskunde* voor nodig is om dat efficiënt te kunnen, dan helpt dat je verder. Maar als het je slechts in staat stelt op ondoorzichtige wijze speelgoedvragen te beantwoorden doet het misschien meer kwaad dan goed.

Ik heb boven al proberen aan te geven in hoeverre deze overwegingen van toepassing zijn op *Algebra Interactive*: sommige goede bedoelingen worden door de technologie geïnuïcuït, sommige illustraties zijn zeer treffend, en soms staan programma en tekst te ver

van elkaar. Begon ik met de pretentie te formuleren dat dit product het ouderwetse boek overbodig wil maken, ik wil eindigen met een opmerking over de plaats van *Algebra Interactive* in een groter verband. Het product is geboren uit een ambitieuze poging om in OpenMath een geïntegreerd document te schrijven dat bestaat uit verscheidene componenten: *tekst* met hyperlinks die in een browser bekeken en doorlopen kan worden; activeerbare *applets* alsmede voor een computeralgebrapakket uitvoerbare opdrachten voor berekeningen die voor verwerking naar het favoriete pakket van de lezer verzonden kunnen worden. Er wordt hard gewerkt aan een standaard die er voor moet zorgen dat met alle bekende pakketten gecommuniceerd kan worden, zodat ongemerkt GAP ook vervangen kan worden door Maple of Mathematica. Zover is het nog niet; maar misschien draagt dit perspectief bij aan het ontzag voor het pionierswerk dat de auteurs met dit project hebben verricht. Ik raad iedereen van harte aan daarvan ook zelf kennis te nemen. ◀

Arjeh M. Cohen, Hans Cuypers, Hans Sterk, *Algebra Interactive!*, Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag 1999.

