

Jef L. Teugels

EURANDOM

Postbus 513

5600 MB Eindhoven

jef.teugels@wis.kuleuven.be

Overzichtsartikel

Risicobeheer door herverzekeren

Grote natuurrampen, zoals orkanen en overstromingen, vinden zelden plaats. Toch wil het publiek zich hier graag tegen verzekeren. De grote verzekeringsmaatschappijen kunnen dergelijke risico's niet dragen: zij brengen hun verzekering weer onder bij andere partijen, tegen vaak weer andere voorwaarden. Dergelijke ketens van verzekeringen hebben een rijke wetenschappelijke structuur. Jef Teugels is emeritus hoogleraar in de kansberekening en statistiek aan de Katholieke Universiteit Leuven. Hij heeft baanbrekend onderzoek verricht op tal van gebieden, waaronder risictheorie en data-analyse, met toepassingen in de verzekeringswereld en de milieuwetenschap.

Verzekeringsmaatschappijen zijn in principe niet geneigd zeer grote risico's te lopen, tenzij de cliënt daarvoor een behoorlijke premie op tafel legt. Een alternatieve manier om aan risicobeheer te doen bestaat erin dat de maatschappij zichzelf als verzekeringsnemer gaat beschouwen. Ze zal dan tegen een negotieerbare premie een polis afsluiten bij een *herverzekeringsmaatschappij*, die hierdoor zelf een deel van het verzekerde risico gaat dragen.

Herverzekeren is één van de meest courante vormen van risicodeling, waarbij beide partners verschillende redenen zullen hebben om een contract af te sluiten. Welke vorm een herverzekeringscontract aanneemt is ook afhankelijk van een hele reeks andere factoren die verderop aan bod komen.

Wie uitkijkt naar een herverzekeringscontract heeft als hoofdbedoeling zich in te dekken tegen onverwachte of grote schadevorderingen. Voor zeer waardevolle constructies zoals vliegtuigen, olietankers of kantoorgebouwen worden ook de risico's van de herverzekeraar verder herverzekerd bij een andere maatschap-

pij. Daardoor ontstaan verzekeringsketens van verzekeringsnemers, die zich elk voor een gedeelte van het risico borg stellen, maar zich tegelijkertijd indekken bij een volgende maatschappij in de keten.

Zware verliezen

Zoals de beroemde Karl Borch het formuleerde in [5] moet een verzekeringsmaatschappij door herverzekering trachten de kans op zware verliezen zo klein mogelijk maken, eventueel zelfs uitsluiten om te vermijden dat de maatschappij ernstige schade zou lijden. Zo behoudt de maatschappij haar solvabiliteit en geloofwaardigheid op de verzekeringsmarkt.

Voorbeelden van potentiële zware verliezen zijn gemakkelijk te geven. Hier zijn er enkele.

Het optreden van uitzonderlijk grote schadevorderingen

Hierbij denken we aan ernstige ongevallen zoals de vliegcrash van de Bijlmermeer of de ontploffing van de vuurwerffabriek in Enschede. Ook accidenten in nucleaire installaties kunnen aanleiding

geven tot enorme vorderingen. Vergissingen in een medische behandeling leiden vaak tot uitzonderlijk zware gerechtskosten met bijbehorende schadeloosstellingen. Denken we verder aan milieurampen zoals veroorzaakt door de *Exxon Valdez* of de *Amoco-Cadiz* dan kunnen we gemakkelijk inzien dat één enkele verzeke- raar onmogelijk een dergelijke ramp alleen overleeft. Veelal spreken we in zulke omstandigheden over *katastrofen*, al is een steekhoudende definitie van dit begrip niet eenvoudig te geven.

Het samenvallen van een ongewoon groot aantal schadevorderingen

Soms samengebracht in een *schadecluster*. Door het grote aantal schadevorderingen dienen de individuele eisen niet exuberant te zijn. Voorbeelden hiervan zijn bosbranden die verantwoordelijk kunnen zijn voor een hele reeks min of meer belangrijke vorderingen. Maar ook windstormen, orkanen, tornado's en aardbevingen kunnen aanleiding geven tot een explosie van schade-eisen. Samengevoegd vormen dergelijke individuele eisen vaak een catastrofale ramp die alleen maar door meerdere verzekeraars samen gedragen kan worden, veelal in samenspraak met een of ander rampenfonds.

Systematische ontwikkelingen in schadevorderingen

Bijvoorbeeld kan één gerechtelijke uitspraak over een schade-eis door een recht-

bank een waterval van analoge gerechtszaken tot gevolg hebben. Maar ook de aanval op het World Trade Center heeft een golf van (her-)verzekeringsmaatregelen tot gevolg gehad. Om opgewassen te zijn tegen dergelijke verrassingen kan het nemen van een herverzekering een mogelijke oplossing bieden.

Onverwachte schommelingen van inkomsten langs premies

Dergelijke fluctuaties kunnen gemakkelijk aanleiding geven tot het onderschrijven van een herverzekeringscontract. In sommige periodes moeten verzekeraars opboksen tegen inflatie, terwijl ook het opstellen en negotiëren van contracten tot hoge bedragen aanleiding kan geven. We mogen ook niet uit het oog verliezen dat alleen de allereerste verzekeraar bij de cliënt kan gaan aankloppen voor de betaling van de premie. Hiervan moet hij dan nog een behoorlijk groot deel afstaan aan zijn eigen herverzekeraar. Naderhand premies herzien is altijd een erg onpopulaire maatregel.

Uitholling van levenverzekeringen

Recent zijn zelfs de vroeger zo stabiele verzekeringen in een versneld herverzekeringsvaarwater terecht gekomen. Eerder betaalde premies hebben door inflatie waarde verloren. Ook is er het niet onbelangrijke feit dat op dit ogenblik de gemiddelde levensverwachting met circa één jaar stijgt per zes jaar. Hierdoor moeten vroegere prognoses zwaar worden bijgesteld.

Hoe het ook zij, door zichzelf te herverzekeren vermindert een verzekeringsnemer de mogelijke risico's. Er zijn natuurlijk andere manieren om aan risicospreiding te doen. Zo kan een maatschappij intern reserves aanleggen en zich zo indekken tegen grote schadevorderingen. Een meer gebruikelijk alternatief is dat de verzekeraar de premies opdrijft met het risico hierdoor klanten te verliezen. Recent stelt men vast dat verzekeraars klanten uitsluiten als deze voor hen een te groot risico inhouden. Zo worden jongeren en bejaarden vaak discriminerend behandeld in de automobielverzekering. Eventueel

zal de maatschappij de betaling van grote bedragen op de lange baan schuiven of juridisch aanvechten, zodat ondertussen meer inkomsten uit eigenbeheer ge genereerd kunnen worden.

Enkele praktijkvoorbeelden waar herverzekering een rol speelt

We moeten ons wel bewust zijn dat termen als *grote schadevordering* of *katastrofe* niet accuraat kunnen worden vastgelegd. Bovendien zijn zulke begrippen vaak afhankelijk van ruimte en tijd. De mogelijke verliezen bij een ernstige aardbeving in Tokyo of Los Angeles zouden wel eens de financiële capaciteit van de hele verzekeringswereld kunnen overschrijden. De aanval op het World Trade Center heeft een kettingreactie veroorzaakt van falingen in de verzekerings- en financiële wereld.

De voorbeelden in de kaders bevatten cijfermateriaal dat kan worden teruggevonden op de webstek van *Swiss Re*, een van de hoofdspelers op de internationale herverzekeringmarkt.



John Phillips, NASA Science Officer, nam deze foto van de orkaan Emily op 17 juli 2005. De orkaan woedde op dat moment boven de Caribische zee, ten oosten van het Yucatan-schiereiland.

Orkanen bij de Golf van Mexico: schade-eisen

In het voorbeeld hieronder geven we een kort overzicht van de belangrijkste schadevorderingen (in miljoen dollar) die over de laatste vijfendertig jaar werden uitbetaald voor orkanen in het gebied van de Caraïben en de Golf van Mexico.

Naam	Datum	Bedrag
Andrew	23.08.92	20.900
Hugo	15.09.89	6.203
Georges	20.09.98	3.969
Floyd	10.09.99	2.597
Opal	01.10.95	2.526
Iniki	11.09.92	2.090
Fran	05.09.96	1.870
Luis	03.09.95	1.804
Gilbert	10.09.88	1.694
Isabel	18.09.03	1.685
Celine	04.08.70	1.463
Grace	29.10.91	1.346

De bedragen in de laatste kolom verwijzen naar 2003. Oudere cijfers zijn gecalibreerd voor koerswijzigingen. Merk op hoe orkaan Andrew evenveel kapitaal heeft opgeëist als de zeven volgende in de rij. Niet verwonderlijk dat meer dan vijftig verzekeringsmakelaars uit de staat Florida bankroet gegaan zijn op deze eenmalige gebeurtenis. Vermoedelijk was een aantal onder hen niet voldoende herverzekerd.

Cijfermateriaal: *website Swiss RE*

Een verzekeraar zal er zorg voor dragen dat hij zich indekt door in te schrijven op een gemengde lijst van herverzekeringscontracten. Inderdaad is het niet aangewezen om een portefeuille integraal te herverzekeren, omdat dan ook de premies integraal naar de herverzekeraar gaan. Enkele elementen die meespelen bij het afsluiten van een herverzekeringscontract zijn de volgende:

- Is herverzekeren al dan niet nodig?
- Indien ja, welke vorm moet dan worden aangewend?
- Hoe splitsen we de risico's tussen verzekeraar en herverzekeraar?
- Wat gebeurt er met de premies?

Herverzekeringscontracten

De onderliggende redenering voor het afsluiten van een herverzekeringscontract moet zijn dat de verzekeraar een voor hem optimaal deel van het risico behoudt. Neemt hij te weinig risico, dan zullen zijn financiële baten ook gering zijn; neemt hij te veel, dan wordt hij kwetsbaarder. We voeren notaties in om de belangrijkste componenten in kaart te brengen.

We gaan er van uit dat we te maken hebben met een homogene portefeuille, zodat eventuele schadevorderingen kunnen bekeken worden als komend uit eenzelfde kansverdeling. Stellen we deze opeenvolgende vorderingen voor door

$$\{X_1, X_2, \dots\},$$

dan nemen we aan dat deze stochastische veranderlijken onafhankelijk zijn en dezelfde verdeling F hebben als de veranderlijke X . Nemen we dan nog aan dat het aantal schadevorderingen tot op een tijdstip t gegeven is door het stochastisch proces $\{N(t); t \geq 0\}$, dan wordt de totaalschade tot op tijdstip t gegeven door de som

$$X(t) := \sum_{i=1}^{N(t)} X_i.$$

De verdeling van $X(t)$ wordt voorgesteld door

$$G_t(x) = P(X(t) \leq x).$$

In een *herverzekeringscontract* wordt het bedrag $X(t)$ opgesplitst in twee delen als $X(t) = D(t) + R(t)$, waarbij $D(t)$ het *eigenbehoud* voorstelt, dat wil zeggen het deel waarvoor de verzekeraar zelf verantwoordelijk is, en $R(t)$ het *herverzekerd deel* is dat naar de herverzekeraar gaat.

Er zijn twee belangrijke families van contracten, namelijk proportionele en niet-proportionele. In beide families zijn nog speciale vormen gebruikelijk. We zetten de meest gebruikte contracten op een rij en bespreken ze in het kort.

Proportionele contracten

Er zijn twee belangrijke *proportionele contracten*.

De herverzekeraar neemt een vaste proportie — zeg a — over van de totaalschade. Dit betekent dat

$$R(t) = a \sum_{i=1}^{N(t)} X_i = a X(t)$$

waarbij $0 < a < 1$ de *proportiefactor* wordt genoemd. Men spreekt over *propor-*

tionele herverzekering of ook over een *quota-share contract*. Dit soort contract is populair als het risico gedeeld wordt tussen gelijkwaardige partners. Een bekend voorbeeld is die van de ziekteverzekering, waarbij de klant zelf een proportioneel deel van het risico op zich neemt. Spijtig genoeg zijn geen van beide partners gedekt tegen grote schade vorderingen. Bovendien verdubbelt de administratieve behandeling van de vorderingen onder dit soort contract.

Een gedeeltelijk proportionele herverzekeringsvorm is het *surpluscontract*, waarbij het herverzekerd bedrag mee bepaald wordt door de waarde van het verzekerde goed. Stel dat Q_i de waarde is van het goed waarop de i -de schade-eis X_i betrekking heeft. Zo lang Q_i beneden een *retentie* M blijft, is de schade X_i gedekt door de verzekeraar. Is echter $Q_i \geq M$, dan wordt diens aansprakelijkheid beperkt tot het bedrag M/Q_i terwijl wat overblijft naar de herverzekeraar gaat. Surplus contracten zijn enorm populair in brandverzekering; ze worden ook meestal gebruikt in de scheepvaart en bij stormschade. Ondanks de populariteit van het surpluscontract in de praktijk, toch is er nog geen uitgebreide wetenschappelijk ondersteuning voor dit soort contract opgesteld. De afhankelijkheid tussen de schadevordering X_i en de waarde Q_i in het koppel (X_i, Q_i) is daarbij cruciaal.

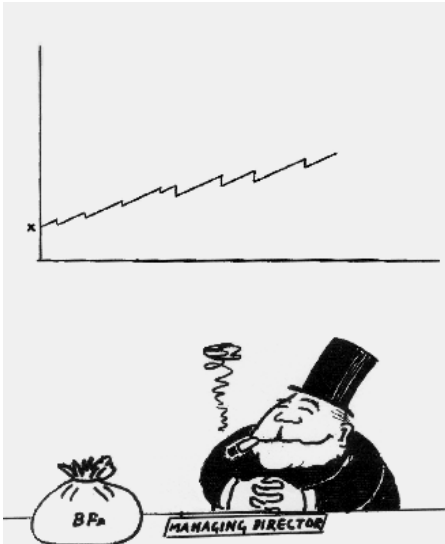
Niet-proportionele contracten

Binnen de *niet-proportionele contracten* zijn er twee erg gebruikelijk.

Allereerst het *excess-loss* contract, waarbij de eerste verzekeraar verantwoordelijk is voor maximaal een *retentie* M . Het eventuele deel van de schade dat hoger ligt wordt naar de herverzekeraar doorgeschoven. Voor die laatste is M dus een *franchise*. Het herverzekerd bedrag is dan gegeven door

$$R(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} (X_i - M)_+$$

waarbij $x_+ = \max(0, x)$. Dit soort contract is gebruikelijk bij algemene aansprakelijkheid, terwijl het ook vaak gebruikt wordt bij automobielverzekering en stormschade. Noteer dat het leeuwendeel van een grote schadevordering naar de herverzekeraar gaat; de premiedeling tussen de twee partners zal dan ook aanleiding ge-



Ragnar Norberg, 1972

ven tot onderhandelingen. Administratief is deze contractvorm interessanter voor de herverzekeraar dan de proportionele vorm omdat maar een fractie van de oorspronkelijke vorderingen wordt doorgeschoven.

Bij een *stop-loss* contract wordt elke individuele schadevordering bekeken als een integraal deel van de portefeuille. Hierdoor wordt het herverzekerd bedrag gegeven door

$$R(t) = \left\{ \sum_{i=1}^{N(t)} X_i - C \right\} +$$

waarbij de *retentie* C op de totaalschade bepaald wordt. Een *stop-loss* contract wordt gebruikt wanneer het aantal schadevorderingen $N(t)$ groot is. Ook kan men zo'n contract bekijken als een *excess-loss* voor de ganse portefeuille. *Stop-loss* herverzekering wordt aangewend bij storm- en hagelschade, af en toe bij brandverzekering. Voor de herverzekeraar is dit soort contract administratief erg interessant daar er ten hoogste één schadevordering kan binnenlopen.

Contracten voor grote schadevorderingen

Het merendeel van de herverzekeringscontracten valt in één van de hierboven beschreven categoriën. Toch zijn er oudere en ook nieuwere vormen bekend die meer verwijzen naar grote schadevorderingen. De contracten in deze categorie worden bepaald door eerst de schadevorderingen te ordenen naar stijgende bedragen. Dit levert

$$X_1^* \leq X_2^* \leq \dots \leq X_{N(t)}^*$$

We vermelden twee soorten contracten.

Kijken we enkel naar de grootste eisen, dan verkrijgen we een *grootste eisen contract* (*largest claims reinsurance*) waarbij het herverzekerd gedeelte gegeven wordt door

$$R(t) = \sum_{i=1}^r X_{N(t)-i+1}^*$$

Hierbij worden dus de r grootste vorderingen doorgeschoven naar de herverzekeraar.

Een theoretisch interessante versie wordt gegeven door eerst een retentie toe te passen op de grootste vorderingen. Dit gebeurt in een *ECOMOR contract*, een vorm die door een Franse actuaaris Thépaut werd voorgesteld in 1950 in [14]. De naam is een acronym voor *excédent du coût moyen relatif*. Het herverzekerd bedrag is hier

$$R(t) = \sum_{i=1}^r X_{N(t)-i+1}^* - r X_{N(t)-r}^* = \sum_{i=1}^{N(t)} \left\{ X_i - X_{N(t)-r}^* \right\}_+$$

Het bedrag $R(t)$ dekt dus enkel dat gedeelte van de r hoogste schade-eisen dat boven de stochastische franchise $X_{N(t)-r}^*$ uitsteekt. Dit soort contract heeft in de jaren 80 van de vorige eeuw een beperkt gebruik gekend bij Zwitserse en Scandinavische herverzekeraars.

Mengvormen

Andere contracten en mengvormen zijn natuurlijk mogelijk en zelfs gebruikelijk. We vermelden er enkele om aan te geven dat verder theoretisch inzicht in het stochastisch verloop van een portefeuille hulp kan bieden bij het nemen van beslissingen. Combinaties van verschillende contracten zijn erg gewoon. Bijvoorbeeld worden proportionele en *stop-loss* contracten verwerkt in

$$R(t) = a(X(t) - M)_+$$

Analoog levert het superponeren van een *stop-loss* contract bovenop een *excess-loss*

$$R(t) = \left(\sum_{i=1}^{N(t)} (X_i - M)_+ - C \right)_+$$

een populaire combinatie.

Meer recent wordt gebruik gemaakt van *drop down excess-loss contracten*. Hierbij wordt een schadevordering langs beide kanten gecensureerd door bedragen die afhangen van de grootte van de schadevordering. Meer precies levert dit contract voor de herverzekeraar het totaal

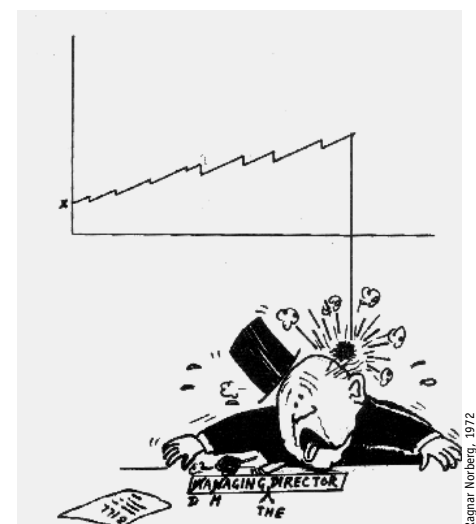
$$R(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} \min(L_i, (X_{N(t)-i+1}^* - M_i)_+)$$

op, waarbij M_i voor de franchise staat en L_i voor de retentie voor de herverzekeraar.

Bijdragen vanuit EURANDOM

Uit bovenstaande mag blijken dat het terrein van herverzekeringen aanleiding geeft tot interessant wetenschappelijk onderzoek en praktische implementatie. Als eerste stap in een gestructureerde aanpak is een compendium samengesteld [13], waarin een 500 artikels werden verwerkt die rechtstreeks danwel onrechtstreeks met herverzekeringen te maken hebben. Wat daarbij opvalt was dat het aantal publicaties dat dieper ingaat op stochastische en statistische aspecten van herverzekeringen bedroevend klein is. Dit is één van de belangrijkste redenen om dit onderwerp te selecteren voor EURANDOM.

Een aantal workshops is ingericht, waarvan een *Statistical Issues in Actuarial Risk Modelling: Dependence Modelling and Detrending*, die gesponsord is door de Nederlandse vleugel van *AON-Re Europe*, een van de marktleiders in de herverzekeringswereld. Een andere workshop ver-



Ragnar Norberg, 1972

Orkanen in Zuid-Azië: slachtoffer aantallen

Onderstaande gegevens zijn gebaseerd op een Swiss-Re lijst voor rampen waarbij niet naar verzekerd kapitaal wordt gekeken maar naar het aantal slachtoffers. Bijgevoegd staat het deellijstje van de slachtoffers van cyclonen en orkanen die optraden in het Zuid- Aziatisch gebied over de laatste vijfendertig jaar.

Wat opvalt in deze lijst is dat de zwaarste rampen aanleiding geven tot de ruwste cijfers. De recente *tsunami* van 26 december 2004 bevestigt dit soort vaststelling, vooral omdat de slachtoffers over een enorm gebied verspreid waren. De massale solidariteitsacties zouden de internationale organisaties kunnen inspireren om structuren uit te werken die geschikt zijn om in te springen bij zulke rampen. Het ligt immers niet voor de hand hoe een enkel land zich zou kunnen indekken tegen dit soort rampen, tenzij wereldwijd een soort verzekeringspakket kan worden ontwikkeld. Dit voorbeeld toont ook aan dat niet voor alles een verzekering, laat staan een herverzekering, bestaat.

Plaats (Naam)	Datum	Slachtoffers
Bangladesh	14.11.70	300.000
Bangladesh (Gorky)	29.04.91	138.000
India	01.09.78	15.000
Bangladesh (O5B)	29.10.99	15.000
Bengal Gulf	31.10.71	10.800
Bengal Gulf	20.11.77	10.000
Bengal Gulf	25.05.85	10.000
Venezuela	15.12.99	10.000
Honduras (Mitch)	22.10.98	9.000
Philippines (Thelma)	05.11.91	6.304
Brazil	15.11.01	5.112
Vietnam (Linda)	01.11.97	3.840
Punjab	08.09.92	3.800
China (Yangze)	01.07.98	3.656
Reunion	16.04.78	3.200

Cijfermateriaal: *website Swiss RE*

wijst meer naar financiële aspecten en handelt over *Exotic Option Pricing under Advanced Lévy Models*.

Binnen EURANDOM wordt vooral aandacht besteed aan afgeleide onderzoeks-onderwerpen. Enkele daarvan hebben inmiddels aanleiding gegeven tot publicaties terwijl andere nog in de steigers staan. De algemene noemer voor de researchonderwerpen is het ontwerpen van richtlijnen die kunnen leiden tot een gestructureerde keuze van een welbepaalde herverzekeringvorm.

Herverzekering

Een eerste cruciale vraag is waarom grote schade-eisen angstvallig worden vermeden in de gebruikte contracten. Nochtans

wordt het optreden van katastrofale vorderingen steevast opgegeven als dé belangrijkste reden voor het afsluiten van een herverzekeringcontract. Omdat vooral *ECOMOR* een tijd in de lift had gezeten werd daaraan een sleutelrol toebedeeld. Het bleek snel dat in dit soort contract het herverzekerde kapitaal

$$R(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} \left\{ X_i - X_{N(t)-r}^* \right\}_+$$

een bijzonder ingewikkelde stochastische structuur heeft. Het gaat inderdaad om een stochastische som van veranderlijken die zeer sterk onderling afhankelijk zijn omwille van hun ordening in de schade-

groottes.

Ondanks deze ingewikkeldheid is het toch mogelijk geweest om limietresultaten te bekomen die een expliciete benadering van de verdeling van $R(t)$ opleveren. Ook voor de verwachting $ER(t)$ en de variantie $Var(R(t))$ werden benaderingsformules afgeleid. Enkele van deze resultaten waren embryonaal al ontwikkeld in [12] en opgenomen in [4]. Een systematische en gedetailleerde behandeling is opgenomen in [7], dat binnenkort zal verschijnen. De basisonderstelling bij de verworven resultaten is dat de verdeling F van de schadegrootte aanleiding moet geven tot zwaar-staartgedrag, wat wordt vertaald in het gebruik van extremewaardetheorie.

Stochastische modellering van handel in verzekeringen

Als toetsmateriaal werd door D. Silvestrov en zijn medewerkers in Mälardalen University, Västerås, Sweden een pilot-programma uitgewerkt onder de naam *Stochastic Modelling of Insurance Business*. Grondidee hierbij is dat door Monte-Carlo-simulatie een gezond inzicht kan worden bekomen welk soort herverzekeringcontract optimaal is als welbepaalde gegevens worden vooropgesteld, zoals de verdelingen van schadetijdstippen en -groottes, de gebruikte premieberekening, de vigerende retenties en franchises, enzovoorts. Indien analytische methoden (nog) niet beschikbaar zijn, is een dergelijk softwarepakket bijzonder handig in het zoeken naar verdere theoretische funderingen. Eén van de belangrijke verworvenheden van het pakket is dat zelfs gebeurtenissen met een uiterst kleine kans om op te treden toch in kaart kunnen gebracht worden. Bovendien leren deze simulaties of het verbannen *ECOMOR* al dan niet recht heeft op een herziening. De onderzoeksgroep in Västerås werd opgericht naar aanleiding van een vraag vanuit EURANDOM. Op regelmatige tijdstippen wordt daar verslag uitgebracht over de bereikte resultaten.

Risicomaten

In de praktijk wordt de keuze van een of ander herverzekeringcontract vaak gemaakt op basis van het gedrag van een *risicomaat* (*risk measure*). Bovendien zijn zulke maten erg in trek in de financiële wereld, waar ze een cruciale rol spelen bij het inschatten van de volatiliteit van een financiële grootte. In mei 2005 werd over

dit onderwerp een workshop ingericht die door een hele reeks experts uit academia en praktijk bijgewoond werd. Speciale aandacht ging naar kredietrisico (credit risk) en het modelleren van interestrisico.

De variabele coëfficiënt

Een risicomaat die in herverzekeringen wordt aangewend is de *variatioecoëfficiënt* (*coëfficiënt of variation*). Deze coëfficiënt is echter cruciaal afhankelijk van een andere hulpstatistiek

$$T_n := \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)^2}.$$

Het gedrag van de verwachtingswaarde van deze statistiek werd reeds onderzocht in [6]. Asymptotische resultaten voor verdelingsfuncties en voor andere verwachtingswaarden dan het gemiddelde (zoals variantie en scheefheid) zijn ook bereik-

baar, zoals aangetoond door Albrecher en anderen in [2]. Hierbij werd aangetoond dat een onzorgvuldig gebruik van risicomaten onheilspellende gevolgen kan hebben voor de herverzekeraar. Een verdere uitbreiding naar het geval van een verzekeringsportefeuille is te vinden in [10].

Limietgedrag van variatie coëfficiënten

Verder bouwend op het onderzoek aangehaald in de voorgaande paragraaf worden de resultaten over T_n overgedragen op de variatioecoëfficiënt. Zoals aangetoond door Mack in [11] is deze grootheid populair in herverzekeringen. Daarom werd een gedetailleerde studie gemaakt van het limietgedrag van deze risicomaat onder elke mogelijke invloed van extremewaardeonderstellingen. Deze resultaten zijn allicht nog belangrijker in de industriële bouwkunde waar de vermelde risicomaat vaak wordt aangewend. De resultaten zijn te vinden in [3].

Dropdown excess loss contracten

Zoals hoger vermeld worden *drop down excess-loss* contracten stilaan gebruikelijk in het herverzekeringsbedrijf. Om in te spelen op de nood naar een theoretische onderbouw voor het gebruik van dit soort contract werd in [9] een eerste studie gewijd aan de variatioecoëfficiënt als risicomaat voor het opstellen van een dergelijk contract.

Tijdsafhankelijkheid

Tenslotte vermelden we nog dat in [1] een poging gedaan werd om inzicht te krijgen in een portefeuille waar de tijdstippen en de groottes van de schadevorderingen wel afhankelijk kunnen zijn. In theoretisch onderzoek wordt gewoonlijk (al dan niet stilzwijgend) onafhankelijkheid aangenomen. ◀

Referenties

- Albrecher, H. and Teugels, J.L. (2004), *Exponential behavior in the presence of dependence in risk theory*, EURANDOM Report 2004-011, Technical University of Eindhoven, The Netherlands.
- Albrecher, H. and Teugels, J.L. (2005), 'Asymptotic analysis of a measure of variation', *Theory of Probability and Mathematical Statistics*, verschijnt binnenkort.
- Albrecher, H. and Teugels, J.L. (2005), *Asymptotic analysis of the sample coëfficiënt of variation*. In voorbereiding.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (1997), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer-Verlag, Berlin.
- Borch, K. (1960), 'An attempt to determine the optimal amount of stop-loss reinsurance', *Transactions of the 16-th International Congress of Actuaries*, 597-610.
- Fuchs, A., Joffe, A. and Teugels, J.L. (2001), 'Expectation of the ratio of the sum of squares to the square of the sum: exact and asymptotic results', *Theory of Probability and its Applications*, 46, 243-255.
- Ladoucette, S. A. and Teugels, J.L. (2004), 'Reinsurance of large claims', *Journal of Computational and Applied Mathematics*, verschijnt binnenkort.
- Ladoucette, S. A. and Teugels, J.L. (2004), 'The largest claims treaty ECOMOR', in *Proceedings of the European Conference on Mathematics for Industry*, Eindhoven, The Netherlands, 2004.
- Ladoucette, S.A. and Teugels, J.L. (2004), *Risk measures for a combination of quota-share and drop down excess-of-loss reinsurance treaties*, EURANDOM Report 2004-047, Technical University of Eindhoven, The Netherlands.
- Ladoucette, S.A. and Teugels, J.L. (2005), *The quota-share drop down excess-of-loss reinsurance treaty for an ordered claim*, EURANDOM Report 2005-to appear, Technical University of Eindhoven, The Netherlands.
- Mack, T. (1997) *Versicherungsmathematik*, Verlag Versicherungswirtschaft e. V., Karlsruhe.
- Teugels, J.L. (1985) *Selected Topics in Insurance Mathematics*, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- Teugels, J.L. (2003) *Reinsurance: Actuarial Aspects*, EURANDOM Report 2003-006, 160p., Technical University of Eindhoven, The Netherlands.
- Thépaut, A. (1950) 'Une nouvelle forme de réassurance. Le traité d'excédent du coût moyen relatif (ECOMOR)', *Bulletin Trimestriel de l'Institut des Actuaire Français*, 49, p. 273-343.