

Wim Schoutens

Departement Wiskunde  
Katholieke Universiteit Leuven  
Celestijnenlaan 200 B  
B-3001 Leuven, België  
wim.schoutens@wis.kuleuven.be

Onderzoek

# Wiskunde en Modellen voor Financial Weapons of Mass Destruction

**De kredietcrisis beheerst de media alweer geruime tijd. Er wordt veel aandacht besteed aan de zakken met geld in diverse reddingsoperaties, en het aanwijzen van schulddigen dan wel redders in nood. Maar wat is de rol van wiskunde in de huidige koersval en in de toekomst? Wim Schoutens zet de recente ontwikkelingen in historisch en wiskundig perspectief.**

De jaren 2007 en 2008 zullen zeker een belangrijke pagina krijgen in de geschiedenis van de financiële markten. De zogenaamde credit crunch heeft toegeslagen. Wat begon als een ineenstorting van een bepaald segment van de huizenmarkt in de VS, is via allerlei financiële constructies tot in elke huiskamer terecht gekomen. De verliezen in de huizenmarkt zijn als een lopend vuurtje verliezen geworden in allerlei afgeleide producten die financiële instellingen aanhouden. Gevolg: verschillende financiële instellingen raakte in problemen. Als je zelf problemen ziet opdoemen, kun je er van op aan dat ook jouw concurrent zulke problemen heeft. Banken vertrouwen elkaar niet meer. De problemen zouden wel eens zo gigantisch kunnen zijn dat als je geld aan een andere financiële instelling leent, je dit niet meer terug krijgt. Dus leent niemand meer aan niemand en het systeem blokkeert, de verliezen lopen op. Bepaalde veiligheidsmarges worden geschonden, extra kapitaal moet gezocht worden, maar is moeilijk te vinden. Mensen halen hun geld weg bij de bank wat opnieuw leidt tot een acuut liquiditeitsprobleem. Bij het schrijven van dit artikel weet niemand hoe het nu verder zal evolueren. Komt er een herstel of gaan we naar een complete meltdown?

## Van Nobelprijs naar bankroet

De financiële markten zijn niet meer weg te denken uit onze huidige maatschappij. Allerlei beleggingsproducten kom je tegenwoordig niet alleen tegen in beperkte milieus, maar ook in vele gewone huishoudens. Op het nieuws en in de krant vindt men de laatste beursgegevens. We doen aan pensioensparen en beleggen in clickfondsen of worden door onze bankier aangespoord om bepaalde beleggingsfondsen aan te kopen. Verder kent iedereen wel de beelden van heftisch handelende traders. Ze staren tegelijkertijd naar vier grote computerschermen, spreken in drie telefoons en maken wilde gebaren naar andere delen van de handelsvloer. Beurshandelaren beheren grote hoeveelheden geld, die ze zo goed mogelijk proberen te investeren in aandelen, afgeleide producten zoals opties en andere financiële activa. De beste combinatie en de prijzen van deze activa veranderen doorlopend en dit brengt grote risico's met zich mee.

Voor velen blijft het een mysterie hoe handelaars erin slagen om in de ogenschijnlijke chaos op de financiële markten vaak meer dan hun brood te verdienen. En hoe komen ze aan de prijzen die ze naar elkaar toeschreeuwen? Bij het bepalen van de juiste prijs voor een

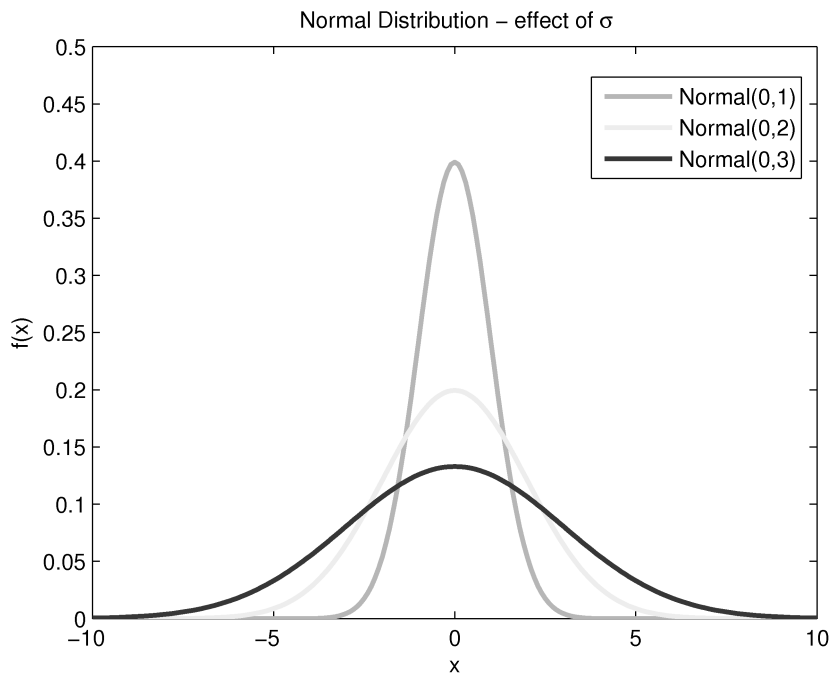
optie of nog ingewikkeldere producten komt heel wat wiskunde kijken. Essentieel hierin is een goed wiskundig model dat de onzekerheid in de werkelijkheid zo goed mogelijk beschrijft en tevens computationeel gezien snel genoeg prijzen kan afleveren.

Het mooiste voorbeeld is het nu wereldberoemde Black-Scholes model. Myron Scholes en Fisher Black ontwikkelden dit model voor de beweging van aandeelkoersen op basis van de Brownse beweging, en lieten zien hoe je daarmee de juiste prijs voor de bijbehorende optie kunt berekenen. De Brownse beweging is in zeker zin de grote broer van de alom bekende Gaussische Normaalverdeling (zie figuur 1). Een Brownse beweging is feitelijk een stochastisch proces waarbij de toename over een tijdsperiode normaal verdeeld is.

Toen het artikel van Black en Scholes in 1973 gepubliceerd werd, had het meteen een enorme invloed. Binnen enkele maanden gebruikten traders over de hele wereld het nieuwe model, en de Black-Scholes formule werd in de rekenmachine van elke handelaar geprogrammeerd. In oktober 1997 kreeg Myron Scholes samen met Robert Merton, die ook nauw betrokken was bij de ontwikkeling van het model, de Nobelprijs in de Economie (Fisher Black was inmiddels overleden). De ironie is dat beide heren ook hun deel hebben in een zwarte bladzijde in de geschiedenis van Wall Street. Een beetje gedreven beurspeler herinnert zich misschien nog de

Normal distribution  $Normal(\mu, \sigma^2)$  on  $(-\infty, \infty)$ :

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$



Figuur 1

kronieken van Long Term Capital Management (LTCM), een hedgefonds onder leiding van een zeer gerenommeerd gespecialiseerd team met onder andere Scholes en Merton. Negen maanden na de uitreiking van de Nobelprijs voor Economie spatte LTCM uiteen en stonden zij op het punt om bankroet te gaan (na tot twee maal toe verliezen van 500 miljoen dollar op één dag). Maar met de gigantische stapel geld die in LTCM zat, zou het faillissement een deel van Wall Street met zich meesleuren. Sterker nog, de Fed, de centrale bank van de VS, en in het bijzonder de voorzitter Alan Greenspan vreesde dat het hele systeem omviel nu LTCM met vele honderden miljoenen dollars van internationale zakenbanken dreigde te verdwijnen. De Fed speelde uiteindelijk de reddende engel door een reddingsfonds van 3,65 miljard dollar op te brengen.

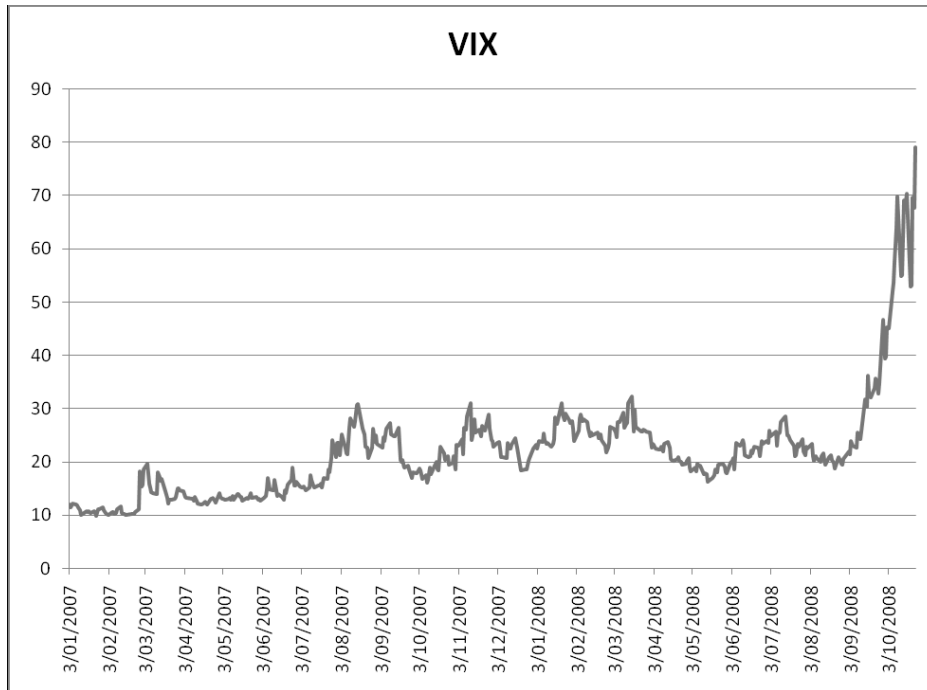
#### Mass destruction

In het recente verleden is het eigenlijk al verschillende keren flink mis gegaan. In 1995 ging de Engelse Barings bank helemaal ten onder, doordat een optiehandelaar onverantwoorde risico's nam. Zeer recent nog kwam Jérôme Kerviel in het nieuws, een Franse

effectenhandelaar van Société Générale die door ongeoorloofde speculaties op de futuresmarkt een verlies maakte van 4,9 miljard euro. De resulterende gigantische beursverliezen hebben laten zien hoe kwetsbaar grote financiële instellingen zijn als er iets fout gaat. Bovendien zijn de markten de laatste jaren fel geëvolueerd. Zo heeft de markt van afgeleide financiële producten (call en put opties, turbos, speeders, maar ook nog veel complexer structuren) de laatste decennia een explosieve groei gekend en afgeleide producten worden heden ten dage in enorme volumes verhandeld op beursvloeren en Over the Counter (OTC) markten. Producten worden uitgeschreven op een enorme variëteit van onderliggende activa zoals klassieke aandelen en indices, maar ook op rentevoeten, wisselkoersen, inflatiecijfers, goud, olie et cetera. Verder zijn er ingewikkelde producten gecreëerd die indekking leveren tegen het bankroet gaan van bedrijven (credit risk). Recente cijfers van de International Swap and Derivatives Association spreken over een kredietderivatenmarkt met een onderliggend bedrag van meer dan 45 biljoen dollar (ter vergelijking: het bnp van Nederland is ongeveer een zeventigste hiervan) en met een jaarlijkse

groei van rond de 100 procent. Op de credit markt zijn het voornamelijk de grote spelers die posities innemen (credit derivatives kopen/verkopen); particulieren nemen typisch niet rechtstreeks deel aan de markt. Zij zijn echter via allerlei beleggingsproducten (structured products, levensverzekering, ...) indirect wel verbonden. De credit markt is de klassieke equity markt (aandelen en indexen) ver voorbij gestreefd, deze handelt 'maar' over 10 biljoen USD. Voorts is securitization — het bundelen, verpakken en herverpakken van allerlei financiële contracten zoals leningen of credit-card tegoeden in een verhandelbaar product — zeer gewoon geworden. Deze producten hebben intrinsiek nog altijd een belangrijk 'credit risk' component. Het zijn deze producten die aan de basis liggen van de huidige crisis in de financiële markten. Rating agencies hebben vele van deze deals een te laag risicoprofiel gegeven. Beleggers in deze producten dachten dat het hele veilige beleggingen waren, maar de geschiedenis heeft het tegendeel bewezen. Zo heeft een slabakkende huizenmarkt in de VS via allerlei securitization deals voor een wereldwijde verspreiding gezorgd met als gevolg dat ogenschijnlijk veilige beleggingen toch grote verliezen hebben geleden en vele banken aldus immense verliezen op hun portefeuilles hebben moeten boeken. Voor Bear Stearns, de vijfde bank van de VS, waren de verliezen te groot. De reddingsoperatie, die in een weekend werd doorgevoerd onder leiding van de Bush-regering en de Amerikaanse Centrale Bank, had als bedoeling een grote vertrouwenscrisis in het internationale financiële systeem te vermijden. Alles moest zeer snel gaan en een overname moest voor de opening van de Aziatische beurzen rond zijn. JPMorgan Chase nam de bank over. Het aandeel van Bear Stearns werd gewaardeerd op 2 dollar, terwijl het een week voordien nog 30 dollar waard was en een jaar geleden 170 dollar. De overnameprijs is ondertussen wel bijgestuurd naar 10 dollar, een magere troost voor vele beleggers. Een paar maanden later was Lehman Brothers aan de beurt. Hiervoor werd geen reddingsplan opgesteld en een van de meest gerenommeerde investeringsbanken ging volledig ten onder en sleurde het hele systeem met zich mee. Na dit faillissement doken de beurzen dag na dag verder de afgrond in en verschillende andere banken en verzekeraars kwamen in zware problemen (Fortis, Kaupthing, AIG, ...). In tabel 1 vindt men de tien grootste na-oorlogse dalingen terug van de Dow Jones Industrial Average index. Drie van deze dalingen vonden in eind september of oktober 2008 plaats. Septem-





Figuur 3

ber 1929.

Uit de formule van de Gaussische verdeling gegeven in figuur 1, kan men na wat werk uitrekenen wat de kans is om bijvoorbeeld een schommeling van dag tot dag groter dan  $x$  procent te zien. Alles hangt hierbij af van de zogenaamde standaarddeviatie van de verdeling, genoteerd met  $\sigma$ . Historisch gezien ligt deze rond de 25 procent op jaarbasis, wat vertaalt naar 1,5 procent per dag. Een schommeling van meer dan 1,5 procent ( $1\sigma$ ) vindt dan ongeveer eens om de 3 dagen plaats. Een schommeling van meer dan 3 procent ( $2\sigma$ ) vindt eens per maand plaats. Een schommeling van meer dan 4,5 procent ( $3\sigma$ ) vindt eens per jaar plaats en schommeling van meer dan 6 procent ( $4\sigma$ ) eens per eeuw. Zie ook figuur 2. Vele financiële producten zijn gewaardeerd op basis van dit model met standaarddeviaties in de buurt van bovengenoemde waarden (25 procent op jaarbasis). Echter, de markt heeft in de huidige crisis een heel andere  $\sigma$ . Uit de VIX index (zie figuur 3), ook wel eens de 'Fear Index' genaamd, kan men vrij accuraat aflezen, hoe de markt op dit moment  $\sigma$  inschat. Op 24 oktober 2008 stond de VIX bij slot op bijna 80 (en heeft in de loop van die dag zelfs waarden van net geen 90 gehaald). Dit betekent dat de markt  $\sigma$  op jaarbasis nu niet 25 procent inschat maar 80 procent. Op

dagbasis betekent dit 5 procent. Een schommeling van meer dan 5 procent ( $1\sigma$ ) vindt dan ongeveer eens om de 3 dagen plaats. Een schommeling van meer dan 10 procent ( $2\sigma$ ) vindt eens per maand plaats. Een schommeling van meer dan 15 procent ( $3\sigma$ ) vindt eens per jaar plaats en schommeling van meer dan 20 procent ( $4\sigma$ ) vindt eens per eeuw plaats.

Ondertussen is het voor velen duidelijk geworden dat een verbetering van het Black-Scholes model verkregen kan worden door de onderliggende bron van onzekerheid, de Brownse beweging, te vervangen door flexibeler processen zoals bijvoorbeeld een Lévyproces. Waar een Brownse beweging normaal verdeelde toenames heeft, is een Lévyproces gebaseerd op toenames die een flexibeler, realistischer verdeling volgen. Onder andere Dilip Madan en Benoit Mandelbrot (ja, die van de fractals) zijn pioniers in dit gebied.

De laatste jaren zijn deze Lévyprocessen het onderwerp geworden van vele theoretisch en toegepaste studies en hebben geleid tot vele verbeteringen in verschillende deelgebieden van de financiële wiskunde. Het werken met Lévyprocessen maakt het mogelijk de verschillende en zeer gewenste kanstheoretische eigenschappen van de onderliggende returns accurater te modelleren. Omdat

een Lévyproces gebaseerd is op een flexibeler en dus realistischer verdeling, kan men vrij precies de verdeling van de historische returns hiermee vangen. Bovendien geven juist Lévyprocessen aanleiding tot sprongen in het prijsproces. Verder heeft recent werk geleid tot een betere kennis van vele probabilistische en analytische eigenschappen van deze stochastische processen, waardoor ze uitgegroeid zijn tot aantrekkelijk modelleergereedschap in verschillende gebieden.

### Impopulaire interventies

Wiskundigen en quants (de modelbouwers bij de banken) hebben in het verleden gepleit voor fundamenteeler en accurater wiskundige modellen. Maar als er een beursfeestje aan de gang is (zoals we de voorbije jaren hebben meegemaakt), zijn deze profeten niet altijd welkom met hun onheilspellende berichten. Nieuwe modellen brengen consequenties met zich mee. Ze zijn minder intuïtief voor een trader die al jaren met zijn populaire model werkt. Ze zijn vaak ook trager: men heeft meer computerkracht en numerieke investeringen nodig en grootschaligheid is dus een probleem. Tenslotte, als je in je model de kansen op crashes beter inbouwt, dan betekent dit ook dat je model zal aangeven dat je hogere reserves moet aanhouden voor het geval dat. Meer geld geblokkeerd als buffer betekent ook dat er minder beschikbaar is om te laten renderen en mee te feesten. En het moet gezegd: een model blijft een model, de werkelijkheid is vaak nog veel complexer.

Maar, zien we dit fenomeen eigenlijk niet heel vaak in onze huidige maatschappij? Wetenschappers hebben inzichten maar vaak worden deze genegeerd. Neem nu de klimaatveranderingen. Alle wetenschappers trekken aan de alarmbel. Binnen 30 jaar ziet Europa er anders uit! Maar zien we drastische maatregelen? Misschien nemen we iets vaker de fiets, maar gaat dat verschil uitmaken? We zijn eigenlijk allemaal ook een beetje schuldig. En het beursfeestje daar waren we eigenlijk ook wel graag van de partij, onze bankier moest die ene belegging geven met dat ietsje meer rendement. Maar er is een fundamentele wet. Bij meer potentieel rendement, is er ook meer risico. En ja, soms loopt het dan heel grondig mis...